DORIN GHEORGHIU
SILVIA GHEORGHIU

Probleme de fizică

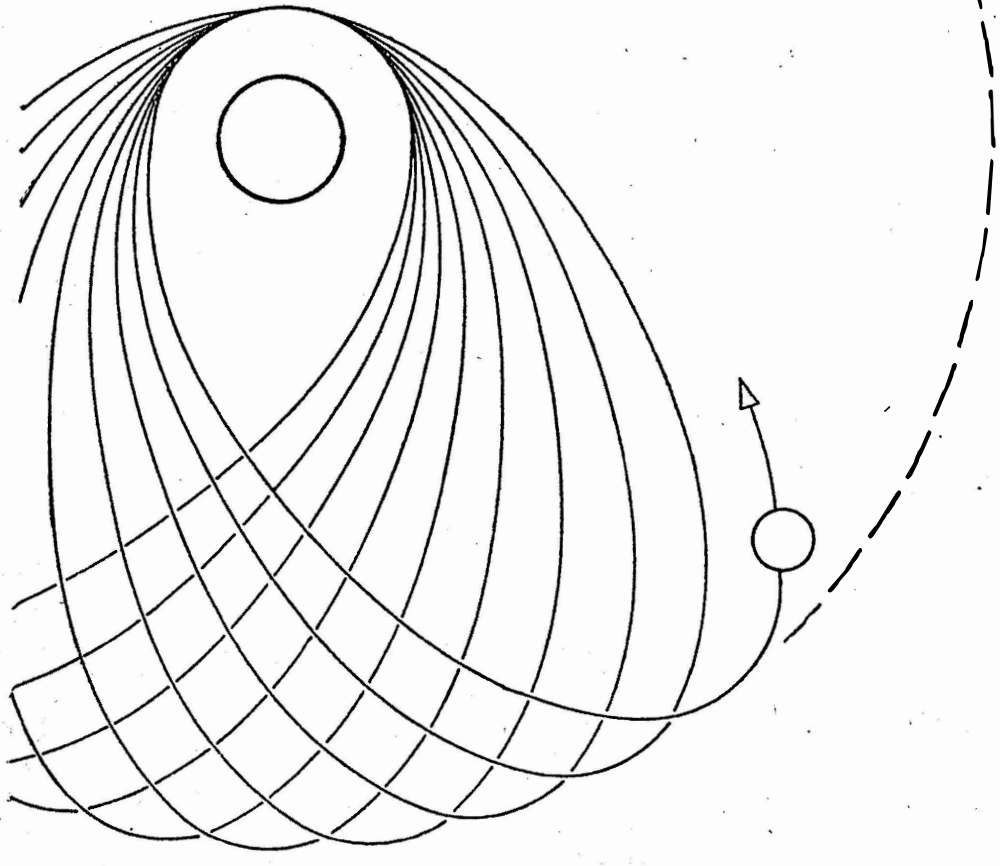
pentru admitere în învățământul superior

D. GHEORGHIU
S. GHEORGHIU
Probleme de
fizică

Dorin Gheorghiu
Silvia Gheorghiu

Probleme de fizică

Pentru admitere
în
învățământul superior



Editura didactică și pedagogică, București – 1975

Redactor : prof. E. MESAROȘ
Tehnoredactor : ANA ȚIMPĂU
Coperta : SIMONA SCARLAT

PREFAȚĂ

Volumul de față se adresează, în primul rînd, celor ce se pregătesc pentru concursul de admitere în institutele de învățămînt superior. Conținînd și probleme ce prezintă un grad de dificultate mai ridicat, cartea poate fi utilă tuturor elevilor care vor să aprofundeze cunoștințele de fizică obținute în liceu.

Culegerea cuprinde unele probleme ce depășesc cadrul actualei programe de liceu. În toate cazurile, sînt date însă explicațiile suplimentare necesare. Pentru a putea fi mai ușor observate, numerele de ordine ale acestor probleme au fost marcate cu un punct.

Lucrarea prezintă numai probleme propuse la concursuri de admitere în învățămîntul superior, în țară și străinătate, la bacalaureate și olimpiade școlare.

Deși conținutul acestor probleme este în general complex, cu referiri la mai multe domenii ale fizicii, s-a căutat totuși să se realizeze o anumită împărțire pe capitole. Dar ordinea și materialul conținut în aceste capitole diferă oarecum de cele impuse manualului de liceu, deoarece absolvenții posedă cunoștințe de fizică și matematică de ansamblu.

Pentru ca lucrarea să fie cît mai accesibilă, s-au dat rezolvări parțiale și indicații. Calculele sînt dezvoltate numai în Sistemul Internațional de unități și pe cît posibil sub forma literală, singura formă ce se pretează discuțiilor și generalizării.

În general, enunțurile problemelor culese au fost modificate, pentru a fi puse de acord cu S.I. de unități cît și pentru a retușa eventualele nepotriviri.

AUTORII

PREFAȚĂ LA EDIȚIA REVIZUITĂ

Față de ediţiile anterioare, anumite enunţuri şi rezolvări au fost revăzute şi completate, după necesităţi.

S-a extins de asemenea capitolul 33 „probleme diverse" cu unele probleme propuse în concursurile anilor 1967—1971, a căror tematică şi conţinut ţin pasul cu nivelul ascendent al învăţământului nostru liceal.

AUTORII

CUPRINS

	Pag.
Prefață	3
Sistemul Internațional de unități	6
Partea I — ENUNȚURI	11
Partea a II-a — REZOLVĂRI	299

	Enunțuri	Rezolvări
1. Mișcare uniformă și uniform variată	11	299
2. Mișcare în cîmp gravitațional	15	305
3. Legile lui Newton. Mișcare cu frecare	23	317
4. Mișcare pe plan înclinat	32	325
5. Energie și putere. Conservarea energiei mecanice	38	331
6. Ciocniri	44	339
7. Statică	47	344
8. Mișcare circulară	55	356
9. Atracție universală. Sateliți	60	361
10. Mișcarea de rotație a corpului rigid	62	364
11. Mișcare oscilatorie	64	367
12. Pendul	66	371
13. Acustica	68	373
14. Fluide. Generalități	73	377
15. Legea lui Arhimede	79	383
16. Legile gazelor	82	387
17. Dilatația corpurilor	90	398
18. Calorimetrie. Transformări de stare	93	402
19. Transformarea energiei mecanice în căldură	97	405
20. Transformarea căldurii în lucru mecanic	102	408
21. Electrostatică	105	410
22. Electrocinetică	112	424
23. Transformarea energiei electrice în căldură	129	445
24. Electroliză	135	451
25. Electromagnetism	138	453
26. Reflexia luminii	147	464
27. Refracția luminii. Prisme	151	471
28. Lentile	155	476
29. Asociații de lentile cu oglinzi, lame și prisme	159	484
30. Ochiul și vederea. Instrumente optice	163	491
31. Optica ondulatorie	165	495
32. Atomul	167	497
33. Probleme diverse	168	498

SISTEMUL INTERNAȚIONAL DE UNITĂȚI

Sistemul Internațional de unități de măsură (SI) constituie în prezent singurul sistem ce trebuie utilizat în calcule.

a) Acest sistem se clădește pe sistemul MKSA raționalizat și are la bază șase mărimi fundamentale cu unitățile lor corespunzătoare :

mărime	*unitate*	*simbol*
Lungime	metru	m
Masă	kilogram	kg
Timp	secundă	s
Intensitate de curent electric	amper	A
Temperatură	grad Kelvin	°K
Intensitate luminoasă	candelă	cd

Toate mărimile derivate vor prezenta unități derivate din unitățile fundamentale. Iată cîteva din acestea :

Mărime fizică	Denumire	Simbol
Densitate (masă specifică)		$\frac{kg}{m^3}$
Forță, greutate	newton	$N = kg \cdot \frac{m}{s^2}$
Presiune		$\frac{N}{m^2}$
Lucru mecanic, energie, cantitate de căldură	joule	$J = N \cdot m$
Putere	watt	$W = \frac{J}{s}$
Căldură specifică		$\frac{J}{kg \cdot grad}$
Căldură latentă, putere calorică		$\frac{J}{kg}$
Cantitate de electricitate	coulomb	$C = A \cdot s$
Tensiune electrică, diferență de potențial electric, tensiune electromotoare	volt	$V = \frac{W}{A}$
Intensitatea cîmpului electric		$\frac{V}{m}$
Rezistență electrică	ohm	$\Omega = \frac{V}{A}$

Mărime fizică	Denumire	Simbol
Rezistivitate		$\Omega \cdot m$
Capacitate electrică	farad	$F = \frac{C}{V}$
Intensitatea cîmpului magnetic		$\frac{A}{m}$
Flux magnetic	weber	$Wb = V \cdot s$
Inducţie magnetică	tesla	$T = \frac{Wb}{m^2}$
Inductanţă	henry	$H = \frac{Wb}{A}$

Prin urmare nu se va mai utiliza nici una dintre unităţile din sistemele CGS (dynă, erg, franklin, maxwell, oersted, gauss etc.) sau MKfS (kilogram-forţă, kilogram-metru etc.).

Dacă însă valorile numerice ale mărimilor, exprimate în unităţi fundamentale, sînt de ordine de mărime neuzuale, se vor utiliza multiplii sau submultiplii zecimali prin adăugarea unor prefixe:

denumire	*simbol*	*factorul cu care se multiplică unitatea*
tera	T	10^{12}
giga	G*	10^{9}
mega	M	10^{6}
kilo	k	10^{3}
hecto	h	10^{2}
deca	da	10^{1}
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}

Standardele existente tolerează provizoriu şi unele denumiri speciale pentru multipli şi submultipli. De exemplu, tona — 10^3 kg, micronul — 10^{-6} m, angstromul — 10^{-10} m, barul — $10^5 \frac{N}{m^2}$, caloria = = 4,1868 J, gradul Celsius egal gradului Kelvin etc.

b) Operaţia de raţionalizare a relaţiilor din electricitate şi magnetism, urmăreşte scrierea sub o formă mai clară, mai simplă, a relaţiilor de mare importanţă teoretică, relaţii ce depăşesc însă cadrul cunoştinţelor posedate de elevii de liceu: legile lui Gauss, Ampère şi ecuaţiile lui Maxwell. Pentru a face să dispară termenul 4π din expresiile acestora, se procedează la deplasarea lui în relaţiile de definiţie din electricitate şi magnetism ca, de exemplu, în:

legea lui Coulomb

$$F = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon r^2} \left(\text{în loc de } \frac{Qq}{\varepsilon r^2} \right),$$

* Uneori giga se notează cu B în loc de G, de exemplu 1 BeV = 10^9eV.

legea lui Biot-Savart

$$B=\mu\frac{I}{2\pi r}\left(\text{în loc de } \mu\frac{2I}{r}\right).$$

Se vor complica deci unele expresii, considerate cu circulație mai restrînsă, cît și unele derivate ale lor, pentru a simplifica pe cele mai importante.

Pentru a nu se modifica însă valorile obținute din expresiile raționalizate, se vor transforma corespunzător valorile constantelor ε_0 și μ_0. Ele devin:

$$\varepsilon_0=\frac{1}{4\pi 9\cdot 10^9}\frac{F}{m}=8{,}855\frac{pF}{m}\text{ în loc de }0{,}111\frac{nF}{m},$$

$$\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}\frac{H}{m}=1{,}256\frac{\mu H}{m}\text{ în loc de }0{,}1\frac{\mu H}{m};$$

CUM ABORDĂM O PROBLEMĂ

Înainte de a începe rezolvarea unei probleme este necesar *să se citească enunțul în totalitate*, pentru a avea o idee de ansamblu a fenomenelor prezente.

Analiza fiecărei întrebări, după caz, va fi însoțită de o *schemă sau schiță* care să reproducă cît mai simplu și clar montajul sau situația din problemă; chiar dacă ar părea puerilă, ea este foarte *necesară*.

Nu trebuie niciodată redusă rezolvarea unei probleme la încercarea de a găsi, printre numeroasele formule puse în manual, vreuna miraculoasă. Trebuie să se înțeleagă fenomenul fizic, să se lege necunoscutele de datele problemei printr-un *raționament logic*: se va obține astfel un sistem de ecuații care, în funcție de complexitate, se va rezolva pe calea matematică adecvată, algebric sau, mai rar, numeric. Forma finală va trebui să fie de preferință literală, funcție de datele din enunț și nu de cele calculate anterior.

Redactarea va fi *concisă dar clară*. Notațiile trebuie să fie *explicitate*; dacă ele sînt impuse de enunț, trebuie *respectate*. Vom avea grijă de asemenea să nu introducem două mărimi diferite cu aceeași notație sau invers, două notații pentru aceeași mărime.

Calculul numeric va fi precedat de alegerea unui *sistem coerent de unități*. Unitatea aleasă pentru a exprima rezultatul final trebuie să fie conformă cu modul simplu de apreciere a valorii: este ridicol să exprimăm o lungime de ordinul metrilor în microni!

Calculele numerice vor trebui să fie *îngrijite* și să arate că s-a înțeles modul de întrebuințare rațională a numărului de *zecimale semnificative*.

În fiecare caz, trebuie *să se evalueze ordinul de mărime* al rezultatului căutat printr-un calcul aproximativ, rapid. Cunoașterea ordinelor de mărime ale fenomenelor uzuale va evita desigur rezultatele absurde sau va contribui la discuția critică a acestora.

1. MIȘCARE UNIFORMĂ ȘI UNIFORM VARIATĂ

1. Două autocamioane pleacă în același moment din București din dreptul bornei kilometrice zero, pe șoseaua București—Craiova. Un autocamion are viteza $v_1 = 30 \frac{km}{h}$, iar celălalt viteza $v_2 = 25 \frac{km}{h}$. Să se determine:

1° după cît timp punctul unde se află borna kilometrică 66 se găsește la mijlocul distanței dintre cele două autocamioane;

2° care este borna kilometrică prin fața căreia al doilea autocamion trece la o oră după primul.

(Olimpiadă, 1957)

2. Din Giurgiu spre București pleacă la ora 8 un avion. La ora 8, două minute și 8 secunde pleacă din București spre Giurgiu un alt avion, cu viteza $v_2 = 360 \frac{km}{h}$. Ele se întîlnesc la distanța $d = 23$ km de București. Știind că distanța, în linie dreaptă, între Giurgiu și București este $D = 69$ km, să se determine:

1° viteza v_1 a primului avion;

2° ora întîlnirii avioanelor.

(Școala politehnică — București, 1939)

3. Două automobile pleacă simultan din orașele A și B, mergînd unul spre celălalt. Automobilele se întîlnesc după o oră și, fără a se opri, își continuă drumul, fiecare cu viteza anterioară. Primul automobil ajunge în orașul B cu 27 minute mai tîrziu decît ajunge al doilea în A. Ce viteze au avut cele două automobile, dacă distanța AB este de 90 km?

(Institutul de construcții — București, 1957)

4. Pe o șosea rectilinie, din punctul A, pornește o bicicletă ale cărei roți au fiecare diametrul D_1 și turația n_1.

După ce o roată a bicicletei a făcut N_1 rotații complete, pornește de pe șosea din punctul A, în același sens, o motocicletă care are diametrul roții D_2 și turația n_2.

1° Să se determine după cît timp de la plecarea motocicletei, ambele vehicule ajung în același punct B.

2° În cazul cînd motocicleta a plecat după ce o roată a bicicletei făcuse N_2 rotații, să se determine cu cît a parcurs mai mult bicicleta decît motocicleta, știind că au mers împreună atîta timp cît bicicleta a făcut încă N_3 rotații complete.

Aplicație numerică: $D_1=0{,}8$ m; $n_1=4\frac{\text{rot}}{\text{s}}$; $N_1=63$; $D_2=0{,}5$ m, $n_2=12\frac{\text{rot}}{\text{s}}$, $N_2=1\,200$; $N_3=300$.

(Olimpiadă, 1959)

5 Două persoane A și B pleacă în același moment din două localități P și Q. Una merge din P spre Q și înapoi, cealaltă din Q spre P și înapoi, ambele fără oprire și cu viteze constante. Cele două persoane se întîlnesc de două ori: prima dată la 6 km de P, iar a doua oară cu 3 ore după prima întîlnire, la 4 km de Q. Să se găsească distanța PQ și vitezele v_A și v_B cu care merg cele două persoane.

(Facultatea de matematică și fizică — Cluj, 1956)

6 Pe ce paralelă a Pămîntului trebuie să meargă un avion cu viteza constantă de $400\frac{\text{km}}{\text{h}}$, pentru ca pilotul să vadă Soarele răsărind de 2 ori în 24 ore?

(Enunțată de Traian Lalescu)

7 Un motociclist care se apropie cu viteză constantă, avînd direcția perpendiculară pe un zid, emite un semnal sonor scurt (claxonează). Semnalul reflectat este recepționat după parcurgerea a $\frac{1}{9}$ din distanța ce a existat între el și zid în momentul emiterii semnalului. Cunoscînd viteza sunetului $v_s=340\frac{\text{m}}{\text{s}}$, să se calculeze viteza motociclistului.

(Institutul politehnic — Brașov, 1961)

8 Cu ajutorul unei frînghii, în mișcare cu viteza v_0 peste un scripete, se trage o barcă aflată pe suprafața unui lac (fig. 1).
Să se determine viteza cu care se deplasează barca, știind că frînghia face cu orizontala un unghi α.

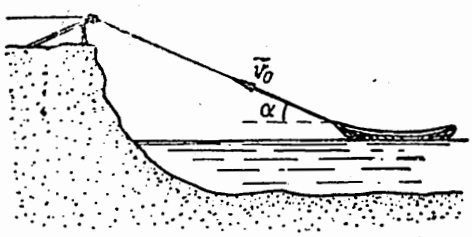


Fig. 1

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

9 Un tren trece cu viteza $v=20\frac{\text{m}}{\text{s}}$ paralel cu un zid lung care se află la o distanță necunoscută x. Un călător din tren descarcă o armă și după 3 secunde aude ecoul. Dîndu-se viteza sunetului $v_s=340\frac{\text{m}}{\text{s}}$, să se determine distanța x.

(Școala politehnică — București, 1945)

10 În planul a două axe rectangulare Ox, Oy se dă pe Ox un punct A la distanța $OA=50$ m, pe Oy un punct B la distanța $OB=100$ m și un disc de rază $r=25$ m tangent la semidreptele Ox, Oy.

Un mobil pleacă din punctul A la momentul inițial și descrie semidreapta Ox cu o viteză constantă $v=5\frac{m}{h}$. Cît timp va fi acest mobil invizibil pentru un observator care are ochiul în punctul B?

(Bacalaureat, Franța)

11 Să se afle timpul minim în care un călător poate să ajungă din punctul A, situat pe șoseaua xx', pînă în punctul C situat pe șoseaua yy', parcurgînd drumul AB pe xx' cu viteza v și drumul BC cu viteza v_1 mai mică decît v. Șoselele sînt paralele la o distanță a, iar proiecția segmentului AC pe direcția șoselelor, este l. Mărimile a, l, v, v_1 sînt constante, iar ca variabilă se va lua x, proiecția segmentului BC pe direcția șoselelor.

(Școala politehnică — București, 1947)

12 Două trenuri, fiecare avînd lungimea 125 m, se apropie unul de altul pe linii paralele cu vitezele $45\frac{km}{h}$, respectiv $60\frac{km}{h}$.

Să se calculeze timpul scurs între momentul cînd trenurile se întîlnesc și momentul depășirii complete.

(Bacalaureat, Anglia)

13 Care este timpul necesar unei bărci pentru a traversa un rîu:
1° pe drumul cel mai scurt;
2° în timpul cel mai scurt.
Se dau: viteza rîului v, lățimea rîului a, viteza bărcii față de apă u $(u>v)$.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

14 Un vapor a mers pe un rîu în sus și în jos, parcurgînd 375 km în 13 ore. Mergînd în sus pe rîu, în fiecare 4 ore a parcurs 100 km, iar în jos pe rîu, în fiecare 2 ore a parcurs 70 km. Să se determine:
1° cîte ore a mers în sus și cîte ore a mers în jos;
2° care ar fi fost viteza vaporului dacă ar fi mers pe apă stătătoare.

(Olimpiadă, 1953)

15 Două mobile A, B descriu două axe rectangulare Ox, Oy. În momentul inițial, distanțele lor la punctul O au valorile $x_0=3$ m, $y_0=2$ m, iar vitezele lor constante $v_1=2\frac{m}{s}$, $v_2=3\frac{m}{s}$ sînt dirijate către punctul O. Să se studieze, în funcție de timp, modul de variație a lui AB^2 și a raportului $\frac{OA}{OB}$.

(Bacalaureat, Franța)

16 Două particule pornesc simultan din punctele A și B între care există distanța 5 m. Particula pornită din A se mișcă către B cu o astfel de viteză încît să ajungă în B în 3 s. Cealaltă particulă se mișcă din B perpendicular pe direcția precedentei cu o viteză egală cu $\frac{3}{4}$ din viteza primei particule.

1° Să se determine ca mărime și direcție viteza celei de-a doua particule în raport cu prima.
2° Să se determine distanța minimă la care se pot afla cele două particule și momentul în care se realizează această condiție.

(Bacalaureat, Anglia)

17 Cînd ecuația unei mișcări este de forma

$$S=a+bt+ct^2+dt^3,$$

ce reprezintă constantele a, b, c, d ?

(Bacalaureat, Franța)

18 Două mobile descriu aceeași dreaptă cu accelerațiile constante $a_1=3\frac{m}{s^2}$ respectiv $a_2=2{,}72\frac{m}{s^2}$.
La momentul $t_0=1$ h 56 min 3s, ele trec împreună prin originea spațiului, cu vitezele $v_{01}=-13{,}18\frac{m}{s}$ respectiv $v_{02}=20\frac{m}{s}$.
Să se determine ora întîlnirii lor a doua oară.

(Bacalaureat, Franța)

19 Două mobile parcurg aceeași dreaptă cu accelerațiile a_1 și a_2 inegale, dar constante.
La originea timpului, abscisele lor sînt x_{01} și x_{02}. Să se calculeze diferența $\Delta v=v_1-v_2$ a vitezelor lor în momentul întîlnirii.

(Bacalaureat, Franța)

20 Pe o bară orizontală AB este îmbrăcat un cilindru care poate aluneca pe bară fără frecare. În figura 2 este reprezentată bara privită de sus.
În momentul inițial cilindrul se găsește la distanța b de punctul A. Bara se mișcă accelerat cu accelerația $\vec{a}$ care face unghiul α cu bara ; mișcarea este de translație într-un plan orizontal. După cît timp cilindrul va părăsi bara ?

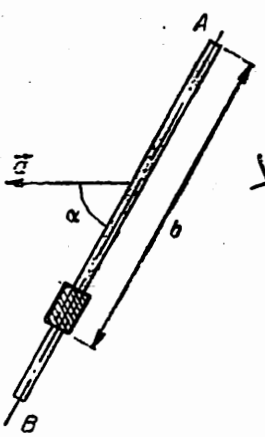


Fig. 2.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

21 Un tren pleacă dintr-o stație avînd o mișcare uniform accelerată. După ce a parcurs 600 m, atinge viteza de $45\frac{km}{h}$ și își continuă apoi drumul cu o mișcare uniformă timp de 10 minute. Cu 50 secunde înainte de a se opri în stația următoare, începe frînarea. Să se determine :
1° timpul și accelerația în mișcarea uniform accelerată ;
2° accelerația de frînare în mișcarea uniform încetinită ;
3° distanța dintre cele două stații.

(Olimpiadă, 1961)

22 Două mașini se deplasează pe o șosea rectilinie, una după alta. Prima mașină merge cu o viteză de $80\frac{km}{h}$, iar a doua cu $90\frac{km}{h}$. La un moment dat prima mașină frînează cu o accelerație de $2{,}5\frac{m}{s^2}$, iar a doua începe să frîneze cu o accelerație de $2\frac{m}{s^2}$.

Ce distanță trebuie să existe între cele două mașini în momentul cînd prima mașină a început să frîneze, pentru ca, atunci cînd ambele mașini s-au oprit, distanța între ele să fie de 10 m ?

(Școala politehnică — București, 1946)

23 Un mobil pleacă din repaus dintr-un punct A în linie dreaptă, trece prin B și C și ajunge în D în felul următor ; de la A la B, cu o mișcare uniform accelerată cu accelerația egală cu $0{,}1\frac{m}{s^2}$; de la B la C, cu o mișcare uniformă cu viteza pe care a atins-o în B ; de la C la D cu o mișcare uniform încetinită cu o accelerație egală cu $0{,}1\frac{m}{s^2}$. Punctul C este astfel ales încît mobilul să se oprească în D. Dîndu-se distanța $AD=14{,}25$ km și timpul de parcurgere a distanței BC egal cu $13\frac{2}{3}$ minute, să se determine :

1° viteza maximă pe care o capătă mobilul ;
2° timpul total de parcurgere a distanței AD ;
3° distanțele AB, BC și CD.
4° Se vor construi diagramele accelerației, vitezei și spațiului în funcție de timp.

(Olimpiadă, 1959)

2. MIȘCARE ÎN CÎMP GRAVITAȚIONAL

24 O tablă în cădere liberă rămîne mereu în poziție verticală. O bucată de cretă se aruncă orizontal de-a lungul suprafeței tablei. Ce urmă lasă creta pe tablă ? (Se neglijează frecările cu aerul și frecările între cretă și tablă.)

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

25 Un corp cade liber dintr-un punct A. După un timp t_1 ajunge în punctul B cu viteza $v_1=29\frac{m}{s}$. Corpul își continuă mișcarea și ajunge după timpul t_2 în punctul C cu viteza $v_2=79\frac{m}{s}$. Cît de mare este distanța BC și în cîte secunde a parcurs-o corpul ?

(Olimpiadă, 1951)

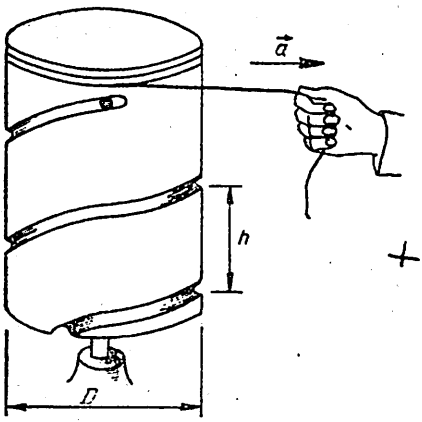


Fig. 3.

26 Într-un şanţ elicoidal al unui cilindru este plasată o mică sferă grea (fig. 3). Cu ce acceleraţie trebuie tras firul care este înfăşurat pe cilindru, pentru ca un observator să aibă impresia că sfera cade liber pe verticală? Diametrul cilindrului este D, iar pasul şanţului elicoidal este h.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

27 O piatră cade în fundul unei fîntîni; zgomotul căderii sale se aude după timpul $t=4{,}3$ s de la plecare. Care este adîncimea fîntînii?

Se va considera viteza sunetului $v=338\ \frac{m}{s}$.

(Bacalaureat, Franţa)

28 Un om dă drumul unei pietre într-o fîntînă. Piatra izbeşte fundul fîntînii după o cădere verticală pe 98 m. Omul aude această lovitură la 4,76 secunde după ce a dat drumul pietrei. Să se determine viteza de propagare a undelor sonore în puţ.

Se va adopta $g=9{,}8\ \frac{m}{s^2}$ şi se va admite că durata căderii este aceeaşi ca şi în cazul căderii în vid.

(Bacalaureat, Tunis, 1960)

29 Un aeronaut aşezat într-un balon lasă să cadă un corp spre pămînt şi în acelaşi moment trage o lovitură de pistol. Un observator de pe pămînt aflat aproape de locul de cădere al corpului constată o diferenţă de timp Δt între sosirea sunetului şi aceea a corpului. La ce înălţime se găsea balonul?

(Bacalaureat, Franţa)

30 Un corp cade liber în timpul nt şi parcurge un spaţiu l. Cum trebuie împărţit spaţiul l pentru ca fiecare porţiune să fie parcursă în timpul t?

(Bacalaureat, Franţa)

31 Un corp cade din vîrful unui turn sub acţiunea greutăţii şi soseşte pe pămînt după ce a parcurs spaţiul l în timpul t. Se ştie că spaţiul parcurs în ultima secundă de cădere este $\frac{1}{n}$.

Să se calculeze înălţimea turnului şi durata căderii în cazul cînd $n=2$.

(Bacalaureat, Franţa)

32 Un corp greu cade în vid. Să se determine:

1° de la ce înălţime trebuie să cadă pentru a parcurge spaţiul l în timpul ultimei secunde a căderii sale;

2° cît timp trebuie să cadă corpul pentru ca spaţiul parcurs în timpul ultimei secunde să fie fracţiunea $k=\frac{1}{n}$ din spaţiul total.

(Bacalaureat, Grecia)

33 Un corp cade liber de la înălțimea de 1 960 m. Să se determine:
1° distanța parcursă în secunda a 10-a;
2° distanța parcursă în ultima secundă;
3° timpul în care sînt parcurși ultimii 60 m.
Nu se ține seama de rezistența aerului.

(Olimpiadă, 1961)

34 Dintr-un robinet pică apă cu cadența de 120 picături pe minut. La ce distanță se va găsi picătura a doua de prima după ce aceasta din urmă a parcurs 20 m?

(Școala politehnică — București, 1943)

35 O placă grea, verticală, are una din fețele sale acoperită cu negru de fum. Pe această față se sprijină ușor un ac fixat la una din ramurile unui diapazon. Se lasă să cadă placa. Cu ajutorul unor glisiere verticale se ghidează căderea sa, încît capătul acului să nu părăsească planul feței înnegrite, pe care el trasează o linie verticală.
Se readuce placa în poziția inițială și se face diapazonul să oscileze; acul descrie atunci pe fața acoperită cu negru de fum, un segment rectiliniu orizontal. Lăsînd să cadă placa cu diapazonul vibrînd, acul va trasa o curbă sinuoasă.
1° Să se arate că acest dispozitiv permite să se calculeze perioada de oscilație a diapazonului.
2° Să se arate că pentru aceasta este suficient să se cunoască trei intersecții consecutive ale sinusoidei cu verticala trasată în timpul primei căderi. Frecările în timpul căderii se neglijează.

(Bacalaureat, Franța)

36 Un diapazon cade vertical fără viteză inițială și vibrațiile sale sînt înregistrate pe o placă acoperită cu negru de fum. Primele 52 de „sinusoide" complete ocupă pe verticală o lungime $l_1=19{,}6$ cm. Următoarele 52 ocupă o lungime $l_2=58{,}8$ cm.
1° Care este legea de cădere a corpurilor verificată de aceste date?
2° Să se calculeze accelerația gravitațională știind că frecvența diapazonului este $\nu=260$ Hz.
3° Să se determine pozițiile a două puncte B și C, cu distanța între ele $d=14{,}7$ cm, astfel încît pe BC să se cuprindă $n=26$ „sinusoide" complete.

(Bacalaureat, Franța)

37 O picătură sferică de apă, căzînd din norul în care s-a format, ajunge pe pămînt după un timp $t=2$ min. Presupunînd că înainte de a cădea, această picătură s-ar fi divizat în $n=10$ picături sferice egale și independente, să se determine:
1° timpul t_1 necesar acestui pachet de picături pentru a ajunge pe pămînt;
2° numărul de grade cu care se ridică temperatura fiecărei picături în cazul $v=0{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.
Se presupune că în ambele cazuri picăturile ating viteza limită instantaneu și că întreaga căldură produsă este folosită la încălzirea picăturilor.

(Bacalaureat, Franța)

38 Un paraşutist este lansat dintr-un avion. Paraşuta nu se deschide decît după timpul $t=2$ s.

1° Neglijînd rezistenţa aerului asupra paraşutistului cu paraşuta închisă, să se calculeze spaţiul parcurs şi viteza atinsă pînă în momentul cînd se deschide paraşuta.

2° Cînd paraşuta este deschisă intervine rezistenţa aerului şi încetineşte mişcarea paraşutei. Se poate considera această rezistenţă ca fiind proporţională cu pătratul vitezei şi egală cu 44 N pentru o viteză de $1\frac{m}{s}$.

Ştiind că paraşutistul are masa $m=70$ kg, să se calculeze viteza limită a căderii sale.

3° Să se indice valoarea maximă a forţei exercitate de paraşută asupra frînghiei care o leagă de paraşutist.

(Bacalaureat, Franţa)

39 Picăturile de ploaie, căzînd de la înălţimi mari, se evaporă treptat. Cum influenţează aceasta mişcarea picăturilor ?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

40 Cursorul C cu care este prevăzută o „maşină" Morin* al cărei cilindru se află în mişcare de rotaţie uniformă, este plasat în punctul de jos O al cursei sale (fig. 4, *a*). El este lansat vertical de jos în sus cu o viteză oarecare. După experienţă se constată că creionul cu care este prevăzut cursorul a trasat pe foaia de hîrtie a cilindrului o curbă AMB (fig. 4, *b*), a cărei ordonată maximă paralelă la axa cilindrului este $h=MP=78{,}4$ cm. Distanţa AB între punctele care limitează curba, considerată perpendicular pe MP, este $d=40$ cm. Să se determine:

1° viteza iniţială a cursorului;

2° turaţia cilindrului, ştiind că circumferinţa bazei sale este $l=50$ cm;

3° natura curbei trasată de creion.

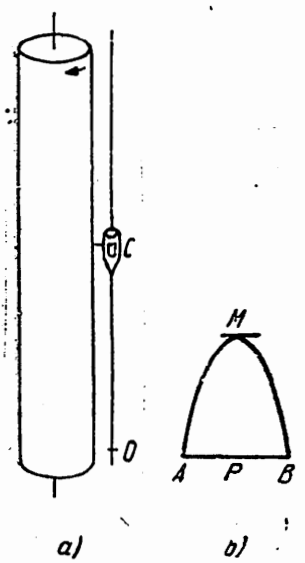


Fig. 4.

(Bacalaureat, Franţa)

41 O sferă cade liber de la înălţimea h pe o placă orizontală. Considerînd ciocnirea perfect elastică, să se reprezinte grafic variaţia în funcţie de timp a vitezei sferei.

Timpul necesar ciocnirii se neglijează.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

42 Pe o placă elastică cad liber două sfere de oţel. Prima cade de la înălţimea $h_1=44$ cm, iar a doua de la înălţimea $h_2=11$ cm şi la t_0 secunde după prima. Se consideră că bilele nu pierd energie în timpul ciocnirilor şi efectuează mişcări oscilatorii. După un anumit timp, vitezele sferelor coincid

* „Maşina" Morin a fost primul aparat de mai mare precizie, realizat în scopul înregistrării traiectoriei şi a studierii mişcării în cîmp gravitaţional.

ca mărime și sens. Să se determine timpul t_0 și intervalul de timp în care vitezele sferelor se mențin egale. Sferele nu se lovesc între ele în timpul mișcării.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

43 O sferă elastică de dimensiuni neglijabile este lăsată să cadă liber fără viteză în vid, deasupra unui plan orizontal fix. Se admite că durata contactului cu acest plan este neglijabilă și că sfera sare în sus pe verticală cu o viteză egală cu fracțiunea $k=\frac{2}{3}$ din aceea pe care ea o poseda înainte de ciocnire. Să se determine de la ce înălțime h trebuie lăsată să cadă sfera pe acest plan, pentru ca să se scurgă $t=4$ s între momentul inițial al căderii și momentul cînd, după reflexie, ea va atinge punctul cel mai înalt în drumul său ascendent.

(Bacalaureat, Franța)

44 Un mobil este aruncat de la pămînt pe verticală cu viteza inițială de $58{,}8\ \frac{m}{s}$. În același moment se lasă să cadă de la 176,4 m înălțime al doilea mobil. Masele celor două mobile sînt $m=1$ kg.

1° După cît timp se întîlnesc cele două mobile ?

2° La ce înălțime deasupra pămîntului se întîlnesc ?

3° La ce interval de timp ating pămîntul în cădere unul după altul cele două mobile ? $\left(g=9{,}8\ \frac{m}{s^2}\right)$.

4° Ce fel de energii posedă cele două mobile în punctul de întîlnire și care sînt valorile lor ? (mobilele trec unul pe lîngă celălalt).

(Olimpiadă, 1959; Universitatea Al. I. Cuza — Iași, 1959; Olimpiadă, 1970)

45 Un corp A este aruncat în sus pe verticală, cu o viteză inițială de $20\ \frac{m}{s}$. În același moment, de la înălțimea maximă pe care o poate atinge corpul A, se aruncă jos un corp B cu o viteză inițială de $2\ \frac{m}{s}$. Să se determine timpul t după care cele două corpuri se vor întîlni și înălțimea h, măsurată de la pămînt, a punctului de întîlnire a celor două corpuri.

(Institutul de mine — Petroșeni, 1961)

46 Un corp aruncat pe verticală la t secunde după altul îl întîlnește pe acesta la înălțimea h; ele au fost aruncate cu aceeași viteză. Să se determine această viteză :

1° cînd cele două corpuri au fost aruncate de jos în sus ;

2° cînd unul a fost aruncat în sus, iar celălalt în jos, de la înălțimea maximă la care poate ajunge primul corp.

(Olimpiadă, 1960)

47 Două pietre sînt lansate pe verticală de jos în sus, din același punct, la un interval de timp $t=2$ s, prima cu o viteză $v_1=20\ \frac{m}{s}$; a doua cu o viteză $v_2=25\ \frac{m}{s}$. Să se determine :

1° dacă întîlnirea lor va avea loc în timpul urcării sau în timpul coborîrii primei pietre;
2° la ce distanță față de punctul de plecare va avea loc întîlnirea și după cît timp de la plecarea primei pietre?

Se va considera $g=9{,}8\frac{m}{s^2}$.

(Bacalaureat, Franța)

48 Pe un plan orizontal O se află două sfere A și B cu masele $m_A=40$ g și $m_B=80$ g. Bila A este aruncată vertical în sus cu o viteză $v_A=60\frac{m}{s}$; după un timp $t=6$ s se aruncă în același fel bila B cu viteza $v_B=40\frac{m}{s}$. Să se determine:
1° după cît timp, socotit din momentul aruncării sferei B, se întîlnesc? $\left(\text{Se va considera } g=10\frac{m}{s^2}\right)$;
2° la ce distanță de punctul inițial se întîlnesc?
3° între ce limite poate fi cuprins timpul t pentru ca cele două sfere să se întîlnească în aer?
4° care sînt energiile cinetice ale celor două sfere în momentul întîlnirii?
5° În momentul cînd cad pe planul inițial cele două sfere se afundă într-o substanță plastică P cu masa $m=30$ g și căldura specifică $c=0{,}84\frac{kJ}{kg\cdot grd}$. Care va fi temperatura finală a celor trei corpuri A, B, P, dacă temperatura lor inițială este $t_0=20°C$ iar căldurile specifice ale celor două sfere sînt $c_A=c_B=0{,}42\frac{kJ}{kg\cdot grd}$?

(Institutul politehnic — București, 1964)

49 O minge este ținută sub apă la adîncimea de 1 m și la un moment dat este lăsată liberă. În ipoteza că nu ar exista frecare între minge, apă și aer, să se calculeze timpul necesar pentru ca mingea să atingă înălțimea maximă deasupra apei.
Se dau: densitatea apei $\rho=10^3\frac{km}{m^3}$, densitatea medie a mingii $\rho_m=100\frac{kg}{m^3}$ și accelerația căderii libere $g=9{,}8\frac{m}{s^2}$.

(Facultatea de matematică și fizică — București, 1959)

50 Un corp de densitate $\rho=5\cdot10^3\frac{kg}{m^3}$ cade liber de la înălțimea $h=81{,}6$ cm pe suprafața apei dintr-un bazin. Înălțimea apei din bazin este $H=156{,}6$ cm. Să se determine:
1° viteza cu care ajunge corpul la suprafața apei;
2° timpul în care ajunge corpul de la suprafața apei pînă la fundul bazinului.
Se neglijează frecarea.

(Facultatea de matematică — Cluj, 1962)

51 Un corp cu densitatea ρ mai mică decît a apei este lăsat să cadă de la înălțime într-un bazin cu apă. Neglijînd orice fel de frecare și știind că în aer corpul parcurge distanța l pînă la suprafața apei, se cere:
1° adîncimea h la care corpul ajunge în bazin;
2° timpul t scurs de la începutul căderii pînă la ieșirea la suprafața apei;
3° h și t pentru $l=1$ m, $\rho=500\frac{kg}{m^3}$, $\rho_{apă}=10^3\frac{kg}{m^3}$, $g=9{,}81\frac{m}{s^2}$.

(Facultatea de matematică-mecanică — București, 1965)

52 Dintr-un turn înalt de 30 m se aruncă cu o praștie, în direcție orizontală, o piatră cu viteza de $20\frac{m}{s}$. Să se calculeze:
1° timpul după care piatra va atinge pămîntul;
2° distanța de la baza turnului la locul de cădere a pietrei;
3° graficul traiectoriei acestei pietre.

(Olimpiadă, 1959)

53 Se dau o orizontală BC de lungime l și o verticală BO de înălțime h, formînd un unghi drept OBC. Din punctul O se lansează pe orizontală un proiectil cu viteza inițială v_0.
1° Să se determine v_0 cu condiția ca proiectilul să cadă în punctul C.
2° Să se determine mărimea și direcția vitezei mobilului în punctul C.

(Bacalaureat, Franța)

54 De la ce înălțime h_0 a fost aruncată o bombă dintr-un avion ce zbura orizontal cu viteza v_0, dacă ea cade pe vîrful unui deal, de înălțime h, la distanța S pe orizontală de punctul de lansare?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

55 Un tun este așezat pe un deal cu înălțimea de 100 m. Tunul trimite proiectilul după o direcție orizontală. Proiectilul atinge pămîntul la o distanță de 3 km de baza dealului. Să se calculeze lungimea țevii tunului, știind că mișcarea proiectilului în tun este uniform variată iar timpul cît proiectilul se mișcă în tun este $t=10^{-2}$ s. Se consideră că nu există frecare.

(Institutul politehnic — Brașov, 1956)

56 Un tren se deplasează cu o viteză constantă $v=120\frac{km}{h}$. Un călător lasă să cadă de la fereastra compartimentului său un obiect cu greutatea $P=20$ N, în momentul intrării într-un mic tunel de lungime $l=15$ m. Distanța pe verticală de la poziția inițială a obiectului pînă la pămînt este $h=1{,}9$ m. Să se determine:
1° timpul după care obiectul va atinge solul;
2° punctul loviturii va fi în tunel sau dincolo de el?
3° lucrul mecanic efectuat de obiect în timpul căderii și energia lui în punctul de cădere;
4° tangenta unghiului făcut de vectorul viteză cu planul orizontal în momentul cînd obiectul atinge solul.
Se va neglija rezistența aerului.

(Bacalaureat, Franța)

57 Un proiectil lansat orizontal în direcția mării de pe un mal înalt cade în mare cu viteza v. Cu ce viteză ar cădea proiectilul în mare, dacă ar fi lansat sub unghiul α față de orizontală ?

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

58 Dintr-o groapă cu denivelarea h față de sol, este azvîrlit un proiectil cu viteza v_0 sub unghiul α față de orizontală.
1° La ce distanță S va cădea proiectilul pe sol ?
2° La ce înălțime maximă se va ridica proiectilul deasupra nivelului solului?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

59 Un triunghi ABC, dreptunghic în A, are unghiul $B=30°$, iar latura BA orizontală. Ipotenuza BC reprezintă linia de cea mai mare pantă a unui plan înclinat. Din punctul B se lansează, în sus după BC, un mobil cu o viteză inițială $v_0=10\frac{m}{s}$. Acest mobil alunecă fără frecare pe planul înclinat și trece prin C la momentul $t=2$ s. După ce a trecut prin C, mobilul continuă mișcarea sa și cade în D pe prelungirea lui BA. Să se calculeze distanța AD.

(Bacalaureat, Franța)

60 O bilă aruncată cu viteza v dintr-un punct aflat între două plane verticale paralele revine în același punct după ce a suferit reflexii elastice pe cele două plane. Distanța dintre cele două plane este l. Să se determine unghiul de aruncare.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

61 Sub ce unghi α față de orizontală trebuie aruncată o bilă de la baza unui plan înclinat cu unghiul $\beta=20°$ (fig. 5), pentru ca după ciocnirea perfect elastică cu planul înclinat bila să revină în punctul de lansare ?

(Concursul școlilor medii, 1960, R. P. Ungară)

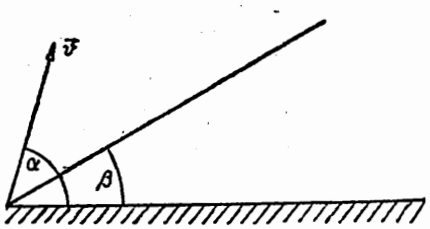


Fig. 5

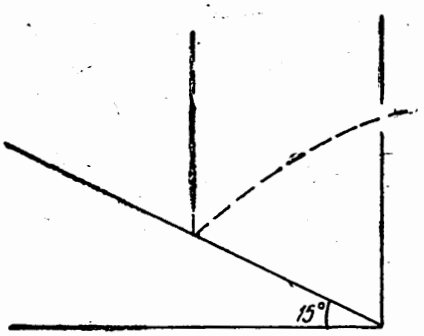


Fig. 6.

62 O sferă cade liber de la o anumită înălțime, vertical pe o placă înclinată față de orizontală cu un unghi de 15°. La baza planului înclinat s-a așezat vertical un ecran ce are o deschidere la înălțimea de 27 cm față de orizontală (fig. 6). De la ce înălțime trebuie să cadă sfera pe planul înclinat

într-un punct aflat la 20 cm în fața ecranului pentru a trece prin orificiul din ecran după ce a ciocnit pl ca ? Această ciocnire se consideră ca fiind perfect elastică.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

63 O sferă absolut elastică, căzînd liber de la 4,9 m, atinge în punctul A un plan, înclinat cu 45° față de orizontală și care se mișcă uniform cu viteza $v = 9{,}8\,\frac{m}{s}$ față de planul orizontal (fig. 7).

1° La ce distanță de punctul A va avea loc următoarea întîlnire dintre sferă și planul înclinat ?

2° Ce se poate spune despre mișcarea sferei după prima întîlnire, în cazul în care planul se mișcă cu viteza de $9{,}8\,\frac{m}{s}$ în sens contrar ?

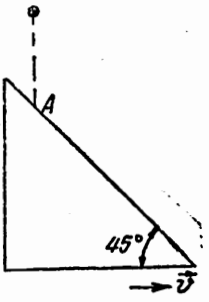


Fig. 7.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

64 Un proiectil care explodează în punctul superior al traiectoriei la înălțimea H se desface în două părți egale, fiecare din ele primind un impuls vertical. După τ secunde din momentul exploziei, una din părți cade pe pămînt la o distanță l de locul lansării proiectilului. La ce distanță L va cădea a doua parte a proiectilului ? Se va neglija rezistența aerului.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

65 Un proiectil este lansat deasupra unui teren orizontal, sub un unghi de 30°, cu viteza inițială de $400\,\frac{m}{s}$. Într-unul din punctele traiectoriei sale proiectilul explodează, rupîndu-se în două bucăți, acestea atingînd simultan pămîntul. Una dintre ele ciocnește pămîntul cu viteza de $250\,\frac{m}{s}$ chiar în locul de unde a fost lansat proiectilul. Să se determine la ce înălțime s-a produs explozia. Rezistența aerului și masa explozibilului se neglijează. Accelerația gravitațională se va considera $10\,\frac{m}{s^2}$.

(Concursul școlilor medii, 1962, R. P. Ungară)

3. LEGILE LUI NEWTON. MIȘCARE CU FRECARE

66 Un corp solid omogen de formă cilindrică are lungimea l și aria bazei s. O forță constantă F acționează perpendicular asupra uneia din bazele cilindrului. Ce forță acționează asupra bazei opuse a cilindrului ?

Ce forță acționează asupra unei secțiuni oarecare C a cilindrului, paralelă cu baza ?

Se știe că sub acțiunea forței F corpul se deplasează într-un mediu fără rezistență.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

67 Un corp de greutate P se află sub acțiunea propriei sale greutăți cît și a unei forțe constante și verticale F.
Care va fi viteza sa după timpul t?

(Bacalaureat, Franța)

68 Un corp cu masa $m=50$ kg cade liber în aer. După ce a străbătut un spațiu $h=122$ m, trebuie oprit în timpul $t=5$ s. Ce forță trebuie aplicată corpului?

(Bacalaureat, Franța)

69 Un mobil de masă $m=132$ g cade liber pe o distanță $h=100$ m. După ce a străbătut acest spațiu i se aplică o forță $F=0{,}5$ N în sens invers greutății $\vec{P}$ a corpului.
Să se calculeze:
1° viteza pe care mobilul o are în momentul aplicării forței F;
2° viteza pe care o va avea după $t=5$ s de la aplicarea acestei forțe;
3° valoarea pe care ar trebui să o aibă forța F pentru ca după $t=5$ s de acțiune mobilul să fie oprit.

(Bacalaureat, Franța)

70 O pisică mergînd pe podea sare și se agață de o bară verticală, suspendată cu ajutorul unui fir de tavan. În acest moment firul se rupe. Cu ce accelerație cade bara, dacă pisica urcă pe bară în așa fel încît tot timpul se află la aceeași înălțime deasupra podelei? Masa pisicii este m, iar a barei M.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

71 Un vas cilindric cu apă este ridicat uniform accelerat. Știind că în timpul t viteza vasului a crescut de la v_0 la v și că masa apei este m, să se determine presiunea pe care o exercită apa asupra fundului vasului de suprafață S.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

72 Un ascensor pornește din repaus în sus, cu o accelerație constantă. După 4 s atinge viteza de $5\frac{\text{m}}{\text{s}}$ și continuă să urce cu această viteză pînă ajunge la distanța de 4 m în fața punctului de oprire. În acest punct i se aplică o forță de frînare și viteza sa începe să se micșoreze astfel încît să se oprească la punctul stabilit.
Dacă în ascensor se află un om cu masa de 60 kg, să se determine forța de apăsare exercitată de picioarele sale pe podea în cele trei etape ale mișcării.

(Bacalaureat, Anglia)

73 Un ascensor cu masa $M=500$ kg este tras cu un cablu.
A. Să se calculeze tensiunea T din cablu în următoarele cazuri:
1° ascensorul oprit

2° ascensorul în mişcare de urcare uniform accelerat ă cu acceleraţia $a = 1{,}5\ \frac{m}{s^2}$;

3° ascensorul în mişcare uniformă.

B. Un dinamometru suspendat de tavanul ascensorului susţine un corp cu masa $m=1$ kg. Ce va indica dinamometrul:

1° în mişcare de tipul *A*, 2°;

2° în căderea liberă a ascensorului, cablul fiind rupt.

Se va lua $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

(Bacalaureat, Franţa)

74 În rezervorul unei cisterne care se mişcă în linie dreaptă cu o acceleraţie constantă este atîrnat un pendul. Se modifică unghiul format de pendul cu verticala dacă se umple cisterna cu apă, acceleraţia rămînînd constantă? Densitatea materialului pendulului este mai mare decît densitatea apei.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

75 O locomotivă exercită asupra unui tren o forţă de tracţiune la cîrlig egală cu o zecime din greutatea acesteia; masa locomotivei este $m_1=150$ t şi aceea a trenului $m_2=600$ t. Rezistenţele *(R)* opuse mişcării sînt presupuse constante şi egale cu $R = 60\ \frac{N}{\text{tonă}}$.

1° Să se calculeze acceleraţia pe care locomotiva o imprimă trenului pe un drum orizontal.

2° Trenul plecînd din repaus, să se determine drumul parcurs pînă în momentul în care va atinge viteza $v = 60\ \frac{km}{h}$.

3° Care va fi timpul necesar parcurgerii acestui spaţiu?

(Bacalaureat, Franţa)

76 Pe o platformă în repaus, cu masa $m=2$ t, se află o sferă imobilă la înălţimea $h=1$ m faţă de podea, la 50 cm de marginea platformei. Platforma fiind pusă în mişcare, sfera cade pe podea la distanţa $d=75$ cm faţă de verticala coborîtă din marginea platformei.
Neglijînd frecările şi presupunînd mişcarea platformei efectuată cu o acceleraţie constantă, să se determine valoarea forţei de tracţiune aplicată platformei.

(Bacalaureat, Franţa)

77 La capetele unui fir care trece peste un scripete se află două corpuri de mase m_1 şi m_2 inegale. După intervalul de timp t de la începutul mişcării, corpul cu masa m_1 a coborît cu a n-a parte din distanţa pe care ar fi parcurs-o în acelaşi timp t în cădere liberă. Care este raportul dintre masele m_1 şi m_2? Scripetele şi firul au mase neglijabile. Nu se ţine seama de frecare.

(Facultatea de matematică şi fizică — Bucureşti, 1958)

78 Cele două sarcini P_1 și P_2 de masă $m_1=m_2=60$ g legate de firul unei mașini Atwood* (fig. 8) sînt în echilibru. Deasupra sarcinii P_1, care se află la diviziunea zero a riglei verticale, se așază o suprasarcină de masă $m=5$ g care determină, fără viteză inițială, mișcarea sistemului.

1° Să se determine la ce distanță x de diviziunea zero se găsește sarcina P_1 după $t=2$ s de cădere și care va fi viteza sistemului în momentul considerat.

2° În acel moment, sarcina P_2 — trecînd printr-un dispozitiv convenabil — se încarcă cu o suprasarcină de masă $m'=11{,}25$ g. Să se determine la ce distanță x_1 de diviziunea zero se va găsi sarcina P_1 cînd sistemul se va opri, înainte de a porni în sens invers.

3° Lăsînd mașina să se miște în acest nou sens, după cît timp (socotit de la începutul experienței) și cu ce viteză va reveni sarcina P_1 la diviziunea zero a riglei?

(Bacalaureat, Franța)

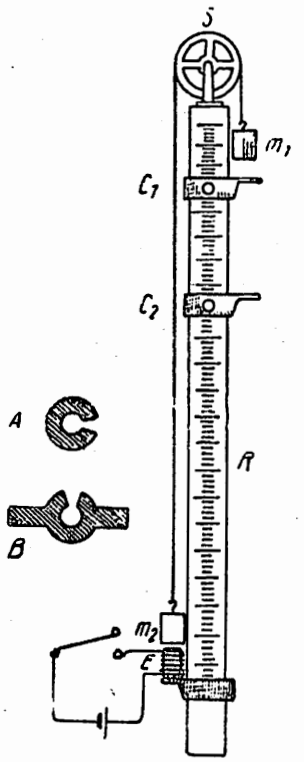


Fig. 8.

79 La cele două extremități ale firului care trece peste scripetele unei mașini Atwood sînt suspendate două sarcini de mase egale $m=40$ g. Se strică echilibrul încărcînd una din sarcini, aranjată în prealabil la diviziunea zero:

1° cu o suprasarcină de formă cilindrică de masă $m_1=2$ g;

2° cu o suprasarcină cu aripioare de masă $m_2=3$ g suprapusă peste precedenta.

După timpul $t_1=1$ s de la începutul mișcării sistemului, suprasarcina cu aripioare este oprită de un cursor inelar. După timpul $t_2=2$ s, considerat tot de la începutul mișcării, sarcina principală încărcată încă cu cea cilindrică este oprită de cursorul plin. În dreptul căror diviziuni trebuie fixate cursoarele, inelar și cel plin?

(Bacalaureat, Franța).

80 La cele două extremități ale unui fir ce se înfășoară peste scripetele unei mașini Atwood sînt suspendate două sarcini de mase egale $M_1=M_2=50$ g. Se încarcă una din ele, după ce în prealabil a fost adusă la diviziunea zero a riglei, cu o suprasarcină de masă $m=2$ g ce ar putea fi reținută de un cursor inelar.

1° Ce poziție ar trebui să ocupe cursorul pentru ca suprasarcina de masă m să fie reținută după timpul de cădere $t=2$ s? Să se calculeze viteza sistemului în acest moment. Se neglijează rezistențele pasive și masa scripetelui.

---

* „Mașina" Atwood constă dintr-o riglă R fixată vertical și gradată în centimetri. La partea superioară a riglei este fixat un scripete ușor S peste care este întins un fir subțire ce are legate la capete sarcinile P_1 și P_2, respectiv de mase m_1 și m_2. Sarcina P_2, din fir, este reținută de electromagnetul E. Masele m_1 și m_2 pot fi modificate cu ajutorul unor suprasarcini în formă de inel *(A)* sau cu aripioare *(B)*.

Pe rigla R se pot mișca două cursoare: unul inelar C_1 ce poate reține suprasarcina cu aripioare și unul plin C_2 ce poate opri sarcina P_1 (eventual P_2).

Cu ajutorul mașinii Atwood se pot verifica legile cinematicii și dinamicii.

2° Suprasarcina fiind înlăturată după 2 s de cădere, se constată că mișcarea ce urmează nu este riguros uniformă și că spațiul parcurs în timpul $t'=3$ s, socotit din momentul îndepărtării suprasarcinii de masă m, este $s'=109$ cm. Presupunînd că viteza în momentul înlăturării suprasarcinii este egală cu viteza calculată la punctul precedent, să se determine rezultanta diferitelor forțe de rezistență pasivă, rezultanta fiind presupusă constantă.

(Bacalaureat, Franța)

81 De extremitățile firului unei mașini Atwood sînt atîrnate două sarcini de mase diferite, $M=60$ g și $M'=30$ g. De partea acesteia din urmă, la o distanță $l=40$ cm de scripete, firul are legată o suprasarcină de masă $m=10$ g, suficient de mică pentru a nu influența mișcarea atunci cînd trece împreună cu firul peste scripete. Se lasă sistemul liber. Sarcina de masă M pune în mișcare tot sistemul, astfel că după ce suprasarcina de masă m este ridicată pînă la scripete, coboară de partea cealaltă (fig. 9). Să se determine timpul necesar suprasarcinii de masă m pentru a ajunge în planul orizontal din care a plecat. Se neglijează masa firului, masa și dimensiunile scripetelui.

(Bacalaureat, Franța)

82 De tavanul unui lift ce se ridică cu accelerația $a_0=1{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ este fixat un dinamometru de care atîrnă un scripete ce se poate roti liber în jurul unui ax orizontal.
Peste scripete este trecut un fir, de capetele căruia sînt legate două corpuri cu masele $m_1=200$ g, respectiv $m_2=300$ g (fig. 10). Neglijînd masa scripetelui, să se determine indicația dinamometrului.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

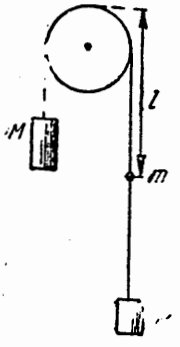


Fig. 9.

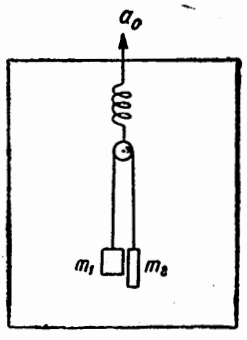


Fig. 10.

83 Într-o bară, fixată pe o masă orizontală, se taie o adîncitură sferică de rază R, în care se introduce o sferă de aceeași rază (fig. 11). Să se determine masa m_1 a sarcinii ce trebuie atîrnată de firul ce trece peste scripete și este fixat la bară, astfel ca în timpul mișcării barei sfera să poată ieși din groapă. Masa barei este M, a sferei m, iar adîncimea gropii h.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

84 Un fir inextensibil este trecut, conform figurii 12, peste niște scripeți cu mase neglijabile. La capătul firului se găsește un corp de masă $m=1$ kg. De scripetele mobil este atîrnat un corp de masă foarte mare M. Ce forță va indica dinamometrul care susține scripetele fix, cînd sistemul este în mișcare?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

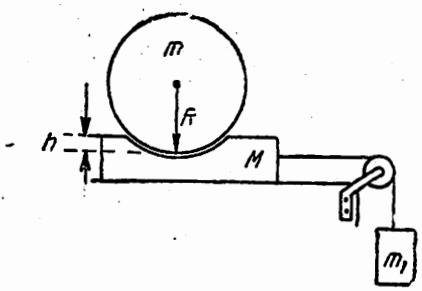


Fig. 11.

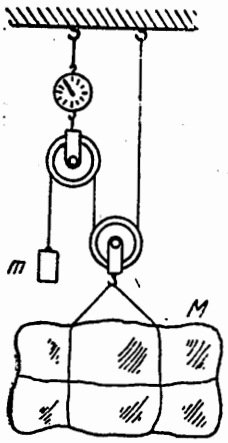


Fig. 12.

85 Corpul de masă m_1, ridică printr-un sistem de scripeți ca în figura 13, un corp de masă m_2.

1° Să se determine accelerația sistemului.

2° Care este raportul maselor celor două corpuri pentru care sistemul se află în echilibru? Se neglijează frecările și masa scripeților.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

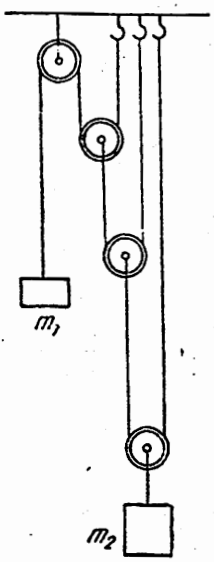


Fig. 13.

86 Două cărămizi de mase m_1 și m_2, legate printr-un fir inextensibil, sînt acționate respectiv de forțele $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ sub unghiurile α_1 și α_2 (fig. 14). Să se determine accelerația sistemului, dacă coeficientul de frecare între cărămizi și planul orizontal este μ.

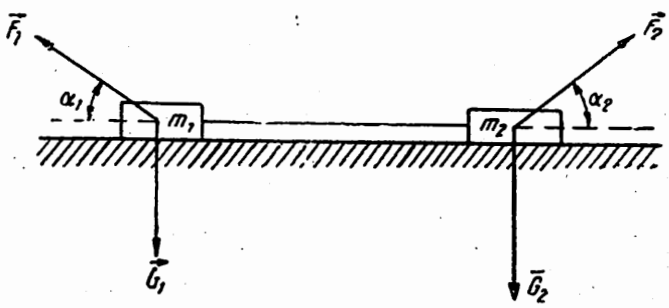


Fig. 14.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

87 O scîndură cu greutatea de 50 N este lipită de un perete prin apăsare, cu o forță $\vec{F}$, care face cu orizontala un unghi de 45°. Dîndu-se coeficientul de frecare între scîndură și perete $\mu=0{,}3$, să se determine valoarea forței F pentru ca scîndura să nu cadă.

(Olimpiadă, 1958)

88 Pe o suprafață orizontală se găsește un corp paralelipipedic cu masa $m=100$ kg. Se aplică corpului o forță orizontală $\vec{F}$ și se constată că în timp de 30 secunde corpul străbate sub acțiunea acestei forțe $\vec{F}$ un spațiu de 63 m, într-o mișcare uniform accelerată. Dîndu-se coeficientul de frecare $\mu=0{,}2$ între corp și suprafața pe care alunecă, să se determine valoarea forței $\vec{F}$.

(Olimpiadă, 1959)

89 Un lucrător împinge un vagonet cu masa de 4,5 t pe o linie orizontală și rectilinie cu o forță constantă de 300 N. Forța de frecare care se opune mișcării este de 250 N.

1° După cît timp viteza vagonetului atinge $1\ \frac{m}{s}$, dacă el pleacă din repaus ?

2° După acest timp vagonetul este lăsat liber. Ce spațiu străbate pînă la oprire ?

3° Cît timp a durat în total mișcarea vagonetului și care a fost spațiul total pe care l-a străbătut ?

(Olimpiadă, 1960)

90 Pe un plan orizontal se găsesc două cărucioare cu masele $m_1=100$ g, respectiv $m_2=160$ g, între care se află un resort comprimat. În urma destinderii resortului cărucioarele devin libere, iar primul cărucior parcurge pînă la oprire un spațiu de 1 m în timp de 3 secunde, cu o mișcare uniform încetinită.

Să se determine :

1° vitezele celor două cărucioare la începutul mișcării acestora ;

2° distanța parcursă de al doilea cărucior pînă la oprire ;

3° coeficientul de frecare ;

4° distanța dintre cele două cărucioare la o secundă de la pornire.

(Olimpiadă, 1967)

91 Un corp de greutate $G=100$ N alunecă pe un plan orizontal. Corpul este legat cu un fir care trece peste un scripete de masă neglijabilă și care poartă la cealaltă extremitate o altă greutate $P=20$ N. Sistemul este lăsat să se declanșeze fără viteză inițială.

Să se determine :

1° spațiul parcurs după 2 secunde, neținînd seama de frecări ;

2° spațiul parcurs după 2 secunde, ținînd seama de frecarea între corpul G și planul orizontal.

Coeficientul de frecare este $\mu=0{,}1$, iar frecarea dintre fir și scripete se neglijează.

(Olimpiadă, 1961)

92 Pe un plan orizontal se află un corp de masă $m_1=50$ kg, legat de o sfoară, care trece peste un scripete și are suspendat la celălalt capăt un corp de masă $m_2=30$ kg.
Corpul de masă m_2 este blocat printr-un mijloc oarecare la înălțimea $h=11{,}025$ m deasupra solului. La un moment dat corpul de masă m_2 este lăsat liber.
1° Ce mișcare va avea sistemul celor două corpuri, dacă se neglijează toate frecările afară de frecarea dintre plan și corpul de masă m_1?
Coeficientul de frecare de alunecare $\mu=0{,}2$.
2° În cît timp corpul de masă m_2 atinge solul?
3° Ce valoare trebuie să aibă masa m_2 pentru ca sistemul să se miște rectiliniu și uniform?

(Olimpiadă, 1961)

93 Pe o șosea asfaltată și orizontală, un ciclist se deplasează cu viteza de 14,4 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.
Pentru oprire folosește frîne care apasă simultan pe fiecare roată cu o forță 100 N. Ciclistul împreună cu bicicleta cîntăresc 100 kg. Să se determine:
1° accelerația de frînare, dacă între roată și frînă coeficientul de frecare este 0,25;
2° distanța parcursă pînă la oprire;
3° forța minimă necesară pentru blocarea roților astfel ca ele să alunece pe șosea pînă la oprire, coeficientul de frecare între roată și asfalt fiind 0,4;
4° distanța parcursă pînă la oprire cu roțile blocate.
Se va considera $g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

(Olimpiadă, 1964)

94 Pe un plan orizontal stau una peste alta două cărămizi de 5 kg fiecare. De cărămida de sus se prinde un fir care este fixat de un punct imobil. Firul face un unghi de 30° cu normala la cărămidă. Coeficientul de frecare între cărămizi este 0,2, iar frecările plan-cărămidă se neglijează. Cu ce forță orizontală se poate trage cărămida de jos?

(Concursul de fizică Eötvös, 1959, R. P. Ungară)

95 Dintr-un lanț de lungimea l, întins în lungul unei mese, o porțiune x este lăsată să atîrne la capătul acesteia. Dîndu-se coeficientul de frecare μ între lanțul în mișcare și suprafața pe care se sprijină, se cere accelerația și condiția de amorsare a mișcării.

(Facultatea de matematică și fizică — București, 1949)

96 Se așază pe suprafața unei mese un lanț cu zale mici, cu lungimea 50 cm, astfel ca acesta să stea în repaus, perpendicular pe muchia mesei și perfect întins, o porțiune din lanț atîrnînd. Avînd la dispoziție doar o riglă cu diviziuni, să se determine coeficientul static de frecare între lănțișor și suprafața mesei.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

97 Un vagonet cu lungime apreciabilă și cu masa $M=40$ kg se poate deplasa pe șine fără frecare. Vagonetul se află în repaus, iar pe platforma lui care este orizontală, sosește un proiectil care are o traiectorie orizontală și

tangentă la platforma vagonetului. Proiectilul are viteza $v_0 = 25 \frac{m}{s}$ și masa $m=10$ kg.

Din cauza frecării proiectilul pune vagonetul în mișcare.

1° Ce se întîmplă dacă coeficientul de frecare dintre proiectil și vagonet are valoarea $\mu_1=0{,}255$?

2° Dar dacă vagonetul are o lungime doar de 80 m ?

3° Care este situația în cazul în care și vagonetul prezintă față de șine un coeficient de frecare $\mu_2=0{,}04225$? (Coeficienții de frecare nu depind de viteză.)

(Concursul de fizică Eötvös, 1960, R. P. Ungară)

98 Un tren cu masa de 500 tone se deplasează cu viteză constantă pe o linie orizontală. La un moment dat, cîteva din ultimele vagoane se desprind de tren. Greutatea vagoanelor desprinse este 1 MN. În clipa în care a observat schimbarea survenită în componența trenului, mecanicul a oprit admisia aburului în mașină. După cum a reieșit mai tîrziu, în intervalul de timp scurs între momentul desprinderii vagoanelor și momentul închiderii admisiei, trenul a parcurs 240 m.

1° Cum a dedus mașinistul că în componența trenului a intervenit o schimbare ?

2° La ce distanță de vagoanele desprinse se afla trenul în momentul opririi ?

Considerăm că rezistențele ce se opun mișcării sînt proporționale cu greutățile corpurilor ce se mișcă.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

99 Să se determine coeficientul de frecare între roțile unei mașini și sol, dacă ea se mișcă încet și uniform ca rezultat al azvîrlirii din ea a unui jet de apă de secțiune S și viteză $\vec{u}$, în sens invers celui de mișcare a mașinii (fig. 15). Masa mașinii este M și $M \gg m$, unde m este masa apei azvîrlită în timpul mișcării. Densitatea apei ρ este presupusă cunoscută.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

100 Trei bărci de cîte 90 kg merg una după alta pe un lac liniștit, cu viteza de $10 \frac{m}{s}$ fiecare. Din barca de la mijloc se aruncă în același moment din mers, în barca din față și în cea din spate, cîte un sac de 10 kg, cu viteza de $2 \frac{m}{s}$ față de barca din mijloc. Ce viteză finală are fiecare barcă ?

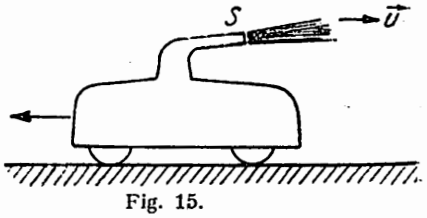


Fig. 15.

(Olimpiadă, 1957)

101 Un cărucior de masă M se mișcă fără frecare pe un plan orizontal cu viteza v_0. Pe marginea din față a căruciorului se așază un corp de masă m fără viteză inițială. Dimensiunile corpului sînt neglijabile în raport cu lungimea l a căruciorului. Să se determine lungimea pe care trebuie să o aibă căruciorul astfel încît corpul, la sfîrșitul mișcării, să rămînă pe cărucior, dacă coeficientul de frecare între corp și cărucior este μ.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

102 Cînd viteza de deplasare a unui vagon scade la valoarea $v=10\frac{m}{s}$, din el se va trage în sens contrar sensului în care se mișcă vagonul, un proiectil cu viteza $c=1\,700\frac{m}{s}$ față de pămînt. Ca urmare vagonul își va mări viteza la valoarea v'. Va fi necesar însă să se tragă proiectile din 30 în 30 de secunde, pentru ca viteza vagonului să crească iar pînă la v' și să nu scadă sub valoarea v. Desigur că masa proiectilelor lansate scade mereu, masa celui de al 200-lea proiectil fiind $\frac{1}{10}$ din masa primului proiectil. Să se determine:

1° legea de variație a masei proiectilelor;
2° coeficientul de frecare, știind că deplasarea vagonului este frînată doar de frecare;
3° spațiul străbătut de vagon în 30 secunde.

(Concursul școlilor medii, 1961, R. P. Ungară)

4. MIȘCARE PE PLAN ÎNCLINAT

103 Din punctul cel mai de sus, A, al unui cerc așezat în plan vertical, sînt duse coardele AC, AD,...
Să se demonstreze că diferite mobile plecînd din punctul A, fără viteză inițială, sub acțiunea greutății, parcurg aceste coarde în același timp.

(Bacalaureat, Franța)

104 Care va trebui să fie înclinarea optimă a unui acoperiș, pentru ca apa de ploaie să se scurgă de pe el în timpul minim (fig. 16)? Se va neglija frecarea.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

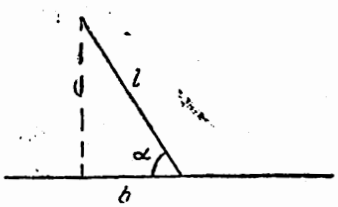


Fig. 16.

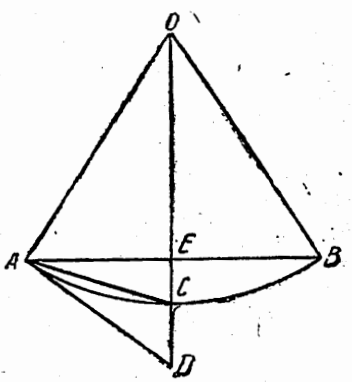


Fig. 17.

105 Două mobile pleacă împreună din punctul A și cad, unul urmînd coarda AC, celălalt, diametrul vertical AB. Să se determine, în ce punct de pe AB mobilul care parcurge această dreaptă va avea aceeași viteză cu a celuilalt mobil în punctul C.

(Bacalaureat, Franța)

106 Un pendul execută oscilații mici, de la A la B. Să se determine raportul dintre perioada acestor oscilații și timpul necesar unui mobil pentru a parcurge, sub acțiunea gravitației și fără viteză inițială, coarda AC și tangenta AD (fig. 17).

(Bacalaureat, Franța)

107 Un corp cu masa de 5 kg pornește din repaus și alunecă fără frecare, sub acțiunea gravitației, pe un plan înclinat de 7 m lungime, care face un unghi de 30° față de orizontală. Să se determine:

1° componenta normală pe plan și componenta paralelă cu planul a greutății corpului;
2° accelerația corpului pe plan;
3° timpul în care corpul parcurge planul înclinat;
4° viteza cu care corpul ajunge la baza planului;
5° energia cinetică pe care corpul o are la baza planului.

(Institutul politehnic — București, 1962)

108 Un ciclist se deplasează pe un drum orizontal cu o viteză $v=8\frac{km}{h}$. El se angajează cu această viteză la o coborîre caracterizată prin variația de nivel de 2 cm pe metru de drum. În acest moment, ciclistul abandonează pedalele și nu mai acționează asupra bicicletei. Să se calculeze:

1° viteza ciclistului după ce va parcurge pe acest drum o distanță $S=50$ m, considerată din vîrful pantei;
2° timpul necesar pentru a parcurge cei 50 m, în ipoteza neglijării frecărilor.
3° Dar dacă se admite că frecarea este echivalentă cu o forță constantă $F=10$ N acționînd în sens invers mișcării?
Masa ciclistului și a bicicletei sale este $M=80$ kg.

(Bacalaureat, Franța)

109 Două cărucioare A și B de cîte 2 kg fiecare sînt legate printr-o sfoară lungă de 2 m. Ele se află în planul orizontal QP (fig. 18), urmat de planul înclinat PN, lung de 4 m, care este apoi urmat de planul orizontal NM. Diferența de nivel între cele două plane orizontale este de 40 cm. Se așază căruciorul A la capătul de sus al planului înclinat și se lasă liber.

1° Care vor fi pozițiile și vitezele celor două cărucioare după 6 secunde?
2° Cînd și unde se vor întîlni cele două cărucioare?

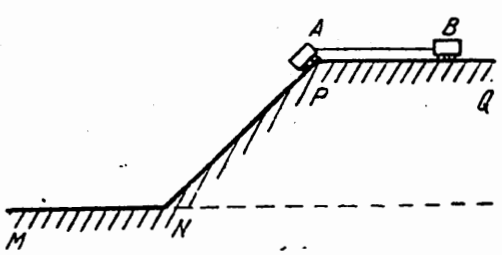


Fig. 18.

(Cercul de fizică — București, 1956)

110 1° Ce înclinație α ar trebui dată unui plan înclinat, pentru ca un mobil coborînd acest plan fără frecare și cu viteza inițială $v_0=1\frac{m}{s}$, să aibă după timpul $t=3$ s o viteză v de două ori mai mare ca viteza v_1 după timpul $t_1=1$ s?

2° Care va fi spațiul s după trei secunde ?
3° Care vor fi valorile lui α și s pentru a satisface condiția de mai sus, dacă coborîrea ar avea loc în apă ? Mobilul are densitatea $\rho=2{,}4\cdot10^3\frac{kg}{m^3}$, iar densitatea aerului se consideră neglijabilă.

(Bacalaureat, Franța)

111 Un mobil se mișcă uniform încetinit pînă la oprire pe o distanță s în plan orizontal, pornind cu viteza inițială v. Pentru ce valoare a unghiului de înclinare a aceluiași plan mobilul are mișcare uniformă (cu frecare) ?

(Concursul școlilor medii, 1962, R. P. Ungară)

112 Un automobil, avînd la baza unei pante viteza $v_0=36\frac{km}{h}$, urcă pe pantă fără motor. Cunoscînd coeficientul de frecare $\mu=0{,}05$ și unghiul de înclinare a pantei $\alpha=3°$, să se determine timpul după care viteza automobilului se micșorează la $18\frac{km}{h}$.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

113 Un corp de 2 kg trebuie urcat pe un plan înclinat avînd unghiul de înclinație de 30° și lungimea 90 m. Coeficientul de frecare între corp și plan este 0,3. Să se determine :
1° forța necesară pentru a urca corpul într-o mișcare uniformă ;
2° timpul în care corpul coboară, dacă este lăsat liber din punctul cel mai de sus.

(Institutul politehnic — Timișoara, 1959)

114 Un corp este aruncat de jos în sus pe un plan înclinat cu o viteză inițială $v_0=40\frac{m}{s}$. Coeficientul de frecare este $\mu=0{,}2$, iar înclinarea planului $\alpha=30°$.
Să se determine :
1° timpul t_1 în care corpul ajunge la distanța maximă față de poziția inițială ;
2° care este această distanță ;
3° după cît timp t_2 de la momentul inițial ajunge corpul din nou în punctul inițial ;
4° cu ce viteză ajunge în acel punct ;
5° masa corpului fiind $m=50$ g, cu ce energie cinetică revine în punctul inițial ?
Se va lua $g=9{,}81\frac{m}{s^2}$.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1965, 1966)

115 Se dă un plan înclinat avînd baza egală cu 40 m, iar înălțimea egală cu 9 m. Pe acest plan înclinat se află un corp de 100 kg. Se aplică corpului o forță paralelă cu planul înclinat, egală cu 500 N și îndreptată în sus (coeficientul de frecare este 0,2). Se întreabă :

1° corpul urcă sau coboară ?
2° ce valoare ar trebui să aibă forța aplicată pentru ca să se obțină o mișcare uniformă în sus a corpului ?
3° care este în acest ultim caz lucrul mecanic produs în lungul planului înclinat?

(Olimpiadă, 1961; Institutul politehnic — Galați, 1969)

116 Un mobil de masă m este lăsat să cadă fără viteză inițială de la marginea superioară a unui plan înclinat cu înălțimea H și unghiul de înclinație α. Fiind dat coeficientul de frecare μ să se calculeze :
1° unghiul φ sub care alunecarea nu e posibilă ;
2° viteza cu care mobilul ajunge la marginea inferioară și durata căderii pentru un $\alpha > \varphi$;
3° energia consumată prin frecare ;
4° presupunînd că lansăm mobilul pe planul înclinat de jos în sus cu o viteză inițială egală cu cea atinsă cînd a ajuns la marginea inferioară (v. 2°), să se determine înălțimea h pînă la care se ridică din nou. Să se calculeze h pentru $\alpha = 45°$, $H = 1$ m și $\mu = 0{,}5$.

(Facultatea de matematică și fizică — București, 1961; Facultatea de matematică-mecanică — București, 1965)

117 Cu ce accelerație trebuie să se miște un automobil de masă m în jos pe o platformă mobilă de masă M, situată pe un plan înclinat cu unghiul α, pentru ca platforma să alunece în sus pe plan. Coeficientul de frecare între roți și platformă este μ_1, iar între platformă și plan μ_2.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

118 Un corp A de masă $M = 800$ g este așezat pe un plan înclinat pe care poate aluneca fără frecare. Acest corp este fixat la una din extremitățile unui fir trecut peste un scripete, la cealaltă extremitate fiind atîrnat un corp B de masă $m = 700$ g (fig. 19).
1° Care trebuie să fie înclinarea planului pentru ca sistemul lăsat liber să capete o accelerație de $1{,}96 \frac{m}{s^2}$, mișcarea corpului B avînd loc de sus în jos ?
2° Este posibil să avem o accelerație de aceeași mărime dar de sens opus ?
3° În ce caz accelerația sistemului va fi de $4{,}9 \frac{m}{s^2}$?

Se vor neglija frecările și masa scripetelui și se va lua $g = 9{,}8 \frac{m}{s^2}$.

(Cercul de fizică — București, 1956)

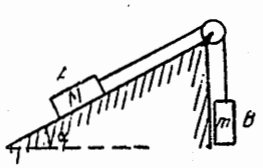


Fig. 19.

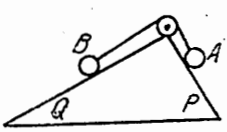


Fig. 20.

119 Un corp A alunecă pe un plan înclinat P (fig. 20). Accelerația mișcării lui este jumătate din cea pe care ar avea-o în cădere liberă. Se cere înclinarea planului în ipotezele :
1° frecarea pe plan presupusă neglijabilă ;
2° frecarea consumînd un sfert din energia potențială ;

3° frecarea neglijabilă, dar corpul A antrenează un corp B de aceeaşi masă, mobil pe un plan Q perpendicular pe P, bazele celor două plane fiind orizontale. Corpurile A şi B sînt legate printr-un fir de masă neglijabilă, pe care îl presupunem perfect flexibil, inextensibil şi mişcîndu-se fără frecare pe planele P şi Q.

(Bacalaureat, Franţa)

120 Două plane înclinate la 60° şi respectiv 30° se intersectează formînd un unghi drept. Pe linia de intersecţie este fixat un mic scripete, considerat fără frecări. De capetele sforii trecute peste scripete sînt legate două corpuri de mase m_1 şi m_2. Să se determine condiţia ca sistemul să rămînă în repaus, ştiind că cele două corpuri au acelaşi coeficient de frecare de alunecare pe plane, şi anume 0,2.

(Concursul şcolilor medii, 1965, R. P. Ungară)

121 Două particule P şi Q, avînd fiecare greutatea G, sînt plasate pe două plane înclinate CA şi CB de aceeaşi înălţime şi lipite. Particulele sînt aşezate de

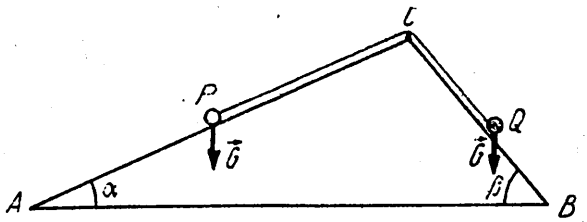


Fig. 21.

o parte şi de alta a vîrfului comun al celor două plane, legate printr-un fir subţire, trecut peste vîrful neted C (fig. 21).
Să se demonstreze că dacă particulele se află în punctul de alunecare, atunci diferenţa între unghiurile de înclinare ale celor două plane este dublul unghiului de frecare*.

(Examen admitere, Anglia)

122 Pe un plan înclinat, care se continuă cu o porţiune orizontală, alunecă cu frecare un corp greu. Însemnînd cu h înălţimea planului, cu d proiecţia lungimii l a planului pe orizontală şi cu μ coeficientul de frecare, să se calculeze:
1° viteza pe care o atinge corpul la baza planului înclinat;
2° lungimea drumului parcurs de corp pe porţiunea orizontală a planului pînă la oprire;
3° valoarea pe care ar trebui să o aibă coeficientul de frecare μ pentru ca alunecarea corpului pe planul înclinat să se facă uniform.

(Olimpiadă, 1960)

123 Fie un plan înclinat cu lungimea $l=10$ m, care face cu orizontala un unghi $\alpha=30°$. Din punctul cel mai înalt al planului alunecă cu frecare un corp. Să se determine:
1° acceleraţia corpului pe planul înclinat, cunoscînd coeficientul de frecare $\mu_1=0{,}2$;

---

* Unghiul de frecare φ este unghiul a cărui tangentă este egală cu coeficientul de frecare. Pentru acest unghi corpul începe să alunece uniform.

2° viteza cu care ajunge corpul jos după ce a străbătut toată lungimea planului;
3° admiţînd că acest corp îşi continuă mişcarea pe planul orizontal, să se afle spaţiul străbătut pe drumul orizontal pînă la oprire ştiind că timpul total folosit de corp pînă la oprire este de 5,5 secunde;
4° coeficientul de frecare de alunecare μ_2 pe planul orizontal.

(Institutul politehnic — Braşov, 1962)

124 O sanie de masă m porneşte din repaus şi coboară, cu frecare neglijabilă pe o pantă de unghi α, un timp t, după care parcurge o porţiune orizontală de lungime S pe care alunecă cu frecare (μ) şi urcă apoi, fără frecare, o pantă de unghi β. Se cere:
1° viteza saniei în momentul intrării în porţiunea dreaptă (orizontală);
2° viteza saniei la sfîrşitul porţiunii orizontale;
3° pînă la ce înălţime urcă sania pe panta de unghi β;
4° ce căldură se dezvoltă prin frecare pe porţiunea orizontală.

(Institutul politehnic — Bucureşti, 1957)

125 Un traseu $ABCD$ cuprinde o porţiune AB descendentă, cu lungimea $l_1=70$ m, şi o porţiune BC ascendentă, cu lungimea $l_2=60$ m; amîndouă formează plane înclinate cu $\alpha=30°$ faţă de orizontală; porţiunea CD este un plan orizontal; colţurile B şi C sînt înlocuite prin mici curbe de racordare. Un ciclist parcurge porţiunea AB sub acţiunea greutăţii sale, după care urcă pe BC în virtutea vitezei obţinute.
1° După cît timp, socotit din momentul startului, va atinge ciclistul punctul D situat la distanţa $l_3=10$ m de punctul C?
Se va face abstracţie de frecare şi rezistenţa aerului.
2° În realitate, rezistenţa aerului intervine. Se va presupune că ciclistul şi bicicleta sa cîntăresc 81,5 kg şi că rezistenţa aerului este dată de formula $R=1{,}6\ S\cdot v^2$ (în SI), unde S este suprafaţa proiecţiei ciclistului pe un plan perpendicular pe direcţia de deplasare, iar v, viteza sa; se va lua $S=50$ dm^2.
Ne vom servi de aceste date pentru a calcula viteza limită a sistemului în mişcare de-a lungul planului AB şi se va arăta că ciclistul nu va putea atinge punctul C numai sub acţiunea vitezei limită atinse.

(Bacalaureat, Franţa)

126 Pe un plan înclinat cu lungimea $l=10$ m şi înălţimea $h=6$ m se găseşte un corp; coeficientul de frecare între corp şi plan este $\mu=0{,}1$.
1° Cu ce acceleraţie trebuie deplasat planul în direcţie orizontală pentru ca:
a) corpul să alunece uniform spre partea de sus a planului;
b) corpul să alunece uniform spre baza planului.
2° Variind înălţimea planului se ajunge la o anumită valoare a înălţimii, peste care corpul nu mai poate aluneca spre partea de sus a planului, oricît de mare ar fi acceleraţia a. Care este această valoare a înălţimii?
Se va lua $g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

(Olimpiadă, 1968)

127 Două plane înclinate, avînd unghiuri de înclinație egale ($\alpha=60°$) și o porțiune orizontală între ele, sînt dispuse ca în figura 22. Trecerile de la planul I la porțiunea orizontală și apoi la planul II au fost rotunjite, pentru a evita în aceste locuri perturbarea mișcării. Din punctul cel mai înalt al planului I coboară și apoi urcă pe planul II un cărucior în care atîrnă un corp cu greutatea $P=10$ N, suspendat de un fir pe care s-a intercalat un dinamometru.

Fig. 22.

Să se determine care sînt indicațiile dinamometrului în timpul deplasării căruciorului:
1° pe planul înclinat I;
2° pe porțiunea orizontală;
3° pe planul înclinat II.
Considerăm că greutatea atîrnată nu efectuează oscilații, avînd doar o mișcare de translație. Se va neglija frecarea.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

5. ENERGIE ȘI PUTERE. CONSERVAREA ENERGIEI MECANICE

128 Pentru ridicarea vaselor la nivele mai înalte, niște pompe pompează apă din avalul canalului în camera ecluzei (fig. 23). În ce caz pompele execută un lucru mecanic mai mare, cînd se ridică o motonavă mare sau o barcă mică?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

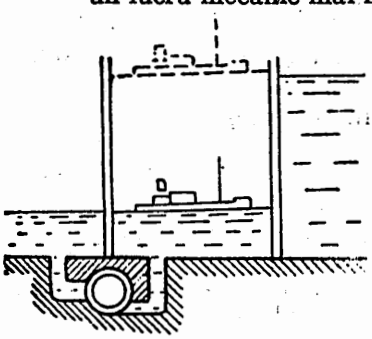


Fig. 23.

129 Este necesară încălzirea unei sfere metalice cu un număr de grade. Depinde cantitatea de energie necesară de faptul dacă ea atîrnă de un fir sau este plasată pe un suport? Se consideră că nu se efectuează schimb de energie între sferă și suport.

(Olimpiadă, U.R.S.S.; Olimpiada Internațională, Varșovia, 1967)

130 De ce după scuturarea unei căldări care e plină cu cartofi, cei mai mari cartofi apar deasupra?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

131 Un tren se deplasează cu viteza de $72\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Apropiindu-se de o stație, se întrerupe mai întîi admisia vaporilor și apoi se folosesc frînele. Dacă rezistența opusă mișcării de-a lungul drumului este $\frac{1}{100}$ din greutatea trenului, iar rezis-

tența de frînare introdusă de frîne este $\frac{1}{8}$ din greutatea trenului, să se determine locul în care trebuie frînat trenul astfel încît el să se oprească în stația ce se află la distanța de 400 m de locul unde se întrerupe admisia vaporilor.

(Bacalaureat, Anglia)

132 Un corp cu masa 0,4 kg cade liber de la înălțimea de 20 m. Să se calculeze:
1° viteza cu care ajunge la sol;
2° timpul în care execută mișcarea de cădere liberă pînă la sol;
3° energia cinetică a corpului după o secundă de la începerea mișcării;
4° energia potențială a corpului în același moment.

Se consideră $g = 10\frac{m}{s^2}$ și se neglijează frecarea cu aerul.

(Institutul politehnic — Brașov, 1961)

133 Un arc așezat vertical, cu capătul de jos fixat, este comprimat cu o anumită forță. Pe un taler de masă neglijabilă, fixat la capătul superior al arcului, se așază o bilă cu masa de 1 g. Arcul se destinde brusc și aruncă bila vertical în sus. Apoi se strînge arcul din nou cu aceeași forță și se așază pe taler o bilă cu masa de 2 g, care va fi proiectată ca și prima. Se repetă experiența cu o bilă de 3 g. După aceea se așază pe taler concomitent două bile, una de 1 g și alta de 2 g și se reia experiența (în toate cazurile arcul va fi strîns cu aceeași forță). Să se determine:
1° raportul energiilor cinetice inițiale ale bilelor;
2° raportul vitezelor lor inițiale;
3° raportul înălțimilor la care se ridică bilele, în toate cele patru experiențe.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

134 Un automobil se deplasează cu o mișcare uniform accelerată pe un drum orizontal. Viteza sa la un moment dat fiind $v_0 = 18\frac{km}{h}$, automobilul atinge după un interval oarecare de timp viteza $v = 72\frac{km}{h}$, efectuînd pentru aceasta un lucru mecanic $L = 150$ kJ. Puterea medie a motorului pe intervalul de timp considerat este $P = 15$ kW. Să se determine:
1° greutatea automobilului;
2° spațiul parcurs în mișcarea uniform accelerată;
3° forța de tracțiune dezvoltată de motor, presupunînd rezistențele întîmpinate de automobil nule.

Se va considera $g = 10\frac{m}{s^2}$.

(Olimpiadă, 1959; I. P. Galați, 1969)

135 Pe axul motor al unei mașini se găsește o roată dințată cu un diametru de 15 cm, angrenată cu o a doua roată. Prima roată are turația de $600\frac{rot}{min}$ și puterea pe care o dezvoltă este de 4,6 kW.
1° Care este forța periferică ce acționează asupra roții a doua care este angrenată la prima roată?
2° Știind că puterea pe care o dezvoltă roata a doua este de 3,9 kW, să se calculeze randamentul transmisiei.

(Olimpiadă, 1962)

136 Un troliu pentru ridicarea materialelor are diametrul tobei de 80 cm și este prevăzut cu două găleți: cînd una din ele coboară goală, cealaltă încărcată cu material, este ridicată. Știind că greutatea unei găleți goale este de 20 N iar plină este de 180 N, și că troliul face 5 învîrtituri pe minut, se cere:
1° puterea mecanică necesară pentru a face să funcționeze sistemul format de cele două găleți;
2° lucrul mecanic necesar pentru o operație de ridicare, dacă aceasta durează 4 minute.
Se neglijează pierderile prin frecare.

(Institutul politehnic — București, 1958)

137 La construcția unei clădiri se folosește un scripete mobil acționat de un motor. Se dau următoarele date: cursa scripetelui mobil $h=30$ m; sarcina pe care o ridică scripetele are o masă $m_1=500$ kg; sarcina pe care o coboară scripetele are o masă $m_2=50$ kg; puterea motorului este $P=375$ W; $g=10\ \frac{m}{s^2}$; se neglijează frecarea. Să se calculeze:
1° forța dezvoltată de motor la urcare uniformă;
2° timpul necesar urcării;
3° știind că la coborîre căderea scripetelui este liberă pe primii 10 m, să se calculeze viteza atinsă în cădere după primii 10 m parcurși;
4° forța de frînare a motorului, necesară opririi scripetelui mobil pe ultimii 20 m în cădere.

(Institutul politehnic — Cluj, 1958)

138 Unui corp de greutate $G=1$ kN, i se imprimă o viteză inițială $v_0=8\ \frac{m}{s}$. Corpul se mișcă pe un plan orizontal și întîmpină o rezistență datorită frecării. Se dă coeficientul de frecare $\mu=0{,}21$.
1° După cît timp și la ce distanță se va opri corpul?
2° Care este puterea medie absorbită de forța de frecare?

(Institutul politehnic — Brașov, 1958)

139 O locomotivă cu puterea $P=600$ kW trage o garnitură cu masa $m=500$ t. Ținînd seama de toate rezistențele pasive, coeficientul de frecare între tren și șine este $\mu=0{,}01$. Să se determine:
1° viteza maximă a garniturii;
2° accelerația în momentele în care viteza are valorile $v_1=1\ \frac{m}{s}$ și $v_2=10\ \frac{m}{s}$.

(Facultatea de matematică și fizică, Varșovia, 1959)

140 Un tren cu masa $m=800$ t urcă cu viteza $v_0=30\ \frac{m}{s}$ o pantă înclinată față de orizontală cu un unghi $\alpha=1°$.
1° Scoțînd locomotiva din funcțiune, ce spațiu va parcurge trenul pînă la oprire, coeficientul de frecare fiind $\mu=0{,}004$? (Se neglijează alte rezistențe.)
2° Care trebuie să fie puterea minimă dezvoltată de locomotivă pentru a menține trenul în mișcare uniformă?

(Facultatea de matematică și fizică, Varșovia, 1959)

141 Un tren de 600 tone a parcurs 480 m urcînd uniform o pantă, în timp de 1 minut şi 20 secunde. Puterea locomotivei este 0,3 MW. Să se determine:
1° lucrul mecanic produs de locomotivă;
2° forţa de tracţiune a locomotivei;
3° panta şinelor, ţinînd seama de coeficientul de frecare $\mu=0{,}004$.

(Institutul de petrol, gaze şi geologie — Bucureşti, 1959)

142 O pompă scoate apă dintr-un lac şi umple un rezervor cilindric în timpul $t=20$ minute. Să se determine puterea motorului pompei utilizate, ştiind că randamentul său este 90%, că volumul rezervorului este $V=100$ m^3, iar centrul său se află la înălţimea $h=18$ m deasupra suprafeţei lacului.

(Facultatea de matematică şi fizică, Varşovia, 1961)

143 Apa care alimentează o turbină cade de la înălţimea de 50 m, cu debitul de $120\ \frac{\text{m}^3}{\text{min}}$. Să se calculeze puterea utilă a turbinei, ştiind că randamentul ei este 0,7.

(Olimpiadă, 1951; Institutul de construcţii — Bucureşti, 1965)

144 Dintr-un bazin cilindric cu suprafaţa bazei de 30 m^2 se scoate apă. Ştiind că adîncimea apei din bazin este de 1 m, iar distanţa de la nivelul apei pînă la locul unde trebuie ridicată apa este de 4 m, se cere:
1° lucrul mecanic consumat pentru scoaterea apei cu ajutorul unei pompe care are randamentul de 80%;
2° puterea pompei, dacă ea evacuează 10 l de apă pe secundă.

(Olimpiadă, 1962)

145 Să se determine puterea dezvoltată de un flux de lichid de secţiune S şi densitate ρ, cînd îşi micşorează viteza uniform de la v_0 la v.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

146 O fîntînă are o adîncime $h=12$ m, măsurată de la nivelul ghizdurilor. Arborele vîrtejului pe care se înfăşoară lanţul are diametrul $d=16$ cm. Greutatea găleţii goale este $G_0=200$ N, iar capacitatea ei $V=10$ dm^3. Lanţul cu care este legată găleata cîntăreşte $m_0=1\ \frac{\text{kg}}{\text{m}}$ şi are diametrul $d_0=1$ cm. Pe acelaşi ax cu arborele este plasată o roată cu diametrul $D=1{,}6$ m, cu ajutorul căreia se poate învîrti arborele. Să se determine:
1° lucrul mecanic necesar pentru a ridica o găleată plină cu apă, de la suprafaţa apei pînă la nivelul ghizdurilor;
2° ce forţă trebuie aplicată tangenţial la obada roţii, pentru a echilibra greutatea unei găleţi pline cu apă, care se găseşte imediat la suprafaţa apei?
3° ce forţă trebuie aplicată, în aceleaşi condiţii, cînd găleata este goală, la nivelul ghizdurilor?
4° să se determine timpul în care un om cu o putere $P_0=75$ W ridică o găleată plină cu apă, dacă numai 0,75 din lucrul mecanic cheltuit de el serveşte la ridicarea găleţii pline cu apă, restul pierzîndu-se prin frecări.
Pentru punctele 1°, 2° şi 3° presupunem că nu există frecări.

(Şcoala politehnică — Bucureşti, 1988)

147 Din experienţele făcute cu un automobil cu masa $m=1\,200$ kg, a rezultat că mişcarea în linie dreaptă a acestui automobil cu o viteză uniformă v necesită, pentru a învinge diversele frecări şi rezistenţa aerului, o forţă orizontală a cărei valoare (în newtoni) este dată de relaţia

$$F = 350 + 2v^2 \left(v \text{ în } \frac{\text{m}}{\text{s}}\right).$$

1° Să se reprezinte grafic variaţia puterii automobilului în funcţie de viteza acestuia, în următoarele trei cazuri:
a) mişcare pe orizontală;
b) urcînd o pantă de 0,05;
c) coborînd pe aceeaşi pantă.

2° Motorul dezvoltînd putere constantă de 18,4 kW, automobilul se mişcă pe orizontală cu viteza v_1; după aceea urcă o pantă de 0,05 cu viteza v_2. Să se determine valorile v_1 şi v_2.

3° Automobilul coboară o pantă de 0,05, motorul fiind oprit. Să se determine viteza limită v_3.

(Bacalaureat, Franţa)

148 O piesă ca aceea din figura 24 este alcătuită prin articularea unui număr de bare omogene identice. Sistemul are greutatea P. Să se calculeze tensiunea ce acţionează în firul OM.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

149 Se fixează trei sfere identice la capetele şi în mijlocul unei tije presupusă fără greutate şi cu lungimea l (fig. 25). Tija este ţinută vertical cu capătul

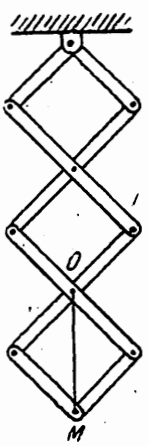


Fig. 24.

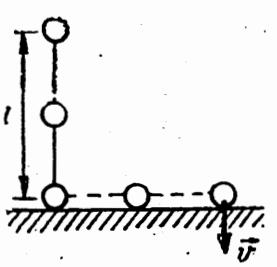


Fig. 25.

inferior pe un plan orizontal şi apoi lăsată liberă. Să se determine viteza sferei superioare în momentul atingerii planului orizontal.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

150 O sferă de plumb, perfect omogenă şi cîntărind $m=100$ kg, este legată la un fir de oţel pe care îl face să oscileze în jurul unui ax O aflat la distanţa $d=75$ m faţă de centrul sferei.

1° Să se calculeze elongaţia unghiulară care trebuie să se dea pendulului în dreapta verticalei, pentru ca în timpul oscilaţiilor energia maximă a sferei să fie $E=100$ J.

2° Care va fi elongația maximă la stînga verticalei, dacă se plasează în O' un cui care imobilizează 20 m din fir în momentul cînd pendulul trece această verticală ?

3° Care va fi raportul tensiunilor din fir, cînd pendulul va atinge limita elongației sale de o parte și de alta a verticalei ?

(Bacalaureat, Franța)

151 Un pendul simplu a fost deviat cu un unghi de 90° față de verticală și i s-a dat drumul. În momentul cînd pendulul trece prin poziția de echilibru, punctul de suspensie începe să se miște în sus cu accelerația a. Care este unghiul maxim cu care pendulul va devia de la verticală ?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

152 De ce amplitudinile unui leagăn se măresc prin efectuarea unor mișcări a persoanei din leagăn (ghemuiri și ridicări) ?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

153 Într-o eprubetă de masă M, închisă cu un dop cu masa m, se află cîteva picături de eter. Prin încălzirea eprubetei, dopul zboară sub acțiunea presiunii exercitate de vaporii de eter. Eprubeta este astfel fixată, încît poate să execute o mișcare de rotație în jurul unui ax orizontal (fig. 26). Cu ce viteză orizontală minimă trebuie să zboare dopul, pentru ca eprubeta să efectueze o rotație completă în jurul punctului de suspensie, în următoarele cazuri:

1° eprubeta atîrnată de o tijă de lungime l și greutate neglijabilă;

2° eprubeta atîrnată de un fir de lungime l și greutate neglijabilă.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

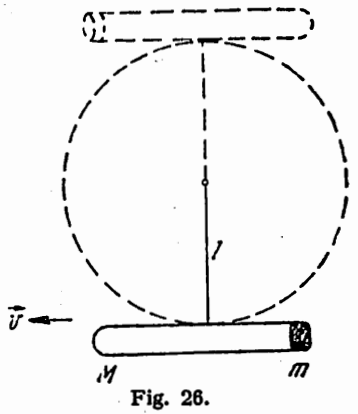


Fig. 26.

154 Pe acoperișul orizontal al unei clădiri se află o ladă cu nisip cu masa de 300 kg; de ladă este legat un cablu, trecut paralel cu acoperișul orizontal peste un scripete plasat la marginea acoperișului (fig. 27). La acest cablu se mai atașează un scripete mobil, după care se fixează pe

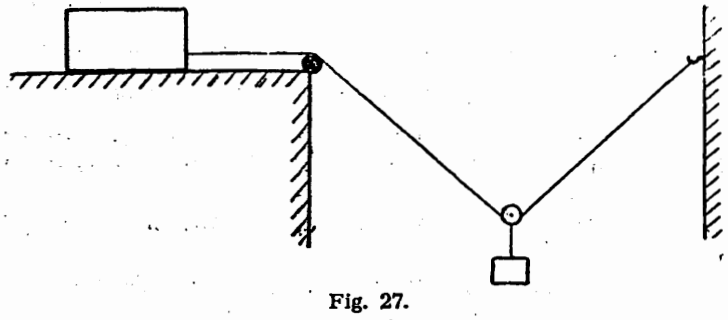


Fig. 27.

un perete, la aceeași înălțime cu acoperișul și la 10 m de acesta. De scripetele mobil aflat la mijlocul acestui segment de 10 m se agață un corp cu greutatea de 500 N, iar cablul care a fost în repaus pe orizontală se îndoaie.

1° Care va fi poziția de echilibru a sistemului, dacă coeficientul de frecare cu acoperișul este $\frac{1}{6}$?

2° La ce distanță trebuie plasată lada față de scripetele fix, pentru ca în poziția finală de echilibru lada să nu ajungă încă la scripetele fix?

(Concursul școlilor medii, 1960, R. P. Ungară)

155 Se trece un fir peste doi mici scripeți ficși, ale căror axe sînt orizontale și plasate la aceeași înălțime și depărtate cu $l=0{,}9$ m (fig. 28). De capetele și mijlocul firului sînt legate trei corpuri identice; porțiunea de fir dintre scripeți fiind inițial orizontală. Lăsînd sistemul liber, corpurile extreme se ridică, iar cel din mijloc coboară. Cc viteze vor atinge corpurile în momentul în care cele două porțiuni ale firului formează un unghi $\alpha=120°$? Se vor neglija frecările.

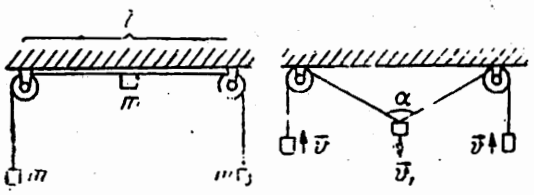


Fig. 28.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

6. CIOCNIRI

156 O tijă cu lungimea $l=1{,}6$ m, fixată la capătul superior, poartă la capătul inferior o sferă de plumb cu masa $M=3$ kg. Sistemul se înclină față de verticală cu unghiul $\varphi=60°$ și apoi se lasă liber. În momentul în care sfera trece prin poziția sa cea mai joasă, este ciocnită plastic de un proiectil cu masa $m=30$ g, ce se deplasează orizontal în sens opus mișcării sferei de plumb, pe linia ce trece prin centrul sferei în momentul ciocnirii. Vom accepta pentru simplificarea problemei că sfera de plumb se oprește imediat după ciocnire. Tratînd sfera atîrnată ca pe un pendul matematic, neglijînd masa tijei și considerînd accelerația gravitațională $g=10\frac{m}{s^2}$, să se calculeze viteza proiectilului în momentul ciocnirii sferei de plumb.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

157 Un vagon cu masa $m_1=10$ tone, se deplasează pe un traseu orizontal cu viteza inițială $v_0=10\frac{m}{s}$. După un timp $t_1=6$ s el se ciocnește de un al doilea vagon cu masa $m_2=30$ t care stă pe linie și cu care se cuplează și își continuă mișcarea împreună pînă la oprire. Coeficientul de frecare, în tot timpul mișcării, este $\mu=0{,}1$. Să se determine:

1° spațiul parcurs de primul vagon pînă la ciocnire și viteza lui în momentul ciocnirii;

2° viteza cu care pornesc cele două vagoane după ciocnire;

3° spațiul parcurs de cele două vagoane pînă la oprire.

Se va lua $g=10\frac{m}{s^2}$.

(Olimpiadă, 1964)

158 Două sfere din os, de aceeași masă, se mișcă cu vitezele v_1 și v_2 pe două direcții sub unghiul α; după ciocnirea absolut elastică, se vor mișca cu vitezele u_1 și u_2. Să se determine unghiul β dintre noile direcții de mișcare.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

159 Două bile perfect elastice, cu masele m_1 și m_2, se mișcă de-a lungul unei aceleiași drepte cu vitezele v_1 și v_2, în același sens. În momentul ciocnirii, bilele încep să se deformeze și o parte din energia cinetică se transformă în energie potențială de deformație. Apoi deformația se reduce și energia potențială acumulată trece din nou în cinetică. Să se determine valoarea energiei potențiale de deformație E_P în momentul cînd ea este maximă.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

160 Între două bare grele de mase m_1 și respectiv m_2 ($m_1 < m_2$), suspendate ca niște pendule, se sprijină pe un suport oarecare o sferă neelastică (fig. 29). Una din bare este deplasată din poziția de echilibru astfel ca centrul său de greutate să se ridice la înălțimea h; apoi i se dă drumul. Sfera plastică fiind ciocnită se turtește. Se repetă operația cu a doua bară. La care ciocnire se turtește mai mult sfera, dacă h este același în ambele cazuri? Pe baza rezultatului obținut să se stabilească o concluzie pentru randamentul unui ciocan construit pe principiul de mai sus.

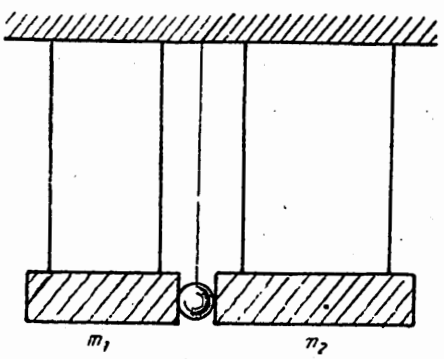


Fig. 29.

(Concursul școlilor medii, 1962, R. P. Ungară)

161 Două particule A și B, de mase m_1 și m_2, se mișcă cu vitezele u și v după direcții ce formează între ele unghiul α. Dacă cele două particule se ciocnesc și se unesc într-una singură, să se determine:

1° viteza particulei rezultante;

2° unghiul dintre direcția mișcării acestei particule și direcția de mișcare a particulei A;

3° pierderea de energie cinetică în urma ciocnirii.

(Bacalaureat, Anglia)

162 Un pendul este alcătuit dintr-un corp cu masa $m_1 = 20$ kg atîrnat de un fir cu lungimea $l = 5$ m. Către acest pendul se proiectează o sferă cu masa $m_2 = 10$ g, care zboară orizontal cu viteza $v_2 = 500 \frac{m}{s}$. Sfera intră în corp, datorită cărui fapt o parte din energia cinetică a sferei se transformă în căldură. Care va fi unghiul maxim α de înclinare a pendulului?

(Facultatea de matematică și fizică, Varșovia, 1960)

163 Două sfere din lut moale, de mase m_1 și m_2, suspendate prin fire de aceeași lungime l, sînt depărtate de verticală cu unghiurile α_1, respectiv α_2 și sînt lăsate libere. Cu ce unghi β se vor depărta de verticală, după ciocnirea lor neelastică ce are loc în momentul trecerii prin planul vertical care conține punctul de suspensie?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

164 Un glonte cu masa de 20 g este lansat orizontal într-un obstacol fix din lemn, lovindu-l cu viteza de $400\frac{m}{s}$.

1° Dacă glontele pătrunde în obstacol pe o distanţă de 15 cm, să se determine forţa medie de rezistenţă opusă de lemn mişcării glontelui.

2° Dacă obstacolul ar fi din metal, iar glontele ricoşează în loc de a pătrunde în el, să se determine energia pe care o pierde în această ciocnire dacă coeficientul de restituire* între corpuri este 0,3.

(Bacalaureat, Anglia)

165 O bilă cade de la o înălţime oarecare pe o placă orizontală de unde sare din nou.

1° Ştiind că după a doua ciocnire bila ajunge la un sfert din înălţimea iniţială, să se determine coeficientul de restituire.

2° Dacă înălţimea iniţială este 64 m, după cîte sărituri va ajunge la înălţimea de 1 m ?

(Bacalaureat, Anglia)

166 Trei sfere de mase m_1, m_2 şi m_3 sînt dispuse în linie dreaptă în contact. Prima sferă este lansată asupra lui m_2 cu o viteză v_1. Care este viteza u_3 comunicată sferei m_3 ?

(Bacalaureat, Franţa)

167 De pe un aerostat aflat la o înălţime constantă cade o greutate oarecare. La o secundă după căderea primei greutăţi cade şi a doua greutate identică cu prima. Ambele greutăţi sînt legate cu un fir inextensibil, lung de 93,1 m.

1° După cît timp t de la căderea celei de-a doua greutăţi firul începe să se întindă ?

2° La ce distanţă de aerostat se va găsi a doua greutate după $t' = 12$ s din momentul căderii ?

Rezistenţa aerului se neglijează.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

168 Două sfere identice, absolut elastice, se leagă printr-un fir inextensibil, de lungime l. Se lasă prima sferă să cadă liber. Cînd firul se întinde, se lasă liberă şi a doua sferă. Ce distanţă străbate centrul de greutate al sistemului după n ciocniri ?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

169 O sferă căreia i se imprimă o viteză orizontală V_0 cade de la înălţimea h pe o placă orizontală. Se produce o lovitură prin care se pierde o parte din energie. Raportul dintre componenta verticală a vitezei după ciocnire şi valoarea ei înainte de ciocnire este k. Să se determine la ce distanţă l de locul de aruncare încetează săriturile sferei.

Se va presupune că nu există frecări, iar componenta orizontală a vitezei nu se modifică.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

---

* Coeficientul de restituire se defineşte ca raportul

$$k = \frac{v' - u'}{v - u},$$

în care u şi v, u' şi v' sînt vitezele corpurilor anterior, respectiv ulterior ciocnirii. Pentru corpurile perfect elastice $k=1$, pentru cele plastice $k=0$, iar pentru cele reale $0<k<1$.

170 În centrul unei sfere omogene cu masa $m=4$ kg se aplică șase forțe coplanare, făcînd între ele unghiuri de 60°. Forțele au valorile 1N, 2N, 3N, 4N, 5N, 6N (fig. 30).
În ce direcție și cu ce accelerație se va mișca sfera ?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

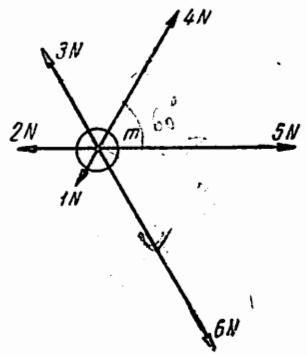


Fig. 30.

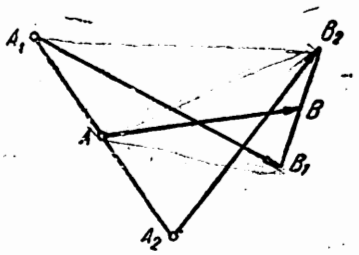


Fig. 31.

171 Două forțe sînt reprezentate în mărime și direcție de vectorii $\overrightarrow{A_1B_1}$ și $\overrightarrow{A_2B_2}$ (fig. 31). Să se demonstreze că rezultanta lor este reprezentată în direcție și mărime de dublul vectorului $\overrightarrow{AB}$, punctele A și B fiind, respectiv, mijloacele segmentelor A_1A_2 și B_1B_2.

(Examen admitere, Anglia)

172 Un fir legat în A (fig. 32) poartă o greutate în B, trece în C peste un scripete și este întins de o greutate Q la capătul său liber. Greutatea P aflîndu-se pe perpendiculara ridicată pe mijlocul segmentului AC, să se determine raportul dintre P și Q, cînd sistemul se află în echilibru.

(Bacalaureat, Franța)

173 Pe o masă orizontală sînt practicate trei deschideri (orificii) în punctele A, B, C. Prin aceste trei deschideri sînt trecute trei fire înnodate împreună în M (fig. 33). De capătul firului care trece prin A este atîrnată o sferă de

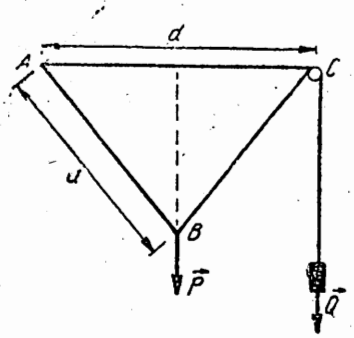


Fig. 32.

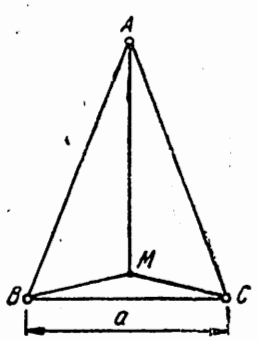


Fig. 33.

fier cu diametrul $d_1=5$ cm, iar la capetele firelor care trec prin B și C sînt atîrnate cîte o sferă de aramă cu diametrul $d_2=8$ cm fiecare. Firele sînt

presupuse destul de lungi astfel încît cele trei sfere să atîrne dedesubtul mesei. Ştiind că cele trei puncte A, B, C formează un triunghi isoscel cu baza $a=35$ cm, să se determine poziţia de echilibru a punctului M. Se presupune că firele sînt inextensibile şi fără greutate, că deschizăturile din A, B, C sînt foarte mici şi perfect lustruite. Se va lua densitatea fierului $\rho_1=7{,}8\cdot10^3\frac{kg}{m^3}$ şi a aramei $\rho_2=8{,}9\cdot10^3\frac{kg}{m^3}$.

(Şcoala de poduri şi şoselc, 1915)

174 Trei muncitori transportă o grindă cu lungimea de 4 m şi greutatea de 900 N. Unul o susţine la un capăt, iar ceilalţi doi au pus o pîrghie la o anumită distanţă de celălalt capăt şi au apucat de capetele ei.

1° Să se determine distanţa la care au aşezat pîrghia sub grindă, dacă toţi fac eforturi egale.

2° Se sprijină grinda cu capetele pe doi pereţi; la distanţa de 1 m de capătul din dreapta se atîrnă o greutate de 2 kN. Care sînt forţele de apăsare pe pereţi?

(Olimpiadă, 1961)

175 O bară omogenă cu lungimea l şi greutatea de 250 N, este articulată în capătul A şi sprijinită pe reazemul C la $\frac{3}{4}l$ de capătul articulat (fig. 34). Capătul liber este tras de o sfoară trecută peste un scripete fără frecare, astfel ca să facă 45° cu orizontala, de capătul sforii fiind legată o greutate $G_1=282$ N. La $\frac{1}{4}l$ de capătul articulat se găseşte o bară de greutate $G_2=800$ N. Care este forţa verticală de reacţiune a reazemului C, considerînd bara orizontală?

(Olimpiadă, 1955)

176 Un corp de masă $m=112$ g, fixat la capătul B al unei tije drepte AB şi de masă neglijabilă, de lungime $l=20$ cm şi articulată în A, este deplasat sub acţiunea unei forţe orizontale F la distanţa $d=12$ cm de la verticala coborîtă din A. Să se determine mărimea forţei aplicate şi tensiunea T din tijă.

(Examen admitere, Anglia)

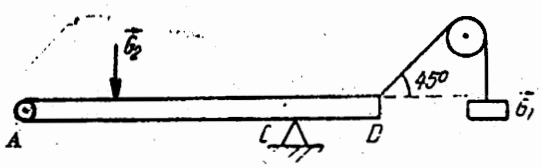


Fig. 34.

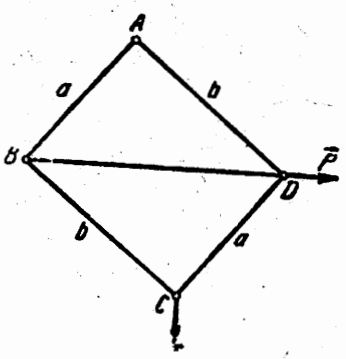


Fig. 35.

177 Patru bare uşoare şi subţiri AB, BC, CD, DA cu lungimile corespunzătoare a, b, a, b, b fiind mai mare ca a, se leagă împreună la extremităţi, pentru a forma un cadru dreptunghiular care se fixează apoi printr-o altă bară uşoară şi subţire legată între B şi D (fig. 35). Cadrul se poate roti liber

într-un plan vertical, în jurul punctului A care este fix. Aplicînd în C o greutate G, iar în D o forță orizontală P, necunoscută, vergeaua BD se menține în poziție orizontală. Să se determine mărimea forței P și tensiunea în vergeaua BD.

(Examen admitere, Anglia)

178 O vergea subțire și ușoară b, avînd două corpuri atașate la capete, unul cu masa m cunoscută, celălalt cu masa x necunoscută, este susținută prin intermediul a două fire subțiri și ușoare a și c. Să se determine valoarea masei x în cazul în care vergeaua rămîne în poziție orizontală, firul a formează cu verticala un unghi cunoscut, iar firul c formează cu firul a un unghi drept (fig. 36).

(Examen admitere, Anglia)

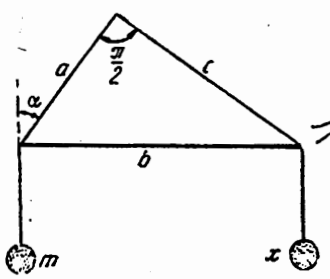


Fig. 36.

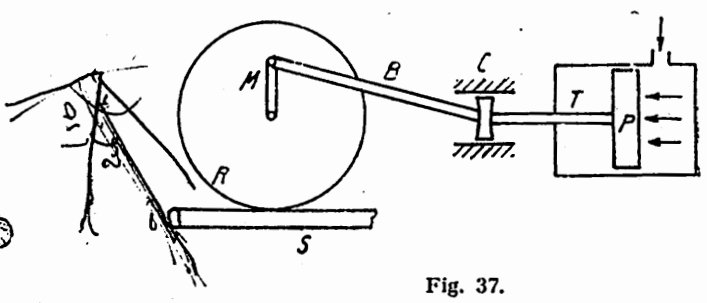


Fig. 37.

179 Cilindrul unei locomotive are diametrul de 20 cm, iar presiunea aburului este de $0{,}8\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$. Forța se transmite prin tija T a pistonului P, bielei B și manivelei M (fig. 37). Pentru a evita devierea laterală a tijei pistonului se folosește ghidajul C (numit cap de cruce) în care frecarea este neglijabilă. Manivela fiind în poziție verticală (ca în figură), să se determine:

1° efortul la care este supusă biela B;

2° forța de tracțiune ce se dezvoltă între roata R și șina S.

Date geometrice: lungimea bielei 0,8 m, lungimea manivelei 0,3 m, diametrul roții locomotivei 1,4 m.

(Cercul de fizică — București, 1956)

180 Un stîlp susține opt fire de telegraf, care trag fiecare orizontal cu cîte 600 N. Stîlpul este la un colț de stradă, iar axele străzilor fac între ele un unghi de 150°. Pentru ca stîlpul să nu se rupă, el se sprijină de vîrf cu o proptea de lemn care face cu verticala un unghi de 20°. Să se determine forța care acționează în proptea.

(Concursul „Gazetei matematice", 1923)

181 De capătul A al unui stîlp vertical AB se trage cu două forțe de modul $F=1$ kN, iar pentru ca stîlpul să nu se încline, se ancorează stîlpul cu cablul AC. Stîlpul, firul și forțele se găsesc în același plan vertical; forțele $\vec{F}$ fac cu orizontala, de ambele ei părți, cîte un unghi de 30°, iar firul face cu stîlpul un unghi de 45°. Să se determine:

1° rezultanta $\vec{H}$ a celor două forțe $\vec{F}$, în mărime și direcție;

2° componentele lui $\vec{H}$ după direcția stîlpului ($\vec{S}$) și după direcția firului ($\vec{T}$), în funcție de F;

3° momentele forțelor $\vec{H}$ și $\vec{T}$ în raport cu punctul B, știind că $AB=5$ m. Să se compare cele două momente M_H și M_F și să se explice rezultatul.

(Școala politehnică — București, 1942)

182 O pîrghie de gradul I are distanța a_1, de la punctul de sprijin S_1 pînă la forța $\vec{F}$, egală cu 20 cm, iar celălalt capăt, aflat la distanța $b_1=2$ cm față de punctul de sprijin S_1, trage de altă pîrghie de gradul III într-un punct A, cu ajutorul unui cablu. Acest punct A este depărtat de punctul de sprijin S_2 al pîrghiei a doua cu distanța $a_2=6$ cm, iar locul de aplicare al rezistenței de învins $\vec{R}$ este depărtat cu distanța $b_2=28$ cm față de S_2. Să se afle valoarea forței F pentru valoarea rezistenței $R=30$ N, neglijîndu-se frecările, iar apoi să se afle F real pentru un randament al ansamblului egal cu 70%.

(Olimpiadă, 1958)

183 Pe o balanță cu brațele neegale, un corp pus pe platanul A este echilibrat cu 3,5 kg pe platanul B. Același corp fiind pus pe platanul B este echilibrat cu 4,5 kg puse pe platanul A. Un cumpărător a acceptat să cumpere marfă cîntărită cu această balanță însă să i se cîntărească „2 kg", așezînd marfa pe platanul A și alte „2 kg" așezînd marfa pe platanul B.
Să se afle masa adevărată a mărfii cumpărate.

(Olimpiadă 1956)

184 Acul indicator al unei balanțe cu brațe egale, a cărei pîrghie are lungimea $l=0{,}6$ m și cîntărește $m=450$ g, se înclină cu 3 diviziuni cînd se așază o masă $m_1=10$ mg pe unul din platane. Să se determine distanța centrului de greutate al pîrghiei față de axul de sprijin. Se presupune că raza circumferinței pe care o descrie acul este $r=0{,}6$ m și că diviziunile sînt distanțate între ele cu $d=3$ mm.

(Bacalaureat, Franța)

185 Un disc circular metalic de 5 mm grosime și 80 cm diametru este suspendat cu un fir într-un punct situat la 4 cm de centrul său. În ce poziție trebuie să așezăm pe el un alt disc, de 20 mm grosime și 20 cm diametru, pentru ca sistemul de discuri să stea orizontal?

(Școala politehnică — București, 1946)

186 Două cuburi identice sînt sudate prin fețele lor și formează o prismă. Greutatea unui cub este de 10 N, iar a celuilalt de 30 N. Prisma se află pe un suport plan orizontal. Ce forță orizontală F trebuie aplicată feței superioare a prismei, perpendicular pe muchia ei, pentru a răsturna prisma, atunci cînd:
1° prisma stă astfel încît cubul mai greu se află jos;
2° prisma stă astfel încît cubul mai greu este sus.

(Facultatea de matematică și fizică — București, 1958)

187 Pe o roată care are un ax orizontal, sînt fixate patru greutăţi în punctele A, B, C, D, la capetele a două diametre perpendiculare între ele. Greutăţile aplicate în punctele A, B şi C au valorile respective 1, 2 şi 4 N. Să se calculeze valoarea greutăţii a patra astfel încît, în poziţia de echilibru a roţii, diametrul AC să facă cu verticala un unghi de 30°.

(Institutul de construcţii — Bucureşti, 1960)

188 Un om cîntărind 70 kg susţine o greutate de 150 N cu ajutorul unui fir petrecut peste un scripete. Să se determine:

1° forţa $\vec{F}$ exercitată de om asupra terenului cînd firul este în poziţie verticală;

2° modul de variaţie a forţei F cînd omul se depărtează de scripete şi valoarea ei cînd firul este înclinat cu 45°;

3° cît de mare trebuie să fie pasul omului pentru ca să poată susţine greutatea în cazul firului înclinat cu 45°?

Firul şi picioarele omului sînt considerate în acelaşi plan vertical, iar firul întîlneşte verticala centrului de greutate al omului la 1,2 m deasupra terenului.

(Şcoala politehnică — Bucureşti, 1943

189 O grindă cu secţiune constantă, cu un punct de sprijin, se află în echilibru orizontal sub acţiunea forţelor $\vec{F}_1$ şi $\vec{F}_2$ ce acţionează sub unghiurile α_1 respectiv α_2 faţă de ea (fig. 38). Să se determine poziţia punctului de sprijin şi reacţia Q a acestuia. Greutatea grinzii este P, iar lungimea sa l.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

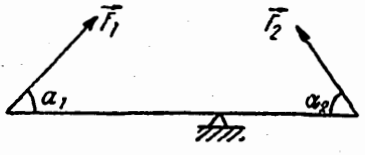


Fig. 38.

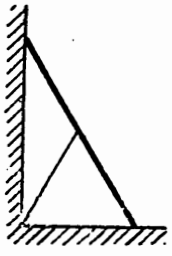


Fig. 39.

190 O bară al cărei centru de greutate se află la mijlocul său, se sprijină cu un capăt pe o suprafaţă plană, iar cu celălalt capăt de un perete vertical. Ce tensiune trebuie creată într-un fir, legat cu unul din capete de mijlocul barei, iar cu celălalt de punctul de îmbinare al peretelui cu suprafaţa orizontală (fig. 39), astfel încît în lipsa frecărilor, bara să nu cadă?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

191 Un băţ cu secţiune constantă şi confecţionat dintr-un material omogen, se sprijină de un perete vertical astfel încît formează unghiul α cu planul orizontal. Să se determine legătura dintre coeficienţii de frecare μ_1 şi μ_2 (cu peretele, respectiv planul orizontal) pentru care băţul nu alunecă.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

192 O placă metalică omogenă are forma unui pătrat $ABCD$, de latură a, terminată cu un triunghi echilateral ADE. Placa se aşază într-un plan vertical şi poate oscila în jurul vîrfului A.

1° Să se afle poziţia de echilibru.

2° Ce greutate F trebuie să atîrnăm în E pentru ca în noua poziție de echilibru ce o va lua placa, latura AB să fie orizontală ?

3° Să se calculeze lucrul mecanic corespunzător forței F și deplasării plăcii de la prima poziție de echilibru la a doua, în cazul cînd : placa este din cupru și are o grosime $e=2{,}5$ mm ; $AB=1{,}25$ m ; densitatea cuprului $\rho=8{,}9\cdot10^3\frac{kg}{m^3}$.

(Școala de drumuri și poduri, 1914)

193 O pîrghie cotită AOB (fig. 40) în care $l_1=AO=0{,}7$ m, $l_2=OB=0{,}3$ m, iar $AOB=125°$, se poate mișca într-un plan vertical, în jurul unui ax orizontal proiectat în O. De capătul A se atîrnă o greutate $P_1=25$ N, iar de capătul B una $P_2=43$ N.

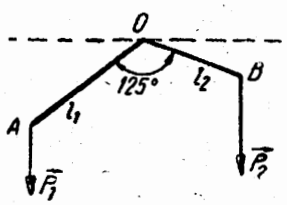


Fig. 40

1° Să se găsească poziția de echilibru, în următoarele ipoteze :

a) neglijînd greutatea proprie a pîrghiei ;

b) ținînd seama și de greutatea pîrghiei și știind că cele două porțiuni AO și BO sînt din fier, au forma unor bare cilindrice cu diametrul $d=2{,}5$ cm și că densitatea fierului este $\rho=7{,}8\cdot10^3\frac{kg}{m^3}$.

2° Presupunînd că pîrghiei precedente i se imprimă o mișcare de rotație în jurul axei O, de 12 rotații pe minut, să se calculeze viteza unghiulară și vitezele liniare ale extremităților A și B.

(Școala de poduri și șosele, 1913)

194 Ce lungime maximă L poate avea un „pod" construit din 5 pietre de domino, ca în figura 41 ?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

195 O bară dreaptă AB, netedă, de masă foarte mică și de lungime a, se poate roti în jurul capătului inferior A care este fix, în timp ce la capătul celălalt B este suspendat un corp de masă M (fig. 42). Un mic inel P, de masă neglijabilă, poate culisa în lungul barei. Acest inel se fixează la unul din capetele unui fir trecut peste un mic scripete C, situat la distanța b de punctul A pe aceeași verticală și care are la celălalt capăt un corp de masă m. Să se determine poziția de echilibru a sistemului.

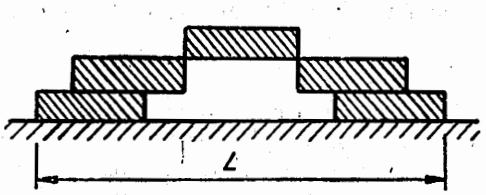


Fig. 41.

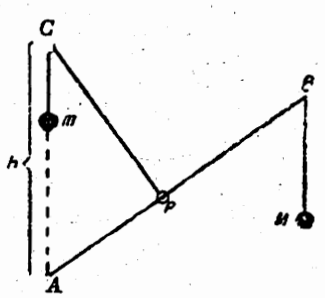


Fig. 42.

(Examen admitere, Anglia)

196 În figura 43 este reprezentată o bară dreaptă AFB, de masă neglijabilă, şi care se poate roti liber într-un plan vertical, în jurul punctului fix F care împarte bara în distanţele $AF=0{,}6$ m şi $FB=0{,}5$ m. Un corp cu masa $m=30$ kg se suspendă în punctul B, în timp ce vergeaua este menţinută

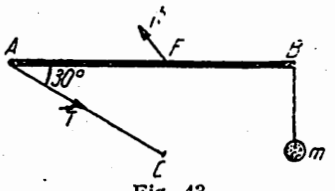


Fig. 43.

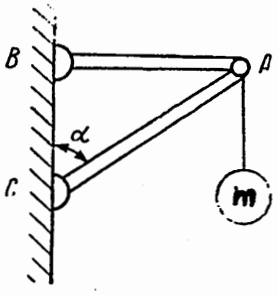


Fig. 44.

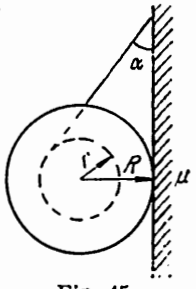


Fig. 45.

în poziţia orizontală cu ajutorul unui fir subţire şi uşor AC, înclinat faţă de orizontală cu un unghi de 30°. Să se determine:
1° tensiunea T în firul AC;
2° forţa de reacţiune R în punctul F.

(Examen admitere, Anglia)

197 La capătul A al unei console sprijinită ca în figura 44, se atîrnă un corp cu masa $m=20$ kg.
1° Ştiind că unghiul ACB este $\alpha=60°$, să se calculeze tensiunile din barele AB şi AC.
2° Care trebuie să fie unghiul α pentru ca tensiunea din suportul AC să fie de două ori mai mare decît cea din suportul AB?

(Institutul de construcţii — Bucureşti, 1966)

198 Un mosor înfăşurat cu aţă atîrnă pe un perete, susţinut de capătul aţei (fig. 45). Mosorul are masa M, razele r şi R, iar coeficientul de frecare între el şi zid este μ.
1° Pentru ce unghi α minim, mosorul nu poate aluneca pe perete?
2° Care va fi tensiunea în firul de suspensie în acest caz?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

199 Trei sfere identice avînd razele $R=5$ cm şi greutăţile $G=10$ N, atîrnă fiecare de cîte un fir cu lungimea $l=7{,}5$ cm. Firele sînt fixate în acelaşi punct, iar cele trei sfere ocupă astfel de poziţii încît se ating tangent între ele. Pe cele trei sfere se sprijină o a patra sferă cu raza $r=2{,}5$ cm şi cu greutatea P. Cît de mare poate fi greutatea P astfel ca ea să nu cadă printre celelalte? Frecarea este neglijabilă.

(Concursul şcolilor medii, 1963, R. P. Ungară)

200 Un cilindru fără fund, cu raza R, se află pe o masă orizontală. În cilindru se introduc două sfere identice; raza r a sferelor satisface condiţia $\frac{R}{2}<r<R$. Să se determine raportul maxim $\frac{M}{m}$ (M—masa cilindrului; m—masa fiecărei sfere) pentru care baza cilindrului se desprinde de pe masă.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

201 Se dă o placă dreptunghiulară cu dimensiunile 5 cm, 15 cm și grosimea de 1 cm, alcătuită dintr-un pătrat de oțel cu greutatea specifică de $78\frac{kN}{m^3}$ și un dreptunghi de aluminiu cu greutatea specifică de $23\frac{kN}{m^3}$. Să se stabilească poziția axei orizontale de susținere, perpendiculară pe placă, care asigură sistemului echilibrul indiferent.

(Institutul de construcții — București, 1960)

202 O bară grea $ACDB$ rămîne în poziție orizontală, sprijinindu-se pe două cuie mici C și D (fig. 46). Greutatea maximă posibilă care acționînd în A scoate sistemul din echilibru are valoarea P, iar greutatea maximă care acționînd în B scoate sistemul din echilibru este Q. Să se determine:

1° greutatea barei;

2° poziția centrului de greutate.

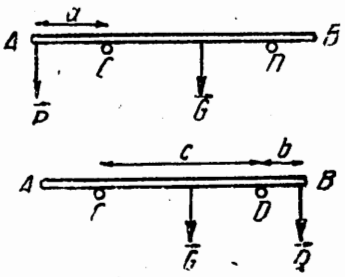


Fig. 46.

(Examen admitere, Anglia)

203 La capetele unei bare cu lungimea de 12 m se găsesc două corpuri cu greutățile $G_1=500$ N și $G_2=700$ N. Corpurile se mișcă unul spre celălalt cu vitezele $v_1=2\frac{cm}{s}$ și $v_2=4\frac{cm}{s}$. Neglijînd greutatea barei, să se determine:

1° poziția centrului de greutate al sistemului la începutul mișcării;

2° poziția centrului de greutate în momentul întîlnirii corpurilor;

3° viteza cu care s-a deplasat centrul de greutate între cele două poziții.

(Olimpiadă, 1963)

204 Să se găsească poziția centrului de greutate al unui disc din tablă de fier de rază R, prezentînd o gaură de diametru R și tangentă discului.

(Școala politehnică — București, 1943)

205 Dintr-o placă omogenă dreptunghiulară $ABCD$, se taie porțiunea ADE (fig. 47). Segmentele DC și DE au, respectiv, lungimile a și b. Greutatea figurii rămase are valoarea G. Să se determine valoarea maximă X a greutății ce poate fi aplicată în punctul A pentru ca placa să nu se răstoarne, dacă placa se află într-o poziție verticală, sprijinindu-se cu latura EC pe un plan orizontal.

(Examen admitere, Anglia)

206 Se dă o placă omogenă în formă de triunghi. Considerînd pe mediana AD un punct X, se înlătură porțiunea BXC din placă. Să se determine:

1° centrul de greutate al porțiunii rămase $ABXC$;

2° poziția punctului X astfel încît centrul de greutate al porțiunii $ABXC$ să se afle în punctul X.

(Examen admitere, Anglia)

207 Se consideră că particulele de masă 3, 4, 5, respectiv 18 kg sînt plasate ca în figura 48, în vîrfurile unui pătrat. Să se determine distanța dintre centrul de greutate al sistemului și centrul O al pătratului.

(Examen admitere, Anglia)

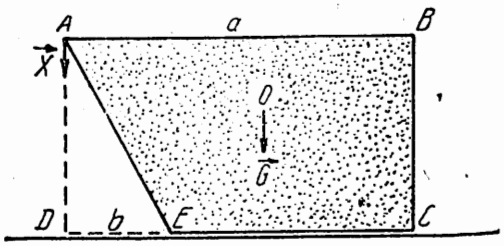


Fig. 47

Fig. 48.

8. MIȘCARE CIRCULARĂ

208 Să se calculeze vitezele unghiulare ale acelor unui ceasornic și ora cînd aceste ace sînt în prelungire prima dată după ora 12.

(Institutul de construcții — București, 1957)

209 Doi cicliști rulează uniform pe piste circulare concentrice cu lungimile egale respectiv cu $l_1=560$ m și $l_2=600$ m.
Cînd ei merg în același sens, cel care parcurge circumferința interioară îl depășește pe celălalt la fiecare interval $t_1=4$ min. Cînd ei merg în sens contrar, se întîlnesc (astfel încît îi putem considera pe aceeași semidreaptă dusă din centru) la fiecare interval $t_2=48$ s. Să se determine viteza și accelerația centripetă a fiecărui ciclist.

(Bacalaureat, Franța; Facultatea de fizică — Iași, 1970)

210 Se consideră două cercuri de centre A, B și raze a, b astfel încît al doilea cerc trece prin centrul primului (fig. 49). Un mobil M descrie cercul A cu o mișcare uniformă în timpul T. Să se calculeze viteza și accelerația centripetă a unui mobil P care descrie cercul B în așa fel ca el să rămînă continuu pe dreapta AM.

(Bacalaureat, Franța)

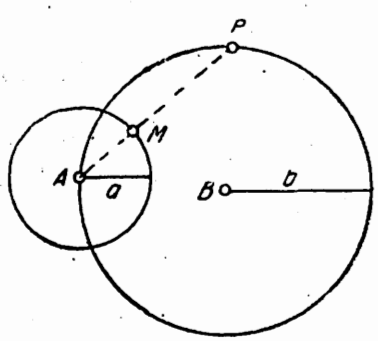


Fig. 49.

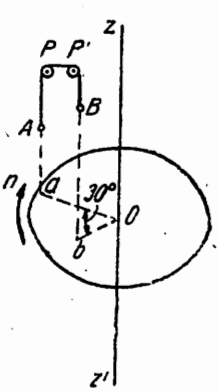


Fig. 50.

211 Un disc circular orizontal se rotește cu o mișcare uniformă în jurul unui ax vertical ZZ' ce trece prin centrul său O (fig. 50). Mișcarea se face în sensul

indicat de săgeată cu turația $n=50\frac{\text{rot}}{\text{min}}$. Într-un plan vertical trecînd prin ZZ', de aceeași parte a acestui ax, se găsesc centrele a două mici sfere de plumb A și B, unse cu plombagină, avînd aceeași masă și fixate la capetele unui fir de masă neglijabilă care trece peste doi scripeți verticali P și P'. Partea inferioară a lui A se află la distanța $d_1=2$ m de disc; partea inferioară a sferei B se află față de disc la distanța $d_2=2{,}67$ m. La un moment dat, firul este ars între cei doi scripeți. Sferele cad și lasă pe disc două urme circulare cu centrele a și b iar aOb este egal cu 30°. Să se deducă din aceste date accelerația gravitațională. Se neglijează rezistența aerului.

(Bacalaureat, Franța)

212 Accelerația totală a unei mișcări curbilinii fiind a iar a_n accelerația normală, să se calculeze accelerația tangențială a_t și unghiul α pe care îl face accelerația totală cu tangenta la traiectoria curbă.

(Bacalaureat, Franța)

213 O roată făcea $300\frac{\text{rot}}{\text{min}}$. Lăsată liberă s-a oprit după 30 secunde. Care este accelerația unghiulară* de frînare și cîte rotații a făcut pînă la oprire?

(Facultatea de matematică și fizică — București, 1960)

214 Un avion zburînd deasupra unui lac cu viteza $250\frac{\text{km}}{\text{h}}$, face un viraj cu raza de 400 m. În acest caz, aripa avionului se înclină cu un unghi α față de orizontală. În avion se află pe o masă un vas cu apă. Care va fi poziția suprafeței apei în vas în raport cu suprafața mesei și în raport cu suprafața apei din lac?

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

215 Cu ce viteză trebuie să se miște un automobil pe un pod convex cu raza R, pentru ca el să pară fără greutate în orice moment?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

---

* Accelerația unghiulară ε se definește drept variația vitezei unghiulare în unitatea de timp (asemănător accelerației liniare a):

$$\varepsilon=\frac{\Delta\omega}{\Delta t} \text{ și } \omega=\omega_0\pm\varepsilon t,$$

luîndu-se semnul plus pentru mișcarea accelerată și minus pentru cea încetinită. Corespondentele ecuațiilor spațiului $\left(s=v_0t\pm\frac{1}{2}at^2\right)$ și ale lui Galilei $\left(v=\sqrt{v_0^2\pm 2as}\right)$ vor fi:

$$\alpha=\omega_0t\pm\frac{1}{2}\varepsilon t^2=N\cdot 2\pi,$$

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2\pm 2\varepsilon\alpha},$$

N fiind numărul de rotații.

216 Ce viteză unghiulară ω trebuie imprimată aparatului clasic de producere a forței centrifuge pentru ca, într-un tub ce face un unghi θ cu verticala (fig. 51), o bilă grea să rămînă în echilibru la o distanță λ de axa de rotație ?

(Bacalaureat, Franța)

217 O bară rigidă cu lungimea l fixată sub unghiul φ la un ax vertical, se rotește împreună cu axul cu o viteză unghiulară ω. La capătul de jos al barei se află o sferă cu masa m. Să se determine forța cu care tija acționează asupra sferei (ca mărime și direcție).

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

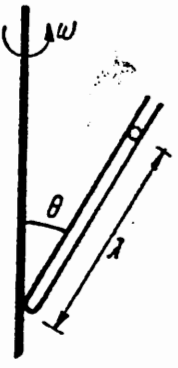


Fig. 51.

218 Un mobil de masă m este lăsat din punctul maxim H să alunece fără frecare pe o curbă semicirculară de rază R.

1° Să se determine cos φ, unde φ este unghiul format de direcția verticalei cu dreapta ce trece prin originea O și prin punctul în care mobilul părăsește porțiunea de cerc pe care a parcurs-o. Viteza sa depinde de înălțimea de cădere prin formula lui Galilei.

2° Să se calculeze distanța OA de pe orizontală la care ajunge mobilul la sol.

3° Care va fi energia mobilului la sol ?

(Facultatea de matematică și fizică — București, 1961)

219 Un mobil a fost lansat cu viteza v_0 din punctul A cel mai de jos al unui cerc vertical, pe care el se va mișca sprijinit în interior.

1° Care este condiția pentru ca mobilul să ajungă în poziția B, definită prin înclinația α a razei OB față de verticala ascendentă ?

2° Să se calculeze forța cu care mobilul, trecînd prin B, va acționa asupra cercului (caz general).

3° Presupunînd raza $OA = 12$ m, care va trebui să fie viteza inițială imprimată mobilului pentru ca el să poată atinge punctul C cel mai înalt și să acționeze asupra cercului cu o forță cel puțin egală cu un sfert din greutatea sa ? Se neglijează frecările.

(Bacalaureat, Franța)

220 De un lanț rigid, care poate susține o greutate maximă de 40 N, este suspendat un corp cu masa de 1 kg.
Care este unghiul maxim pe care-l poate face corpul cu poziția lui de echilibru astfel ca lanțul să nu se rupă în timpul oscilației ? $\left(g \approx 10 \frac{m}{s^2}\right)$

(Olimpiadă, 1957 ; Institutul de construcții — București, 1964)

221 Se suspendă de un fir cu lungimea de 1,5 m un vas plin cu apă. Firul fiind fixat la un capăt, i se imprimă sistemului o mișcare de rotație uniformă, în plan vertical. Masa totală (vas plus apă) este de 3 kg. Să se calculeze :

1° numărul de rotații pe secundă pe care trebuie să le facă vasul pentru ca apa să nu cadă din vas ;

2° tensiunea maximă pe care o suportă firul cînd se efectuează 2 rotații pe secundă.

(Olimpiadă, 1963 ; Universitatea Babeș-Bolyai, Cluj, 1969)

222 O sferă de plumb cu masa de 1 kg se află la capătul unui fir cu lungimea 1 m și descrie un cerc în plan vertical, în așa fel încît sfera abia este capabilă să descrie cercul. Să se calculeze valorile maximă și minimă ale vitezei sferei și tensiunea în fir cînd acesta face un unghi de 60° cu verticala.

(Bacalaureat, Anglia)

223 O mică sferă, atîrnată de un fir, se rotește într-un plan orizontal astfel încît distanța de la punctul de suspensie a firului la planul în care are loc mișcarea este h (fig. 52). Să se determine frecvența f a acestui pendul conic.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

224 La fiecare din extremitățile unei tije verticale ce se rotește cu viteza unghiulară ω, s-a fixat cîte un fir. De capetele libere ale celor două fire s-a legat o bilă cu masa $m=500$ g (fig. 53). Bila se rotește într-un plan orizontal. Firele formează între ele în timpul rotirii un unghi drept. Lungimea firului superior este $a=30$ cm, lungimea firului inferior este $b=40$ cm.
Care dintre fire se va rupe primul și la ce viteză unghiulară, dacă rezistența la rupere a firului este $R=12{,}6$ N. Se va lua $g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

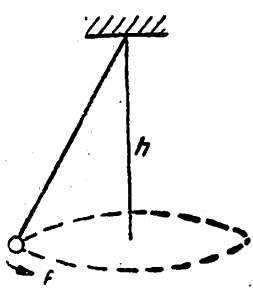


Fig. 52.

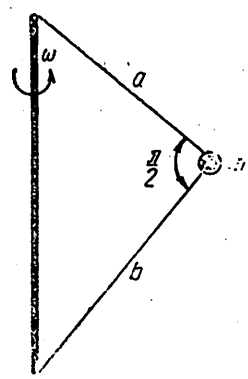


Fig. 53.

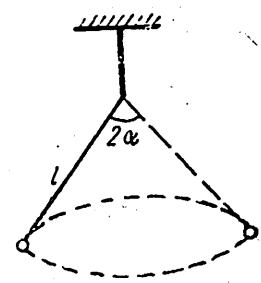


Fig. 54.

225 La capătul unei tije rigide se leagă un fir, iar de acesta este atîrnată o sferă. Firul descrie suprafața laterală a unui con cu unghiul de deschidere 2α (fig. 54). Întregul sistem este plasat într-un ascensor ce se află în repaus la o anumită înălțime. La un moment dat ascensorul începe să cadă liber. Să se descrie mișcarea sferei în timpul mișcării ascensorului. Se va neglija masa firului.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

226 Un fir de care atîrnă o bilă de masă m este îndepărtat cu unghiul α_0 de verticală și lăsat apoi liber. Să se determine tensiunea din fir în funcție de unghiul α.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

227 Pe o platformă ce se roteşte în jurul unui ax cu viteza unghiulară ω, la distanţa R de axa de rotaţie, se află un om cu greutatea P (fig. 55). Cu ce acceleraţie maximă poate să ridice omul greutatea Q, cu ajutorul unei frînghii, pentru a rămîne totuşi în repaus faţă de platformă, dacă coeficientul maxim de frecare între picioarele lui şi platformă este μ?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

228 Un cilindru cu axa aşezată orizontal execută o mişcare de rotaţie cu viteza unghiulară constantă. Cilindrul este umplut cu apă, iar apa se mişcă în tot volumul cilindrului cu aceeaşi viteză unghiulară. În apă se introduce o mică sferă de metal. Din cauza rotaţiei apei, sfera nu cade la partea inferioară a peretelui vasului, ci rămîne în interiorul cilindrului, în poziţie de echilibru faţă de pămînt.

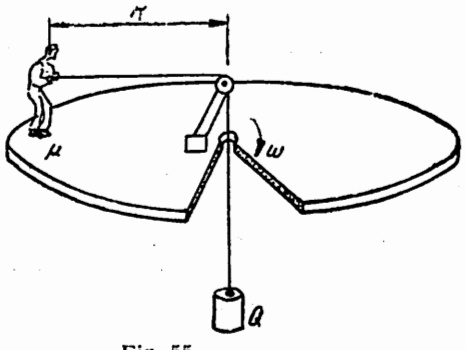


Fig. 55.

1° În ce cadran se află sfera? Să se determine exact poziţia sferei, ştiind că rezistenţa datorită lichidului în mişcare este proporţională cu viteza şi raza sferei, coeficientul de proporţionalitate fiind $k = 0{,}02 \frac{\text{N s}^2}{\text{m}^2}$ iar sensul de rotaţie este cel trigonometric.

2° Ce se întîmplă în cazul unei sfere de lemn? Raza sferei este 1 mm. Sfera de metal are densitatea $\rho = 1{,}7 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, iar cea din lemn $\rho' = 300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Viteza unghiulară $\omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

(Concursul de fizică Eötvös, 1959, R. P. Ungară)

229 Un schior, plecînd din repaus, alunecă fără frecare timp de 20 secunde pe o pantă cu înclinarea de 10 m la 100 m. Ajungînd într-un loc perfect orizontal, schiorul face o cotitură sub formă de arc de cerc cu raza de 40 m. Să se calculeze:

1° viteza schiorului în momentul terminării cursei pe pantă;
2° lungimea drumului parcurs în pantă;
3° înclinarea schiorului în timpul cotiturii.

Se consideră $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

(Institutul politehnic — Braşov, 1963)

230 Un vagon cu masa de 20 tone se mişcă cu o viteză de $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, pe o curbă cu raza de 800 m. Să se determine:

1° mărimea forţei centrifuge de inerţie care acţionează asupra vagonului;
2° supraînălţarea optimă a şinei exterioare faţă de cea interioară, ştiind că ecartamentul liniei este de 1,5 m;

3° coeficientul de frecare dintre platforma vagonului și un corp aflat pe ea pentru ca acest corp să rămînă fix; se presupune în acest caz orizontalitatea șinelor.

Se va considera $g = 10\frac{m}{s^2}$.

(Olimpiadă, 1961; Universitatea Babeș-Bolyai, Cluj, 1969)

231 Un automobil parcurge un arc de cerc cu raza de 50 m. Coeficientul de frecare de alunecare laterală pe șosea este de 0,5, distanța dintre roți 1,5 m, iar înălțimea centrului de greutate deasupra șoselei la 50 cm.

1° Care este viteza la care apare alunecarea laterală a automobilului?

2° La ce viteză se produce rostogolirea automobilului?

3° Care dintre viteze este mai repede atinsă?

Se va considera $g = 10\frac{m}{s^2}$.

(Institutul de construcții — București, 1965)

232 La o transmisie prin curele, roata conducătoare are diametrul $D_1 = 10$ cm. Să se calculeze diametrul roții conduse D_2 și lungimea curelei necesare, știind că raportul de transmisie este $i = \frac{2}{7}$ și că distanța între centrele celor două roți este de 1,25 m. Unghiul AOA_1 format de razele roților duse în punctele de tangență ale curelei se va lua 157°.

(Olimpiadă, 1957)

233 Două roți C_1 și C_2 cu razele, respectiv, R și r, sînt legate cu o curea de transmisie. Roata C_1 face în mod normal 180 rotații pe minut.

1° Să se determine razele roților, știind că dacă R și r ar fi respectiv cu 2 cm și 3 cm mai mari, atunci la $225\frac{rot}{min}$ ale roții C_1 ar corespunde $360\frac{rot}{min}$ pentru C_2, iar dacă R și r ar fi respectiv cu 5 cm și 8 cm mai mari, atunci la $240\frac{rot}{min}$ pentru C_1 ar corespunde $360\frac{rot}{min}$ pentru C_2. Care este numărul normal de rotații al lui C_2?

2° Presupunînd că R și r au valorile găsite, că C_1 își păstrează $180\frac{rot}{min}$ și că celor două roți li se adaugă bandaje de aceeași grosime, turația roții C_2 crește sau scade?

(Olimpiadă, 1959)

9. ATRACȚIE UNIVERSALĂ. SATELIȚI

234 Ce forță de tracțiune dezvoltă motorul unei nave cosmice care are la distanța r de centrul planetei accelerația a de sens contrar accelerației în cădere liberă pe acea planetă. Masa navei este m, iar a planetei M.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

235 O navă cosmică mişcîndu-se pe o orbită circulară în jurul Pămîntului rămîne mereu deasupra aceluiaşi punct de pe suprafaţa Pămîntului. Să se determine acest punct şi viteza de deplasare a navei.

(Concursul Şcolilor medii, 1962, R. P. Ungară)

236 Pentru ca un satelit artificial al Pămîntului să se rotească pe o orbită circulară la înălţimea de 800 km, trebuie să aibă o viteză liniară de 7,5 $\frac{km}{s}$. Să se calculeze:
1° viteza unghiulară;
2° perioada de rotaţie;
3° acceleraţia centripetă a satelitului;
4° de cîte ori înconjură satelitul Pămîntul în 24 de ore.
Raza medie a Pămîntului 6 400 km.

(Olimpiadă, 1959; Institutul politehnic — Iaşi, 1963)

237 Să se calculeze viteza cu care se roteşte un satelit artificial al Pămîntului pe o orbită cu raza de 9 800 km. Acceleraţia gravitaţională la suprafaţa Pămîntului (cu raza de 6 400 km) este de 9,8 $\frac{m}{s^2}$. Care este durata unei rotaţii a satelitului în jurul Pămîntului?

(Facultatea de matematică şi fizică — Bucureşti, 1961)

238 Perioada de revoluţie a primului satelit artificial al Pămîntului, Sputnik 1, a fost de 95 minute. Presupunînd că mişcarea satelitului a avut loc pe o orbită circulară, să se determine:
1° distanţa la care se găsea satelitul faţă de suprafaţa Pămîntului;
2° viteza satelitului.

(Olimpiadă, R. P. Polonă; Concursul Şcolilor medii, R. P. Ungară)

239 Se ştie că Luna efectuează o rotaţie completă în jurul Pămîntului în 27 zile şi 7 ore. Raza orbitei sale este egală cu 60 de raze ale Pămîntului. Să se afle acceleraţia g de pe Pămînt.

(Facultatea de fizică — Cluj, 1962)

240 Masa Lunei este de 81 ori mai mică decît masa Pămîntului, diametrul Lunii este $\frac{3}{11}$ din diametrul mediu al Pămîntului. Neglijînd schimbarea greutăţii prin rotaţie, să se calculeze greutatea unui om de 72 kg, la suprafaţa Lunii.

(Facultatea de matematică şi fizică — Cluj, 1958)

241 Două stele cu masele m_1 şi m_2 se mişcă în cosmos pe orbite circulare concentrice astfel încît distanţa l dintre centrele lor de greutate, pe orice direcţie ce trece prin centrul de rotaţie, rămîne constantă. Să se determine elementele mişcării lor (raze, perioadă).

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

242 Două corpuri punctiforme fixe A şi B, de mase a şi b atrag, conform legii lui Newton, un punct M de masă m mobil pe cercul de diametru $AB=2R$. Să se determine poziţia de echilibru a punctului M. Este acest echilibru stabil?

(Bacalaureat, Franţa)

243 Care va fi deviaţia α a firului cu plumb la o distanţă r de o piramidă de masă m?

(Bacalaureat, Franţa)

244 Ce lucru mecanic trebuie efectuat pentru a ridica uniform un corp cu masa de 1 kg, de la suprafaţa Pământului la înălţimea de 400 km? Frecările se neglijează.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

245 Într-o sferă cu raza R şi masa M se află o scobitură sferică cu raza $\frac{R}{2}$, al cărei centru se află la mijlocul razei sferei. Pe dreapta ce trece prin centrele ambelor sfere, la o distanţă $d>R$ de centrul sferei mari, se află un punct material, avînd masa m. Să se calculeze forţa de acţiune reciprocă între sfera scobită şi punctul material m.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

10. MIŞCAREA DE ROTAŢIE A CORPULUI RIGID

246 Scripetele unei maşini Atwood are o masă $m_1=10$ g şi raza $R=10$ cm. Cei doi cilindri atîrnaţi de capetele firului trecut peste scripete au fiecare o masă $m_2=50$ g. Pe cilindrul ce se află pe platformă se aşază o suprasarcină de masă $m_3=10$ g. Masa firului este neglijabilă.

1° Sistemul este pus în mişcare făcînd să cadă platforma. Care va fi viteza unghiulară a scripetelului în momentul în care cilindrul care poartă suprasarcina va fi parcurs o distanţă $S=1$ m? Se va rezolva întîi neglijînd masa scripetelului; apoi, ţinînd seama de ea.

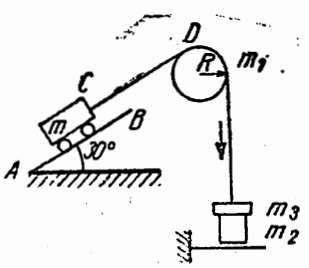


Fig. 56.

2° Se înlocuieşte al doilea cilindru cu un cărucior mobil care urcă fără frecare pe un plan AB înclinat cu un unghi $\alpha=30°$ faţă de orizontală (fig. 56). Căruciorul are o masă $m=50$ g şi firul CD care îl trage are mereu aceeaşi direcţie, paralelă cu AB în planul scripetelului. Se va răspunde la aceeaşi întrebare ca şi în cazul punctului 1°.

(Bacalaureat, Franţa)

247 În vîrfurile unui triunghi echilateral cu latura $a=1$ m se introduc trei sfere cu masele, respectiv, $m_1=1$ kg, $m_2=2$ kg, $m_3=3$ kg. Tot sistemul se roteşte cu frecvenţa $\nu=2\frac{\text{rot}}{\text{s}}$, în jurul unui ax ce trece prin centrul de greutate al sistemului, normal pe planul triunghiului. Să se determine energia cinetică de rotaţie a sistemului.

(Concursul Şcolilor medii, 1960, R. P. Ungară)

248 Pe o roată de bicicletă căreia presupunem că i s-a scos cauciucul și care este mobilă fără frecare în jurul unui ax orizontal, se înfășoară un fir de masă neglijabilă, la capătul său liber fiind suspendat un corp cu masa $m=200$ g. Masa roții este $M=3$ kg, iar raza sa $R=30$ cm. Se lasă sistemul liber fără viteză inițială și se cere:

1° energia cinetică a sistemului după căderea corpului de masă m pe distanța $h=2$ m;

2° care sînt, în acest moment, viteza corpului și viteza unghiulară a roții;

3° să se calculeze accelerația corpului.

(Bacalaureat, Franța; Olimpiadă, 1968)

249 Un cilindru omogen de masă M și raza R este mobil în jurul axei sale situată orizontal. El este pus în mișcare cu ajutorul unui fir, de diametru și de masă neglijabile, înfășurat regulat pe acest cilindru, fixat la un capăt într-un punct de la margine și avînd la celălalt capăt un corp de masă m supus acțiunii gravitației. Neglijînd frecările, să se calculeze:

1° după cît timp turația cilindrului va fi de o rotație pe secundă, sistemul pornind din repaus. Se va lua $R=10$ cm, $M=25$ kg, $m=200$ g (se știe că momentul de inerție față de axa de rotație al unui cilindru omogen de rază R și de masă M este $\frac{MR^2}{2}$);

2° relația între M și m pentru ca accelerația corpului de masă m să fie $\frac{1}{10}$ din accelerația gravitațională.

(Bacalaureat, Franța)

250 Un volant cu masa $m=1$ tonă, al cărui moment de inerție are aceeași valoare ca și în cazul cînd întreaga sa masă ar fi situată la distanța $r=1$ m de axa sa de rotație, este supus la un cuplu motor de moment C_m, a cărui acțiune este apoi suprimată la momentul t, cînd volantul se rotește cu o turație $n=50\frac{\text{ture}}{\text{min}}$.

1° Să se calculeze cîte rotații va efectua volantul din momentul t pînă la oprirea sa, știind că datorită frecărilor el cedează în medie la fiecare rotație, sub formă de căldură, o cantitate de energie $E=200$ J.

2° Să se calculeze momentul cuplului antagonist și constant C_a, care ar trebui aplicat volantului din momentul cînd este suprimat cuplul motor C_m, pentru ca el să efectueze pînă la oprire un număr de ture de două ori mai mic.

(Bacalaureat, Franța; Olimpiadă, 1968)

251 Un pendul Maxwell se compune dintr-un disc de oțel $\left(\text{densitate } 7\,800\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$ cu raza de 6 cm și grosimea de 0,8 cm, străbătut de un ax tot de oțel, cu lungimea de 10 cm și raza de 0,6 cm. Discul este atîrnat de un stativ prin intermediul unor fire prinse de axul său. Axul se înfășoară pe fire și astfel discul se ridică cu 60 cm. Apoi este lăsat liber. Care este viteza unghiulară a discului în poziția sa cea mai joasă?

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

252 Un cerc de cupru se rotește cu viteza unghiulară ω în jurul unei axe ce trece prin centrul său de greutate. Cum variază viteza unghiulară dacă temperatura crește de la 0°C la t°C?

Se va neglija orice fel de frecare.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

11. MIȘCARE OSCILATORIE

253 Să se descrie modul de compunere a două vibrații de aceeași frecvență în cazurile cînd :
1° vibrațiile se efectuează pe aceeași direcție ;
2° direcțiile lor formează un unghi drept.

(Bacalaureat, Anglia)

254 Două puncte A_1, A_2 se mișcă pe aceeași dreaptă Ox. Elongațiile lor la momentul t sînt date prin formulele :

$$x_1 = a \cos \omega t, \qquad x_2 = a \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right),$$

cu

$$\omega = \frac{\pi}{3\,600} \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

La ce momente distanța între ele, luată în valoare absolută, este :
1° maximă ;
2° egală cu $\frac{a}{4}(-1 + \sqrt{5})$?

(Bacalaureat, Franța)

255 1° Extremitatea A a unei coarde elastice lungi este pusă într-o mișcare oscilatorie cu elongația exprimată în centimetri, dată în funcție de timp de expresia $x = 4 \sin 20\pi t$.
Să se determine amplitudinea, frecvența și perioada mișcării.
2° Mișcarea oscilatorie se propagă în lungul coardei cu viteza $2{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Să se determine lungimea de undă a mișcării oscilatorii. Care este ecuația mișcării unui punct M situat la 62,5 cm de extremitatea A ?
3° Să se calculeze, în grade, diferența de fază corespunzătoare la două puncte M și M' separate prin distanța de 40 cm.

(Bacalaureat, Cambodgia, 1960)

256 Se atîrnă un corp de masă m de un resort a cărui masă este presupusă neglijabilă. Apoi, de mijlocul resortului întins, se atîrnă un alt corp de masă m. Să se determine alungirea totală a resortului.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

257 De un resort atîrnă o greutate de o asemenea mărime încît perioada de oscilație a sistemului este de 0,5 s. Se adaugă resortului încă o greutate, astfel încît perioada de oscilație devine 0,6 s. Să se determine alungirea resortului după adăugarea greutății suplimentare.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

258 Un motor cu masa de 128 kg este montat pe 4 resorturi avînd fiecare constanta elastică $k = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Să se determine perioada și frecvența de oscilație a sistemului.

(Olimpiadă, 1962)

259 Pe un drum de cîmpie a trecut un tractor cu şenile, lăsînd urme sub forma unor adîncituri distanţate una de alta cu 30 cm. Perpendicular pe aceste urme s-a deplasat un cărucior cu două roţi avînd două arcuri (fiecare arc se comprimă cu 1 cm la o încărcare de 1 kg pe cărucior) (fig. 57). Cu ce viteză s-a deplasat căruciorul perpendicular pe urmele lăsate, dacă în timpul mişcării el este adus la rezonanţă? Căruciorul, cu încărcătură cu tot, avea 10 kg.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

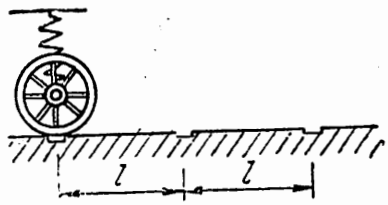


Fig. 57.

260 Un resort se alungeşte cu $\Delta l = 16$ cm atunci cînd este acţionat de o forţă $F = 10$ N. Se fixează la capetele resortului două sfere, cu masele $m_1 = 2$ kg respectiv $m_2 = 1$ kg şi se comprimă resortul. Considerînd sistemul plasat într-o rachetă în stare de imponderabilitate, să se determine perioada de oscilaţie a resortului.

(Concursul Şcolilor medii, 1960, R. P. Ungară)

261 1° Să se determine ecuaţia de mişcare a unui corp cu masa de 2 g ce posedă o mişcare oscilatorie armonică, pornind din poziţia de repaus. Pentru a îndepărta corpul din poziţia de echilibru pînă într-un punct P, situat la distanţa maximă de poziţia de echilibru, se cheltuie un lucru mecanic de 23 mJ. În punctul P, asupra corpului acţionează o forţă de 1,15 N, îndreptată spre poziţia de echilibru.
2° Să se calculeze perioada mişcării.

(Olimpiadă, 1963)

262 Un arc spiral a fost întins foarte încet cu o forţă a cărei valoare finală a fost de 50 N. Acţionînd asupra resortului cu o forţă suplimentară de 80 N, acesta se lungeşte cu încă 20 cm. Ce lucru mecanic s-a efectuat pentru această alungire suplimentară?

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

263 Care vor fi energiile cinetică şi potenţială ale unui punct material de masă $m = 0{,}5$ g, care oscilează armonic cu amplitudinea $A = 5$ cm şi frecvenţa $\nu = \frac{1}{\pi}$ Hz, cînd acesta se găseşte la distanţa $y = 4$ cm de poziţia de echilibru?

(Olimpiadă, 1963)

264 Pe o suprafaţă plană se aşază un corp prismatic. Pe două feţe laterale opuse se fixează două resorturi identice orizontale, în lungul aceleiaşi drepte. Iniţial, cele două resorturi sînt în stare de repaus. Dacă se deplasează prisma pe direcţia resorturilor, ea va executa o mişcare oscilatorie amortizată, frînată doar de frecarea prismei cu planul orizontal. Să se determine poziţia în care se va opri prisma şi numărul de oscilaţii efectuate pînă la oprire.
Deplasarea laterală iniţială este $S_0 = 3{,}8$ cm, masa prismei 2 kg, coeficientul de frecare 0,2, iar fiecare resort se alungeşte cu 2 cm sub acţiunea unei forţe de 10 N.

(Concursul Şcolilor medii, 1961, R. P. Ungară)

265 Un resort are lungimea de 20 cm. Se constată că alungirea sa este proporţională cu sarcina şi valorează 2 cm pentru o sarcină de 2 N.
1° Să se calculeze constanta k a resortului.

2° Acest resort este intercalat pe firul din dreapta al unei mașini Atwood. El este întins în partea inferioară printr-o greutate de 4 N, iar la celălalt capăt al firului este atîrnată o greutate de 3 N.
Care sînt natura mișcării și lungimea resortului? Se presupun neglijabile frecările și masele resortului, scripetelui și firului.

3° Acest resort suspendat într-un punct fix O este încărcat cu un corp cu greutatea de 4 N. El este tras în jos, apoi lăsat liber. Să se determine perioada acestei mișcări.

(Bacalaureat, Montevideo, 1960)

12. PENDUL

266 Un ceasornic cu pendul metalic la temperatura de 0°C, înaintează cu 7 secunde în 24 de ore, iar la temperatura de 20°C, rămîne în urmă cu 9 secunde în 24 de ore. Să se afle coeficientul de dilatație al metalului.

(Facultatea de fizică — București, 1962)

267 1° Un pendul este construit dintr-o tijă metalică OA de masă neglijabilă, mobilă în jurul unui ax orizontal perpendicular pe tijă în extremitatea O, în extremitatea A avînd un corp de masă M, presupus punctual. Acest pendul este asemănător unui pendul simplu, de lungimea OA, efectuînd oscilații de mică amplitudine. Pendulul bătînd secunda la 0°C ($T_0=2$ s) într-un loc unde $g=9{,}81\frac{m}{s^2}$, să se calculeze lungimea $OA=l_0$ la această temperatură.

2° Temperatura se ridică la 20°C. Ce variație relativă a perioadei rezultă, știind că coeficientul de dilatație liniară a tijei este $\alpha=1{,}85\cdot10^{-5}\,grd^{-1}$? Acest pendul constituie balansierul unui orologiu cu mers exact la 0°C; va rămîne în urmă sau o va lua înainte cînd temperatura se ridică la 20°C? Cu cît într-o zi?

3° La temperatura de 20°C lungimea tijei pendulului este l. Se fixează la mijlocul tijei $\left(\text{la distanța } \frac{l}{2} \text{ de axă}\right)$ un mic corp punctual, de masă m. Să se calculeze perioada acestui pendul compus, în funcție de l, M, m. Să se arate că prezența lui m micșorează perioada. Care pot fi valorile lui m pentru ca pendulul astfel modificat să bată exact secunda la 20°C? Se dă $M=0{,}6$ kg.

(Bacalaureat, Noua Caledonie, 1960)

268 Un ceas de precizie cu pendul, care bate secunda la suprafața pămîntului, este mutat la o altitudine de 200 m în aceeași localitate.

1° Ce influență va avea această mutare asupra mersului ceasului și cu cîte secunde va varia mersul lui în 24 de ore? Raza pămîntului este $R=6\,400$ km.

2° Dacă la suprafața pămîntului temperatura ar fi de 20°C, iar tija pendulului s-ar construi din oțel, ce temperatură ar trebui să fie la altitudinea de 200 m pentru ca pendulul să meargă normal? Coeficientul de dilatație $\alpha=1{,}2\cdot10^{-5}grd^{-1}$.

(Olimpiadă, 1956)

269 O pendulă bate secunda la ecuator și la nivelul mării.

1° Care ar fi durata unei oscilații simple dacă Pămîntul și-ar înceta mișcarea de rotație ?

2° De cîte ori ar trebui să crească viteza de rotație a Pămîntului pentru ca perioada de oscilație a pendulului să devină infinită ?

3° Cu cît ar lua-o înainte pendula în 24 de ore dacă am duce-o la pol ? Accelerația gravitației la nivelul mării e dată de formula

$$g = \left(9{,}806 - 0{,}025 \cos 2\lambda\right) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

λ fiind latitudinea.

(Bacalaureat, Franța)

270 De un fir de mătase este suspendată o mică sferă electrizată pozitiv. O altă sferă izolată, al cărei centru se află pe verticala punctului de suspensie a pendulului și sub prima, este electrizată negativ, și o atrage pe prima cu o forță $F=10$ mN. Se face să oscileze pendulul și se găsește că perioada oscilației simple este $T=0{,}5$ s. Să se determine masa sferei mobile, știind că firul de mătase are o lungime $l=28$ cm. Se presupune că distanța dintre cele două sfere variază în timpul oscilației cu o antitate neglijabilă.

(Bacalaureat, Franța)

271 Un pendul este alcătuit dintr-un fir foarte subțire, de greutate neglijabilă și de lungime $l=0{,}9$ m. De capătul firului atîrnă o sferă cu masa $m=0{,}5$ g. El este încărcat cu o sarcină electrică $q=20$ nC. Pendulul oscilează într-un cîmp electric vertical îndreptat întîi de jos în sus și apoi de sus în jos. În primul caz, durata a 100 de oscilații simple este $t_1=106{,}5$ s. În al doilea caz, durata este $t_2=86{,}6$ s. Să se deducă intensitatea cîmpului electric și a celui gravitațional în locul unde se face experiența.

Bacalaureat, Franța)

272 În fața unei pendule care bate secunda se află o mică sferă de fier, de masă $m=812$ mg, suspendată de un fir inextensibil de lungime $l=1{,}25$ m. Un magnet plasat sub sferă o atrage cu o forță ce se poate considera constantă, îndreptată pe verticală și proporțională cu masa bilei. Făcînd bila să oscileze, observăm că perioada sa este puțin mai mică decît cea a pendulei. Pe de altă parte, observăm că cele două pendule trec împreună prin poziția verticală la următoarele ore : 8 h 32 min 43 s, 8 h 37 min 41 s, 8 h 42 min 39 s.

Să se deducă valoarea forței de atracție exercitate de magnet asupra bilei.

(Bacalaureat, Franța)

273 Un pendul simplu, de lungime $l=25$ cm, oscilează într-un loc unde $g=9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, iar amplitudinea mișcării este $\theta_0=2°$; bila suspendată de fir este din fier și are masa $m=3$ g.

Să se calculeze :

1° viteza cu care trece bila prin poziția de echilibru ;

2° ce forță de atracție verticală, obținută cu ajutorul unui electromagnet, trebuie adăugată atracției pămîntești, pentru ca pendulul să oscileze cu aceeași amplitudine, dar cu o perioadă de 10 ori mai mică decît în primul caz ;

3° în acest al doilea caz, tensiunea ce ia naştere în fir cînd pendulul trece prin elongaţia $\theta=1°$.

(Bacalaureat, Franţa)

274 Un pendul care bate secunda într-o localitate cu $g=9{,}8\frac{m}{s^2}$ are amplitudinea unghiulară de 45°. Fiind lăsat liber, în momentul cînd trece prin poziţia de echilibru firul întîlneşte un cui bătut la o distanţă x sub punctul de sprijin şi pe aceeaşi verticală cu el. Din această cauză îşi continuă mişcarea ca un nou pendul cu lungimea $l-x$.
Să se calculeze:
1° distanţa x, aşa fel ca amplitudinea unghiulară a noului pendul să fie 60°;
2° perioada noului pendul, în condiţii de izocronism.

(Olimpiadă, 1962

275 Un pendul, a cărui perioadă de oscilaţie este de 0,5 s, se fixează la un cărucior ce coboară pe un plan înclinat şi apoi se mişcă pe un plan orizontal. Unghiul format de planul înclinat cu orizontala este de 45°.
Neglijînd frecările, să se determine perioada de oscilaţie a pendulului cînd:
1° căruciorul coboară pe planul înclinat;
2° căruciorul merge pe suprafaţa orizontală.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

276 Un pendul simplu cu masa m primeşte un impuls iniţial H şi începe să oscileze cu amplitudinea unghiulară α_m şi acceleraţia maximă a_m. Se cer:
1° energia primită iniţial;
2° acceleraţia gravitaţiei locale;
3° lungimea pendulului;
4° constanta de elasticitate a unui resort ce ar avea aceeaşi masă şi perioadă cu pendulul considerat în condiţii de izocronism.
Aplicaţie pentru: $H=1{,}7\frac{kg\cdot m}{s}$; $m=0{,}5$ kg; $\alpha_m=45°$ şi $a_m=6{,}93\frac{m}{s^2}$.

(Olimpiadă, 1966)

13. ACUSTICA

277 Fiecare disc al unei sirene prezintă $N=60$ orificii şi se roteşte cu o turaţie $n=2\,000\frac{ture}{min}$. Să se calculeze frecvenţa şi lungimea de undă a sunetului produs.
Viteza sunetului este $v=340\frac{m}{s}$.

(Bacalaureat, Franţa)

278 Ciocănelul întrerupător al unei bobine de inducţie Ruhmkorff face 348 vibraţii simple pe secundă. Să se determine:
1° lungimea de undă a sunetului emis;
2° lungimea coardei ce ar produce acest sunet, ştiind că aceeaşi coardă avînd lungimea $l'=0{,}5$ m, la aceeaşi tensiune de întindere, emite sunetul cu frecvenţa $\nu'=485$ Hz.

(Bacalaureat, Franţa)

279 ● O coardă vibrantă de oțel, avînd lungimea de 40 cm și secțiunea de 0,4 mm², este întinsă de capetele sale astfel încît să dea ca sunet fundamental nota la_2. Să se calculeze:

1° tensiunea la care este supusă coarda;
2° viteza de propagare a mișcării vibratorii în lungul coardei.
3° Pentru a aduce coarda considerată la unison cu o altă coardă, îi mărim tensiunea de 2,25 ori și-i reducem lungimea la jumătate. Să se calculeze înălțimea sunetului astfel obținut.

Densitatea oțelului $7{,}8 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$; frecvența corespunzătoare lui la_2, 435 Hz.

(Bacalaureat, Franța)

280 ● Polii unui electromagnet sînt așezați la o mică distanță în exterior, de o parte și de alta a regiunii mijlocii a unui fir de fier, de lungime $l=1$ m și diametru $d=0{,}2$ mm, întins de o forță $F=8$ N.

Cînd se excită electromagnetul printr-un curent alternativ, coarda începe să vibreze foarte tare.

1° Să se explice acest fenomen;
2° Să se determine frecvența și perioada curentului alternativ de excitație.
3° Să se calculeze lungimea de undă corespunzătoare sunetului emis.

Date numerice: densitatea fierului $\rho=7{,}8 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$, viteza sunetului în aer $v=340 \frac{m}{s}$.

(Bacalaureat, Franța)

281 ● Un fir este atașat prin una din extremitățile sale O la una din ramurile unui diapazon care face 50 oscilații duble pe secundă (fig. 58). Firul trece peste un scripete O' și este întins orizontal de o forță P. Lungimea OO' a firului între diapazon și scripete este 2 m. Diapazonul vibrează într-un plan vertical, trecînd prin fir.

S-a căutat greutatea P pentru care firul vibrează cu cea mai mare amplitudine, fără a exista noduri între O și O' și s-a găsit $P=5$ N.

1° Care sînt valorile lui P pentru care firul va avea o astfel de vibrație încît să se formeze între O și O' un nod, respectiv două noduri?
2° Care este masa unui metru de fir?

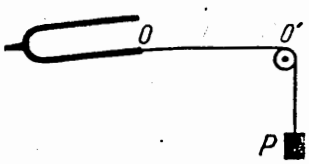


Fig. 58.

(Bacalaureat, Franța)

282 ● Se dă un tub sonor A, de lungime $L=1{,}5$ m și o coardă vibrantă de lungime $L'=0{,}5$ m. Viteza sunetului în gazul din tub este $v=330 \frac{m}{s}$. Coarda are o secțiune constantă $S=0{,}25$ mm² și este făcută dintr-un metal cu o densitate $d=2{,}6 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$. Ea este fixată la cele două extremități. Forța T care o întinde este variabilă după voie.

1° Facem să vibreze tubul astfel ca să emită sunetul fundamental, odată luîndu-l deschis și altă dată închis. Care sînt frecvențele ν și ν' date de tub în cele două cazuri?
2° Care sînt valorile ce trebuie date forței T pentru ca frecvența sunetului fundamental al acestei coarde să fie succesiv ν și ν'?

6° Care sînt valorile ce trebuie date forței T pentru ca să obținem de la coardă, ca sunet fundamental, fiecare din primele trei armonice ale tubului de mai sus ?

(Institutul politehnic — București, 1945)

283 ● În fața unui perete vertical se instalează un tub sonor ce dă sunetul fundamental. Acest tub este deschis la un capăt și închis la celălalt cu un piston ce poate fi deplasat. Un observator situat între perete și locul unde se află tubul constată că intensitatea sunetului pe care îl aude este succesiv întărită și slăbită, cînd se micșorează lungimea tubului.
Această intensitate trece printr-un maxim cînd lungimea tubului este $l_1 = 50$ cm. După $n=29$ alte maxime succesive, ea trece prin al 30-lea maxim, pentru o lungime a tubului egală cu $l_2=40$ cm. Să se găsească care este distanța ce separă peretele de observator și lungimile tubului pentru care acest observator percepe maximele de intensitate ale sunetului.

(Bacalaureat, Franța)

284 Un tub deschis și un tub închis au aceeași lungime $l=2{,}6$ m. Să se determine :
1° raportul armonicelor superioare de ordinul patru ;
2° numărul absolut de vibrații corespunzător acestor două armonice.
Experiența se efectuează la temperatura $t=25°C$. Coeficientul de dilatație al aerului este $\alpha=0{,}00367\ \text{grd}^{-1}$; viteza sunetului în aer la 0° este $v_0=331\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

(Bacalaureat, Franța)

285 Un piston P este suspendat de un fir ce trece peste un scripete, mobil în jurul unui ax orizontal, și echilibrat de un corp de masă egală legat la celălalt capăt al firului. Se pune pe piston o suprasarcină de 1 000 de ori mai mică decît masa pistonului ; sistemul cade acum vertical și parcurge 6,1 cm în primele 5 secunde.

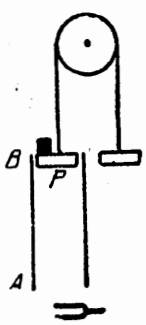


Fig. 59.

1° Să se determine accelerația gravitației.
2° Pistonul cade fără frecare în interiorul unui tub sonor vertical BA (fig. 59). Pistonul constituie fundul tubului, iar la gura tubului un diapazon vibrează cu 170 vibrații pe secundă. Știind că pistonul pătrunde în tubul AB prin extremitatea B în momentul în care-și începe mișcarea, să se indice momentul în care tubul intră în rezonanță cu diapazonul. Viteza sunetului în gazul din tub este $v=340\frac{\text{m}}{\text{s}}$, iar lungimea tubului AB, $l=104{,}9$ cm. Se neglijează frecările scripetelui și rezistența aerului.

(Bacalaureat, Franța)

286 ● Se trece un curent de aer prin două tuburi sonore identice ce vor vibra la unison cu un diapazon de frecvență $\nu=256$ Hz. Trecînd un curent de bioxid de carbon printr-unul din tuburi și excitînd al doilea tub cu un curent de aer după ce a fost alungit cu $\Delta l=15$ cm, se va produce în tubul ce conține bioxid de carbon un sunet puțin mai înalt ca celălalt și care împreună fac să se audă $n=80\frac{\text{bătăi}}{\text{min}}$.
Care este viteza sunetului în bioxid de carbon, admițînd că viteza sunetului în aer este $v=335\frac{\text{m}}{\text{s}}$ la temperatura la care are loc experiența ?

(Bacalaureat, Franța)

287 O vergea de alamă NP este fixată la mijlocul său O printr-un dop care închide un tub orizontal T (fig. 60). Extremitatea P este prevăzută cu un piston ce se mişcă fără frecare în tubul T. Un piston P', ce poate fi deplasat după voie, închide tubul. Tubul T conţine o cantitate de pulbere repartizată uniform. Frecînd longitudinal porţiunea ON, se dă pistonului P o mişcare vibratorie care produce în coloana de gaz, pentru o poziţie convenabilă a lui P', un sistem de unde staţionare. Se formează astfel mici grămăjoare de praf.

1° Vom lucra întîi cu aer la 20°. Se numără 10 ventre şi distanţa dintre mijloacele a două ventre este 69,5 mm.

Ştiind că viteza sunetului în aer la 0°C este $331\frac{m}{s}$ şi că pentru gaze coeficientul de dilataţie este $\alpha=\frac{1}{273}\text{grad}^{-1}$, să se calculeze:

a) înălţimea sunetului redat de vergeaua de alamă;

b) viteza de propagare a sunetului în alamă la 20°C ($PN=0{,}9$ m).

2° Cum s-ar modifica fenomenele precedente dacă vergeaua ar fi fixată la $\frac{1}{4}$ din lungimea sa (în partea care conţine pe P), în loc de a fi la $\frac{1}{2}$?

3° În prima experienţă înlocuim aerul prin gaz metan, temperatura fiind aceeaşi. Care va fi distanţa dintre ventre în aceste condiţii? Se ştie că la aceeaşi temperatură, vitezele de propagare ale sunetului în aer şi în gazul metan sînt invers proporţionale cu rădăcinile pătrate ale densităţilor lor relative (densitatea gazului metan în raport cu aerul este $d=0{,}5$).

(Bacalaureat, Franţa)

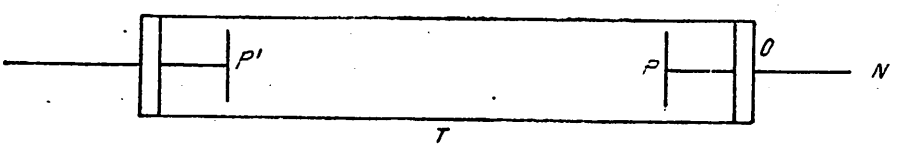


Fig. 60.

288 Un diapazon care vibrează cu frecvenţa $\nu=500$ Hz comunică mişcarea sa vibratorie aerului dintr-un tub AB, diapazonul aflîndu-se în faţa tubului lîngă capătul A al acestuia (fig. 61). Extremitatea B a tubului AB comunică cu două tuburi BMC şi BNC, fiecare cu lungimea $l=10$ m. Aceste tuburi sînt curbate în mod convenabil, pentru ca extremităţile C ale celor două ramuri să comunice cu un tub CD, aerul din interiorul acestuia avînd în punctul C mişcarea vibratorie rezultată prin mişcările transmise prin BMC şi BNC. Ramura BMC este menţinută la $t_0=0$°C. Braţul BNC se află într-o baie în care se poate face să varieze temperatura de la $t_0=0$°C la $t=100$°C.

Să se calculeze:

1° cu cîte grade trebuie să se ridice temperatura lui BNC pentru ca intensitatea sunetului perceput în D să treacă prin primul său minim;

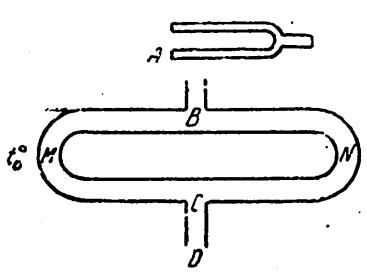


Fig. 61.

2° prin cîte maxime și minime va trece intensitatea sunetului perceput în D_2 cînd temperatura din BNC variază de la 0°C, la 100°C ?

Se dă viteza sunetului în aer la 0°C, $v=331\frac{m}{s}$.

(Bacalaureat, Franța)

289 ● În interiorul unui tub de lungime infinită se așază două diapazoane D_1 și D_2 la distanța $d=10$ m unul de altul. Ele vibrează cu aceeași amplitudine și cu aceeași frecvență $\nu=275$ Hz, dar D_2 este defazat în urma lui D_1 cu timpul $\frac{T}{3}$.

1° Care este starea vibratorie a aerului în tub între D_1 și D_2 ?

2° Ce s-ar întîmpla dacă întîrzierea lui D_2 ar începe să se mărească încet, cu o perioadă în timpul $t=20$ s ?

Viteza sunetului $v=330\frac{m}{s}$.

(Bacalaureat, Franța)

290 ● Un diapazon D vibrează cu o frecvență $\nu=116$ Hz. Se fixează la unul din brațele acestui diapazon o mică furcă F, ce prezintă două vîrfuri, ale căror extremități ating suprafața unei băi de mercur (fig. 62, *a*). Se obțin astfel pe mercur franje hiperbolice de interferență. S și S' fiind urmele celor două extremități ale furcii pe suprafața mercurului, se măsoară distanțele acestor urme S și S' față de un punct M luat pe hiperbola a n-a, socotită de la axa comună yy' (fig. 62, *b*). Se găsește $MS-MS'=1{,}07$ cm.

De aceeași parte a axei yy' se ia un punct M' pe hiperbola $n+p$ și se constată că $M'S-M'S'=2{,}03$ cm.

Să se deducă din aceste două rezultate lungimea de undă și viteza mișcării vibratorii care se propagă la suprafața mercurului ($p=12$).

(Bacalaureat, Franța)

291 Un observator de pe pămînt vede apropiindu-se de el un avion pe care însă nu-l aude. Avionul trece de observator și se îndepărtează. Observatorul aude zgomotul avionului abia în momentul în care vede avionul într-o direcție ce formează cu orizontala un unghi φ (fig. 63). Avionul zboară pe o linie orizontală, rectilinie.

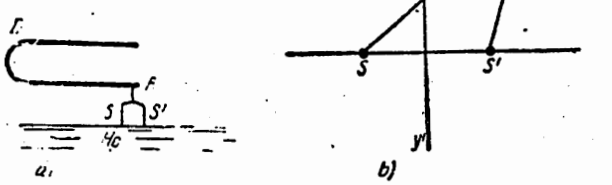


Fig. 62.

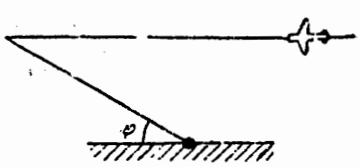


Fig. 63.

1° Să se explice fenomenul.

2° Să se determine viteza avionului pentru $\varphi=30°$, considerînd viteza sunetului $340\frac{m}{s}$.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

14. FLUIDE. GENERALITĂȚI

292 În interiorul unei bucăți de gheață care plutește într-un vas cu apă s-au scobit două cavități egale. O cavitate este însă umplută cu o substanță insolubilă în apă, a cărei greutate specifică este de două ori mai mare decît greutatea specifică a gheței.
Se modifică nivelul apei din vas cînd gheața se topește ?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

293 ● Două rezervoare cu pereți subțiri, identice și închise ermetic, sînt umplute unul cu aer, iar celălalt cu apă. Se trage cu o armă pe rînd în primul și al doilea rezervor. Să se explice ce se întîmplă cu rezervoarele.

(Olimpiadă, R. P Polonă)

294 Să se calculeze forța necesară ridicării unei emisfere de Magdeburg în care a fost făcut vid absolut, presupunînd că ea se află în repaus cu baza sa pe un plan orizontal imobil și că direcția efortului dezvoltat va fi vertical.

(Bacalaureat, Franța)

295 Pe un cărucior se așază un vas plin cu apă, închis cu un dop. Să se calculeze presiunea la adîncimea h în punctul A, aflat față de peretele anterior al vasului la distanța l, cînd căruciorul se mișcă cu accelerația a (fig. 64).

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

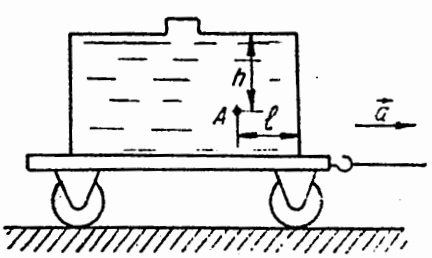


Fig. 64.

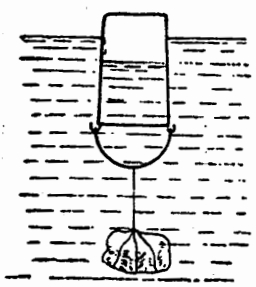


Fig. 65.

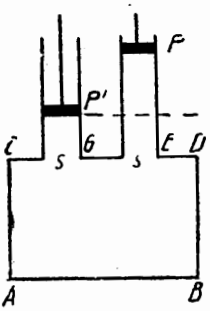


Fig. 66.

296 De mînerul unei găleți cilindrice cu pereții foarte subțiri se leagă o piatră. Se cufundă apoi găleata cu gura în jos pe suprafața unui lac (fig. 65). În timpul serii temperatura scade, însă presiunea rămîne constantă. Cum se vor schimba poziția fundului găleții și nivelul apei sub acesta ?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

297 Un vas în formă de trunchi de con, ale cărui baze au diametrele 60 cm (superior) și 30 cm (inferior), se umple complet cu apă și mercur, acesta din urmă avînd o înălțime de 12 cm.
Înălțimea vasului fiind egală cu 30 cm, să se determine masa totală a lichidelor și forța de apăsare exercitată de lichid pe 1 cm² al bazei.
Densitatea mercurului este $13{,}6 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$.

(Bacalaureat, Franța)

298 Un vas cilindric $ABCD$ este prelungit cu două tuburi cu același diametru (fig. 66). Se umple totul cu lichid cu densitatea $845 \frac{kg}{m^3}$. În tuburi alunecă

două pistoane ce mențin nivelurile la înălțimile $EP=3{,}25$ m și $GP'=0{,}45$ m. Se acționează asupra pistonului P cu o forță egală cu 480 N.

1° Ce forță trebuie să acționeze asupra pistonului P' pentru a-l împiedica să se ridice ?

2° Să se determine forța de apăsare totală pe fundul AB.

Se dau : $AC=1{,}75$ m, razele tuburilor 95 mm, raza vasului 1,35 m.

(Bacalaureat, Franța)

299 Într-un vas de forma unui paralelipiped, a cărui bază așezată orizontal este un pătrat cu latura de 12 cm, se introduc 500 cm³ mercur (densitate $13{,}6\cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$). Pe suprafața mercurului plutește un disc de fier (densitate $7{,}8\cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$), cu secțiunea de 36 cm² și grosimea de 4 cm. Cu cît crește apăsarea pe fundul vasului și pe fiecare din fețele laterale cînd se așază discul de fier în baia de mercur ?

(Bacalaureat, Franța)

300 Coloana de mercur dintr-un tub barometric are înălțimea h ; se cufundă apoi barometrul într-un lichid a cărui densitate este d', aceea a mercurului fiind d. Se observă o diferență de nivel h' între suprafața mercurului din rezervorul barometrului și cea a lichidului (fig. 67).

Să se determine distanța x între vîrful coloanei barometrice și suprafața mercurului din vas.

Să se discute expresia considerînd d' mai mic sau mai mare ca d.

(Bacalaureat, Franța)

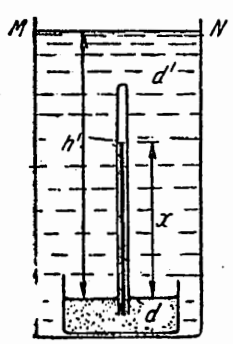


Fig. 67.

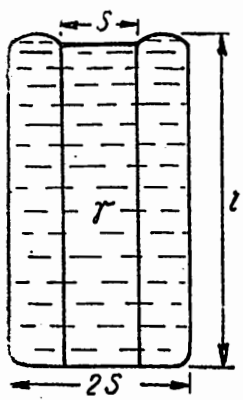


Fig. 68.

301 Două tuburi cu pereții subțiri și închise la un capăt sînt introduse unul într-altul (fig. 68) și în întregime umplute cu mercur (greutatea specifică a mercurului este γ). Suprafețele secțiunilor transversale ale tuburilor sînt S și $2S$. Presiunea atmosferică $p=\gamma H$. Lungimea fiecărui tub $l>H$. Ce lucru mecanic trebuie efectuat pentru a scoate lent tubul interior ? Se neglijează presiunea vaporilor mercurului și forțele de coeziune dintre mercur și tub.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

302 Un tub cilindric vertical, cu secțiunea de 4 cm², deschis la ambele capete este cufundat cu un capăt într-un vas cu mercur. În tub se găsește un piston mobil, cu greutatea de 1 N. Inițial, pistonul ocupă poziția arătată,

în figura 69. Presiunea atmosferică este egală cu presiunea unei coloane de mercur cu înălțimea $H=76$ cm.

1° Pistonul a fost ridicat la înălțimea $h=\frac{H}{4}$. Să se specifice mărimea și sensul forței ce menține pistonul în echilibru la această înălțime.

2° Să se determine lucrul mecanic efectuat la deplasarea pistonului de la înălțimea $h=\frac{H}{4}$ la înălțimea H.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

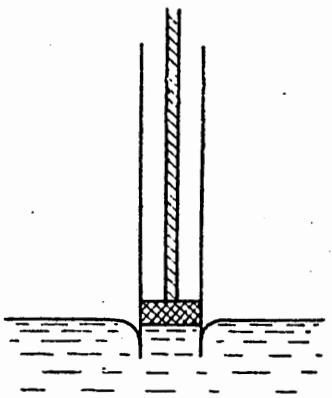


Fig. 69.

303 Un corp trebuie comprimat cu o forță de 0,8 MN, folosind o presă hidraulică la care raportul suprafețelor pistoanelor este $\frac{1}{100}$.

Să se calculeze cîte apăsări pe minut va trebui să facă pistonul cel mic, dacă el coboară cu 20 cm la fiecare apăsare. Presa are randamentul de 80% și este acționată de un motor cu puterea de 3 kW.

(Olimpiadă, 1956)

304 Pistoanele unei prese hidraulice au diametrele de 12 cm, respectiv 48 cm. Pistonul cel mic este acționat de o pîrghie la care unul din brațe este de 6 ori mai mare decît celălalt.

La capătul brațului mare al acestei pîrghii acționează o forță de 320 N.

1° Să se calculeze lucrul mecanic cheltuit pentru a ridica pistonul mare cu 50 cm;

2° Știind că această ridicare a pistonului mare se produce în 3 minute, să se calculeze puterea necesară acționării pompei.

(Institutul de construcții — București, 1960)

305 Într-un vas în formă de U se află mercur în ambele ramuri la același nivel. Să se determine:

1° diferența de nivel a mercurului din cele două ramuri, cînd într-o ramură se toarnă apă, înălțimea coloanei de apă fiind de 27,2 cm;

2° diferența de nivel a mercurului, dacă în loc de apă se toarnă eter, coloana de eter avînd aceeași înălțime pe care a avut-o apa;

3° diferența de nivel a mercurului, dacă într-o ramură se toarnă glicerină, iar în cealaltă alcool, nivelul acestor lichide în ambele ramuri fiind același, înălțimea coloanei de alcool este de 32 cm. Se dau:

$$\rho_{Hg}=13{,}6\cdot10^3\frac{kg}{m^3};\ \rho_{eter}=0{,}72\cdot10^3\frac{kg}{m^3},$$

$$\rho_{glicerină}=1{,}26\cdot10^3\frac{kg}{m^3};\ \rho_{alcool}=0{,}79\cdot10^3\frac{kg}{m^3}.$$

(Olimpiadă, 1964)

306 Într-un tub în formă de U se toarnă într-o ramură apă, iar în cealaltă mercur. După stabilirea echilibrului, tubul se închide ermetic la ambele

capete. Ce schimbări s-ar produce în tub dacă sistemul s-ar aduce în stare de imponderabilitate ? Să se argumenteze răspunsul.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

307 Se construiește un barometru dintr-un tub AB, cu diametrul $D=10$ cm, care comunică cu un tub deschis AC, de lungime $l=1$ m, cu diametrul $d=1$ cm și înclinat cu un unghi α (fig. 70). La presiunea $H=760$ torr mercurul ocupă fracțiunea $\frac{1}{K}=\frac{1}{2}$ din tubul deschis. Să se gradeze acest tub astfel ca să putem citi presiunea după deplasarea nivelului mercurului. Între ce limite poate funcționa aparatul ? Cînd limita inferioară va fi depășită, să se calculeze presiunea în funcție de greutatea mercurului care va ieși prin extremitatea C.

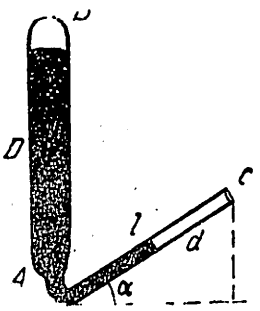


Fig. 70.

Densitatea mercurului este $13{,}6\cdot10^3\ \frac{kg}{m^3}$. Înclinarea tubului deschis este de 20 cm/m.

(Bacalaureat, Franța)

308 Un mare rezervor metalic deschis în partea superioară conține apă pînă la nivelul de 5 m deasupra fundului presupus orizontal.

1° Care este surplusul de presiune existent în apă la fundul bazinului față de presiunea atmosferică ? Dar presiunea totală existentă la fundul bazinului ?

2° Cu ce viteză țîșnește apa printr-un orificiu foarte mic practicat pe fundul bazinului ?

3° Dacă aria orificiului este de 3 cm^2, să se calculeze debitul vînei de lichid la momentul inițial. Se neglijează contracția vînei de lichid.

(Institutul de construcții — București, 1965)

309 Un vas cilindric are într-unul din pereții laterali două mici orificii așezate la distanța de 25 cm unul deasupra celuilalt. Suprafața liberă a apei din vas se află la 25 cm deasupra orificiului superior și nivelul ei este presupus constant. Să se determine la ce distanță față de vas și față de nivelul apei se află punctul de intersecție al celor două jeturi de apă.
Se neglijează rezistența aerului.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

310 Să se calculeze viteza de scurgere a aerului, menținut la 0°C, cînd trece dintr-un rezervor la presiunea de 760 torr, într-un rezervor cu presiunea de 750 torr. Densitatea aerului este $\rho=1{,}3\ \frac{kg}{m^3}$.

(Bacalaureat, Franța)

311 O conductă prin care trece un fluid de densitate ρ, necompresibil și presupus fără viscozitate, are raza egală cu R. Ea prezintă o gîtuire conică, cu raza egală cu $\frac{R}{2}$ (tub Venturi). Cu ajutorul a două sonde de presiune se măsoară presiunea statică, în partea gîtuită și cea negîtuită a conductei și se găsește că între cele două presiuni astfel măsurate există o diferență p. Să se determine:
1° viteza v_1 a fluidului în partea negîtuită a conductei;
2° debitul fluidului ce curge prin conductă.
Aplicație numerică: $R=10$ cm, $p=150$ torr, fluidul fiind apă.

(Olimpiadă, 1959)

312 Se constată că o anumită sferă, care cade liber în aer din starea de repaus, poate atinge o viteză limită de $10\ \frac{m}{s}$.

Se înşurubează apoi normal pe această sferă o tijă foarte fină, astfel ca sistemul tijă şi sferă, analog unei pendule, să poată fi suspendat de un punct fix şi să poată lua toate poziţiile posibile. Se expune acest sistem unui curent de aer cu o direcţie orizontală şi se constată că tija sistemului face cu verticala un unghi de 45°.

Se neglijează greutatea tijei şi acţiunea vîntului asupra acestei tije.

1° Care este viteza curentului de aer ?

2° Dar vitezele respective ale curentului dacă unghiul tijei cu verticala ar fi succesiv 30° sau 60° ?

3° Aparatul fiind astfel gradat, nu numai pentru 30°, 45° şi 60°, dar şi pentru toate unghiurile din grad în grad, cum s-ar putea modifica numai aparatul pentru ca vitezele vîntului, corespunzînd fiecărui unghi, să fie dublele precedentelor ?

(Bacalaureat, Franţa)

313 Într-un vas cu apă se cufundă o sferă de plumb în aşa fel încît aceasta să se găsească imediat sub suprafaţa apei.

Să se determine forma suprafeţei apei deasupra sferei. Efectele superficiale se vor neglija.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

314 Se consideră un fir de bumbac xy întins orizontal. Sub acesta se dispune un tub de sticlă foarte subţire, prevăzut la extremităţi cu inele de alamă foarte uşoare. În mijlocul vergelei se aşază un mic taler de hîrtie. Cu ajutorul unei pensule se formează între fir şi tub o membrană de lichid ce susţine tubul şi sarcina sa (fig. 71). Masa totală a tubului, a inelelor şi a

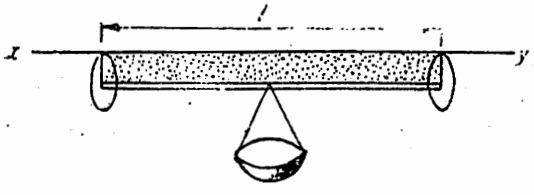


Fig. 71.

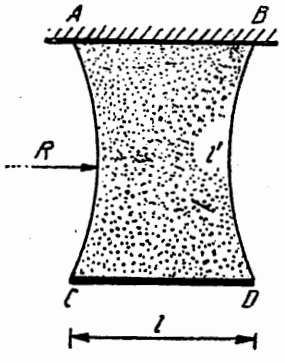


Fig. 72.

talerului este $m=0{,}71$ g. Lungimea tubului este $l=14$ cm. Încărcăm talerul cu o masă $m'=0{,}05$ g şi tubul se detaşează. Să se determine coeficientul tensiunii superficiale a lichidului folosit.

(Bacalaureat, Franţa)

315 Se introduce într-un lichid un dispozitiv uşor, format din două vergele subţiri de alamă argintată, AB şi CD, reunite prin două fire de mătase AC şi BD (fig. 72). Se obţine astfel o peliculă lichidă, limitată lateral prin două arce

de cerc, cu raza $R=94$ cm. Masa vergelei inferioare împreună cu sarcina sa este $m=11{,}2$ g, lungimea sa $l=120$ cm. Să se calculeze valoarea coeficientului tensiunii superficiale σ a lichidului, știind că lungimea firelor de mătase este $l'=33{,}68$ cm.
Se neglijează greutatea firelor și a peliculei de lichid.

(Bacalaureat, Franța)

316 Un volum oarecare de apă se scurge dintr-un capilar vertical prin n picături, în timp ce un volum egal dintr-un lichid cu densitatea ρ_l se scurge printr-un număr de n_l picături.
Să se determine coeficientul tensiunii superficiale a lichidului, cunoscînd coeficientul tensiunii superficiale σ al apei.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

317 Într-un lichid cu densitatea de $800\,\frac{kg}{m^3}$ se afundă trei tuburi capilare. Înălțimile la care se ridică lichidul în cele trei tuburi capilare sînt: $h_1=6{,}2$ mm, $h_2=9{,}4$ mm, $h_3=12{,}4$ mm. Se cunoaște diametrul primului tub $d_1=1{,}8$ mm. Să se calculeze coeficientul tensiunii superficiale a lichidului și razele tuburilor al doilea și al treilea.

(Olimpiadă, 1951)

318 Două tuburi capilare cu diametre diferite se cufundă mai întîi în apă, apoi în petrol. Înălțimile la care se ridică apa în tuburile capilare sînt, respectiv, h_1 și h_2, iar în petrol h_1' și h_2'. Să se determine coeficientul tensiunii superficiale σ al petrolului, cunoscînd σ_0 al apei.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

319 Două baloane de săpun cu razele R_1 și R_2 sînt suflate la cele două capete ale unui tub (fig. 73). Care balon se va mări și care se va micșora după stabilirea comunicației între ramuri? Coeficientul tensiunii superficiale a peliculei de săpun este σ.

Fig. 73.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

320 La cele două capete ale unui tub se suflă cîte o bulă din lichide diferite, cu coeficienții tensiunii superficiale σ_1 și σ_2. Bulele comunică una cu alta.
1° Să se determine raportul razelor celor două bule, astfel încît acestea să fie în echilibru.
2° Va fi acest echilibru stabil?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

321 Să se calculeze cu cîte grade se va încălzi o picătură de mercur rezultată din unirea a două picături avînd fiecare diametrul de 1 mm.
Pentru mercur: coeficientul tensiunii superficiale $\sigma=0{,}5\,\frac{N}{m}$, căldura specifică $c=138\,\frac{J}{kg\cdot grd}$ densitatea $\rho=13{,}6\cdot10^3\,\frac{kg}{m^3}$.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

15. LEGEA LUI ARHIMEDE

322 O sferă de aluminiu, cu pereți groși, cîntărește 6,75 kg. Cavitatea din interior are un volum de 5 l. Se cere:
1° forța de apăsare de jos în sus ce acționează asupra sferei cufundate în apă;
2° forța rezultantă aplicată sferei cufundate în apă (se face abstracție de greutatea aerului din interiorul sferei);
3° timpul în care sfera lăsată liberă se urcă de la o adîncime de 8 m pînă la suprafața apei.

Densitatea aluminiului $2{,}7 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$ (se neglijează forțele de rezistență prin frecare).

(Institutul politehnic — Timișoara, 1959; Olimpiadă, 1965, 1966)

323 O grindă de lemn $\left(\rho = 700 \frac{kg}{m^3}\right)$, cu dimensiunile 2 m × 30 cm × 15 cm, este ținută la o adîncime de 2 m într-un bazin plin cu apă. La un moment dat grinda este lăsată liberă. Să se calculeze:
1° forța mecanică necesară pentru menținerea grinzii la adîncimea dată;
2° timpul în care grinda se ridică la suprafața apei (se neglijează frecările);
3° înălțimea porțiunii cufundate la plutirea grinzii cu una din fețele cele mai mari în jos.

Se consideră $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

(Institutul politehnic — Brașov, 1963)

324 La mijlocul unui lac foarte mare se face o copcă, grosimea gheții fiind de 9 m. Ce lungime minimă trebuie să aibă o frînghie pentru a scoate apa din copcă cu găleata?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

325 La suprafața apei plutește un vas cilindric, fundul lui avînd aria s. În vas se toarnă apă pînă la înălțimea h_0. În acest caz, pescajul vasului va fi H_0 (fig. 74). Cum variază h_0 și H_0 dacă în interiorul vasului se așază un corp plutitor de greutate G și de formă cubică?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

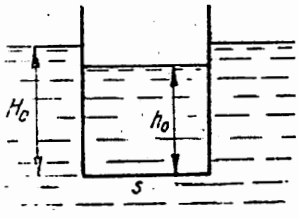


Fig. 74.

326 Capacitatea unui balon de masă m este astfel încît apa care-l umple la 4°C cîntărește M. Care este volumul mercurului (la t°C) care trebuie introdus în balon, pentru ca balonul să plutească pe jumătate cufundat în apă la 4°C? Aplicație numerică: $m = 25$ g, $M = 1$ kg, $t = 45$°C. Mercurul are densitatea $13{,}6 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$ și coeficientul de dilatație în volum 0,0081 grd^{-1}.

(Bacalaureat, Franța)

327 Un con drept din platină, cu generatoarea de 10 cm și cîntărind 10 kg, este atîrnat de vîrful său, printr-un fir de greutate neglijabilă, de platanul unei balanțe hidrostatice. Conul se cufundă parțial în mercur. Să se determine:

1° porțiunea din generatoare rămasă necufundată în mercur, dacă balanța se echilibrează printr-un corp cu masa de 6 kg așezat pe celălalt platan;
2° masa care trebuie pusă pe cel de-al doilea platan pentru a realiza echilibrul balanței, cînd conul este cufundat în întregime în mercur.

Densitatea platinei $21{,}5 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$, iar a mercurului $13{,}6 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$.

(Olimpiadă, 1960)

328 Un corp cîntărește 25 g în aer, 20 g în apă și 21 g într-alt lichid. Se cere densitatea D a corpului, precum și densitatea D' a ultimului lichid.

(Institutul pedagogic — Timișoara, 1956)

329 Două lichide A și B au densitățile $\rho_A = 1{,}1 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$ și $\rho_B = 1{,}2 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$. Se amestecă cele două lichide în proporția $\frac{V_A}{V_B} = \frac{2}{5}$. Volumul total se contractă cu $\frac{1}{136}$. Se cufundă apoi parțial în amestec un cilindru cu înălțimea totală $H = 1{,}2$ m, partea care plutește deasupra lichidului avînd înălțimea $h = 6$ cm. Care este densitatea cilindrului?

(Bacalaureat, Franța)

330 Se amestecă 3 părți apă cu 5 părți acid sulfuric. Se răcește amestecul și se introduce în el un corp solid care este împins de jos în sus cu o forță de 0,157 N. În apă la 4°C același corp este împins cu 0,098 N, iar în acid sulfuric concentrat cu 0,184 N. Are loc o contracție în momentul amestecului?

(Bacalaureat, Franța)

331 Care este greutatea aparentă a unui corp de masă m cufundat într-un lichid la temperatura t°C? Se notează cu ρ_0 densitatea corpului la 0°C, cu ρ_0' densitatea lichidului la 0°C, cu γ coeficientul de dilatare cubică a corpului și cu k coeficientul de dilatare a lichidului.

(Olimpiadă, 1960)

332 Un aerostat sferic are diametrul $D = 10$ m și este construit din pînză din care fiecare metru pătrat cîntărește 0,25 kg. Să se calculeze proporțiile amestecului de aer și hidrogen, la 0°C și 760 torr, cu care trebuie umplut aerostatul pentru a-i imprima o forță ascensională de 500 N, aerul înconjurător fiind, de asemenea, la 0°C și la 760 torr.

Densitatea aerului în condiții normale este $1{,}29 \frac{kg}{m^3}$, iar densitatea relativă a hidrogenului în raport cu aerul 0,069.

(Bacalaureat, Franța)

333 Un areometru are tija cu lungimea de 11 cm și secțiunea de 1 cm². Volumul plutitorului este de 20 cm³.

În vederea gradării lui se întreabă:

1° Cu cît se va cufunda tija areometrului într-un lichid cu densitatea de $1{,}2 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$, dacă masa de lest pusă în el face ca în apă distilată tija lui să rămînă afară 1 cm?

2° S-a pus lest în areometru astfel încît într-un lichid cu densitatea 900 $\frac{kg}{m^3}$ tija acestuia rămîne afară 8 cm. Cît se va cufunda tija areometrului în apă distilată ?

(Olimpiadă, 1963)

334 Un areometru Baumé indică 5° în lapte curat. El arată 2,2° în lapte amestecat cu apă. Care este proporția de apă adăugată ? Densitatea soluției sărate care a servit la gradarea diviziunii 15° este $1{,}116 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$.

(Bacalaureat, Franța)

335 Două sfere ale căror densități sînt, respectiv, $\rho = 21{,}5 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$ și $\rho' = 2{,}56 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$ au aceeași greutate în vid. Le suspendăm la extremitățile unei pîrghii și le introducem într-un lichid de densitate $d = 1{,}2 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$. Care trebuie să fie raportul celor două brațe ale pîrghiei pentru ca ea să fie în echilibru ?

(Școala politehnică — București, 1928; Bacalaureat, Franța; Olimpiadă, 1959)

336 Atîrnăm de unul din platanele unei balanțe cu brațe egale o sferă de platină. Echilibrarea o facem cu o greutate de alamă de 0,27 N. Cît ar trebui să fie greutatea alamei, pentru ca să facem echilibrarea în vid ?
Se dau : densitatea platinei $21{,}5 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$, a alamei $8{,}3 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$ și a aerului $1{,}293 \frac{kg}{m^3}$.

(Olimpiadă, 1951)

337 La un baroscop, diferența dintre masele absolute ale sferei mari și sferei mici este 1,25 g. Diferența dintre volume este astfel încît, pentru a menține echilibrul în apă la 0°C, trebuie să se adauge o masă suplimentară de 8,5 kg. Baroscopul este apoi introdus în aer uscat la 0°C. Care va fi presiunea p a aerului cînd baroscopul va sta în echilibru ?
Densitatea aerului la 0°C și 760 torr este $1{,}3 \frac{kg}{m^3}$.

(Bacalaureat, Franța)

338 O vergea de lemn, subțire și omogenă, cu secțiunea constantă, se introduce într-un vas cu apă sub un unghi $\alpha = 45°$. Sub ce unghi va ieși vergeaua la suprafață ?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

339 Pe unul din talerele unui cîntar se află un vas cu apă, iar pe celălalt un vas cu petrol. Cîntarul se află în echilibru. La capetele brațelor unei alte mici balanțe se atîrnă în loc de talere sfere de alamă de mase egale. Această balanță este, de asemenea, în echilibru. Ea se așază deasupra celeilalte, astfel încît sferele se cufundă în întregime în lichide, fără să atingă fundul vaselor. Ce vor indica balanța și cîntarul ?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

340 Avînd la dispoziție un vas de sticlă plin cu apă, o sferă de lemn și o riglă gradată, să se determine densitatea lemnului din care este confecționată sfera.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

341 Să se determine densitatea sării de bucătărie printr-o metodă bazată pe legea lui Arhimede. Să se specifice ce instrumente se folosesc și să se descrie metoda de lucru.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

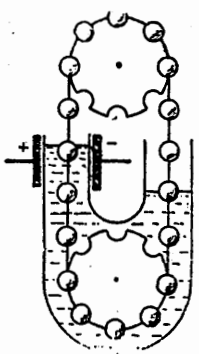


Fig. 75.

342 Se propune următorul proiect de perpetuum mobile: În două vase comunicante se află petrol. Unul din brațe este plasat într-un cîmp electric intens, între plăcile unui condensator, datorită căruia nivelul petrolului în acest braț este mai ridicat decît în celălalt (fig. 75).

Se trece peste doi scripeți un lanț format din mici sfere din material cu densitatea inferioară celei a petrolului. Ca urmare a faptului că în brațul din stînga se vor găsi mai multe sfere cufundate în petrol, lanțul după calculele inventatorului, va începe să se rotească.

Pentru ce, în realitate, rotația nu va începe ?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

16. LEGILE GAZELOR

343 Într-o seringă medicală cu capacitatea de 20 cm^3 se introduce un material poros, apoi se închide o cantitate de aer la presiunea de 1 atm. Să se determine volumul materialului poros, știind că presiunea aerului din interior se ridică la 2,2 atm atunci cînd volumul se reduce la 10 cm^3, datorită deplasării pistonului.

(Concursul școlilor medii, 1965, R. P. Ungară)

344 Un corp cilindric de pompă, cu raza interioară $r=10$ cm și înălțimea interioară $h=48$ cm, așezat vertical și conținînd aer uscat, a cărui presiune este egală cu presiunea atmosferică $p_0=0{,}1\frac{MN}{m^2}$, este închis ermetic cu un piston de masă neglijabilă. Se încarcă acest piston cu un corp de masă $m=100$ kg. Cu cîți centimetri se cufundă pistonul în cilindru, neglijînd frecările dintre piston și pereții cilindrului considerați inextensibili ?

(Bacalaureat, Franța)

345 Un tub de lungime l, închis la un capăt, conține aer la presiunea H. Răsturnat într-o cuvă cu mercur, nivelul mercurului este același în tub și în cuvă.

La ce nivel se va ridica mercurul, cînd asupra suprafeței mercurului din cuvă acționează o presiune $p=nH$?

(Bacalaureat, Franța)

346 Un balon A, avînd capacitatea 5 l, este sudat la un tub BDG cu secțiunea $s=10$ cm^2 și ale cărui ramuri sînt verticale (fig. 76). Mercurul care ocupă partea inferioară a tubului pînă la nivelul CF izolează balonul de aerul înconjurător aflat la presiunea atmosferică $p_0=740$ torr.
Care este înălțimea h a coloanei de apă ce se toarnă în ramura G, pentru ca nivelul mercurului să se ridice din C în B, CB fiind egal cu $l=5$ cm ?
Densitatea mercurului $\rho_{Hg}=13\,600\frac{kg}{m^3}$.

(Bacalaureat, Franța)

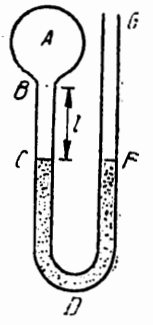


Fig. 76.

347 Un tub barometric se umple cu mercur și se cufundă cu capătul deschis într-un vas tot cu mercur. În timpul acestei operații, în camera barometrică a intrat puțin aer și înălțimea coloanei de mercur este h_1. Înclinînd tubul în așa fel încît diferența dintre nivelele mercurului în vas și în tub să fie h_2, volumul aerului închis se micșorează de n ori.
Să se determine presiunea atmosferică.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

348 Un tub barometric conține o cantitate oarecare de aer uscat, în camera barometrică.
Înălțimea coloanei de mercur este în acest caz H. Se mai introduce în camera barometrică aer, tot atît cît era mai înainte ; lungimea camerei barometrice crește cu $\frac{1}{n}$ din valoarea anterioară și coloana de mercur scade cu h.
Se cere valoarea presiunii atmosferice în timpul acestor operații.

(Școala politehnică — București, 1946)

349 O pipetă cilindrică cu lungimea $l=25$ cm este cufundată cu jumătate din lungimea sa în mercur. Se închide atunci la partea sa superioară și se scoate din mercur. Să se arate că în acest moment o parte din lichid se va scurge. După stabilirea echilibrului, care vor fi lungimile coloanelor de aer și mercur? Se consideră presiunea exterioară $H=760$ torr.

(Bacalaureat, Franța)

350 Un vas $ABCD$, cilindric, conține un lichid de densitate d. Capacul AB lasă să treacă un sifon $MNPQ$ (fig. 77) cufundat pînă la partea inferioară a vasului și închis în Q printr-un robinet r. Distanța între nivelul lichidului și robinet este h. Deasupra lichidului se află un strat de aer la presiunea atmosferică H. Înălțimea stratului de aer este $AE=l$. Se deschide robinetul r. Care va fi nivelul lichidului cînd scurgerea va înceta ? Se consideră temperatura constantă.

(Bacalaureat, Franța

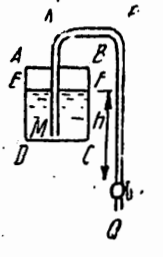


Fig. 77.

351 Un tub de sticlă îngust conține o coloană de mercur ; tubul este închis la flacără la ambele capete în poziție orizontală și conține cîte un volum de aer la presiune normală la ambele capete. Volumul de aer închis la unul din capete este de două ori mai mare decît volumul de aer închis la celălalt capăt. Punîndu-se tubul vertical, volumele de aer la cele două capete ajung în raportul 3 : 1.

Să se găsească lungimea coloanei de mercur închisă în tub.
Densitatea mercurului $\rho = 13\,600 \frac{kg}{m^3}$.

(Olimpiadă, 1959)

352 La mijlocul unui tub de sticlă orizontal, închis la ambele capete, se află o coloană de mercur cu lungimea de 20 cm. Cînd se așază tubul în poziție verticală, coloana de mercur se deplasează în jos, cu 10 cm. Să se determine presiunea în tub cînd acesta se găsește în poziție orizontală, știind că lungimea tubului este 1 m, iar densitatea mercurului $13{,}6 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$.

(Olimpiadă, R. P. Polonă; Facultatea de fizică — Iași, 1970)

353 Într-un tub de sticlă sudat la unul din capete, cu lungimea $l = 70$ cm, se află o coloană de aer închisă cu ajutorul unui piston deasupra căruia se află o coloană de mercur cu înălțimea $h = 20$ cm, mercurul aflîndu-se în partea de sus a tubului (fig. 78). Se întoarce tubul cu grijă, pentru a nu se vărsa din mercur.

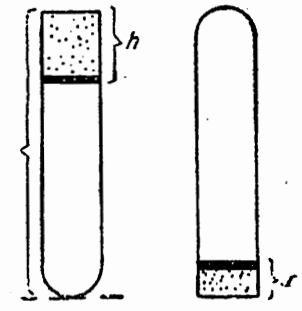


Fig. 78.

1° Ce înălțime x va avea coloana de mercur rămasă în tub după întoarcerea acestuia, dacă presiunea atmosferică este egală cu 750 torr?
2° Pentru ce lungime a tubului, cantitatea de mercur cu înălțimea h se va scurge în întregime din tub, atunci cînd acesta este întors?
Se va neglija greutatea pistonului și se va considera pentru mercur $\rho = 13{,}6 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

354 Un tub cilindric, cu lungimea L, conținînd un gaz la temperatura T, se cufundă în întregime într-un lichid cu densitatea ρ. Lichidul se ridică în interiorul tubului pînă la jumătatea acestuia. Se scoate apoi tubul din lichid astfel încît abia să atingă suprafața liberă a lichidului cu capătul deschis. Cum trebuie să varieze temperatura gazului din interiorul tubului, pentru ca lichidul în interiorul său să ajungă din nou la jumătate?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

355 Un balon cu volumul $V_1 = 10$ l conține aer la presiunea $p_1 = 380$ torr. Un al doilea balon de volum $V_2 = 3$ l, conține hidrogen la presiunea $p_2 = 2$ atm. Se pun cele două baloane în legătură.
Să se calculeze:
1° presiunea amestecului;
2° raportul între masele de aer și hidrogen conținute de amestec.
Masa unui dm^3 de aer în condiții normale este 1,3 g, iar densitatea hidrogenului în raport cu aerul 0,069.

(Bacalaureat, Franța)

356 Se consideră un balon plin cu aer la presiunea atmosferică $H = 750$ torr. Se reduce presiunea în interior astfel încît să fie egală cu presiunea unei coloane de mercur cu înălțimea x. Se introduce apoi hidrogen pentru a restabili presiunea inițială H. Se reduce din nou presiunea astfel ca ea să echilibreze

o coloană de mercur cu înălțimea x și din nou se introduce hidrogen pentru a restabili presiunea. În acest moment, balonul conține un amestec în care masa aerului este $\frac{1}{1\,000}$ din masa hidrogenului.

Să se afle valoarea lui x, considerînd că în tot timpul experienței temperatura și presiunea atmosferică rămîn constante.

Densitatea hidrogenului în raport cu aerul este 0,069.

(Bacalaureat, Franța)

357 Recipientul unei pompe de compresiune are un volum $V=4$ l. Volumul corpului de pompă este $v=0{,}6$ l. Să se calculeze numărul curselor pistonului necesare ca masa totală a aerului conținut în recipient, presupus inițial plin cu aer la presiunea atmosferică, să fie 15 g. Să se calculeze, de asemenea, presiunea aerului din recipient în acest moment. Vom considera aerul atmosferic în condiții normale de temperatură și presiune $\left(\rho_0 = 1{,}3\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$.

(Bacalaureat, Franța)

358 Cîte curse trebuie să facă pistonul unei pompe de vid pentru a micșora presiunea aerului dintr-un vas cu volumul V de la valoarea p_0 la $p=p_0\cdot 10^{-4}$, dacă volumul pompei este V_0? Temperatura se consideră constantă.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

359 Un aerostat a fost umplut cu hidrogen la temperatura $t_1=15°C$. Rămînînd presiunea atmosferică constantă, sub influența radiației solare temperatura lui s-a ridicat pînă la $t_2=37°C$, iar excesul de gaz a ieșit prin apendice; din această cauză, greutatea aerostatului s-a micșorat cu $P=60$ N. Greutatea specifică a hidrogenului este $\gamma_0=0{,}88\frac{\text{N}}{\text{m}^3}$. Să se determine volumul V al aerostatului.

(Facultatea de fizică — Cluj, 1962)

360 Un amestec gazos conține mase egale de oxigen și de hidrogen.

Să se calculeze:

1° volumul ocupat de o masă $m=10$ g din acest amestec, la temperatura $t_0=0°C$ și la presiunea $p=760$ torr;

2° presiunea pe care o va avea masa $m=10$ g de amestec pentru ca la temperatura $t=100°C$, volumul să fie $V=10$ dm^3.

Densitatea relativă a oxigenului este $d_0=1{,}106$, a hidrogenului $d_H=0{,}069$ și absolută a aerului $\rho_0=1{,}29\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

(Bacalaureat, Franța)

361 În trei recipiente cu volumele V_1, V_2 și V_3 se află, respectiv, hidrogen la presiunea p_1, oxigen la presiunea p_2, azot la presiunea p_3. Ce presiune se va crea în recipiente, dacă ele se unesc printr-un tub de volum foarte mic? Temperatura se consideră constantă.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

362 Într-o eprubetă gradată în diviziuni cu capacitatea de 1 cm^3 și care este introdusă parțial cu capătul deschis într-o cuvă cu mercur, se introduce un volum $V_1=75$ cm^3 de oxigen la temperatura $t_1=25°C$ și la presiunea

$p_1=715$ torr, apoi un volum $V_2=100$ cm³ de azot la 25°C și la presiunea $p_2=745$ torr. Se ridică eprubeta astfel ca amestecul celor două gaze să ocupe 225 diviziuni. Să se determine înălțimea x a mercurului în eprubetă, știind că presiunea exterioară este $H=760$ torr și temperatura $t_2=17$°C.

(Bacalaureat, Franța)

363 Ce presiune s-ar produce în interiorul unui vas plin cu oxigen lichid la temperatura de —130°C, dacă ar fi încălzit la +500°C ? În aceste condiții, tot oxigenul trece în stare gazoasă.
Densitatea oxigenului lichid la —130°C, în raport cu apa, este 1,051.
Densitatea oxigenului gazos în raport cu aerul este 1,1056. Se neglijează dilatația vasului.

(Bacalaureat, Franța)

364 Două baloane de sticlă, pline cu aer la aceeași temperatură și presiune, se unesc printr-un tub cilindric orizontal. Secțiunea transversală a tubului are suprafața $S=10$ mm². O picătură de lichid ocupă mijlocul tubului și separă cele două mase de aer. Volumele acestor mase limitate de picătură sînt $V_A=125$ cm³ și $V_B=190$ cm³. Se încălzește balonul B la temperatura $t_B=80$°C și se răcește balonul A la temperatura $t_A=-20$°C.
Să se determine distanța pe care se va deplasa picătura de lichid după stabilirea echilibrului. Nu se ține seama de dilatația sticlei.

(Bacalaureat, Franța)

365 Un balon de sticlă cu capacitatea de 200 cm³ este legat de un tub cilindric tt', lung de 50 cm și cu secțiunea de 1 cm², al cărui capăt t' este introdus într-o cuvă cu mercur, temperatura fiind 20°C și presiunea atmosferică 740 torr. Pînă la ce înălțime se va urca mercurul în tub, dacă temperatura devine 0°C și presiunea atmosferică 760 torr ?
Se neglijează dilatarea sticlei și lungimea porțiunii de tub ce intră în cuvă.

(Cercul de fizică — București, 1956)

366 Un balon se continuă cu un tub îndoit, servind ca manometru (fig. 79).
Se introduce în balon un corp A, a cărui masă este $m=195$ g. Cînd mercurul este la același nivel în ambele brațe ale manometrului, aerul ocupă la temperatura $t_0=0$°C și la presiunea $p=760$ torr, un volum $V=250$ cm³. Dacă temperatura devine $t=25$°C și în același timp se toarnă în tubul manometric atît mercur încît volumul ocupat de aer și de corpul A să se reducă la valoarea $V_1=200$ cm³, diferența de nivel va fi $\Delta h=1$ m.
Să se calculeze volumul și densitatea corpului A.

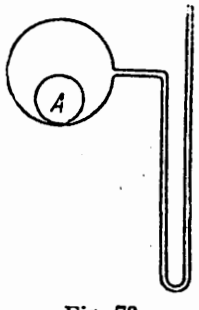


Fig. 79.

(Bacalaureat, Franța)

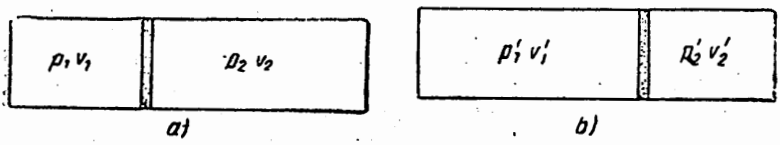
367 La ce temperatură 1 kg de aer va ocupa un volum de 1 m³ sub presiunea echivalentă unei coloane de acid sulfuric $\left(\rho=1{,}84\cdot10^3\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$ cu înălțimea $h=5$ m ?
În condiții normale de temperatură și presiune, densitatea aerului este $\rho_0=1{,}293\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

(Bacalaureat, Franța)

368 Un tub cilindric de lungime L și închis la un capăt se cufundă în apă pînă cînd capătul său închis se găsește la același nivel cu suprafața liberă a apei. După egalizarea temperaturilor apei și aerului, apa se ridică în tub pînă la înălțimea $\frac{2}{3}L$. Să se determine temperatura inițială a aerului din tub, dacă temperatura apei este T_1, iar presiunea atmosferică este p_0.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

369 Un vas cilindric ce conține un gaz este împărțit de un piston în două compartimente. Presiunea și volumul gazului în fiecare compartiment sînt indicate în figura 80.



Fgi. 80.

Temperatura inițială este aceeași în ambele compartimente. Se lasă apoi pistonul liber și se mărește de două ori temperatura în compartimentul din stînga. Să se determine variația volumului gazului în compartimentul din stînga ca rezultat al acestei schimbări de temperatură.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

370 Într-un cilindru vertical, închis la ambele capete, se mișcă fără frecare un piston. Deasupra și dedesubtul pistonului se află mase egale din același gaz, la temperatura $T_1=300°K$. Pistonul se află în echilibru sub acțiunea forțelor de presiune din partea gazului, volumul compartimentului inferior fiind de $n=3$ ori mai mic decît volumul compartimentului superior. Ce relație va exista între volume dacă temperatura crește pînă la valoarea $T_2=400°K$?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

371 O butelie de oțel cu volumul de 10 l, nefiind închisă ermetic, pierde hidrogen. La temperatura de 7°C manometrul a indicat presiunea de 50 atm. După un timp, la temperatura de 17°C, manometrul a indicat aceeași presiune. Să se determine masa hidrogenului care a ieșit în acest timp din butelie. Densitatea hidrogenului în condiții normale este $\rho_H=0{,}089\ \frac{kg}{m^3}$.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

372 Într-un tub barometric, întors cu capătul deschis într-un vas cu apă, se găsesc 15,5 cm^3 hidrogen amestecat cu vapori de apă. Diferența între nivelele apei în tub și în vas este $h=20$ cm.
Presiunea atmosferică este normală, iar temperatura apei și a gazului 18°C. Care este masa hidrogenului din tub ? Densitatea hidrogenului în condiții normale $\rho_0=0{,}089\frac{kg}{m^3}$, iar presiunea vaporilor de apă la 18°C este $p_a=15{,}5$ torr.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

373 Să se determine densitatea unui amestec gazos ce conține 32 g oxigen și 8 g azot la temperatura $t_0=0°C$ și presiunea $p=0{,}1\frac{MN}{m^2}$, considerînd azotul și oxigenul gaze perfecte.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

374 La un centru de observație al unei expediții arctice a rămas un singur barometru cu mercur, în care a pătruns însă o mică cantitate de aer, astfel că la temperatura de 7°C el arată o presiune de 720 torr în loc de 760 torr. În acest caz, lungimea camerei barometrice (spațiul din tubul barometric rămas deasupra mercurului) este 14 cm.

1° Care este presiunea atmosferică într-o zi în care barometrul indică la 7°C o presiune de 700 torr ?

2° Dar într-o zi cînd la 0°C barometrul arată o presiune de 720 torr ?

3° Dar în ziua în care la —33°C barometrul arată o presiune de 700 torr ?

În raport cu coeficientul de dilatare al gazelor, coeficientul de dilatare al sticlei este neglijabil.

(Olimpiadă, 1961)

375 Un recipient închis ermetic are volumul maxim V. Acest recipient se umple pe jumătate cu aer. Cîte curse trebuie să efectueze pistonul unei pompe pneumatice pentru ca la sfîrșit presiunea aerului introdus în recipient să aibă valoarea p ?

Presiunea atmosferică este p_0. Capacitatea pompei V_0. Se neglijează încălzirea.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

376 ● Determinarea căldurii specifice a unui gaz se poate face în două moduri: încălzind gazul și menținînd volumul constant, sau permițîndu-i să se dilate liber, presiunea rămînînd constantă. Rezultatele obținute în cele două cazuri sînt diferite, și anume: căldura specifică la presiunea constantă (c_p) este întotdeauna mai mare decît căldura specifică la volum constant (c_v). De exemplu, în cazul aerului

$$c_p = 1\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{grd}},\ \text{iar}\ \ c_v = 0{,}7\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}.$$

Să se explice cauza acestei deosebiri.

Cunoscînd densitatea aerului $\rho_0 = 1{,}293\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ să se calculeze echivalentul mecanic al caloriei.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

377 ● Un cilindru vertical se închide cu un piston de greutate $P = 200$ N și secțiunea $S = 20$ cm². În cilindru se află aer la temperatura $t = 7$°C, el ocupînd volumul $V = 11{,}2$ dm³. Presiunea atmosferică are valoarea $p = 750$ torr. Ce cantitate de căldură este necesară pentru ca temperatura aerului să se ridice cu $\Delta t = 14$°C ? Căldura specifică molară a aerului la volum constant este $C_v = 20{,}9\ \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{grd}}$, iar constanta gazelor perfecte $R = 8{,}31\ \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{grd}}$.

Se admite că pistonul se mișcă în cilindru fără frecare.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

378 Într-un recipient se află închis 1 kg de aer, la temperatura de 17°C și presiunea $0{,}1\,\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$. Încălzind recipientul, presiunea se ridică la $0{,}4\,\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$. Să se calculeze cantitatea de căldură ce intervine în această transformare.

Se dă căldura specifică a aerului sub volum constant egală cu $0{,}7\ \frac{kJ}{kg \cdot grd}$.

(Institutul de construcții — București, 1953)

379 ● O cantitate anumită de aer, încălzită sub presiune constantă de la 15°C pînă la 65°C, a absorbit 5 kJ. Aceeași cantitate de aer, încălzită la volum constant între aceleași limite de temperatură, a absorbit 3,5 kJ.
Care este volumul aerului la 15°C și la presiunea de $0{,}2\ \frac{MN}{m^2}$?

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

380 Într-un cilindru se află 2 kg aer. Care va fi lucrul mecanic efectuat în timpul încălzirii sale izobare cu 100°C ?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

381 ● Într-un cilindru cu volumul $V_0=500\ cm^3$ se află aer la presiunea $p_0=0{,}1\ \frac{MN}{m^2}$.
Volumul masei de aer se reduce la jumătate prin deplasarea foarte înceată a unui piston. Procesul se desfășoară izoterm.
1° Să se calculeze lucrul mecanic efectuat.
2° Să se demonstreze că lucrul mecanic nu depinde de diametrul pistonului.
3° Să se determine lucrul mecanic și în cazul în care cilindrul se află în vid, iar presiunea în interiorul său este tot p_0 ca în cazul precedent.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

382 O masă de gaz trece din starea A în starea B (fig. 81) prin încălzire. Se modifică volumul gazului în această transformare ?
Să se argumenteze răspunsul.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

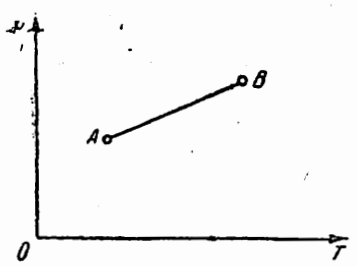


Fig. 81.

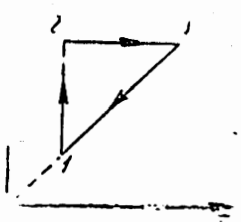


Fig. 82.

383 Într-un cilindru, sub piston, se găsește un gaz ce-și poate varia volumul, presiunea și temperatura. Figura 82 prezintă în coordonate V—T transformările de stare într-un proces oarecare.
Să se reprezinte aceste transformări de stare în coordonate p—V, notînd cu cifre punctele corespondente și arătînd pe ce porțiuni ale diagramei gazul primește sau cedează căldură.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

17. DILATAȚIA CORPURILOR

384 Într-un disc metalic se face o tăietură în formă de sector (fig. 83). Se va schimba unghiul α ce caracterizează această tăietură, dacă discul este încălzit?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

385 O bară de cupru și una de platină, sudate cap la cap, au la 0°C o lungime de 3 m. Lungimea totală a barei la 100°C este de 3,0035 m. Care sînt lungimile barei de cupru și de platină la 0°C?
Coeficientul de dilatație al cuprului este $1{,}7 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}, iar al platinei $0{,}9 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}.

(Olimpiadă, 1951, 1959)

386 În timpul prelucrării la strung, o piesă de oțel se încălzește pînă la 80°C. Diametrul piesei prelucrate trebuie să fie 5 cm la 10°C, cu o toleranță de 10 microni. Să se spună dacă la controlul dimensiunilor în timpul prelucrării trebuie ținut seamă de dilatarea piesei.
Coeficientul de dilatație al oțelului $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}.

(Olimpiadă, 1958)

387 La 0°C un cilindru de zinc are lungimea $l_0 = 200$ mm, iar un cilindru de cupru $l_0' = 201$ mm. Diametrele celor doi cilindri, la 0°C, sînt egale. Să se determine:
1° la ce temperatură lungimile devin egale?
2° la ce temperatură volumele devin egale?
Coeficienții de dilatație liniară pentru zinc respectiv cupru sînt $\alpha_1 = 2{,}9 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}, $\alpha_2 = 1{,}7 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

388 Un tub plin cu mercur la zero grade cîntărește $m = 500{,}45$ g. Se scoate o cantitate de mercur, astfel încît masa mercurului rămas să fie $m' = 228{,}53$ g. Se înlocuiește apoi mercurul scos, cu apă la 0°C și se întoarce aparatul încît apa să urce în A (fig. 84). Cu ajutorul unui amestec refrigerent se produce înghețarea apei și se menține totul la zero grade; se constată că a ieșit o cantitate de mercur cu masa $m'' = 24{,}272$ g.

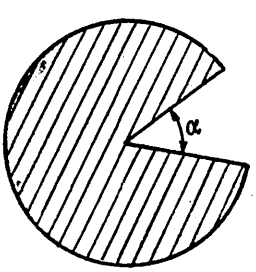


Fig. 83.

Fig. 84.

Să se calculeze:
1° dilatația unui cm^3 de apă, în urma înghețării;
2° densitatea gheții.

(Bacalaureat, Franța)

389 Diamantul care cristalizează în sistemul cubic are un coeficient de dilatație de forma $a + b(t - 40)$. La ce temperatură va prezenta el maximum de densitate? ($a = 0{,}354 \cdot 10^{-5}$, $b = 0{,}432 \cdot 10^{-7}$).

(Bacalaureat, Franța)

390 O bară de oțel cu secțiunea de 24 cm^2 absoarbe prin încălzire 22 MJ. Să se calculeze alungirea barei. Se dau pentru oțel:

densitatea $\rho=7{,}8\cdot10^3\ \frac{kg}{m^3}$; căldura specifică $c=0{,}46\ \frac{kJ}{kg\cdot grd}$; coeficientul de dilatație $\alpha=1{,}2\cdot10^{-5}\ grd^{-1}$.

(Olimpiadă, 1958)

391 Un vas de formă conică, cu vîrful în jos, conține o oarecare cantitate de mercur la 0°C. La ce temperatură trebuie încălzit vasul pentru ca nivelul mercurului să crească cu $\frac{1}{185}$ din înălțimea sa inițială ?

Se dă coeficientul de dilatație absolută a mercurului $\gamma=\frac{1}{5\,550}\ grd^{-1}$.

(Școala politehnică — București, 1945)

392 Într-un cilindru de sticlă A se toarnă lichid avînd temperatura t_1, nivelul lichidului fiind marcat pe cilindrul de sticlă (fig. 85). Cilindrul este cufundat în apă avînd temperatura $t_2(t_2<t_1)$. Cum se va modifica nivelul lichidului față de semnul de marcare, știind că :

1° coeficientul de dilatație în volum al lichidului este egal cu coeficientul de dilatație în volum al sticlei ;

2° coeficientul de dilatație al lichidului este mai mic decît coeficientul de dilatație al sticlei ;

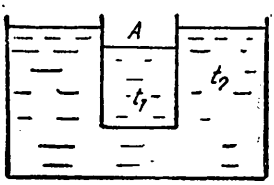


Fig. 85.

3° coeficientul de dilatație al lichidului este mai mare decît coeficientul de dilatație al sticlei.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

393 Să se găsească o relație între dilatația absolută a unui lichid și dilatația sa aparentă.

(Bacalaureat, Franța)

394 O bucată de metal, al cărui coeficient de dilatație liniară este α, este cufundată în mercur. La 0°C ea este împinsă de jos în sus cu o forță arhimedică P, iar la 60°C cu o forță arhimedică P'.
Să se găsească valoarea coeficientului de dilatație absolută al mercurului. Aplicație pentru cazul : $P=0{,}5$ N, $P'=0{,}495$ N și $\alpha=3{,}82\cdot10^{-6}\ grd^{-1}$.

(Școala politehnică — București, 1946)

395 Un corp solid de volum V plutește la suprafața unui lichid la 0°C. Notăm cu v volumul părții care iese din lichid. La ce temperatură va trebui să aducem corpul și lichidul pentru ca acest corp solid să se cufunde complet în lichid ? Coeficientul de dilatație al solidului este $\gamma=3{,}3\cdot10^{-5}\ grd^{-1}$, al lichidului $k=8{,}5\cdot10^{-4}\ grd^{-1}$, iar $\frac{v}{V}=0{,}02$.

(Bacalaureat, Franța)

396 Rezervorul unui termometru are la 0°C o capacitate $V=3\ cm^3$ pînă la diviziunea zero de pe tijă. Aceasta este împărțită în părți de capacitate egală, $v=10^{-3}\ cm^3$. Se introduce în termometru o cantitate de mercur astfel ca la temperatura $t_0=0$°C, el să ajungă la diviziunea zero a tijei. Cîte diviziuni

ale tijei vor indica o ridicare a temperaturii cu $t=1°C$? Coeficientul de dilatație aparentă a mercurului în sticlă este $\alpha_1=\frac{1}{6\,500}$ grd^{-1}.

(Bacalaureat, Franța)

397 Un vas de sticlă complet umplut cu mercur la 0°C conține 680 g mercur. Ce volum de mercur va ieși din vas dacă încălzim vasul cu mercur la 100°C? Se dau: coeficientul de dilatație al mercurului $18\cdot10^{-5}$ grd^{-1}, coeficientul de dilatație al sticlei $26\cdot10^{-6}$ grd^{-1} și densitatea mercurului $13{,}6\cdot10^3\frac{kg}{m^3}$.

(Olimpiadă, 1963)

398 Într-un cilindru de fier în care se află mercur se introduce o bucată de platină, astfel încît mercurul umple complet cilindrul.

1° Să se găsească raportul maselor platinei și mercurului, astfel ca pentru orice temperatură cilindrul să rămînă plin, fără să se verse mercurul.

2° Să se găsească soluția pentru care problema este posibilă. Se cunosc k, μ și λ, coeficienții de dilatație în volum ai cilindrului, mercurului și platinei, precum și ρ', ρ'', densitățile platinei, respectiv mercurului.

Universitatea — Cluj, 1961)

399 Un tub de sticlă, de formă cilindrică în interior, are la 0°C lungimea 1 m și secțiunea 1 cm^2. El este menținut în poziție verticală. Să se determine lungimea unei coloane de mercur astfel încît distanța de la extremitatea superioară a tubului pînă la centrul de greutate al coloanei de mercur să rămînă neschimbată cînd temperatura crește.

Coeficientul de dilatație cubică al sticlei este $\frac{1}{38\,700}$ grd^{-1}, iar al mercurului $\frac{1}{5\,550}$ grd^{-1}.

(Bacalaureat, Franța)

400 După ce s-au fixat punctele 0 și 100 ale unui termometru și după ce a fost gradată tija, se înlocuiește mercurul cu un lichid al cărui coeficient de dilatație absolută este $\frac{1}{2\,400}$ grd^{-1} și care la 0°C umple rezervorul și tija pînă la gradația zero. La ce diviziune se va opri meniscul lichidului la 20°C ? Coeficientul de dilatație aparentă a mercurului în sticlă este $\frac{1}{6\,480}$ grd^{-1}, iar coeficientul de dilatație al sticlei $\frac{1}{38\,700}$ grd^{-1}.

(Bacalaureat, Franța)

401 Un termometru complet înconjurat cu vapori de apă indică 100°C. Ce temperatură va indica dacă tija va fi, începînd de la diviziunea 35, menținută la temperatura de 10°C, rezervorul și restul tijei fiind la 100°C ?

(Bacalaureat, Franța)

402 La t°C barometrul indică presiunea H. Să se determine înălțimea coloanei barometrice la 0°C. Coeficientul de dilatație al mercurului este α, iar al riglei metalice cu care se fac citirile, k.

(Bacalaureat, Franța)

18. CALORIMETRIE. TRANSFORMĂRI DE STARE

403 Două termometre, gradate unul în scara Celsius și celălalt în scara Fahrenheit, sînt așezate în aer unul lîngă altul.
Pentru ce temperatură a aerului cele două termometre indică același număr de grade și de același semn ?

(Bacalaureat, Franța)

404 Pentru ca încăperile unei case să fie ținute tot timpul la temperatura de 20°C, este necesară o cantitate de cărbune de 50 kg pe o perioadă dată. Casa este astfel construită încît prin tavan se pierde 30% din căldură, iar prin pereți 70%. Mediul exterior este menținut la 5°C.
1° Ce cantitate de cărbune poate fi economisită dacă se dublează grosimea pereților ?
2° Ce cantitate de cărbune se va consuma în plus dacă temperatura mediului exterior se reduce la 2°C ?

(Concursul de fizică Eötvös, R. P. Ungară)

405 Un pahar cu apă fierbinte trebuie răcit cît mai mult în timp de 10 min. Cum este mai convenabil să se procedeze : să se pună în pahar o lingură de zăpadă și apoi să fie lăsat paharul 10 min, sau mai întîi să fie lăsat paharul 10 min și apoi să se pună zăpada ?

(Olimpiadă, 1958)

406 Să se determine cantitatea de căldură necesară pentru a ridica temperatura unei camere cu dimensiunile 7 m, 5 m, 3 m, de la 16°C la 21°C, dacă se pierde prin pereți 10% din căldură.
Pentru aer, $c=1\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$ și $\rho=1{,}28\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

(Olimpiadă, 1955)

407 Un rezervor conține mercur la temperatura de 0°C. Primind căldură, volumul mercurului crește cu $\Delta V=0{,}015\ \text{cm}^3$. Să se determine cantitatea de căldură primită, cunoscînd : căldura specifică a mercurului $c=138\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$, coeficientul de dilatație în volum al mercurului $\gamma=1{,}8\cdot10^{-4}\ \text{grd}^{-1}$, densitatea mercurului la 0°C, $\rho_0=13{,}6\cdot10^3\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Se va neglija căldura specifică a pereților.

(Facultatea de matematică și fizică — Varșovia, 1960)

408 Pentru pregătirea unei băi se amestecă apă caldă la 66°C cu apă rece la 11°C. Ce cantitate de apă de un fel și de altul este necesară spre a obține 550 l apă la 36°C ?

(Institutul politehnic — Iași, 1962)

409 Într-un calorimetru de alamă cu masa M_1, în care se află M_2 grame de gheață la temperatura $t_0=0$°C, se introduce M grame cositor topit la temperatura de topire T.
Să se scrie ecuația bilanțului termic, dacă la sfîrșit în calorimetru se obține apă caldă. Să se determine temperatura θ a acesteia.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

410 Într-un calorimetru cu 400 g apă la temperatura de 20°C se toarnă 200 g apă la temperatura de 80°C. Se cere:

1° temperatura amestecului, dacă nu ținem seama de vas, termometru și agitator;

2° ținîndu-se seama de acestea, se constată că temperatura amestecului atinge valoarea maximă de 38°C (temperatura de echilibru termic); care este în acest caz capacitatea calorică a vasului, plus termometru, plus agitator?

(Institutul politehnic — Galați, 1963)

411 Două calorimetre A și B închid în interiorul lor două spirale de platină C și D absolut identice și care pot fi parcurse de același curent electric (fig. 86).

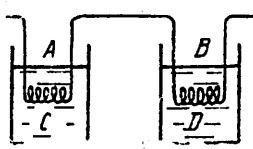


Fig. 86.

Primul calorimetru, A, conține o cantitate de apă $m_1=94{,}4$ g iar al doilea, esență de terebentină cu masa $m_2=81{,}34$ g. Echivalentul în apă al fiecărui calorimetru este 2,21 g. După un oarecare timp de trecere a curentului electric se constată că temperatura în calorimetrul A crește cu $\Delta t'=3{,}17$°C, iar în calorimetrul B cu $\Delta t''=8{,}36$°C. Să se determine căldura specifică a esenței de terebentină.

(Bacalaureat, Franța)

412 Un vas închis, avînd un volum $V=1$ l și ai cărui pereți sînt perfecți izolatori termici, se umple cu aer la temperatura $t_0=0$°C și la presiunea $p_0=760$ torr. Se introduce o cantitate $m=5$ g mercur la temperatura $t=18$°C și se lasă să se stabilească echilibrul termic. Să se calculeze presiunea finală în vas. Se vor neglija: dilatația vasului și volumul ocupat de mercur și se vor considera căldurile specifice ale aerului și mercurului ca fiind egale cu $1\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$, respectiv $0{,}13\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$, iar densitatea aerului $1.29\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

(Bacalaureat, Franța)

413 Pentru a determina conținutul de apă al unei zăpezi umede, s-a procedat în felul următor: într-un vas de fier cîntărind 4 kg și conținînd 10 kg apă la 20°C s-a introdus 1 kg zăpadă umedă și s-a constatat că temperatura finală este de 14°C. Care este procentul de apă în acea zăpadă umedă? Căldura specifică a fierului $0{,}46\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$, iar căldura latentă de topire a gheții $334\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

(Cercul de fizică — București, 1957)

414 Într-un bloc mare de gheață se face o scobitură adîncă și apoi se realizează următoarele experiențe:

1° Se încălzește o bucată de bismut de 5 kg pînă la temperatura de topire și bucata de bismut astfel încălzită este aruncată în scobitura blocului de gheață. După un timp, se scoate bucata de bismut, se scurge apa formată și se cîntărește, constatîndu-se că s-au format 508 g apă. Ce se poate deduce din această experiență?

2° Într-o a doua experiență se topește într-un vas de fontă o cantitate mai mare de bismut, iar după ce tot conținutul este topit, se lasă să se

răcească pînă ce o parte din el se solidifică. În acel moment se scurge restul de bismut în scobitura blocului de gheață. După un timp se cîntărește bismutul și apa din scobitură găsindu-se 1 439 g bismut și 380 g apă. Ce se poate deduce din această a doua experiență ?

Temperatura de topire a bismutului este 271°C.

(Cercul de fizică — București, 1957)

415 Să se împartă în două părți o cantitate de apă de 1 kg, avînd temperatura $t_1=60°C$, astfel încît căldura cedată de una din părți cînd aceasta se transformă în gheață cu temperatura $t_g=0°C$, să fie suficientă pentru a transforma cealaltă parte în vapori cu temperatura $t_v=100°C$.

Căldura latentă de topire a gheții este $334\frac{kJ}{kg}$ și cea de vaporizare a apei $2{,}25\frac{MJ}{kg}$.

(Bacalaureat, Franța)

416 Se distilă un amestec de apă și alcool. Vaporii de alcool, cu temperatura $t=89°C$ de fierbere a acestuia, se culeg într-o serpentină înconjurată de apă ; aceasta intră în refrigerent la temperatura $t_1=10°C$ și iese la temperatura $t_2=40°C$, adică la temperatura alcoolului condensat. Ce cantitate de apă trebuie să treacă prin refrigerent pentru a obține o cantitate $m=20$ kg alcool ? Căldura latentă de vaporizare a alcoolului $2{,}12\frac{MJ}{kg}$, iar căldura specifică a alcoolului $2{,}75\frac{kJ}{kg\cdot grd}$.

(Bacalaureat, Franța)

417 Un calorimetru de alamă cîntărind 500 g conține 1 kg de gheață la —10°C. Se lasă să cadă în calorimetru un curent de apă la temperatura de 80°C cu o viteză constantă. Debitul apei este de 50 g în fiecare minut. Calorimetrul este izolat termic, iar gheața sfărîmată mărunt, astfel încît amestecul se face instantaneu. Să se calculeze :

1° după cît timp temperatura amestecului devine 0°C, toată gheața fiind topită ;

2° după cît timp temperatura va fi 10°C.

Se dau : căldura specifică a alamei $418\ \frac{J}{kg\cdot grd}$, a gheții $2{,}1\ \frac{kJ}{kg\cdot grd}$, căldura latentă de topire a gheții $334\ \frac{kJ}{kg}$.

(Olimpiadă, 1961)

418 Un calorimetru conține 800 g gheață la 0°C. Se introduce în el un curent de vapori de apă la 100°C și în cantitate de 5 g pe minut. Acești vapori se condensează și gheața se topește. Să se calculeze timpul în care toată gheața se topește și cantitatea de apă obținută atunci în calorimetru.

Se dau : căldura latentă de vaporizare a apei $2{,}25\ \frac{MJ}{kg}$ și căldura latentă de topire a gheții $334\ \frac{kJ}{kg}$.

(Școala politehnică — București, 1946)

419 Într-o cadă de 10 kg, cu căldura specifică 419 $\frac{J}{kg \cdot grd}$, care conține 20 kg apă la 20°C, cade de la 5 m înălțime o bucată de 2 kg gheață, cu temperatura de —5°C. Să se determine:

1° cantitatea de vapori de apă la 100°C, care trebuie introdusă în amestecul din cadă, pentru ca temperatura finală să fie 15°C.

2° înălțimea de la care trebuie să cadă gheața în cadă, pentru ca să se topească complet, fără a mai introduce vapori de apă și fără a se schimba starea inițială a căzii cu apă.

Se dau: $c_g=2{,}1\ \frac{kJ}{kg \cdot grd}$, $\lambda_g=334\ \frac{kJ}{kg}$, $\lambda_v=2{,}25\ \frac{MJ}{kg}$.

Se neglijează frecarea în aer și variația lui g cu altitudinea.

(Olimpiadă, 1964)

420 Sub clopotul unei pompe de vid cu un mare debit de pompare, se află un vas cu apă având temperatura de 0°C. Ce fenomene vor apărea după punerea în funcțiune a pompei?

Căldura latentă de vaporizare a apei la 0°C are valoarea $\lambda_v=2{,}25\ \frac{kJ}{kg}$, iar cea de solidificare $\lambda_s=334\ \frac{kJ}{kg}$.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

421 Cunoscînd căldura latentă de solidificare a apei la 0°C, $\lambda_0=334\ \frac{kJ}{kg}$, căldura specifică a gheții $c_g=2{,}1\ \frac{kJ}{kg \cdot grd}$ și neglijînd variația densității apei și gheții între 0°C și —10°C, să se determine căldura latentă de solidificare a apei la —10°C.

(Concursul școlilor medii, 1963, R. P. Ungară)

422 O flacără de gaz ce consumă prin ardere un litru de gaz de iluminat pe minut, se așază sub un bulgăre de gheață și în consecință gheața se topește. Să se determine la ce interval de timp se succed picăturile de apă care cad din gheață, știind că o picătură cîntărește 0,1 g. Puterea calorică a gazului are valoarea $q=16{,}7\ \frac{MJ}{m^3N}$, 20% din căldură se pierde, iar căldura latentă de topire a gheții este $334\ \frac{kJ}{kg}$.

(Facultatea de matematică și fizică — Varșovia, 1960

423 Reactorul nuclear din Republica Socialistă România consumă 2 g uraniu în timp de 24 de ore. Se cunoaște că un gram de uraniu eliberează o energie egală cu cea obținută prin arderea a 3,5 tone cărbune convențional $\left(q=29{,}3\ \frac{MJ}{kg}\right)$. Să se calculeze puterea reactorului nuclear românesc.

(Institutul politehnic — Brașov, 1963)

424 Se încălzește o tonă de gheață, aflată la temperatura de —8°C, pînă se obține o tonă de apă la temperatura de 3°C. Ce cantitate de lemne este necesară,

dacă randamentul instalației este de 30%, iar puterea calorică a lemnului este de $12{,}5\,\frac{MJ}{kg}$.

Căldura specifică a gheții $2{,}1\,\frac{kJ}{kg \cdot grd}$, iar căldura sa latentă de topire $334\,\frac{kJ}{kg}$.

(Olimpiadă, 1958)

425 Pentru producerea vaporilor necesari unei uzine se folosește un cazan încălzit cu motorină. Cazanul dă 200 kg vapori pe oră. Să se calculeze cantitatea de motorină necesară pe oră, știind că apa intră în cazan cu o temperatură de 15°C și că numai 15% din căldura cedată prin arderea motorinei este absorbită de apa din cazan, aflată la temperatura de 100°C.

Puterea calorică a motorinei este de $46\,\frac{MJ}{kg}$, iar căldura latentă de vaporizare a apei $2{,}25\,\frac{MJ}{kg}$.

(Olimpiadă, 1952, 1961)

19. TRANSFORMAREA ENERGIEI MECANICE ÎN CĂLDURĂ

426 Se efectuează experiența lui Joule, pentru determinarea echivalentului mecanic al caloriei, cu datele numerice următoare: fiecare dintre greutăți are masa $M=10$ kg, înălțimea de la care cad este $h=3$ m, viteza cu care greutățile ating limitatoarele de cursă este $v=3\,\frac{cm}{s}$ (fig. 87).

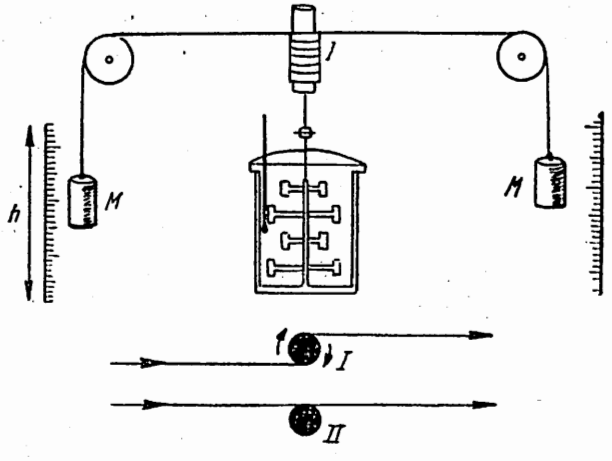


Fig. 87.

Aceeași viteză ar fi atinsă dacă, înfășurînd în sens invers pe tambur cordoanele ce susțin cele două greutăți (II) și suprimînd legătura cu axul cu paletele, se așază pe una din greutăți o suprasarcină $m=200$ g.

Se repetă experiența de $n=10$ ori și se constată că temperatura calorimetrului se ridică cu $\Delta t=1{,}395$°C. Cunoscînd că echivalentul în apă al între-

gului calorimetru, cu apa din el, este $M_a=1$ kg, să se determine echivalentul mecanic al caloriei.

(Bacalaureat, Franța)

427 Arborele unei mașini are diametrul de $\frac{0,8}{\pi}$ m. El este frînat timp de 2 minute cu ajutorul unor saboți ce produc o forță de frecare de 10 kN. În acest timp, roata face 427 rotații cu o mișcare uniformă.

1° Ce cantitate de căldură se dezvoltă în timpul frînării?

2° Cu cîte grade se încălzesc arborele mașinii și saboții, dacă 60% din căldura produsă se pierde prin radiere?

Arborele mașinii și saboții au împreună 100 kg și căldura specifică $418\ \frac{J}{kg \cdot grd}$.

3° Ce putere are mașina?

(Olimpiadă, 1960)

428 Prin sistemul de răcire a unui compresor se scurge într-o oră o cantitate de apă de 3 250 kg ce se încălzește de la 11°C pînă la 17°C.

Ce putere are motorul atașat compresorului dacă randamentul său este 60%?

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

429 Pămîntul are viteza de translație $v=30\ \frac{km}{s}$ și căldura specifică medie $c=125\frac{J}{kg \cdot grd}$. Să se afle cu cît se va ridica temperatura Pămîntului dacă el va fi frînat brusc, prin frecări, pînă la oprire?

(Bacalaureat, Franța)

430 Care este diferența de temperatură între baza unei căderi de apă și locul de la care cade, aflat la înălțimea de 120 m? Cum se explică această diferență de temperatură?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

431 Două sfere de plumb, egale și avînd aceeași temperatură, se mișcă pe aceeași direcție rectilinie una către cealaltă. Se consideră că sferele se opresc după ciocnire, iar în momentul ciocnirii fiecare avea viteza de $100\frac{m}{s}$. Presupunem că 16,4% din căldura produsă prin ciocnire se pierde prin radiere.

1° Să se arate că variația temperaturii produsă prin ciocnire nu depinde de masa sferelor.

2° Să se calculeze variația temperaturii, știind că plumbul are căldura specifică $125\ \frac{J}{kg \cdot grd}$.

(Olimpiadă, 1959)

432 O locomotivă cu masa $m=45$ tone urcă cu o viteză $v=60\frac{km}{h}$ o rampă de $4‰$. Se suprimă forța motrice și se frînează. Locomotiva se oprește după ce mai parcurge un spațiu $S=200$ m.

Să se calculeze cantitatea de căldură degajată prin frecare.

(Bacalaureat, Franța)

433 Un corp M, de dimensiuni mici, este legat la un punct fix O printr-un fir inextensibil de lungime $l=1$ m. Acest corp se învîrteşte în jurul punctului O, într-un plan vertical, cu o mişcare circulară uniformă, cu turaţia $n=300\ \frac{\text{ture}}{\text{min}}$.

1° Să se determine viteza unghiulară şi viteza liniară a corpului M.

2° În momentul în care firul OM este orizontal şi viteza corpului M este dirijată în sus, firul se rupe. Care este, cu începere din acest moment, mişcarea corpului M ? Se neglijează rezistenţa aerului.

3° Atunci cînd el soseşte la un nivel inferior cu 60 m faţă de punctul O, corpul M întîlneşte un obstacol rigid, în contact cu care el se opreşte fără a sări în sus.

Să se calculeze ridicarea de temperatură suferită de corpul M, ştiind că are căldura specifică $c=109\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$.

(Bacalaureat, Franţa)

434 Pentru a lansa un corp a cărui masă este $m=2$ kg, pe o direcţie verticală de sus în jos, se acţionează asupra lui cu o forţă verticală $F=80$ N pe un parcurs $AB=S=0{,}5$ m.

1° Să se calculeze viteza corpului în p nctul B, în momentul cînd forţa încetează să mai acţioneze.

2° După timpul $t=2$ secunde din mome tul plecării din punctul B, corpul întîlneşte un plan orizontal nedeform.bil, după lovirea căruia el sare în sus la o înălţime $h=8{,}4$ m. Să se calculeze cu cît se ridică temperatura corpului, a cărui căldură specifică este $c=376\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$ presupunînd că nu cedează energie planului sau aerului.

(Bacalaureat, Franţa)

435 Pe acelaşi ax orizontal, foarte mobil, sînt fixaţi solidar doi scripeţi de mase neglijabile şi raze $r_1=1{,}5$ cm, $r_2=15$ cm. Pe aceşti scripeţi se înfăşoară în sens invers două fire foarte lungi, de mase neglijabile. Cîte unul din capetele fiecărui fir este fixat pe scripetele corespunzător, iar celălalt capăt susţine fiecare cîte o bucată de plumb, cu masele $m_1=30$ kg, respectiv $m_2=1$ kg. Două opritoare A şi B sînt aşezate, primul sub m_1 şi al doilea deasupra lui m_2, astfel încît ele să fie întîlnite în acelaşi timp de cele două corpuri (fig. 88). Se lasă sistemul liber, fără viteză iniţială, în aşa fel încît corpul cu masa m_1 să se afle la înălţimea $h_1=4{,}2$ m deasupra opritorului A.

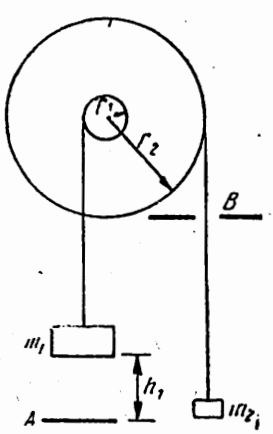


Fig. 88.

Să se calculeze :

1° temperaturile pe care le capătă corpurile în momentul loviturii, admiţînd că toată energia lor cinetică, anulată brusc, este întrebuinţată exclusiv la încălzirea lor ;

2° la ce înălţime deasupra lui B s-ar urca corpul cu masa m_2, dacă el nu ar fi influenţat în urcarea sa nici de opritorul B, nici de fir, nici de scripete.

Se va lua $g=10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ căldura specifică a plumbului $125\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$, temperatura iniţială a corpurilor 0°C.

(Bacalaureat, Franţa)

436 AB şi BC sînt liniile de cea mai mare pantă a două plane înclinate şi de aceeaşi lungime (fig. 89). Punctul A se află la o înălţime $h=AD=10$ m deasupra planului DB. Unghiurile de înclinare sînt, respectiv, $\alpha=45°$ şi $\beta=30°$. La un moment dat se dă drumul unei sfere de plumb din A, pe planul AB. Sfera coboară în B şi apoi urcă pe planul BC. Ajungînd în C loveşte o placă CF.

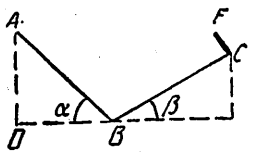


Fig. 89.

Se neglijează toate frecările cît şi energia cinetică de rotaţie şi se cere:
1° timpul necesar parcurgerii spaţiului AB;
2° viteza sferei cînd trece prin B;
3° timpul necesar parcurgerii drumului BC;
4° cu cît se ridică temperatura sferei după ce loveşte placa, ştiind că toată energia cinetică pe care o are sfera cînd loveşte placa s-a transformat în căldură şi că $\frac{4}{5}$ din căldura totală astfel degajată a contribuit la încălzirea sferei.
Căldura specifică a plumbului $125\ \frac{J}{kg\cdot grd}$.

(Bacalaureat, Franţa)

437 De la ce înălţime ar trebui să cadă liber o sferă de plumb, care la ciocnirea neelastică cu pămîntul se topeşte? Întreaga energie cinetică a sferei se transformă în căldură, din care 60% este absorbită de plumb. Temperatura iniţială a sferei $t_0=0°C$. Se va neglija rezistenţa aerului care intervine în timpul căderii sferei. Căldura latentă de topire a plumbului este $\lambda=21\ \frac{kJ}{kg}$, temperatura de topire a plumbului $t_t=327°C$, căldura specifică a plumbului $c=125\ \frac{J}{kg\cdot grd}$.

(Facultatea de matematică şi fizică — Varşovia, 1960)

438 Într-un tub Crookes şi la temperatura de 20°C, un fascicul de raze catodice este focalizat pe o placă de platină, cu suprafaţa de 0,1 cm^2 şi cu grosimea de 0,01 cm, pe care o topeşte. Ştiind că temperatura de topire a platinei este 1 770°C, iar viteza electronilor 0,1 din viteza luminii, să se determine:
1° masa tuturor electronilor care bombardează platina;
2° numărul electronilor ce formează fasciculul, ştiind că masa unui electron este de $9\cdot10^{-31}$ kg.

Pentru platină: densitatea $21{,}5\cdot10^3\ \frac{kg}{m^3}$, căldura specifică $125\ \frac{J}{kg\cdot grd}$, căldura latentă de topire $113\ \frac{kJ}{kg}$.

(Cercul de fizică — Constanţa)

439 Un glonte de plumb se loveşte de o placă de oţel. Ce viteză minimă trebuie să aibă glontele pentru a se topi cînd loveşte placa de oţel, dacă numai 73% din căldura produsă la ciocnire este absorbită de glonte?
Să se arate că această viteză nu depinde de masa glontelui. Se dau: temperatura glontelui $t_1=27°C$, temperatura de topire a plumbului $t_2=327°C$, căldura specifică a plumbului $c=125\ \frac{J}{kg\cdot grd}$, căldura latentă de topire a plumbului $\lambda=21\ \frac{kJ}{kg}$.

(Olimpiadă, 1960)

440 Un glonte de oțel cîntărește 50 g; el este aruncat de jos în sus pe verticală cu viteza inițială de 500 $\frac{m}{s}$; la înălțimea de 300 m el întîlnește un obstacol și se oprește.

Să se determine:

1° energia cinetică a glontelui în momentul întîlnirii obstacolului;

2° cu cîte grade se va ridica temperatura glontelui, admițînd că toată energia cinetică a glontelui se transformă în căldură și că această căldură este luată numai de glonte;

3° cu ce viteză inițială ar trebui aruncat glontele pentru ca la ciocnirea sa cu același obstacol să atingă temperatura de topire.

Se dau: temperatura inițială $t_0=0°C$, temperatura de topire $t_t=1\,036°C$, căldura specifică $c=0{,}47\ \frac{kJ}{kg\cdot grd}$.

(Facultatea de fizică — București, 1966)

441 Un proiectil sferic de plumb, cu diametrul $d=1$ cm, este lansat vertical cu o viteză inițială $v_0=490\ \frac{m}{s}$.

Care va fi starea fizică și temperatura proiectilului dacă va fi oprit la jumătatea drumului de o placă nedeformabilă, admițînd că întreaga sa energie cinetică s-a transformat în căldură?

Se dau: densitatea plumbului $11{,}34\cdot10^3\ \frac{kg}{m^3}$; căldura specifică a plumbului solid $125\ \frac{J}{kg\cdot grd}$; căldura specifică a plumbului lichid $167\ \frac{J}{kg\cdot grd}$; căldura latentă de topire a plumbului $21\ \frac{kJ}{kg}$; temperatura inițială 0°C; temperatura de topire a plumbului 327°C.

(Bacalaureat, Franța)

442 Pe o suprafață netedă orizontală se află o scîndură pe care se mișcă un corp. Într-un caz scîndura este fixată, iar în al doilea caz ea poate să alunece fără frecare pe suprafața de sprijin. Se vor degaja cantități de căldură egale la frecarea corpului pe scîndură în cele două cazuri?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

443 Un corp cu masa de 19,6 kg este aruncat de-a lungul unei suprafețe orizontale cu viteza inițială de $20\ \frac{m}{s}$.

1° La ce distanță ajunge corpul dacă coeficientul de frecare este 0,02?

2° Cu cîte grade s-ar ridica temperatura unui litru de apă aflat la 0°C, sub influența căldurii echivalente cu lucrul mecanic efectuat de forța de frecare?

(Facultatea de matematică și fizică — Cluj, 1956)

444 Pentru frînarea unei roți cu diametrul de 1 m se aplică pe periferia ei un sabot cu o forță de 8 kN. Știind că pînă la oprire roata va face 200 de rotații, iar coeficientul de frecare între sabot și roată este 0,2, să se calculeze căldura dezvoltată prin frînare și temperatura sabotului la sfîrșitul frînării, presupunînd că masa lui este de 15 kg și că 50% din căldură rămîne în sabot.

Se consideră că fonta din care este făcut sabotul are căldura specifică de

$0{,}46 \frac{kJ}{kg \cdot grd}$ și că înainte de a începe frînarea temperatura sabotului era de 10°C.

(Olimpiadă, 1955)

445 Pe un cărucior de masă M, aflat în mișcare pe o direcție orizontală cu viteza v_0, se așază fără șoc o cărămidă de masă m. Să se determine căldura degajată în urma pierderii de energie cinetică (pînă în momentul stabilirii noii viteze comune).

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

446 Două sfere identice de plumb se află în mișcare pe aceeași direcție și în sensuri contrare, cu vitezele v_1 și v_2.
Cu cît va crește temperatura sferelor în urma ciocnirii lor plastice ?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

20. TRANSFORMAREA CĂLDURII ÎN LUCRU MECANIC

447 O locomotivă cu randamentul de 12% lucrează trei ore cu puterea medie de 1,5 MW. Ce cantitate de cărbuni consumă ea în acest timp, dacă puterea calorică a cărbunilor este de 29 $\frac{MJ}{kg}$?

(Olimpiadă, 1957)

448 Pentru a produce un lucru mecanic util de 2,7 MJ, combustibilul necesar unui motor Diesel este de 185 g motorină ; unei mașini cu abur, 0,6 kg cărbune ; unui motor cu electroaprindere, 0,25 kg benzină. Puterile calorice ale combustibililor sînt :
pentru motorină 42 $\frac{MJ}{kg}$, pentru cărbune 31 $\frac{MJ}{kg}$, pentru benzină 46 $\frac{MJ}{kg}$.
În vederea comparării celor trei feluri de mașini termice să se determine :
1° cantitățile de căldură cedate de combustibili ;
2° randamentul mașinilor ;
3° randamentul unui motor electric ce consumă o energie electrică de 0,8 kWh, pentru a produce același lucru mecanic.
Ce concluzii se pot trage ?

(Olimpiadă, 1963)

449 Un motor cu puterea de 100 kW lucrează cu randamentul de 25% ; restul puterii consumate trece în apa de răcire care are 35°C la intrare și 95°C la ieșire. Să se calculeze cantitatea de apă pe oră, necesară răcirii motorului.

(Institutul politehnic—Iași, 1957)

450 Pistonul unei mașini cu vapori, lucrînd pe ambele fețe, are o cursă de 0,8 m și un diametru de 25 cm. Presiunea medie a vaporilor pe piston este de 0,6 $\frac{MN}{m^2}$. Mașina efectuează 150 $\frac{rot}{min}$. Să se determine :
1° puterea mașinii ;

2° cantitatea de căldură ce se transformă pe secundă pentru obținerea acestei puteri, considerînd un randament de 10%.

Se neglijează pierderile de căldură și diametrul tijei pistonului.

(Institutul tehnic — Galați, 1956)

451 Un automobil cu puterea de 22 kW și randamentul 20%, străbate distanța de 648 km consumînd 103,7 kg benzină cu o putere calorică de $46 \frac{MJ}{kg}$.

Să se calculeze:

1° viteza medie a automobilului;

2° timpul cît a mers automobilul.

(Olimpiadă, 1962)

452 Un tren de 750 tone urcă uniform o pantă de 0,007, coeficientul de frecare fiind $\mu=0{,}003$. Locomotiva are randamentul de 10% și dezvoltă pe tot traseul pantei o putere medie de 0,74 MW, consumînd 0,15 tone de cărbuni, cu puterea calorică de $21 \frac{MJ}{kg}$.

Să se determine:

1° cantitatea de căldură utilă transformată în lucru mecanic pe tot traseul pantei;

2° viteza medie a trenului;

3° lungimea pantei respective.

(Olimpiadă, 1961)

453 O mașină termică funcționează cu cărbune conform unui ciclu Carnot. Cazanul are temperatura $t_1=164°C$, iar condensatorul are temperatura $t_2=80°C$. Această mașină acționează un dinam ce trebuie să furnizeze o putere $P=60$ kW, cu un randament $\eta=80\%$. Cît cărbune se consumă în timp de o oră, știind că puterea calorică a cărbunelui este $q=33 \frac{MJ}{kg}$?

(Bacalaureat, Franța)

454 În cazanul unei mașini cu abur, temperatura are valoarea $t_1=150°C$. Temperatura condensatorului este $t_2=30°C$. Care este lucrul mecanic maxim obținut prin arderea în mașină a 200 kg cărbune cu puterea calorică $31{,}4 \frac{MJ}{kg}$ știind că randamentul mașinii este 50% din cel teoretic.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

455 O suprafață plană înnegrită, expusă razelor solare, absoarbe $Q_0=4$ J pe cm^2 și pe minut; această căldură absorbită servește la încălzirea apei dintr-un cazan menținut la temperatura $t_1=100°C$, vaporii alimentînd o mașină perfectă al cărei condensator are temperatura $t_2=32°C$; puterea acestei mașini este $P=1$ kW.

1° Să se calculeze randamentul mașinii, cantitatea de căldură totală transmisă cazanului pe secundă și suprafața planului înnegrit.

2° Cazanul este alimentat cu apă la temperatura $t_3=15°C$. Cîți litri de apă consumă el pe oră?

Căldura latentă de vaporizare a apei, $2{,}25 \frac{MJ}{kg}$.

(Bacalaureat, Franța)

456 Pistonul unei maşini cu vapori, cu dublu efect, are o secţiune $S=500\ cm^2$ cursa pistonului în cilindru este $l=60$ cm; aburul este admis în tot timpul cursei sub presiunea $p=1\ \frac{MN}{m^2}$; la sfîrşitul cursei cilindrul este pus în legătură cu un condensator; se va neglija presiunea în condensator.

1° Să se determine puterea dezvoltată de maşină, ştiind că pistonul efectuează 150 curse (dus şi întors) pe minut.

2° Aburul admis în cilindru are o densitate $\rho=5{,}2\ \frac{kg}{m^3}$. Care este cantitatea de vapori ce se consumă pe oră şi pe kWh?

3° Pentru a produce o cantitate $m=1$ kg de vapori, maşina consumă în cazanul său o cantitate de căldură $Q=2{,}6$ MJ. Care este randamentul termic al maşinii?

4° Care va fi randamentul său teoretic, ştiind că temperaturile la care se află cazanul şi condensatorul sînt, respectiv, $t_1=180°C$ şi $t_2=40°C$?

(Bacalaureat, Franţa)

457 O maşină cu vapori, cu efect simplu, are următoarele caracteristici: cursa pistonului $l=0{,}5$ m, diametrul interior al cilindrului $D=30$ cm, presiunea vaporilor în cazan $0{,}6\ \frac{MN}{m^2}$, presiunea vaporilor în condensator $20\ \frac{kN}{m^2}$; numărul învîrtiturilor pe minut 100. Un indicator Watt ataşat maşinii dă o diagramă asemenea unui trapez (fig. 90), cu următoarele dimensiuni: $AB=10$ mm; $CD=50$ mm; $AD=29$ mm; $\sphericalangle BAD=90°$, $\sphericalangle ADC=90°$.

Să se determine:

1° lucrul mecanic dezvoltat în interiorul cilindrului, la o deplasare a pistonului;

2° puterea maşinii.

(Şcoala politehnică — Bucureşti, 1946)

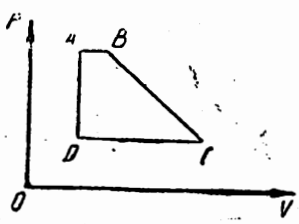


Fig. 90.

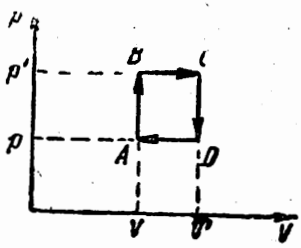


Fig. 91.

458 Un volum V de 20 l de aer este închis într-un corp de pompă la temperatura $t_A=27°C$ şi sub presiunea $0{,}1\ \frac{MN}{m^2}$. Această stare iniţială este reprezentată prin punctul A de pe diagrama clasică în coordonatele p şi V. Silim această masă de gaz să parcurgă ciclul de transformări reprezentat prin dreptunghiul $ABCD$ (fig. 91). În punctul B presiunea a devenit dublă, iar în punctul C volumul a devenit 1,5 faţă de cel din A. Să se calculeze:

1° lucrul mecanic executat de masa de gaz de-a lungul acestui ciclu de transformări;

2° cantitatea de căldură dată gazului în timpul transformărilor AB şi BC şi aceea care a trebuit să i se ia gazului în timpul transformărilor CD şi DA;

8° care este relația între aceste cantități de căldură și lucrul mecanic calculat la punctul 1°?

Se dau: $c_p = 1 \frac{kJ}{kg \cdot grd}$, $\frac{c_p}{c_v} = 1{,}41$ și $\rho_0 = 1{,}3 \frac{kg}{m^3}$.

(Facultatea de științe — București, 1948)

21. ELECTROSTATICĂ

459 Două sfere identice, electrizate cu electricitate de același semn, se așază la o distanță oarecare una de alta astfel ca între ele să se exercite o forță de respingere $F_1 = 1$ N. După aceasta se apropie cele două sfere pînă se ating, apoi se îndepărtează la o distanță egală cu jumătate din prima. Între sfere se exercită acum o forță de respingere $F_2 = 4{,}5$ N. Să se calculeze raportul sarcinilor electrice inițiale ale celor două sfere.

(Bacalaureat, Franța)

460 Două mici sfere de cupru, A și C, fixe și egale, se află pe o placă izolantă la o distanță d una de alta. Sfera A este electrizată, iar C neutră. Se atinge A cu o sferă de cupru egală și neutră B, apoi se atinge C și B. În ce punct al dreptei AC trebuie așezată sfera B pentru ca ea să stea în echilibru?

(Bacalaureat, Franța)

461 Două pendule electrice avînd lungimile de 20 cm sînt suspendate în același punct. Masa fiecărui pendul este de 0,1 g, iar unghiul dintre firele de suspensie este de 90°.

Să se determine sarcina electrică de pe fiecare pendul, sferele avînd aceeași sarcină.

(Institutul politehnic — Brașov, 1956)

462 Două mici sfere identice, atîrnate de cîte un fir de mătase de aceeași lungime, aflate inițial în același punct, se resping datorită sarcinilor lor electrice, astfel încît unghiul dintre cele două fire să fie egal cu 90°.

După un timp, datorită pierderilor lente de sarcină, sferele se apropie. Să se determine cantitatea de electricitate pierdută de fiecare sferă pînă în momentul cînd unghiul dintre cele două sfere devine egal cu 60°.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

463 Ce forță acționează asupra sarcinii q situată în apropiere de două semiplane metalice ce formează un unghi de 90°, dacă sarcina se află la aceeași distanță a de fiecare semiplan?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

464 Să se determine mărimea a două sarcini electrice egale pe care ar trebui să le dăm Pămîntului și Lunii, pentru ca respingerea lor electrostatică să egaleze atracția lor gravitațională.

Masa Pămîntului $M = 6 \cdot 10^{24}$ kg, masa Lunii $m = 7 \cdot 10^{22}$ kg, constanta atracției universale $k = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg}$.

(Facultatea de matematică și fizică — Varșovia, 1960)

465 Se electrizează un disc metalic prin atingeri repetate de un disc de acelaşi diametru, readus înainte de fiecare operaţie la un potenţial determinat şi la aceeaşi sarcină electrică $Q=40$ nC.
Care va fi sarcina electrică a discului metalic după 10 atingeri?

(Bacalaureat, Franţa)

466 De-a lungul axei unui tub metalic îngustat pe porţiunea AB (fig. 92), se mişcă cu viteză constantă o particulă încărcată. Se schimbă viteza particulei la trecerea prin porţiunea îngustată AB?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

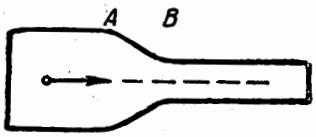


Fig. 92.

467 Pe o masă lucioasă, orizontală, izolantă, se află o bară metalică de greutate P şi lungime l. De unul din capetele barei se leagă un fir izolator ce trece peste scripetele fixat la marginea masei. De celălalt capăt al firului se atîrnă o bară identică cu prima (fig. 93). Lăsat liber, sistemul se pune în mişcare.
Să se determine diferenţa de potenţial electric U ce ia naştere între capetele fiecărei bare. Se neglijează greutatea firului şi frecările între fir şi scripete.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

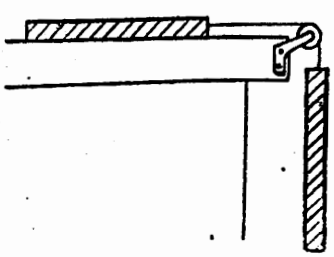


Fig. 93.

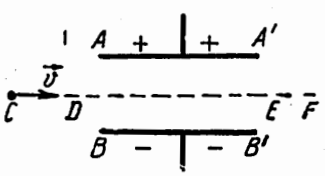


Fig. 94.

468 Electronii emişi de un catod C parcurg cu o mişcare uniformă cu viteza v drumul $CDEF$ (fig. 94).
De o parte şi de alta a porţiunii DE se plasează două plăci, AA' şi BB', egale şi paralele cu DE, plăci ce constituie armăturile unui condensator. Placa AA' este încărcată pozitiv, iar BB', negativ.

1° Să se explice modificarea pe care condensatorul o aduce traiectoriei $CDEF$ şi să se reprezinte noua traiectorie $CDE'F'$.

2° Masa unui electron este $m=9\cdot10^{-31}$ kg; forţa exercitată asupra sarcinii sale electrice de către condensator este $F=10^{-17}$ N; să se calculeze acceleraţia mişcării între AB şi $A'B'$.

3° Se dau: $AA'=DE=BB'=40$ cm, viteza $v=3\cdot10^7\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Să se calculeze deviaţia EE', măsurată pe $A'B'$, determinată de condensator.

(Bacalaureat, Franţa)

469 În spaţiul dintre armăturile unui condensator plan şi perpendicular pe liniile cîmpului, se introduc cu viteza v_0 particule cu masa m şi sarcina electrică e.

Să se determine vitezele finale a trei particule introduse ca în figura 95, în momentul în care ele vor atinge plăcile condensatorului. Plăcile sînt presupuse cu lungimea mult mai mare decît distanța dintre ele; diferența de potențial dintre armături este U.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

470 Un corp punctiform, izolat, încărcat cu sarcina $Q=3\ \mu C$, creează în jurul lui un cîmp electric. În acest cîmp se dau două puncte: A, aflat la depărtarea $r_1=0{,}3$ m, și B, aflat la depărtarea $r_2=90$ cm de sarcină. Să se determine:

1° intensitatea cîmpului electric în punctul A;
2° potențialul electric în punctul A;
3° diferența de potențial între punctele A și B;
4° lucrul mecanic necesar deplasării unei sarcini electrice $q=70$ nC, între punctele A și B.

(Olimpiadă, 1955)

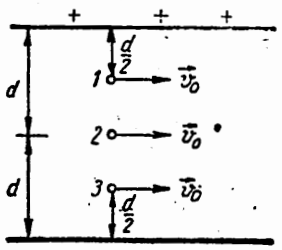


Fig. 95.

471 Un milion de picături de sînge cu raza 90 μ se unesc într-o singură picătură. Fiecare picătură conține o sarcină electrică de 1 pC. Care este potențialul picăturilor înainte de unire și potențialul picăturii formate prin unire?

(Facultatea de matematică și fizică — Cluj, 1957)

472 O sferă S se află la un potențial $V=30$ kV și are raza $R=20$ cm. Un ac ușor, conductor, purtînd o sferă metalică de raza $r=0{,}5$ cm, este suspendat printr-un fir de mătase în fața sferei S, la distanța $D=100$ cm de aceasta (fig. 96). Lungimea acului este $l=10$ cm. Momentul de inerție al acului, cu sferă cu tot, este $I=12{,}3\cdot10^{-7}$ kg·m². Un fir foarte fin de argint, a cărui extremitate atîrnă liberă într-un vas cu apă conductoare, aflat pe sol, pune acul în legătură cu pămîntul, fără a-i influența mișcările. Cuplul de torsiune al firului de mătase este neglijabil. Să se calculeze frecvența oscilațiilor efectuate de ac, știind că perioada oscilațiilor simple depinde de momentul M al forței și momentul de inerție I, conform relației $T=\pi\sqrt{\frac{I}{M}}$.

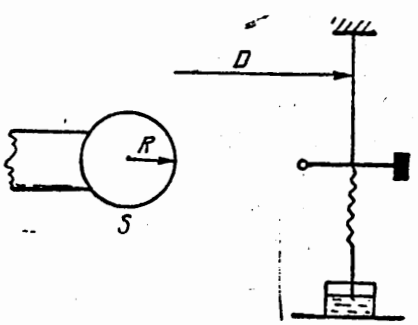


Fig. 96.

(Bacalaureat, Franța)

473 Două sfere metalice goale, cu pereți de grosime neglijabilă și de raze R_1 și R_2 ($R_2>R_1$), sînt așezate concentric. Să se determine:

1° sarcinile totale q_1 și q_2 ale celor două sfere aduse, respectiv, la potențialele V_1 și V_2;
2° densitățile superficiale pe cele două sfere;
3° potențialul într-un punct la distanța r de centru, mai întîi între cele două sfere, apoi în exteriorul sistemului;
4° intensitatea cîmpului în acest punct.

(Bacalaureat, Franța)

474 Două sfere metalice izolate, cu razele de 15 cm și 2 cm, sînt încărcate electric: prima cu o sarcină de 0,3 μC, cea de-a doua, cu 0,1 μC. Se leagă cele două sfere cu un conductor.
Care vor fi mărimile sarcinilor electrice de pe cele două sfere, după contact?

(Olimpiadă, 1959)

475 O sferă cu raza $r=25$ cm se află la potențialul $V_1=10$ V. Un conductor, adus la potențialul $V_2=6$ V este pus în contact de la distanță cu sfera și își modifică potențialul, care devine $V_3=7$ V.
Să se calculeze capacitatea C a conductorului.

(Bacalaureat, Franța)

476 Un condensator cu capacitatea $C=0{,}1$ μF, încărcat sub o anumită diferență de potențial, dă prin descărcare într-un galvanometru* o deviație $\alpha_1=35$ diviziuni. Se reîncarcă în aceleași condiții și se pune în comunicație printr-un fir lung și fin cu un al doilea condensator, de capacitate necunoscută. După aceea se deconectează și se descarcă din nou prin galvanometru. De data aceasta deviația este $\alpha_2=28$ diviziuni.
Care este capacitatea celui de-al doilea condensator?

(Bacalaureat, Franța)

477 Un condensator cu capacitatea $C=1$ μF este pus de zece ori la rînd în comunicație cu un corp, încărcat inițial la un potențial V, și se descarcă de fiecare dată prin intermediul unui galvanometru. Se observă ultima oară o deviație de 42 diviziuni în galvanometrul străbătut de curentul de descărcare. Același condensator, încărcat direct la același potențial V, va da o deviație de 75 diviziuni în acest galvanometru. Să se deducă din aceste experiențe capacitatea corpului.

(Bacalaureat, Franța)

478 Se dau două condensatoare, fiecare cu capacitate variabilă între 10 pF și 200 pF. Care va fi domeniul de variație a capacității bateriei, dacă ele se leagă mai întîi în serie și apoi în paralel?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

479 Avînd la dispoziție un aparat pentru măsurarea capacităților, să se determine în modul cel mai simplu capacitățile C_{ca}, C_{ga} și C_{gc} dintre electrozii unei triode.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

480 Un condensator plan prezintă distanța d între armături. Cum variază capacitatea electrică a condensatorului, dacă el se așază într-o cutie metalică ai cărei pereți se află la distanța d față de plăci?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

---

* Galvanometrul a cărui deviație este proporțională cu cantitatea de electricitate ce l-a străbătut se numește galvanometru balistic.

481 Patru condensatoare alcătuiesc o baterie legîndu-se întîi ca în schema din figura 97, *a*, apoi ca în schema din figura 97, *b*.
Dacă capacităţile condensatoarelor sînt diferite, ce relaţie trebuie să existe între ele pentru ca, trecînd de la schema *a* la schema *b*, capacitatea bateriei să nu se schimbe ?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

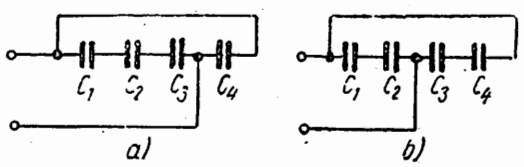


Fig. 97.

482 Două condensatoare cu aceeaşi capacitate C sînt conectate într-un montaj care conţine o sursă cu t.e.m. $\mathcal{E}$ şi un întrerupător K (fig. 98). Contactul mobil al întrerupătorului execută vibraţii lente, legînd armătura inferioară a condensatorului superior succesiv, cînd cu plotul A, cînd cu plotul B. Să se stabilească modul în care variază tensiunea între armăturile condensatorului inferior, la fiecare mutare a contactului, dacă la început contactul se găseşte : *a*) în poziţia A ; *b*) în poziţia B. Condensatoarele se consideră perfecte (scurgerea sarcinilor şi efectele de margine sînt neglijate).

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

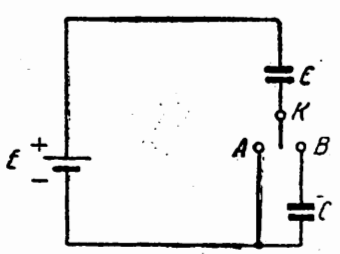


Fig. 98.

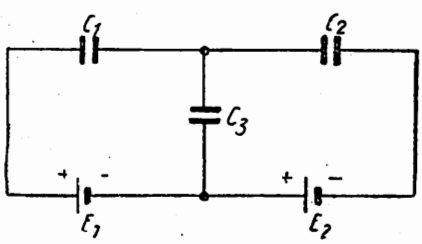


Fig. 99.

483 În schema reprezentată în figura 99 condensatoarele au capacităţile C_1, C_2 şi C_3, iar sursele au t.e.m. E_1 şi E_2.
Să se determine sarcina electrică a fiecărui condensator.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

484 Se construieşte un pendul, asimilabil cu un pendul simplu, ataşînd la un fir izolant fin şi flexibil o bilă de aluminiu $\left(\rho_{Al}=2{,}7\cdot10^3\frac{kg}{m^3}\right)$ de 5 mm diametru. Se plasează această bilă departe de orice alt conductor în mijlocul unei incinte mari conductoare, legată la pămînt, şi se încarcă atingînd-o o clipă cu un fir metalic foarte fin legat la unul din polii unei surse depărtate, al cărei al doilea pol este legat la pămînt. Potenţialul astfel obţinut este de 300 V.

1° Să se calculeze sarcina primită de sferă.

2° Se plasează simetric, în raport cu bila în poziția sa de echilibru, două plăci mari verticale, formînd un condensator cu aer cu distanța dintre armături de 10 cm. Se încarcă acest condensator de la o altă sursă care stabilește între armături o diferență de potențial de 15 kV (se admite că între cele două plăci cîmpul electrostatic este uniform și că nu este influențat de bilă).

Pendulul luînd o nouă poziție de echilibru, să se calculeze unghiul de deviație față de verticală.

3° Pendulul fiind încărcat ca la început, se toarnă între cele două plăci un lichid perfect izolant a cărui permitivitate relativă va avea valoarea 2,25 și densitatea $800 \frac{kg}{m^3}$.

Cum se va modifica deviația, presupunînd succesiv că legătura condensatorului cu sursa a fost întreruptă;

a) după introducerea lichidului;

b) înainte de a-l introduce.

(Școala normală — Franța)

485 Între plăcile unui condensator, fiecare avînd suprafața de 12 cm^2, se așază o placă de cuarț cu grosimea de 4 mm. Între armăturile condensatorului și placa de cuarț, de ambele părți, au rămas straturi de aer cu grosimea de 0,05 mm fiecare.

Să se calculeze capacitatea condensatorului în cazul descris și să se compare cu capacitatea în cazul în care armăturile condensatorului s-ar fi lipit de placa de cuarț. Permitivitatea relativă a cuarțului este 4,5.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

486 Un condensator plan, cu aer, ale cărui armături se află la distanța $d = 1{,}5$ cm, are o capacitate $C = 185$ pF.

1° Care va fi capacitatea condensatorului, dacă se vor apropia armăturile la o distanță $d' = 1$ cm și se va așeza între ele o lamă de sticlă cu grosimea $e = 0{,}8$ cm?

2° Care va fi capacitatea C_1 a condensatorului, dacă lama de sticlă se va înlocui cu o foiță de mică cu grosimea $e' = 0{,}1$ cm, armăturile fiind lipite de cele două fețe ale foiței de mică?

Se va considera permitivitatea relativă a sticlei, $\varepsilon_s = 2{,}6$ și a foiței de mică $\varepsilon_m = 5$.

(Bacalaureat, Franța)

487 Un condensator plan este încărcat la o sursă cu tensiunea de 12 kV, după care se deconectează de la sursă. Introducînd o placă de porțelan de grosime cît jumătatea distanței dintre plăci, tensiunea la bornele condensatorului scade la 7 kV. Să se afle permitivitatea porțelanului.

(Institutul pedagogic — București, 1963)

488 Un condensator plan, cu aer, are o capacitate $C = 10$ pF. Grosimea stratului de aer este $d = 1$ cm. Se introduce între cele două armături, la distanță egală de fiecare, o foaie de tablă cu grosimea $e = 1$ mm. Care va fi capacitatea condensatorului în acest caz?

(Bacalaureat, Franța)

489 ● Cele două armături ale unui condensator plan cu aer au suprafața $S=1\ m^2$; distanța dintre ele este $d=0{,}1$ cm; forța de atracție dintre armături este $F=1$ N. Să se calculeze:
1° densitatea electrică de pe armături;
2° diferența de potențial dintre armături;
3° cantitatea de căldură degajată prin descărcarea condensatorului.

(Bacalaureat, Franța)

490 ● Se umflă un balon de săpun, electrizat cu o cantitate de electricitate, astfel încît raza sa R crește de două ori. Prin aceasta sarcina sa nu se schimbă.
1° Cum va varia energia electrică?
2° Existența sarcinii electrice ajută sau împiedică umflarea balonului?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

491 ● Avînd un sistem de condensatoare legate ca în schema din figura 100, se va mări sau se va micșora capacitatea sistemului, dacă se închide întrerupătorul K?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

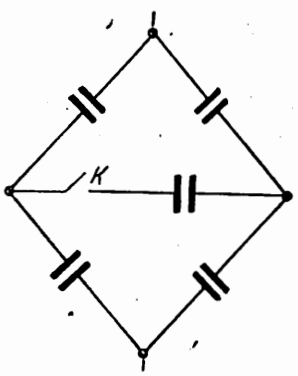


Fig. 100.

492 ● Două sfere conductoare de raze r_1 și r_2 sînt încărcate la potențialele V_1, respectiv V_2 și plasate pe un suport izolator. Se unesc apoi cu un fir conductor. Ce cantitate de energie se va disipa în conductor?

(Olimpiadă, U.R.S.S)

493 ● Două condensatoare cu aer, identice, de capacitate $C=\frac{8}{9}$ nF fiecare, se încarcă pînă la tensiunea $U=900$ V. Unul din condensatoare se cufundă în această stare de încărcare în petrol, după care condensatoarele se leagă în paralel.
Să se determine energia electrică pierdută de sistem prin conectare.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

494 ● O baterie alcătuită din n condensatoare, de capacitate C, legate în serie, este alimentată sub tensiunea constantă U. Dacă unul din condensatoare se străpunge, să se determine:
1° variația energiei bateriei;
2° energia disipată în perioada de tranziție.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

495 ● Variază energia unui condensator plan încărcat, cînd se mărește distanța dintre armături? Să se argumenteze răspunsul.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

496 ● În spațiul dintre plăcile unui condensator, legat la polii unei baterii de 360 V, se află o placă de ebonită ($\varepsilon_r=2{,}7$). Distanța dintre plăcile condensatorului este 5,4 cm.
Se scoate apoi ebonita. Cu cît trebuie să se schimbe distanța dintre plăcile condensatorului, pentru ca energia condensatorului să rămînă aceeași? Se vor considera două cazuri:
1° plăcile condensatorului rămîn legate la polii bateriei;
2° plăcile condensatorului se desfac de la polii bateriei.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

497 Un vas paralelipipedic din sticlă, cu dimensiunile $20 \times 20 \times 0{,}5$ cm^3, are feţele mari verticale şi căptuşite în interior cu foiţe metalice subţiri; vasul conţine 100 cm^3 de apă distilată, cu permitivitatea relativă 80, iar între foiţe se aplică o tensiune continuă de 2 000 V. Se cer:

1° intensitatea cîmpului electric în regiunea cu dielectric aer;

2° capacităţile celor două condensatoare cu aer, respectiv apă, precum şi capacitatea sistemului condensator;

3° sarcina electrică acumulată de sistemul condensator.

4° După deconectarea de la sursă se leagă cele două armături printr-un conductor cu rezistenţa de 100 Ω. Considerînd descărcarea condensatorului ca fiind uniformă în timp, să se determine intensitatea medie a curentului de descărcare;

5° durata acestei descărcări;

6° energia disipată în timpul descărcării.

(Olimpiadă, 1966)

498 Un condensator cu aer este format din două plăci de 1 dm^2 suprafaţă, distanţate la 1 cm. Diferenţa de potenţial între cele două armături este 300 V. Să se determine:

1° sarcina de pe fiecare armătură;

2° forţa de interacţiune a plăcilor.

3° Armăturile fiind încărcate, apoi izolate, se depărtează la 10 cm. Ce lucru mecanic trebuie cheltuit şi ce diferenţă de potenţial există atunci între armături? Să se compare acest lucru mecanic cu variaţia energiei condensatorului.

4° În aceleaşi condiţii se variază distanţa dintre armături, de la 1 la 10 cm, menţinînd însă constantă diferenţa de potenţial de 300 V. Ce lucru mecanic trebuie cheltuit şi care este cantitatea de electricitate de pe armături la sfîrşitul deplasării?
Să se compare cu variaţia de energie a condensatorului.

5° Armăturile fiind din nou distanţate la 1 cm, încărcate la diferenţa de potenţial de 300 V şi izolate, se înlocuieşte aerul printr-un dielectric cu permitivitatea $\varepsilon_r = 5$. Cît va fi acum diferenţa de potenţial şi forţa de atracţie dintre armături?

6° Se face aceeaşi substituire, menţinînd invariabilă diferenţa de potenţial. Să se determine cantitatea de electricitate de pe armături şi forţa de atracţie dintre armături.

(Şcoala navală, Franţa)

22. ELECTROCINETICĂ

499 O maşină electrostatică, după 100 de rotaţii, încarcă o baterie de condensatoare cu capacitatea $C = 0{,}1$ μF, la tensiunea $U = 2\,500$ V. Ce curent poate debita maşina dacă turaţia discului este de 150 $\frac{\text{rot}}{\text{min}}$ şi ce putere produce?

(Sorbona, Franţa)

500 O baterie alimentează simultan cele două circuite antagoniste ale unui galvanometru diferenţial. Unul din cei doi curenţi este continuu şi trece prin-

cr-un rezistor* cu rezistența R. Celălalt este întrerupt de un diapazon care încarcă de n ori pe secundă un condensator de capacitate C și îl descarcă de fiecare dată prin galvanometru. Ce relație trebuie să existe între R și C pentru ca acul galvanometrului să rămînă la zero ?

(Sorbona, Franța)

501 O lamă de oțel L vibrează între două contacte A și B. Această lamă se leagă la una din armăturile M ale unui condensator MN (fig. 101). Contactele comunică cu armătura N, unul dintre ele B în mod direct, celălalt A prin intermediul unui circuit care conține un galvanometru G (cu rezistența foarte mică) și o baterie E. Condensatorul se încarcă prin A și se descarcă prin B, prin mișcarea oscilatorie a lamei. Pentru un număr $n=164$ vibrații complete pe secundă, galvanometrul indică o deviație permanentă $\alpha=32$ diviziuni. Pe de altă parte, se constată că atunci cînd între A și B se montează un rezistor cu rezistența $R=100\ \Omega$ (deconectînd condensatorul), galvanometrul indică o deviație $\alpha'=25$ diviziuni. Pe baza acestor date să se calculeze capacitatea condensatorului.

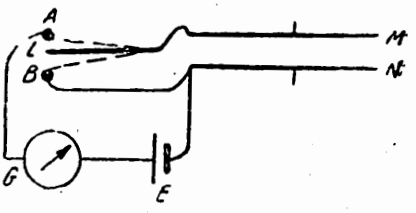


Fig. 101.

(Sorbona, Franța)

502 Un condensator plan se compune din două armături semicirculare, cu raza $R=10$ cm și distanța între ele $d=5$ mm. Spațiul dintre plăcile condensatorului este ocupat în întregime de o placă dielectrică cu permitivitatea $\varepsilon_r=6$. Această placă, de forma unui semicerc și cu dimensiunile egale cu cele ale armăturilor condensatorului, este pusă în mișcare circulară uniformă în jurul axului ce cade perpendicular pe planul semicercului în centrul său. Durata unei rotații este $T=0{,}5$ s. În acest fel placa de dielectric iese și intră printre armături.

Condensatorul se conectează la o sursă electrică cu tensiunea $U=900$ V. Să se determine limitele între care variază cantitatea de electricitate de pe plăci și intensitatea curentului electric în circuit.

(Facultatea de matematică și fizică — Varșovia, 1959)

---

* *Rezistorul* este elementul fizic, caracterizat prin faptul că între tensiunea U aplicată la bornele lui și curentul I care îl parcurge există relația $\frac{U}{I}=R=$constant, R fiind o constantă ce nu depinde (în primă aproximație) decît de natura și dimensiunile conductorului și poartă denumirea de *rezistență electrică*. Rezistorul reprezintă pentru rezistență ceea ce reprezintă condensatorul pentru capacitate sau ceea ce reprezintă bobina pentru inductanță. Rezistorul, condensatorul, bobina sînt elemente fizice de circuit ; rezistența, capacitatea, inductanța sînt mărimi electrice, cu dimensiuni și unități. Întrebuințarea noțiunii de rezistor este o necesitate, pentru a face net distincția între elementul fizic de circuit și mărimea electrică corespunzătoare. În mod uzual însă, pentru moment, în locul denumirii de *rezistor* se utilizează tot denumirea de *rezistență*, dar exprimarea nu este corectă.

Rezistorul construit pentru a i se putea varia rezistența se numește reostat.

503 Se conectează în schema din figura 102, între bornele B și O, o tensiune continuă de 200 V.
Valoarea rezistențelor R este 1 MΩ. Condensatorul C are capacitatea 1 μF. În punctul K întrerupem brusc circuitul. Cu cît crește potențialul punctului A imediat după întreruperea circuitului ?

(Concursul de fizică Eötvös, 1960, R. P. Ungară)

504 Se montează un circuit ca în figura 103. Dacă t.e.m.* este E, iar rezistențele rezistoarelor sînt, respectiv, R_1, R_2, R_3, sub ce tensiune maximă se va încărca condensatorul C ? Ce rol îndeplinește R_3 ?

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

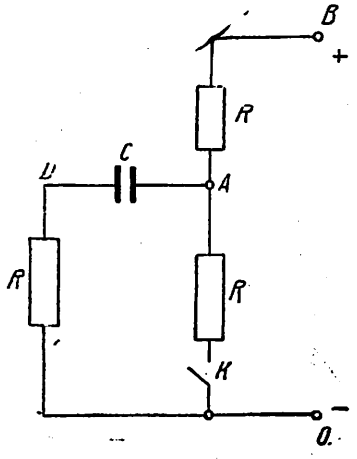


Fig. 102.

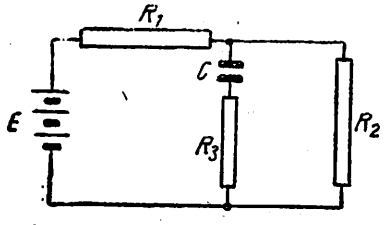


Fig. 103.

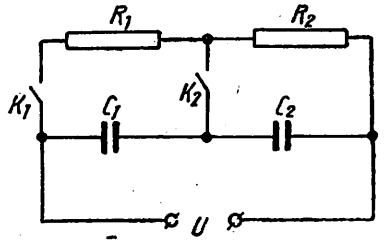


Fig. 104.

505 Se consideră schema din figura 104, cu rezistențele și capacitățile cunoscute. Tensiunea U se menține constantă. Să se determine tensiunea între armăturile condensatoarelor în cazurile :
1° întrerupătoarele K_1 și K_2 închise ;
2° întrerupătorul K_1 închis, întrerupătorul K_2 deschis ;
3° întrerupătorul K_1 deschis, întrerupătorul K_2 închis ;
4° ambele întrerupătoare deschise.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

506 Capetele unei bobine se leagă la o sursă cu tensiunea de 12 V și este străbătută de un curent cu intensitatea de 673 mA. Bobina este făcută dintr-un conductor de sîrmă de cupru cu lungimea de 200 m. Să se calculeze diametrul sîrmei, dacă rezistența specifică a cuprului este $\rho = 1{,}75 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$.

(Facultatea de matematică și fizică — Cluj, 1958)

507 Să se determine coeficientul de variație termică α al rezistenței totale a unui conductor, obținut prin legarea în serie a unei sîrme de aluminiu cu

---

* Conform standardului de stat, trebuie întrebuințată denumirea de *forță electromotoare* (f.e.m.) și nu *tensiune electromotoare* (t.e.m.). Totuși, în lucrarea de față se va utiliza, ca și în manualele școlare, denumirea tensiune electromotoare, considerîndu-se mai adecvată.

rezistența $R_1=3\ \Omega$ ($\alpha_1=0{,}004\ \text{grd}^{-1}$), cu o sîrmă de fier cu rezistența $R_2=2\ \Omega$ ($\alpha_2=0{,}0048\ \text{grd}^{-1}$).

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

508 Un baston de cărbune se leagă în serie cu unul de fier de aceeași grosime. Ce relație trebuie să existe între lungimile lor pentru ca rezistența acestui sistem să nu varieze cu temperatura ?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

509 Admițînd că un troleibuz se mișcă rectiliniu și uniform pe un traseu orizontal, cu o viteză de $25{,}2\frac{\text{km}}{\text{h}}$ și dezvoltînd o forță de tracțiune de 3 136 N, să se determine :
1° intensitatea curentului absorbit ;
2° energia electrică consumată în timp de 30 de minute ;
3° costul acestei energii.
Se cunosc : tensiunea la borne 500 V ; prețul unui kWh, 30 bani.

(Institutul politehnic — Brașov, 1963)

510 Să se determine tensiunea la bornele circuitului electric reprezentat în figura 105.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

511 N elemente galvanice identice sînt legate în serie (fig. 106). Ce indică voltmetrul legat în paralel cu n elemente ? Se neglijează rezistența firelor de legătură.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

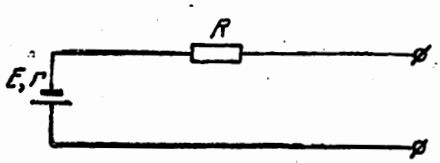


Fig. 105.

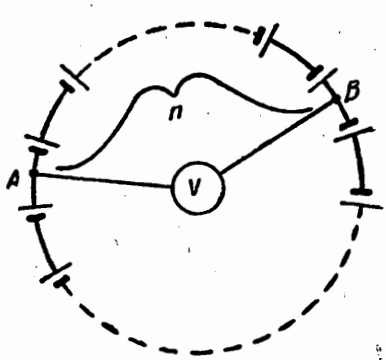


Fig. 106.

512 Printr-o baterie formată din 5 elemente de acumulator (cu t.e.m. de 2 V fiecare și rezistență neglijabilă) legate în serie între ele prin fire cu rezistența 0,5 Ω, trece un curent electric cu intensitatea $I=6$ A.
Să se determine tensiunea la bornele bateriei.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

513 O sursă de curent electric are polii legați printr-un fir de oțel cu secțiunea de 0,3 mm² și lungimea de 15 m. Sursa are t.e.m. de 3 V și tensiunea la bornele ei este de 2 V. Să se calculeze :
1° rezistența interioară a sursei ;
2° cantitatea de electricitate ce trebuie să treacă prin fir pentru a dezvolta o energie de 1 kJ. Se dă $\rho=0{,}12\cdot10^{-6}\ \Omega\cdot\text{m}$.

(Olimpiadă, 1960)

514 Cînd se intercalează într-un circuit electric un rezistor cu rezistența de 1 Ω, un ampermetru înseriat în acest circuit indică scăderea intensității curentului de la 2 A la 1 A. Dacă se înlocuiește acest rezistor cu unul de rezistență necunoscută, ampermetrul indică 0,5 A.
Să se calculeze rezistența necunoscută și tensiunea electromotoare a generatorului, considerînd rezistența lui interioară neglijabilă.

(Olimpiadă, 1951, 1959 / Facultatea de fizică — București, 1968)

515 Se consideră schema din figura 107. Cum variază indicațiile voltmetrelor prin închiderea întrerupătorului K, atunci cînd se micșorează rezistența R_2? Rezistența proprie a voltmetrelor este mare.

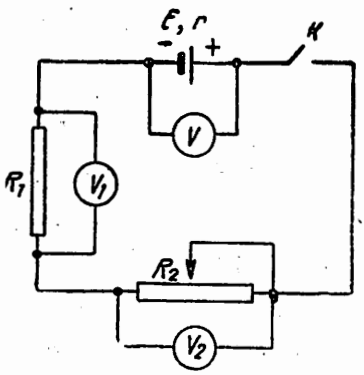


Fig. 107.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

516 Cîte becuri electrice de 0,6 A și 32 Ω la cald pot fi alimentate în regim nominal cu ajutorul a 20 elemente Poggendorff* ($E=2{,}01$ V, $r=0{,}25$ Ω)?

(Sorbona, Franța)

517 Se dispune de nouă pile Bunsen** ($E_1=1{,}9$ V, $r_1=0{,}1$ Ω) și de un element Leclanché*** ($E_2=1{,}5$ V, $r_2=1{,}1$ Ω). Prezintă interes legarea în serie a acestor elemente, rezistența circuitului exterior fiind $R=10$ Ω?

(Sorbona, Franța)

518 Să se determine în ce caz două elemente galvanice diferite legate în serie pe aceeași rezistență exterioară, vor debita un curent mai mic decît ar da fiecare dintre aceste elemente legate pe aceeași rezistență?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

519 Să se determine t.e.m. E a unui element, dacă se știe că prin mărirea rezistenței din circuitul exterior de $n=3$ ori, diferența de potențial de la bornele ei, care are valoarea inițială $U_0=3$ V, crește cu $k=20\%$.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

520 O pilă Daniel**** se leagă la bornele unui galvanometru (cu șunt) prin intermediul unei cutii de rezistențe. Pentru o rezistență $R_1=320$ Ω se obține o deviație $\varphi_1=30$ diviziuni, iar pentru o rezistență $R_2=640$ Ω o deviație $\varphi_2=41$ diviziuni. O pilă Bunsen produce aceleași deviații pentru rezistențele

---

* Pila Poggendorff este o pilă alcătuită dintr-un catod compus dintr-o foaie de zinc amalgamat, introdus într-o soluție diluată de acid sulfuric (într-un vas de porțelan), și dintr-un anod de cărbune introdus în bicromat de potasiu (conținut într-un vas poros central) și care are funcțiunea de depolarizant.

** Pilă asemănătoare celei Poggendorff, avînd acid azotic concentrat în loc de bicromat de potasiu.

*** Pilă ce utilizează ca depolarizant bioxidul de mangan, iar electrodul negativ de zinc este introdus într-o soluție de clorură de amoniu.

**** Pilă compusă dintr-un anod de cupru introdus într-un vas poros care conține o soluție de sulfat de cupru și un catod de zinc introdus într-un vas exterior în soluție de sulfat de zinc. Are o t.e.m. de circa 1,08 V.

$R_1'=610\ \Omega$ și $R_2'=1\,218\ \Omega$. Care este raportul între tensiunile electromotoare ale celor două elemente ?

(Sorbona, Franța)

521 Se leagă un galvanometru în circuitul unei baterii formate din 10 elemente Daniel ($E=1{,}07$ V) în serie cu o cutie de rezistențe. Pentru două rezistențe $R=62\ \Omega$ și $R'=110\ \Omega$ ale cutiei, se obțin două deviații $\varphi=38$ diviziuni și $\varphi'=25$ diviziuni. Să se facă, pe baza acestor date, etalonarea galvanometrului, determinîndu-se constanta K a instrumentului ($I=K\varphi$).

(Sorbona, Franța)

522 O instalație telegrafică cuprinde o baterie cu o tensiune electromotoare $E=50$ V și rezistența interioară $r=15\ \Omega$, un fir BC de 80 Ω și un receptor

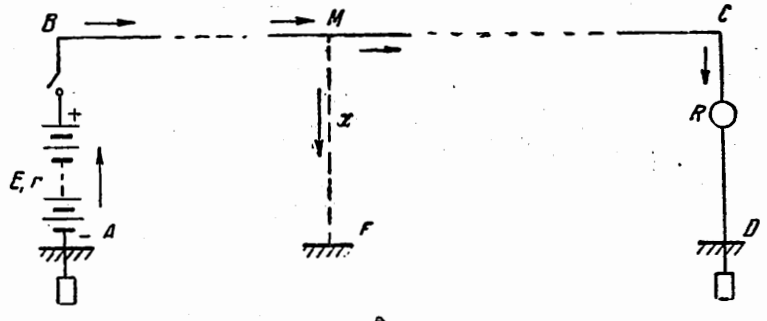


Fig. 108.

$R=5\ \Omega$ (fig. 108). Comunicațiile cu pămîntul sînt excelente, acestea echivalînd cu introducerea în circuit a unei rezistențe neglijabile. Ca urmare a unui defect se stabilește undeva pe linie o comunicație cu pămîntul, a cărei rezistență este x ohmi. Se observă că intensitatea curentului la postul transmițător devine 0,84 A, iar la postul receptor 0,084 A.
Să se determine locul accidentului și rezistența x.

(Bacalaureat, Franța)

523 Un cablu AB cu lungimea $l=100$ km are o rezistență electrică de $15{,}2\ \frac{\Omega}{\text{km}}$. Într-un anumit loc C al cablului se produce un defect care este echivalent cu o rezistență suplimentară R între C și pămînt. Dacă se măsoară rezistența electrică a cablului cînd capătul său îndepărtat B este izolat, se găsește valoarea $R_1=1\,152\ \Omega$. Dacă acest capăt este legat la pămînt se găsește valoarea $R_2=918\ \Omega$. Să se găsească distanța la care s-a produs defectul pe cablu.

(Institutul politehnic — Cluj, 1958)

524 Patru rezistoare de 1 Ω, 2 Ω, 3 Ω și 4 Ω sînt astfel legate încît rezistența totală a circuitului este egală cu 1 Ω. Care este puterea electrică consumată în rezistorul cu rezistența de 2 Ω, dacă în rezistorul de 3 Ω curentul are intensitatea de 3 A ?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

525 Un circuit hexagonal este alcătuit din 9 conductoare, cu diagonalele ce pleacă din același vîrf A. Rezistența fiecărui conductor este de 11 Ω. Care este rezistența totală a întregului circuit, între vîrful A și vîrful opus B?

(Institutul de construcții — București, 1956)

526 O rețea este formată din nouă pătrate ale căror laturi sînt rezistoare măsurînd R ohmi fiecare. Peste pătratul din mijloc se așază o placă pătrată perfect conductoare (fig. 109). Să se determine rezistența echivalentă între vîrfurile opuse ale pătratului.

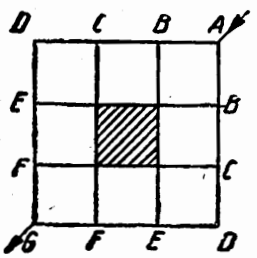


Fig. 109.

(Concursul școlilor medii, 1965, R. P. Ungară)

527 Trei cilindri din tablă subțire, confecționați din același material, au următoarele dimensiuni: 5 cm înălțime și 5 cm diametru pentru primul cilindru; 5 cm înălțime și 10 cm diametru pentru al doilea și 7,5 cm înălțime și 5 cm diametru pentru al treilea.

Pentru determinarea rezistenței electrice a fiecărui cilindru se conectează centrele bazelor cilindrului la bornele aparatului de măsură. Să se compare valorile celor trei rezistențe.

(Concursul școlilor medii, 1963, R. P. Ungară)

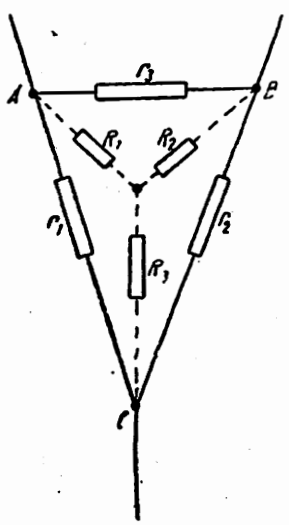


Fig 110.

528 Să se arate că într-o rețea este posibil, fără a schimba regimul curenților, să se înlocuiască un triunghi format din rezistoarele r_1, r_2, r_3 legate între nodurile A, B, C, printr-o stea formată din rezistoarele R_1, R_2, R_3, și invers (fig. 110). Se vor determina relațiile de echivalență și în funcție de conductanțele $G=\frac{1}{R}$ și $g=\frac{1}{r}$.

(Școala centrală, Franța)

529 Să se determine rezistența echivalentă între punctele A și B ale rețelei din figura 111. Valorile rezistențelor R_1, R_2 și R_3 sînt cunoscute: $R_1=10$ Ω, $R_2=20$ Ω, $R_3=5$ Ω.

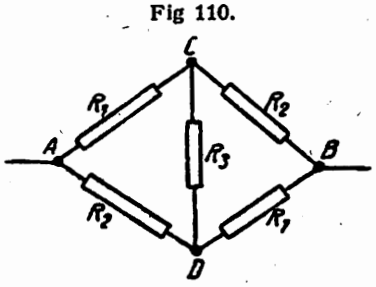


Fig. 111

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

530 Se dă un circuit de formă dreptunghiulară ale cărui laturi, $a=4$ m și $b=3$ m, sînt alcătuite dintr-un fir avînd rezistența de 1 Ω pe fiecare metru lungime. Două vîrfuri opuse ale dreptunghiului se leagă la polii unei pile de t.e.m.

$E=2$ V și rezistența interioară $r=2\ \Omega$, prin intermediul a două conductoare de rezistență neglijabilă.
1° Care este intensitatea curentului care străbate pila ?
2° Ce devine această intensitate, dacă se așază încă un fir de-a lungul diagonalei dreptunghiului ? Să se examineze cazul în care cele două vîrfuri unite de diagonală sînt punctele de legătură la sursă și să se calculeze intensitățile curenților în fire.

(Bacalaureat, Franța)

531 Într-o cameră arde un bec de 60 W. La un moment dat se leagă în paralel cu becul și un reșou de 250 W. Știind că tensiunea rețelei este de 120 V, iar rezistența conductoarelor de conectare la rețea este de 6 Ω, să se afle cu cît variază tensiunea la bornele becului cînd se leagă în circuit reșoul.

(Olimpiadă, 1965)

532 La o porțiune dreaptă dintr-un fir conductor omogen AB se sudează, din același material, alte două conductoare în formă de circumferință, ACB și ODB cu diametrele egale cu AB, respectiv $OB=\frac{AB}{2}$. Un curent $I=100$ A străbate acest sistem de conductoare. Să se determine valorile intensităților curenților în ramurile ACB și ODB.

(Facultatea de matematică și fizică — București, 1959)

533 O sursă de curent continuu cu tensiunea electromotoare de 12 V și rezistența interioară 0,66 Ω alimentează un circuit format din două rezistențe R_1 și R_2 legate în paralel. Rezistența R_1 este formată dintr-un fir de cupru cu rezistivitatea $0{,}017\cdot10^{-6}\ \Omega\cdot m$, diametrul secțiunii 0,2 mm și lungimea 62,8 m; R_2 este confecționată din același material, de aceeași lungime, dar cu secțiune de două ori mai mare decît a primului fir.
1° Care sînt valorile rezistențelor R_1 și R_2 ?
2° Ce valoare are intensitatea în circuitul principal ?
3° Care este valoarea intensității curentului în rezistoarele R_1 și R_2 ?

(Olimpiadă, 1963)

534 O baterie formată din 4 elemente identice legate în serie, alimentează un circuit în care se află montate în paralel două rezistoare cu rezistențele $R_1=16\ \Omega$, $R_2=24\ \Omega$. Să se determine :
1° intensitățile curenților derivați ;
2° energia dezvoltată în timp de o jumătate de oră pe rezistența R_1.
Se dau : tensiunea electromotoare a unui element 1,5 V și rezistența sa interioară 0,1 Ω.

(Institutul politehnic — Brașov, 1961)

535 Un reostat cu rezistența $R=20\ \Omega$ este legat în serie cu un sistem de trei becuri conectate între ele în paralel și prezentînd rezistențele : $R_1=200\ \Omega$, $R_2=240\ \Omega$, $R_3=300\ \Omega$. Rețeaua de alimentare are tensiunea de 150 V. Să se determine :
1° intensitatea curentului care trece prin reostat ;
2° intensitatea curentului care trece prin fiecare bec ;

3° costul total al energiei consumate timp de 10 ore, dacă 1 kWh costă 30 de bani.

(Olimpiadă, 1961)

536 O baterie are t.e.m. de 32 V, iar bornele ei se unesc printr-un fir lung de 3 m. În fir se produce o cădere de potențial de 30 V și se consumă o putere de 6 W. Se cere:
1° rezistența interioară a bateriei;
2° rezistența firului;
3° timpul necesar pentru a trece prin circuit 720 C;
4° lungimea ce ar trebui să o aibă firul pentru ca diferența de potențial între capetele lui să fie de 12 V;
5° raportul dintre energia dezvoltată în fir în acest caz și cea inițială.

(Olimpiadă, 1965)

537 Un circuit este format dintr-o sursă (cu t.e.m. 18 V și rezistența 2 Ω), un fir de cupru cu rezistența R_1 (rezistivitatea $\rho = 7 \cdot 10^{-8}$ Ω·m, diametrul secțiunii 0,2 mm și lungimea 6,28 m), un reostat variabil și un ampermetru (cu rezistența neglijabilă), toate legate în serie.
1° Care este diferența de potențial la bornele sursei, știind că ampermetrul indică 1 A?
2° La bornele firului de cupru se leagă în paralel un al doilea fir, cu rezistența R_2, din același material ca primul, de aceeași lungime și cu secțiunea de două ori mai mare decît secțiunea primului fir. Ce valoare trebuie să dăm acum rezistenței variabile R, pentru ca ampermetrul să indice tot 1 A?
3° Notăm cu M și N mijloacele firelor R_1, respectiv R_2. Ce va indica un voltmetru legat între aceste două puncte?

(Olimpiadă, 1963)

538 Un generator de curent continuu cu t.e.m. $E_1 = 12$ V și rezistența interioară $r_1 = 0{,}2$ Ω, încarcă o baterie de acumulatoare cu t.e.m. $E_2 = 10$ V și rezistența interioară $r_2 = 0{,}6$ Ω. În derivație cu bateria de acumulatoare se leagă un bec electric cu rezistența $R = 3$ Ω. Să se determine intensitățile curenților prin bateria de acumulatoare și prin bec.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

539 Două surse identice de curent continuu, legate în paralel, sînt realizate fiecare din cîte 5 baterii identice legate în serie. Fiecare baterie are t.e.m. de 25 V și rezistența interioară de 1 Ω. Circuitul exterior este format din 3 becuri legate în paralel, unul avînd 2 Ω, iar celelalte cîte 4 Ω; un reostat cu rezistența de 3 Ω; două reșouri legate în paralel avînd unul 10 Ω și celălalt 15 Ω. Cele trei grupe consumatoare fiind legate în serie, să se calculeze:
1° rezistența totală a circuitului exterior;
2° tensiunea la bornele sursei;
3° intensitatea curentului în fiecare consumator;
4° cantitatea de căldură dezvoltată de reșouri într-o oră.

(Olimpiadă, 1962)

540 Șase becuri de 12 V și 5 W sînt legate în serie și trebuie să fie alimentate de la o rețea de curent continuu de 220 V.
Să se determine:
1° intensitatea curentului pentru care a fost construit becul

2° valoarea rezistenței adiționale ce trebuie montată în serie cu cele 6 becuri pentru ca sistemul să poată fi alimentat la 220 V;
3° valoarea unei rezistențe adiționale legate în serie cu grupul de becuri montate în paralel, pentru ca sistemul să poată fi alimentat la 220 V;
4° puterea electrică consumată în rezistența adițională în cazul punctului 3°.

(Institutul politehnic — București, 1959)

541 La o sursă de curent cu tensiunea 220 V se conectează patru becuri cu tensiunea nominală de 110 V fiecare (fig. 112).
Să se determine:
1° intensitatea curentului total absorbit de becuri;
2° tensiunea între punctele A și B ale circuitului.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

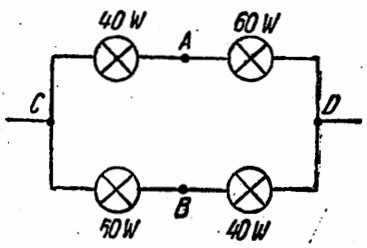


Fig. 112.

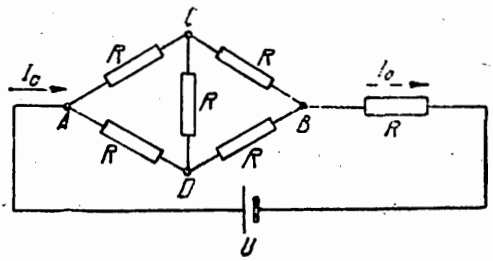


Fig. 113.

542 În figura 113 este reprezentat un circuit ramificat. Curentul debitat de sursă în acest circuit are intensitatea I_0, în cazul în care toate rezistoarele au rezistența R. Ce devine intensitatea curentului din circuit dacă două rezistențe opuse își dublează valoarea?

(Concursul școlilor medii, 1963, R. P. Ungară)

543 Două becuri ce funcționează normal la 110 V au puterile de 40 W, respectiv 100 W.
1° Să se calculeze rezistențele lor și curenții care le străbat.
2° Se montează cele două becuri în serie și se alimentează ansamblul sub o tensiune de 220 V.
Întrucît în aceste condiții becurile nu funcționează normal, se așază în derivație cu unul din ele un rezistor (șunt). Care trebuie să fie becul șuntat și care trebuie să fie valoarea rezistenței acestui rezistor pentru a realiza funcționarea normală?
3° Dacă tensiunea de care dispunem este 250 V, ce rezistențe auxiliare ar trebui montate pentru a realiza funcționarea normală? Să se calculeze în acest caz randamentul montajului, definit ca raportul între puterea consumată de becuri și puterea totală consumată.

(Cercuri de fizică — București, 1957)

544 O sursă de curent continuu este formată din patru ramuri identice legate în paralel, fiecare ramură conținînd un număr n de baterii. Fiecare baterie are tensiunea electromotoare de 6 V și rezistența internă 0,2 Ω.
Sursa debitează curent unui consumator format din două reostate cu becuri, legate în serie. Primul reostat are 10 becuri montate în paralel, fiecare bec avînd puterea de 100 W și tensiunea nominală de 100 V; al doilea reostat

are 10 becuri montate în paralel, fiecare bec avînd puterea de 200 W şi tensiunea nominală de 100 V. Să se calculeze :

1° valoarea rezistenţei rezistorului suplimentar introdus în circuit (se va indica şi cum se montează), pentru ca becurile să funcţioneze la tensiunea lor nominală ;

2° numărul de baterii de pe o ramură a sursei, în această situaţie.

(Olimpiadă, 1963)

545 Un montaj electric se compune (fig. 114) din două elemente identice cu t.e.m. E şi rezistenţa interioară neglijabilă, 3 rezistoare identice, cu rezistenţa r, şi două becuri, de asemenea identice, avînd fiecare rezistenţa R. Să se studieze :

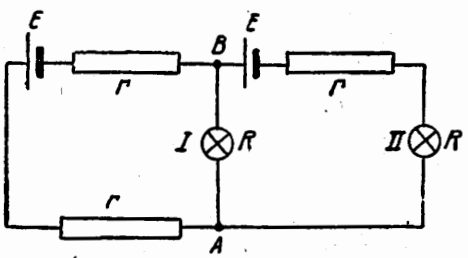


Fig. 114.

1° Cum variază intensitatea curentului ce trece prin becul I în funcţie de schimbarea mărimii rezistenţei r şi la valori fixe ale lui E şi R ?

2° Care dintre becuri arde mai luminos ?

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

546 Indusul unui dinam şunt are rezistenţa r, iar inductorul rezistenţa r'. Notăm cu R rezistenţa exterioară. Să se determine raportul între t.e.m. E şi tensiunea la borne U.

(Sorbona, Franţa)

547 Cum se poate măsura tensiunea electromotoare a unei surse avînd rezistenţa interioară mare, cu ajutorul a două voltmetre de rezistenţă interioară necunoscută ?

(Concursul şcolilor medii, 1959, R. P. Ungară)

548 O baterie de elemente Bunsen ($E=1{,}9$ V, $r=0{,}1$ Ω) trebuie să alimenteze două circuite, cu rezistenţele $R_1=3$ Ω, respectiv $R_2=10$ Ω. Cum se vor lega aceste două circuite la elementele respective, pentru ca fiecare rezistenţă să fie străbătută de aceeaşi intensitate $I=2$ A ?

(Sorbona, Franţa)

549 Dispunem de N elemente cu rezistenţa internă r şi tensiunea electromotoare E. Rezistenţa externă R nu este nici infinită, nici neglijabilă în raport cu r. Vrem să obţinem un curent de intensitate maximă, grupînd mixt aceste elemente. Care va fi numărul de elemente al unei serii ?

(Bacalaureat, Franţa)

550 Un bec de 110 V, cu puterea de 100 W, trebuie alimentat de la o sursă cu tensiunea de 220 V.

1° Să se calculeze valoarea rezistenţei rezistorului ce trebuie pus în circuit pentru ca becul să funcţioneze normal.

2° Curentul care trece prin bec trebuie măsurat cu un miliampermetru, a cărui scală are 100 de diviziuni. Ştiind că miliampermetrul are o rezistenţă

interioară de 9,9 Ω și că poate măsura 1 mA pe diviziune, să se calculeze valoarea șuntului miliampermetrului pentru ca instrumentul să măsoare 1 A.

(Facultatea de fizică — București, 1965)

551 Se încarcă pe rînd același condensator cu ajutorul a două baterii, avînd t.e.m. E_1 și E_2 și se descarcă printr-un galvanometru cu rezistența $R_g=25$ Ω, șuntat în primul caz printr-un rezistor de rezistență $S_1=15$ Ω, în al doilea caz, printr-un rezistor de rezistență $S_2=5$ Ω. Deviația este în mod sensibil aceeași în ambele cazuri. Să se calculeze raportul celor două tensiuni electromotoare.

(Sorbona, Franța)

552 Pentru determinarea rezistenței unui galvanometru G, acesta se leagă în serie cu un rezistor cu rezistența $R_1=350$ Ω și se observă deviația acului. Apoi se leagă în derivație cu galvanometrul un șunt $R_S=10$ Ω. Atunci, pentru a obține aceeași deviație a acului galvanometrului, trebuie ca rezistorul R_1 să fie înlocuit cu un rezistor cu rezistența mai mică $R_2=100$ Ω. Să se determine rezistența galvanometrului R_G, neglijînd rezistența interioară a bateriei.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

553 Un galvanometru cu rezistența R_g necunoscută este legat în serie cu un rezistor de rezistență $R=200$ Ω. Șuntînd galvanometrul cu o rezistență suplimentară $R_S=20$ Ω, se obține o deviație d. Fără șunt, trebuie adusă rezistența la o valoare $R_1=2\,500$ Ω pentru ca deviația să aibă aceeași valoare d. Ce valoare are rezistența R_g ?
Rezistența internă a sursei se consideră neglijabilă.

(Sorbona, Franța; ASE, 1968)

554 Trebuie măsurată o rezistență mică x prin comparație cu o rezistență etalon $R=1$ Ω. Pentru aceasta, se intercalează în serie în circuitul unei pile rezistorul etalon AB și cel cu rezistența necunoscută x. Apoi se leagă punctele A și B la bornele unui galvanometru (cu rezistența $G=25$ Ω), șuntat cu o rezistență $S=\frac{G}{99}$ și se reglează deviația $d_1=30$ de diviziuni, pentru o rezistență $R_1=172$ Ω (fig. 115). Aceeași operație pentru CD determină o deviație $d_2=28{,}5$ diviziuni, pentru o rezistență $R_2=510$ Ω și cu $S'=\infty$.
Să se deducă din aceste date valoarea rezistenței x.

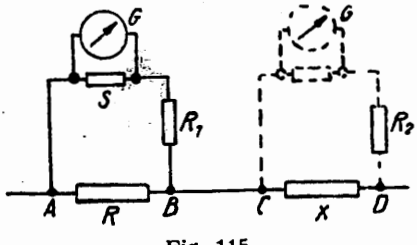


Fig. 115.

(Sorbona, Franța)

555 Se dau : un acumulator, un voltmetru, două rezistoare cu rezistențele cunoscute, un întrerupător și fire de legătură. Folosind instrumentele date, să se determine rezistența voltmetrului. Se poate neglija rezistența interioară a acumulatorului. Să se folosească diferite moduri de legare a rezistențelor.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

556 Un circuit electric conține un rezistor AB cu rezistența de 1 000 Ω și un generator cu t.e.m. 100 V și rezistența internă neglijabilă. Fie un punct M al rezistorului AB, astfel ca rezistența cuprinsă între A și M să fie 100 Ω.

1° Să se calculeze intensitatea curentului debitat de generator şi diferenţele de potenţial U_1 între A şi M şi U_2 între M şi B.

2° Un voltmetru cu rezistenţa $R_v=2\,500\ \Omega$ este montat succesiv între A şi M, apoi între M şi B.

a) Să se arate ce este un voltmetru, cum este gradat şi cum se utilizează.

b) Care este indicaţia sa U cînd îl montăm între A şi M.

c) Care este indicaţia sa U' cînd îl montăm între M şi B.

3° Ce părere aveţi despre voltmetrul utilizat? Convine el în ambele utilizări? Care este condiţia esenţială pentru utilizarea unui voltmetru?

(Bacalaureat, New York, 1961)

557 La capetele unui rezistor cu rezistenţa R se aplică o diferenţă de potenţial constantă $U=100$ V. Voltmetrul legat în derivaţie cu porţiunea R_1, care reprezintă 40% din întreaga rezistenţă R, indică $U_1=18{,}2$ V. Să se determine relaţia existentă între intensităţile curenţilor ce trec prin voltmetru şi prin porţiunea de rezistor considerată.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

558 Un circuit este alcătuit dintr-un element E, un rezistor cu rezistenţa R şi un galvanometru G, montate în serie. Cînd rezistenţa are valoarea $R=980\ \Omega$, se observă o oarecare deviaţie a galvanometrului. Dacă elementul se şuntează cu rezistenţa $R_{S1}=20\ \Omega$, atunci, pentru a obţine aceeaşi intensitate a curentului, rezistorul cu rezistenţa R trebuie înlocuit cu un rezistor cu rezistenţa $R_1=630\ \Omega$. Dacă elementul se şuntează cu rezistenţa $R_{S2}=80\ \Omega$, pentru obţinerea aceluiaşi curent, rezistorul cu rezistenţa R se înlocuieşte cu un rezistor cu rezistenţa $R_2=712{,}5\ \Omega$. Să se determine rezistenţa interioară a elementului şi rezistenţa galvanometrului R_G.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

559 Două voltmetre, cu rezistenţele interioare $R_1=6\,000\ \Omega$ şi $R_2=4\,000\ \Omega$, sînt legate în serie. În derivaţie cu ele se leagă un rezistor cu rezistenţa $R_3=10\,000\ \Omega$. La bornele acestui circuit se aplică o tensiune $U=180$ V (fig. 116).

1° Ce vor indica voltmetrele dacă întrerupătorul K este deschis?

2° Ce vor indica voltmetrele dacă întrerupătorul K se închide pe cursorul aflat la mijlocul rezistorului R_3?

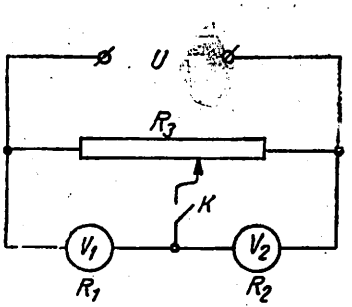


Fig. 116.

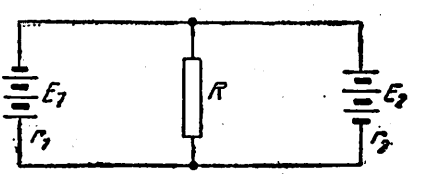


Fig. 117.

3° Cursorul se deplasează pînă cînd indicaţiile celor două voltmetre devin egale. Care sînt în acest moment rezistenţele R_3' şi R_3'' în care este împărţit de cursor rezistorul cu rezistenţa R_3?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

560 Două rezistoare, ale căror rezistenţe dorim să le comparăm, sînt montate în serie şi atașate la extremităţile unei baterii cu $n=10$ elemente identice legate în serie. Între punctul de legătură al celor două rezistoare şi un punct al bateriei se introduce un galvanometru sensibil. Căutînd poziţia pentru care curentul prin galvanometru este zero, se constată că bateria trebuie împărţită în două grupe, de $n_1=4$ şi $n_2=6$ elemente. Care este raportul rezistenţelor ?

(Sorbona, Franţa)

561 Se montează un circuit ca în figura 117. Tensiunea electromotoare a unei baterii este $E_1=12$ V, iar rezistenţa sa interioară $r_1=1\ \Omega$. Care va trebui să fie t.e.m. a bateriei E_2 cu rezistenţa interioară $r_2=3\ \Omega$, pentru ca prin rezistorul R să nu treacă curent electric ?

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

562 Trei elemente se leagă în paralel atît între ele cît şi cu un reostat R. T.e.m. ale elementelor sînt : $E_1=2$ V, $E_2=1{,}7$ V, $E_3=1{,}6$ V, iar rezistenţele interioare au respectiv valorile $r_1=0{,}3\ \Omega$, $r_2=r_3=0{,}1\ \Omega$. În serie cu elementul E_3 se leagă un galvanometru sensibil şi se constată că indică „zero". Să se determine valoarea rezistenţei reostatului R şi intensităţile curenţilor din celelalte ramuri ale circuitului.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

563 Pentru a măsura rezistenţa interioară r a unui element E, i se opune un element E' de tensiune electromotoare mai mică şi se caută două poziţii B şi B' ale unor cursoare ce alunecă pe un fir AC, pentru care acul galvanometrului rămîne la zero (fig. 118). Prima dată s-a găsit $m=52$ cm şi $n=18$ cm, a doua oară, $m'=73$ cm şi $n'=26$ cm.
Rezistenţa firelor din circuitul ABC este neglijabilă. Să se determine r, cunoscînd secţiunea firului $S=0{,}5$ mm² şi rezistivitatea lui $\rho=10^{-6}\Omega\cdot$m.

(Sorbona, Franţa)

564 Pentru determinarea rezistenţei interioare r_i a unui element galvanic se va folosi schema reprezentată în figura 119. Rezistenţa R a galvanometrului

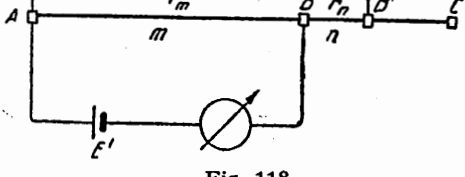


Fig. 118.

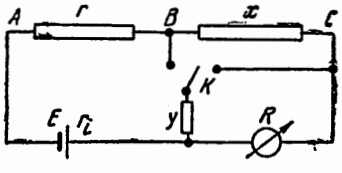


Fig. 119.

este cunoscută. Acul galvanometrului are aceeaşi deviaţie cînd întrerupătorul K se află în poziţiile B sau C, prin reglarea rezistenţei r a acestui circuit. Să se determine rezistenţa interioară r_i a sursei în funcţie de R şi r.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

565 Două elemente galvanice cu t.e.m. E_1 şi E_2, respectiv, un voltmetru V, cu rezistenţă mare şi cu diviziunea zero plasată la mijlocul scalei şi un rezistor

cu rezistența R, sînt legate ca în schema din figura 120. Rezistența R este egală cu rezistența internă a fiecărui element galvanic. Cînd întrerupătorul K este deschis, acul voltmetrului deviază spre dreapta. Ce relație trebuie să existe între E_1 și E_2 pentru ca prin închiderea întrerupătorului K, acul voltmetrului:

1° să devieze spre dreapta;
2° să rămînă la zero;
3° să devieze spre stînga.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

566 Se consideră o punte Wheatstone $MPNQ$, ale cărei brațe sînt alcătuite din rezistoarele a, b, c, d (fig. 121). Între punctele P și Q se conectează cele două armături ale unui condensator de capacitate C, iar punctele M și N

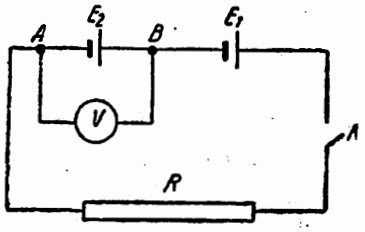


Fig. 120.

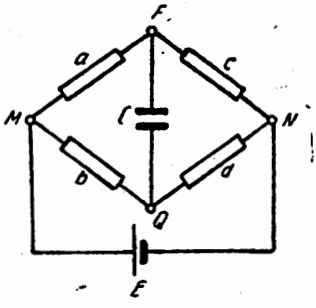


Fig. 121.

se leagă la o pilă cu tensiunea electromotoare E și rezistența interioară neglijabilă. Să se determine:

1° sarcina electrică Q de pe armăturile condensatorului;
2° condiția pentru ca armătura conectată la nodul P să fie pozitivă;
3° condiția pentru care sarcina Q este nulă.

Aplicație numerică: $a=1\,060\ \Omega$, $b=100\ \Omega$, $c=40\ \Omega$, $d=1\,100\ \Omega$, $C=2\mu F$, $E=78$ V.

(Școala centrală de electricitate, Franța)

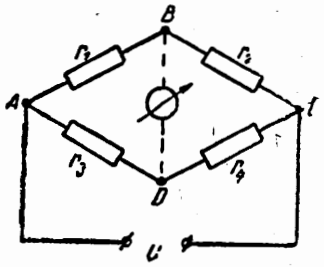


Fig. 122.

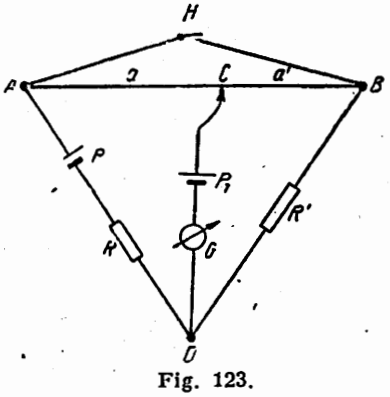


Fig. 123.

567 Se consideră circuitul $ABCD$ format din rezistoarele r_1, r_2, r_3, r_4 (fig. 122).

1° Se consideră între punctele A și C o diferență de potențial U și se cere să se calculeze intensitățile în ramurile ABC și ADC.

2° Ce relație trebuie să existe între cele patru rezistoare pentru ca, introducînd galvanometrul între B și D, acesta să nu devieze ?

3° Care este cantitatea de căldură degajată în circuit pe secundă ?

Aplicație pentru $U=10$ volți, $r_1=2\ \Omega$, $r_2=8\ \Omega$, $r_3=4\ \Omega$, $r_4=6\ \Omega$.

(Școala politehnică—București, 1946)

568 Se realizează montajul din figura 123 : AB un fir bine calibrat, bine întins, perfect omogen, de lungime 1 m ; C cursor cu contact : P_1 pilă cu t.e.m. $E_1=1{,}1$ V ; P pilă cu t.e.m. E și rezistența interioară r necunoscute ; R, R' rezistoare variabile ; G galvanometru cu rezistența necunoscută g ; H întrerupător. Se va nota rezistența rezistorului $AC=a$, rezistența rezistorului $BC=a'$.

1° Întrerupătorul H rămînînd deschis și cursorul C fix, să se determine R și R' în așa fel încît să nu treacă curent prin galvanometru. Problema admite o infinitate de soluții. Fie R_1, R'_1 și R_2, R'_2 două dintre aceste soluții. Să se arate că raportul $\frac{R'_2-R'_1}{R_2-R_1}$ depinde de raportul $\frac{E_1}{E}$ al t.e.m. ale celor două pile. Să se calculeze E în cazul cînd $R_1=3\ \Omega$, $R'_1=4\ \Omega$, $R_2=5\ \Omega$ și $R'_2=10\ \Omega$.

2° Se scoate pila P_1 din ramura CD, care nu va mai conține decît galvanometrul G traversat de un anumit curent I_g. Să se stabilească relația care trebuie să existe între rezistențele celor 4 ramuri AC, CB, BD și DA, pentru ca închiderea întrerupătorului H să nu modifice deviația galvanometrului. Se presupune că rezistența ramurii CD conținînd galvanometrul este destul de mare pentru ca intensitatea curentului I_g care o traversează să poată fi considerată ca neglijabilă față de intensitățile curenților care străbat celelalte ramuri. Constanța deviației fiind satisfăcută pentru $R=2\ \Omega$, $R'=3{,}6\ \Omega$ și $AC=BC$, să se calculeze rezistența interioară r a pilei P.

3° Se schimbă în dispozitivul 2° între ele pila P și galvanometrul G și se suprimă rezistența R, în așa fel încît rezistența ramurii AD se reduce la cea a galvanometrului (care nu mai este presupusă foarte mare), în timp ce rezistența ramurii CD se reduce la aceea a pilei, care este presupusă neglijabilă. Să se stabilească ecuația ce trebuie să existe între rezistențele celor 4 ramuri AC, BC, AD, BD, pentru ca deviația galvanometrului să nu se schimbe, cînd se închide întrerupătorul H. Această condiție fiind realizată pentru $AC=40$ cm și $R'=50\ \Omega$, să se calculeze rezistența galvanometrului.

(Școala politehnică, Franța)

569 Un conductor omogen, de rezistență r pe unitatea de lungime, este dispus pe o circumferință de rază a ; conductorul este alimentat în două puncte diametral opuse A și B cu ajutorul unei surse de tensiune electromotoare E și rezistență interioară R, firele de conexiune avînd o rezistență neglijabilă ; punctul A este legat la polul plus și punctul B la polul minus. O riglă izolantă diametrală MN poartă la extremitățile sale două contacte M și N care se freacă continuu pe conturul circular. Această riglă se rotește cu o mișcare uniformă cu viteza unghiulară ω. Să se determine în funcție de timp, în mărime și semn, valoarea diferenței de potențial U între punctele M și N. În momentul inițial rigla coincide cu diametrul AB.

(Școala superioară de electricitate, Franța)

570 Se consideră un perete cilindric subțire, din material izolant, pe a cărui suprafață se înfășoară uniform, paralel cu generatoarele cilindrului, un fir lung de rezistență totală $R=20\ \Omega$. Această înfășurare este legată la bornele unei baterii cu t.e.m. $E=100$ V și rezistența internă neglijabilă, prin două puncte A, B, diametral opuse pe circumferința C (fig. 124). Se va nota cu $r'=2\ \Omega$ rezistența porțiunii de circuit AEB. Un conductor diametral FG, de rezistență $r=4\ \Omega$, leagă prin contact rotitor cîte două puncte diametral opuse de pe circumferința C. Notînd prin x rezistența variabilă AF, să se calculeze intensitatea curentului i din conductorul FG.

(Școala centrală, Franța)

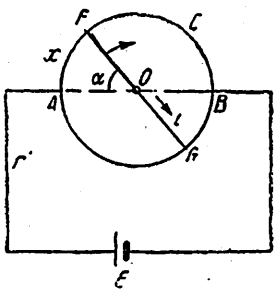


Fig. 124.

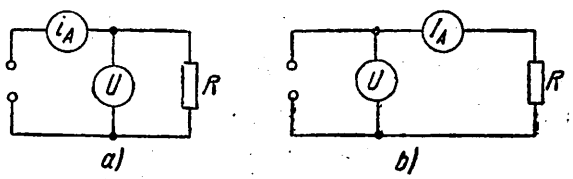


Fig. 125

571 Pentru măsurarea unei rezistențe R s-a folosit un ampermetru cu rezistența interioară $r_A=0{,}2\ \Omega$ și un voltmetru cu rezistența interioară $r_v=2\,750\ \Omega$.
1° Să se determine rezistența R, știind că ampermetrul indică $i_A=0{,}57$ A, iar voltmetrul indică $U=55$ V (fig. 125, *a*). Rezistența internă a bateriei și rezistența firelor de legătură se neglijează.
2° Care vor fi indicațiile instrumentelor în cazul montajului din figura 125, *b*?

(Facultatea de matematică și fizică — Varșovia, 1960)

572 O rezistență R a fost măsurată printr-un montaj industrial, folosind un ampermetru cu rezistența interioară de 0,5 Ω și un voltmetru cu rezistența interioară de 500 Ω, conectat la bornele sursei cu rezistența interioară neglijabilă. Tensiunea indicată de voltmetru a fost 20 V, iar intensitatea indicată de ampermetru 4 A. Să se determine:
1° valoarea exactă a rezistenței R;
2° cînd este mai precisă măsurătoarea rezistenței R, în cazul de mai sus sau cînd voltmetrul este conectat la bornele rezistenței?

(Olimpiadă, 1964)

573 Folosind montajele *a* și *b* din figura 125, să se determine exact valorile numerice a două rezistențe, una fiind de 2 Ω, iar cealaltă de aproximativ 100 Ω. Rezultatele obținute cu un montaj diferă de cele obținute cu al doilea montaj. Să se explice cauzele.
Care din montajele date se pretează mai bine pentru determinarea rezistenței mici și care pentru determinarea rezistenței mai mari?

(Olimpiadă, R.P. Polonă)

23. TRANSFORMAREA ENERGIEI ELECTRICE IN CĂLDURĂ

574 Un bec cu puterea P_1 funcţionează normal la tensiunea U_1. Alt bec cu puterea P_2 funcţionează normal la tensiunea U_2. Temperatura de incandescenţă a filamentelor este aceeaşi pentru ambele becuri. Cantitatea de căldură eliberată pe secundă de fiecare filament este proporţională cu suprafaţa lui. Să se determine:

1° raportul diametrelor filamentelor celor două becuri;
2° raportul lungimilor filamentelor celor două becuri;
3° se poate ajunge la o astfel de stare încît temperatura de incandescenţă a filamentului să rămînă constantă?

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

575 ● 1° Să se determine lungimea l şi raza r a filamentului cilindric, rectiliniu al unui bec electric, ştiind că rezistivitatea este ρ, puterea consumată P, tensiunea de alimentare U şi că puterea primită este radiată prin suprafaţa laterală cu puterea radiantă $\varepsilon\left(\frac{W}{m}\right)$.

2° Filamentul precedent poate fi din tungsten, pentru care temperatura de funcţionare este 2 600°C şi $\rho_w = 0{,}16\ \mu\Omega\cdot$m. El poate fi din cărbune pentru care temperatura de funcţionare este 1 800°C şi $\rho_c = 60\ \mu\Omega\cdot$m. Admiţînd că puterile radiante ε sînt proporţionale cu puterea a patra a temperaturii absolute, să se calculeze raportul lungimilor şi raportul razelor celor două filamente.

(Şcoala centrală, Franţa)

576 Printr-o sîrmă incandescentă de lungime l şi rază r, aşezată în vid şi avînd între capete diferenţa de potenţial U, trece un curent de intensitate I. În acest caz, firul se menţine la o temperatură constantă.
Neglijînd conductibilitatea termică, toată energia electrică disipată în conductor se degajă sub formă de căldură, radiată prin suprafaţa cilindrică a sîrmei. Cantitatea de căldură radiată în unitatea de timp, de unitatea de suprafaţă, depinde numai de temperatura sîrmei.
Ce rază trebuie să aibă o sîrmă din acelaşi material, dar cu lungimea de două ori mai mare, pentru a disipa aceeaşi putere, la aceeaşi temperatură? Care este tensiunea între capetele sîrmei în acest caz?

(Concursul şcolilor medii, 1961, R. P. Ungară)

577 ● Între două puncte A şi B se dispune un circuit format dintr-un rezistor cu rezistenţa R şi un condensator cu capacitatea C, legate în serie. La un moment dat, între A şi B se stabileşte brusc o diferenţă de potenţial U.
1° Să se determine cantitatea de căldură Q degajată în rezistor în timpul încărcării condensatorului.
2° Care ar fi valoarea cantităţii de căldură Q, dacă în momentul efectuării experienţei condensatorul ar fi fost în prealabil încărcat la diferenţa de potenţial $U_0 < U$?

(Şcoala centrală de electricitate, Franţa)

578 Două rezistoare din constantan și nichelină se leagă în paralel și se introduc în două calorimetre identice, conținînd fiecare aceeași cantitate de apă. Se observă că, după trecerea curentului electric, temperatura a crescut în ambele calorimetre cu același număr de grade. Să se determine raportul rezistivităților constantanului și nichelinei, cunoscînd raportul lungimilor firelor $\frac{l_1}{l_2} = \frac{15}{14}$ și raportul ariilor secțiunilor lor $\frac{s_1}{s_2} = \frac{5}{4}$.

(Facultatea de matematică și fizică — Varșovia, 1961)

57 La polii unei baterii se leagă mai întîi un rezistor de 9 Ω după care se înlocuiește cu unul de 16 Ω. Se constată că, în ambele cazuri, căldura degajată de aceste rezistoare, în același interval de timp, este aceeași. Să se calculeze rezistența interioară a bateriei.

(Institutul de construcții — București, 1963)

580 Un încălzitor electric are două circuite. La conectarea primului circuit, apa fierbe în 15 minute, iar la conectarea celui de-al doilea, în 30 minute. Să se afle în cît timp va fierbe apa la conectarea simultană a ambelor circuite:
1° în serie;
2° în paralel.

(Institutul politehnic — Brașov, 1961)

581 O cantitate de apă aflată la o anumită temperatură inițială poate fi adusă la fierbere în 20 minute, folosind un încălzitor electric alimentat la tensiunea de 120 V. Aceeași cantitate de apă, avînd aceeași temperatură inițială, va începe să fiarbă după 28 minute, dacă încălzitorul respectiv funcționează la 110 V. După cît timp s-ar produce fierberea la 100 V? Presupunem că pierderile medii de căldură pe secundă sînt egale în toate cele trei cazuri.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

582 Un conductor omogen în formă de cerc are rezistența de 8 Ω. El este conectat într-un circuit, prin punctele A și B, situat la 90° față de A (fig. 126). Sursa debitează în circuit un curent cu intensitatea de 4 A.

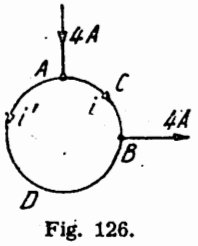


Fig. 126.

Să se afle:
1° intensitățile curenților în cele două arce de cerc determinate de punctele A și B;
2° cantitățile de căldură degajate în aceleași arce de de cerc, în timp de o secundă.

(Bacalaureat, Franța)

583 Între extremitățile unui fir de fier de 1 m lungime se aplică o tensiune de 10 V. Se admite că toată căldura produsă prin efectul Joule servește numai la încălzirea firului, a cărui temperatură inițială este $\theta_0 = 0°C$.
1° Să se calculeze timpul t_1 necesar ca temperatura firului să devină $\theta = 200°C$, dacă rezistivitatea fierului are valoarea constantă $\rho_0 = 1{,}2 \cdot 10^{-7}\ \Omega \cdot m$.
2° Să se calculeze timpul t_2 după care firul va avea $\theta = 200°C$, presupunînd că rezistivitatea fierului variază cu temperatura după legea $\rho = \rho_0(1 + 0{,}005\ \theta)$.

Se dau: căldura specifică $0{,}46\ \frac{kJ}{kg \cdot grd}$ și densitatea fierului $7{,}85 \cdot 10^3\ \frac{kg}{m^3}$.

(Școala politehnică, Franța)

584 Un rezistor cu rezistența R_1, conectat la rețeaua orașului, degajă o cantitate de căldură Q în 15 minute; un alt rezistor cu rezistența R_2, în aceleași condiții, degajă aceeași cantitate de căldură în 30 minute. Să se determine:
1° timpul în care cele două rezistoare legate în serie și conectate la rețea vor degaja împreună aceeași cantitate de căldură Q;
2° timpul în care cele două rezistoare, legate în paralel și conectate la rețea, vor degaja împreună aceeași cantitate de căldură Q;
3° rezistorul R_1 este realizat dintr-un fir cu diametrul de 0,3 mm, rezistivitatea $3 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$, densitatea $2{,}7 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$, căldura specifică $0{,}92 \frac{kJ}{kg \cdot grd}$ și temperatura de topire 658°C. Va suporta acest fir un curent de 2 A timp de 1 minut fără a se topi? Se va considera $\pi^2 = 10$, iar temperatura inițială 20°C.

(Olimpiadă, 1964)

585 Un bec electric are valorile nominale 100 W și 120 V. Să se calculeze:
1° rezistența filamentului la cald;
2° coeficientul termic al filamentului dacă temperatura de încălzire este de 2 200°C și dacă rezistența filamentului la cald este de 14 ori mai mare decît la 0°C;
3° cantitatea de căldură transmisă camerei timp de o oră dacă energia luminoasă este numai 5% din energia totală radiată.

(Olimpiadă, 1956)

586 Două becuri electrice confecționate pentru 120 V și 40 W, unul cu filamentul de wolfram și celălalt cu filamentul de cărbune, sînt legate în serie și conectate la o rețea de 120 V. Care din ele va încălzi mai puternic? Să se justifice răspunsul, cunoscînd coeficienții termici ai rezistențelor $\alpha_w = 0{,}004\ grd^{-1}$ și $\alpha_c = -0{,}0005\ grd^{-1}$.

(Olimpiadă, 1958)

587 Țeava unui încălzitor de aer are diametrul de 9 cm și este așezată vertical. În interior se află un radiator electric cu puterea de 750 W. Care va fi viteza medie a aerului ce se scurge prin țeavă, dacă temperatura aerului la intrarea în țeavă este 15°C, iar la ieșire 22°C?
Căldura specifică a aerului are valoarea $1 \frac{kJ}{kg \cdot grd}$, iar densitatea aerului la temperatura de 0°C este $\rho_0 = 1{,}293 \frac{kg}{m^3}$.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

588 Un bec și un reostat sînt legate în serie într-un circuit electric. Tensiunea la bornele becului este de 60 V, iar rezistența reostatului este de 20 Ω. Becul și reostatul consumă împreună 200 W.
1° Care este intensitatea curentului în circuit?
2° Ce cantitate de căldură dezvoltă becul într-o oră?
3° Care este temperatura filamentului în becul electric, dacă rezistența la 0°C este 2,5 Ω, iar coeficientul de temperatură al rezistenței este $5 \cdot 10^{-3}\ grd^{-1}$?

(Olimpiadă, 1960)

589 Ce condiție trebuie să îndeplinească șuntul unui galvanometru pentru ca raportul dintre rezistența șuntului și cea a galvanometrului să nu fie influențat de încălzirea produsă de curent ?
Se vor considera cele două circuite din fir de cupru, iar puterea de multiplicare a șuntului egală cu $\frac{1}{100}$. Toată căldura degajată folosește numai la încălzirea celor două circuite.

(Sorbona, Franța)

590 Două rezistoare, cu rezistențele R_1, respectiv R_2, sînt legate în paralel și alimentate de la o sursă de curent continuu sub tensiunea $U=110$ V. Cantitatea de căldură dezvoltată în cele două rezistoare este 55 kJ în 100 secunde. Știind că $\frac{1}{5}$ din această cantitate de căldură se degajă în rezistorul R_1, iar $\frac{4}{5}$ în R_2, să se afle:
1° intensitatea curentului total care circulă în ambele rezistoare;
2° rezistența echivalentă ansamblului celor două rezistoare;
3° intensitatea curentului în rezistorul R_1, respectiv în R_2;
4° valorile rezistențelor R_1 și R_2;
5° tensiunea electromotoare a sursei de curent continuu care produce tensiunea $U=110$ V, dacă rezistența ei interioară este de 2 Ω.

(Institutul politehnic — București, 1961)

591 Un circuit electric conține o baterie avînd t.e.m. $E=10$ V, rezistența interioară $r=0{,}75$ Ω și un rezistor cu rezistența $R=1{,}25$ Ω. Curentul trece zece minute prin circuit.
1° Care este energia electrică debitată pe circuitul exterior ?
2° Care este energia electrică produsă de baterie ?
3° Ce cantitate de apă s-ar încălzi cu 10°C, dacă i s-ar furniza integral energia consumată în interiorul bateriei ?

(Institutul politehnic — Brașov, 1968)

592 Pentru a măsura rezistența r a unui fir AB din crom-nichel (pentru un încălzitor electric), cu lungimea de 5 m și cu diametrul de 0,3 mm, se utilizează puntea Wheatstone din figura 127. Cînd condițiile indicate pe figură sînt îndeplinite, curentul electric nu trece prin galvanometru. Să se determine:
1° rezistența firului pe unitatea de lungime;
2° rezistivitatea metalului din care este alcătuit firul;
3° lungimea firului pentru a constitui o rezistență care, avînd între capete o tensiune continuă de 220 V și scufundată într-un litru de apă, să ridice temperatura apei de la 15°C la 65°C în 5 minute.

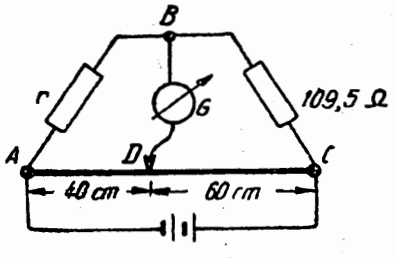


Fig. 127.

(Bacalaureat, Franța)

593 Trei conductoare, cu rezistențele R_1, R_2 și R_3, sînt legate în paralel. Prin trecerea curentului electric, primul conductor produce într-un timp oarecare o cantitate de căldură de 25 J.

1° Dacă $R_1=3\ \Omega$, $R_2=5\ \Omega$ și $R_3=12\ \Omega$, ce cantitate de căldură vor produce celelalte conductoare în același timp ?

2° Admițînd că energia calorică produsă de cele trei conductoare reprezintă $\frac{1}{10\,000}$ din energia calorică necesară fierberii unui lichid, cu ajutorul unui fierbător electric de 120 volți, în timp de 10 minute, să se calculeze intensitatea curentului absorbit de fierbător, precum și cantitatea de electricitate ce a trecut în timpul mai sus-menționat printr-o secțiune transversală a spiralei fierbătorului.

(Institutul politehnic — Brașov, 1958)

594 O cameră cu dimensiunile de $4\times6\times6$ m se încălzește electric de la rețeaua de 120 V. Prin încălzitor trece un curent de 6 A în timp de 30 minute. Căldura specifică a aerului este $1\ \frac{kJ}{kg\cdot grd}$, iar densitatea sa $1{,}29\ \frac{kg}{m^3}$. Cu cîte grade s-ar mări temperatura camerei dacă s-ar neglija pierderile ?

(Facultatea de matematică și fizică — Cluj, 1958)

595 Un reșou electric consumă o putere de 600 W și lucrează la tensiunea de 120 V. Să se determine :

1° intensitatea curentului care circulă prin reșou ;

2° rezistența electrică a reșoului ;

3° timpul necesar pentru a încălzi un litru de apă de la 20°C pînă la temperatura de fierbere, dacă randamentul reșoului este de 70% ;

4° costul energiei electrice consumate în acest caz, dacă un kilowatt-oră costă 0,30 lei.

(Institutul politehnic — București, 1959 ;
Institutul de construcții — București, 1967)

596 Într-un calorimetru se introduc 400 g de apă la 18°C. În apă se găsește un conductor format dintr-un fir de cupru de 2 m lungime și 0,2 mm^2 secțiune, legat în serie cu un fir de fier de aceeași lungime și secțiune. Prin conductor trece timp de 15 minute un curent continuu cu intensitatea de 3 A.

Să se determine :

1° temperatura finală a apei din calorimetru ;

2° temperatura apei din calorimetru dacă cele două fire de cupru și fier se leagă în paralel.

Se neglijează capacitatea calorică a calorimetrului și se ia rezistivitatea cuprului $1{,}7\cdot10^{-8}\ \Omega\cdot m$ și a fierului $11\cdot10^{-8}\ \Omega\cdot m$.

(Facultatea de fizică — Iași, 1963)

597 Un vas conține 1 kg de apă la 20°C. Un încălzitor electric de 500 W urcă temperatura apei la 80°C. În acest moment se oprește încălzirea apei și se introduce o bucată de gheață de 200 g, care are temperatura de —5°C. Gheața se topește și la echilibru termic apa totală din vas are o temperatură finală de 53°C. Să se determine :

1° intensitatea curentului care trece prin încălzitorul electric alimentat la 220 V ;

2° energia electrică consumată pentru încălzirea apei de la 20°C la 80°C;
3° timpul necesar pentru această încălzire;
4° căldura specifică a gheții $\left(\lambda_g = 334 \frac{kJ}{kg}\right)$.

(Institutul politehnic — București, 1968)

598 Un circuit cuprinde o baterie de $n=10$ elemente galvanice legate în serie și un grup de două rezistoare cu rezistențele $R_1=5\ \Omega$, $R_2=15\ \Omega$, legate în paralel. T.e.m. a unui element galvanic este $E=2{,}3$ V, iar rezistența sa interioară $r=0{,}2\ \Omega$.
Să se determine:
1° intensitatea curentului din circuit;
2° tensiunea la bornele bateriei.
3° Cele două rezistoare se introduc într-un vas ce conține $m_1=0{,}5$ kg apă la temperatura de 20°C, și $m_2=50$ g gheață la 0°C.
Cît timp trebuie să treacă curentul prin circuitul electric pentru a degaja volta cantitatea de căldură necesară ridicării temperaturii celor 0,55 kg apă pînă la 60°C?
Căldura latentă de topire a gheții $\lambda = 334 \frac{kJ}{kg}$.
4° Se scot rezistoarele din apă, iar în circuit se mai introduce în serie un voltametru cu sare de cupru. Rezistența voltametrului fiind $r'=4{,}25\ \Omega$, iar echivalentul electrochimic al cuprului fiind $0{,}33 \frac{mg}{C}$, cît cupru se depune în 30 minute?

(Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", 1965

599 Într-un calorimetru se introduc 2 kg apă cu temperatura de 18°C și 1 kg gheață cu temperatura de —4°C.
1° Care va fi starea finală a amestecului? Căldura specifică a gheții este $2{,}1 \frac{kJ}{kg \cdot grd}$, iar căldura latentă de topire $334 \frac{kJ}{kg}$.
2° Se introduce în acest amestec un bec electric de 150 W. Cît timp trebuie să treacă curentul prin bec pentru ca amestecul să aibă o temperatură finală de +5°C? Se neglijează capacitățile calorice ale calorimetrului și becului?

(Institutul politehnic — Timișoara, 1958)

600 Pe firele liniilor de transport ale energiei electrice se formează uneori gheață. Se cere:
1° greutatea gheții pe metru liniar de fir, dacă diametrul firului este de 1 cm, iar diametrul gheții de 3 cm. Se va lua densitatea gheții egală cu $900 \frac{kg}{m^3}$;
2° căldura necesară pentru topirea gheții formate pe metru liniar de fir, dacă temperatura gheții este de minus 10°C. Se va lua căldura specifică a gheții $c = 2{,}1 \frac{kJ}{kg \cdot grd}$, iar căldura latentă de topire a acesteia $\lambda = 334 \frac{kJ}{kg}$.
3° Dacă această căldură este furnizată de un curent electric, ce putere este necesară pentru a topi cantitatea de gheață de pe un metru liniar de fir în timp de un minut?

4° Rezistența electrică a unui fir fiind $r = 0{,}3\,\frac{\Omega}{km}$, care este intensitatea curentului care circulă prin fir în cazul de la punctul precedent ?

Institutul politehnic—București, 1959)

601 Într-un fierbător electric de 500 W se toarnă o jumătate de litru de apă la 10°C. În momentul în care apa pusă în fierbător atinge temperatura de 50°C, se toarnă încă o jumătate de litru de apă la 10°C. Se cere :
1° căldura absorbită de litrul de apă turnată în fierbător pentru a ajunge la punctul de fierbere. Să se spună dacă modul acesta de a încălzi un litru de apă este mai avantajos decît dacă turnăm de la început tot litrul de apă în fierbător ;
2° timpul necesar pentru a încălzi apa pînă la punctul de fierbere, dacă randamentul fierbătorului este de 0,8 ;
3° prețul acestei energii, dacă se știe că 1 kWh costă 30 bani ;
4° ce consum de energie suplimentară are loc, dacă apa este lăsată să fiarbă pînă se evaporează la jumătate. Se dă căldura de vaporizare a apei egală cu $2{,}25\,\frac{MJ}{kg}$.

(Institutul politehnic — București, 1958)

602 Cu scopul de a măsura temperatura interioară a unui cuptor, se folosește un termocuplu nichel-cromnichel avînd tensiunea termoelectromotoare egală cu $40\,\frac{\mu V}{grd}$.
O sudură a termocuplului se introduce în cuptor, iar cealaltă în apă cu temperatura de 15°C.
Un microampermetru, avînd rezistența $R = 2\,000\ \Omega$, se conectează în serie și indică o intensitate a curentului de 20 μA.
1° Să se calculeze temperatura cuptorului.
2° Să se dea schița montajului.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

24. ELECTROLIZĂ

603 La o argintare se folosesc 40 de băi legate în serie, prin care trece un curent de 5 A sub o tensiune de 120 V. Să se determine :
1° energia electrică consumată în toate băile pentru 5 ore de argintare ;
2° cantitatea de argint depusă în 5 ore în toate băile $\left(k = 1{,}118\,\frac{mg}{C}\right)$.

(Olimpiadă, 1961)

604 Cît zinc s-ar consuma într-o oră într-o pilă Bunsen care ar produce o putere $P = 736$ W ? Echivalentul electrochimic al zincului este $0{,}337\,\frac{mg}{C}$, iar tensiunea electromotoare a pilei Bunsen 1,9 V.

(Sorbona, Franța)

605 Prin două fire de rezistență neglijabilă se leagă polii unei pile cu tensiunea electromotoare $e=1$ V, la două puncte A și B ale unui circuit cu rezistența totală $R=28\ \Omega$ și care e alimentat de o pilă cu t.e.m. $E=4$ V.
Se notează cu x (fig. 128) rezistența porțiunii de circuit exterior cuprinsă între cele două puncte de legătură A și B. Se cere:

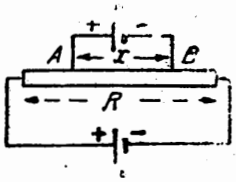


Fig. 128.

1° În ce condiții pila de t.e.m. e nu va fi străbătută de curent electric în acest montaj?
2° Presupunînd că acest rezultat se realizează, se înlocuiește pila de t.e.m. e cu un rezistor de aceeași rezistență R. Care este atunci cantitatea de zinc ce se dizolvă în timp de o oră în pila care furnizează curentul? Masa atomică a zincului, A=65.

(Bacalaureat, Franța)

606 Un obiect avînd o suprafață de 500 cm² urmează să fie îmbrăcat prin galvanostegie cu un strat de aur gros de 0,05 mm. Densitatea aurului este de $(19{,}3 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$, iar echivalentul chimic, 65,7 g.

1° Cît timp trebuie să circule curentul, dacă se lucrează cu o intensitate de curent de 2,5 A?
2° Cîți coulombi trec în acest timp printr-o secțiune transversală a conductoarelor?

(Olimpiadă, 1959)

607 În circuitul exterior al unei baterii formate din 10 elemente legate în serie, avînd fiecare t.e.m. de 1,5 V și rezistența interioară de 0,4 Ω, se găsește un voltametru cu soluție de $AgNO_3$. La catod se depun 0,6708 g de Ag în 5 minute. Echivalentul electrochimic al argintului este $1{,}118 \frac{mg}{C}$.

1° Care este căderea de potențial în interiorul bateriei în timpul funcționării?
2° Ce rezistență electrică opune voltametrul și ce cantitate de electricitate trece prin el?

(Olimpiadă, 1957)

608 Care este cantitatea de cupru depusă în 5 minute de patru elemente grupate în serie și producînd un curent ce trece printr-o baie de sulfat de cupru, în cazul cînd:
1° electrozii sînt de platină;
2° electrozii sînt de cupru?
Rezistența băii și a electrozilor este 0,25 Ω, tensiunea electromotoare a unui element 1,08 V, rezistența interioară a unui element 1,5 Ω, tensiunea electromotoare de polarizare 1,32 V, echivalentul electrochimic al cuprului $0{,}32 \frac{mg}{C}$.

(Olimpiadă, 1962; Institutul pedagogic — Timișoara, 1956)

609 Un voltametru conținînd apă acidulată cu acid sulfuric, cu electrozi de platină, este pus în serie cu trei acumulatoare de 2,2 V fiecare și un fir de maillechort, cu lungimea de 10 m, secțiunea 0,5 mm² și rezistivitatea $8{,}5 \cdot 10^{-7}\ \Omega \cdot m$.
Cele trei acumulatoare sînt grupate în serie.
În zece minute se obțin 34,8 cm³ de hidrogen, măsurat în condiții normale. Se scoate firul de maillechort din circuit și se obțin în 10 minute 116 cm³ de hidrogen, măsurat în aceleași condiții.

1° Să se calculeze intensitatea curentului în cele două cazuri, tensiunea contraelectromotoare și rezistența voltametrului.
2° Se pune firul de maillechort în paralel între bornele voltametrului. Care este volumul de hidrogen obținut în 10 minute?
Se neglijează rezistența firelor de legătură. Se știe că 96 500 C eliberează 1 gram de hidrogen, ocupînd 11,2 l în condiții normale.

(Bacalaureat, Franța)

610 Un circuit este compus din: o baterie de acumulatoare cu t.e.m. $E=4$ V și rezistența interioară neglijabilă; un rezistor cu rezistența $R_1=4\ \Omega$; un voltametru cu apă acidulată avînd tensiunea contraelectromotoare de 1,5 V și rezistența de 1 Ω; un rezistor cu rezistența $R_2=3{,}2\ \Omega$ și un întrerupător K, montate în paralel față de voltametru (fig. 129). Să se determine:
1° volumul de hidrogen degajat în 15 minute și 55 secunde, dacă întrerupătorul K este deschis;
2° volumul de hidrogen degajat în același timp dacă întrerupătorul K este închis.
Echivalentul electrochimic al hidrogenului este $0{,}010463\ \frac{\text{mg}}{\text{C}}$, iar densitatea sa $0{,}089\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

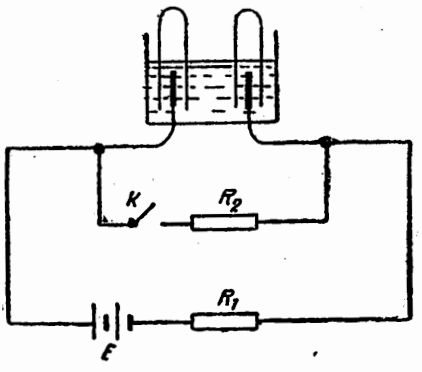


Fig. 129.

(Cercul de fizică — București, 1957)

611 1° Într-o cuvă de electroliză a aluminei se obțin în medie 6,7 kg de aluminiu într-o oră. Care este intensitatea medie a curentului care traversează electrolitul?
2° Tensiunea contraelectromotoare a cuvei fiind egală cu 2,8 V și diferența de potențial la bornele sale de 5 V, să se calculeze rezistența interioară a cuvei electrolitice.
3° Care este puterea folosită în cuvă, pe de o parte sub formă calorică, pe de altă parte sub formă chimică? Să se calculeze energia necesară pentru a pune în libertate un gram de aluminiu.
Se dau: masa atomică a aluminiului $A=27$, valența sa $n=3$.

(Olimpiadă, 1951)

612 Un circuit electric conține o sursă de curent care are o t.e.m. de 31,5 V cu rezistența interioară de 1 Ω și un rezistor cu rezistența de 1 Ω cufundat într-un calorimetru care conține 100 grame de apă și a cărei temperatură se ridică cu 1,29°C pe minut. În circuit se mai găsește în serie și un voltametru cu o soluție de sulfat de cupru, în care sînt cufundați doi electrozi inatacabili. Rezistența voltametrului este de 8 Ω.
Să se calculeze:
1° intensitatea curentului din circuit;
2° masa de cupru depusă pe minut, știind că masa atomică a cuprului este 63;
3° tensiunea contraelectromotoare a voltametrului;

4° să se spună dacă înlocuind electrozii inatacabili prin electrozi de cupru, de aceleași dimensiuni, vom obține aceeași intensitate pentru curent. Dacă este vreo variație a ei, să se indice sensul și cauza acestei variații.

(Școala politehnică — București, 1945)

613 1° Cît va costa energia electrică cheltuită pentru electroliza unui kilogram de apă, dacă un kWh costă 0,30 lei, iar curentul se ia de la un redresor cu tensiunea de 120 V ? Randamentul redresorului este de 75%.

2° Rezistența circuitului fiind egală cu 2 Ω, care este intensitatea curentului continuu ?

3° Cît timp este necesar pentru producerea descompunerii ?

(Olimpiadă, 1961)

614 Reacția de unire a hidrogenului cu oxigenul se desfășoară conform relației

$$2H_2+O_2=2H_2O+572{,}66 \text{ kJ}.$$

Să se determine valoarea minimă a tensiunii ce trebuie aplicată între electrozii voltametrului pentru a avea loc electroliza apei.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

25. ELECTROMAGNETISM

615 Un magnet rectiliniu, cu un moment magnetic* $\mathcal{M}=15 \frac{\text{joule}}{\text{tesla}}$, este așezat într-un cîmp magnetic uniform.

1° Pentru a menține magnetul pe o direcție perpendiculară pe direcția liniilor cîmpului, trebuie exercitat un cuplu mecanic cu un moment $M=3\cdot10^{-3}$ N·m. Care este inducția B a cîmpului magnetic ?

2° Care va fi momentul unui cuplu mecanic ce va menține magnetul la 135° față de poziția de echilibru ? Poziția de echilibru este aceea de orientare liberă în cîmp.

(Bacalaureat, Madagascar, 1960)

616 Doi magneți lungi și subțiri, OA și OB, sînt plasați în unghi drept și legați rigid astfel încît formează un singur corp solid. Polii nord sînt la extremitățile A și B, iar polii sud în O. Momentele magnetice sînt $\mathcal{M}=18 \frac{\text{J}}{\text{T}}$ și $\mathcal{M}'=9 \frac{\text{J}}{\text{T}}$, iar lungimile $a=0{,}4$ m și $b=0{,}2$ m.

1° Ansamblul celor doi magneți este mobil într-un plan orizontal, de exemplu plutind pe un lichid. Care este poziția de echilibru cînd este supus acțiunii unui cîmp magnetic uniform, orizontal ?

---

* Momentul magnetic $\mathcal{M}$ este mărimea ce caracterizează un magnet și se definește ca fiind raportul între momentul M al cuplului la care este supus și inducția cîmpului magnetic B ce produce acest cuplu, atunci cînd cîmpul este perpendicular pe magnet (fig. 383, *a*):

$$\mathcal{M}=\frac{M}{B}=\frac{F\cdot l}{B},$$

Este un vector orientat, prin convenție, de la S la N.

2° Ansamblul celor doi magneți este mobil într-un plan vertical în jurul unei axe orizontale, normală pe planul lor și trecînd prin centrul E al dreptunghiului $OACB$. El este supus acțiunii unui cîmp magnetic uniform cu intensitatea $H = 4\frac{kA}{m}$, orizontal, situat în planul $OACB$. Ce greutate trebuie plasată în D, mijlocul lui AC, pentru ca, sub acțiunea forțelor magnetice, ansamblul să se plaseze astfel ca OA să fie orizontal? Greutățile magneților sînt cunoscute: $G = 3$ N și $G' = 1{,}5$ N.

(Școala navală, Franța)

617 De pîrghia unei balanțe, orientată în planul meridianului magnetic, se fixează un ac magnetic orientat întîi vertical, apoi orizontal. Centrul magnetului coincide cu centrul pîrghiei. Acțiunea cîmpului magnetic terestru este echilibrată în ambele cazuri cu mase marcate, pentru a restabili orizontalitatea balanței: în primul caz cu $m = 0{,}181$ g și în al doilea caz cu $m' = 0{,}417$ g. Să se deducă din aceste observații valoarea unghiului de înclinație magnetică.

(Sorbona, Franța)

618 1° Să se calculeze intensitatea cîmpului magnetic H produs de un segment de conductor rectiliniu parcurs de un curent de intensitate I. Să se demonstreze că acest cîmp într-un punct oarecare M are valoarea:

$$H = I\frac{\cos A + \cos B}{4\pi h},$$

A și B fiind unghiurile de la baza triunghiului AMB și h înălțimea MP a acestui triunghi.

2° Să se deducă acțiunea mutuală a două cadre pătrate $ABCD$ și $A'B'C'D'$, ce formează bazele unei prisme drepte, parcurse de curenții $I = 1$ A și $I' = 3$ A. Latura pătratului este $a = 0{,}5$ m, iar distanța dintre cele două cadre $d = 1$ cm.

(Școala de mine, Franța)

619 Se consideră un circuit închis, de formă pătrată cu latura a, parcurs de un curent de intensitate i.

1° Care este intensitatea cîmpului magnetic în centrul circuitului?

2° Care este intensitatea cîmpului magnetic H într-un punct situat la o distanță z de centru, pe perpendiculara la planul circuitului ridicată din centrul acestui circuit? Să se calculeze numeric valorile lui H pentru $z = 0$ și $z = 8$ cm, în cazul $i = 1$ A, $a = 8$ cm.

Să se determine distanța z la care intensitatea cîmpului H este redusă la jumătate din valoarea sa în centrul circuitului.

3° Două circuite pătrate identice sînt parcurse de același curent i și plasate în două plane paralele verticale, centrele lor fiind pe perpendiculara comună; distanța dintre cele două plane este $2a$. Cum trebuie să circule

cei doi curenți pentru ca acțiunile lor să se adune în toate punctele cuprinse între cele două centre ?

Să se calculeze numeric intensitatea cîmpului magnetic la mijlocul distanței dintre cele două circuite, în cazul cînd $i=1$ A și $a=8$ cm.

4° Planele celor două circuite verticale sînt paralele cu meridianul magnetic, componenta orizontală a cîmpului terestru fiind $16\frac{A}{M}$. Se suspendă un magnet foarte scurt de un fir fără torsiune, astfel încît magnetul se găsește la mijlocul distanței dintre plane. Care este deviația magnetului cînd trece curentul prin cele două circuite ?

(Școala centrală, Franța)

620 Printr-o bară orizontală, fixă, suficient de lungă, circulă un curent cu intensitatea de 342 A. La ce distanță de bară și paralel cu ea ar trebui să se afle un conductor de cupru cu diametrul de 1 mm (densitatea cuprului este $8{,}9\cdot10^3\ \frac{kg}{m^3}$), pentru ca forțele de interacțiune magnetică să echilibreze greutatea conductorului, dacă prin el ar circula, în același sens, un curent cu intensitatea 10 A ?

(Olimpiadă, 1959)

621 1° Acul unei busole, deplasat din poziția de echilibru și apoi lăsat liber, efectuează 6 oscilații complete în 30 secunde. Să se calculeze momentul său magnetic $\mathcal{M}$, cunoscîndu-i momentul de inerție $I=4\cdot10^{-6}\ kg\cdot m^2$ și componenta orizontală a cîmpului magnetic pămîntesc $H_0=16\frac{A}{m}$.

2° Se consideră pe de altă parte un mic cadru dreptunghiular, de dimensiuni 2 cm × 4 cm, format din 50 spire. Ce intensitate i va trebui să aibă curentul care străbate spirele pentru ca momentul său magnetic să fie 1/20 din cel al acului magnetic de mai sus ?

(Școala politehnică, Franța)

622 Un conductor din sîrmă metalică este format din două semicercuri concentrice, de raze $R_1=6$ cm și $R_2=8$ cm, unite prin linii drepte îndreptate în lungul diametrului comun (fig. 130).

Prin circuitul obținut trece un curent electric $i=100$ A. Care va fi intensitatea cîmpului magnetic în centrul comun în cazul cînd :

1° cele două semicercuri se află în planuri perpendiculare ;

2° cele două semicercuri se află în același plan.

(Facultatea de matematică și fizică — Varșovia, 1959)

623 Un circuit care se compune din două semicercuri, cu centrul comun O avînd razele $r_1=3$ cm și $r_2=4$ cm (fig. 131), este alimentat cu un curent electric de intensitate $i=0{,}7$ A. Circuitul este astfel alcătuit încît semicercul II este fix, în timp ce semicercul I se poate roti în jurul axei AB. Să se determine intensitatea cîmpului magnetic în centrul O, cînd semicercul

I se fixează sub unghiurile $\alpha_1=90°$, $\alpha_2=180°$, $\alpha_3=270°$, $\alpha_4=360°$, dacă în situația prezentată pe figură această intensitate este egală cu zero.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

624 ● Un cadru pătrat $ABCD$, cu latura $c=0{,}25$ m, situat în planul meridianului magnetic, poartă o înfășurare formată din cinci spire. În centrul cadrului

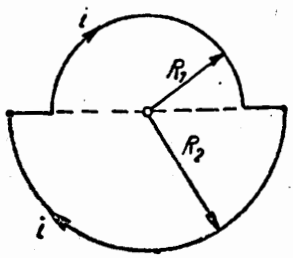


Fig. 130.

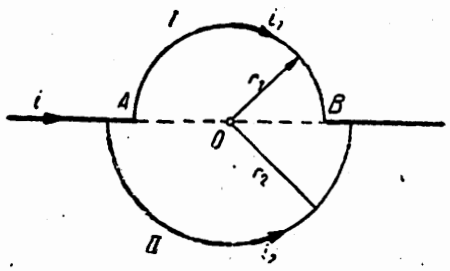


Fig. 131.

se suspendă orizontal, printr-un fir fără torsiune, un mic ac magnetic (fig. 132).

1° Să se determine intensitatea curentului I ce va devia acul cu un unghi $\alpha=30°$, știind că valoarea componentei orizontale a cîmpului magnetic pămîntesc este $H_0=16\frac{A}{m}$.

Cu ce unghi β va trebui rotit cadrul în jurul axei verticale xOx' pentru a readuce acul magnetic în planul cadrului?

2° Se înfășoară firul conductor al cadrului precedent, în totalitate, pe un cadru circular de același perimetru. Să se determine intensitatea cîmpului

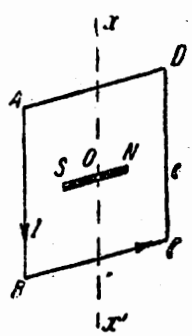


Fig. 132.

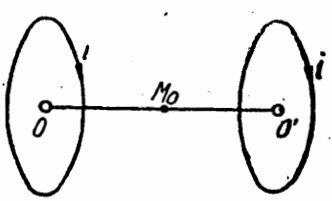


Fig. 133.

magnetic H creat de un curent de intensitate $i=10$ A într-un punct M, plasat pe normala OM la cadrul circular, la distanța $z=R$ de planul cadrului. R reprezintă raza cadrului.

3° Se dispun paralel două cadre circulare identice cu precedentul, la distanța $OO'=2R$, parcurse de același curent $i=10$ A. Să se exprime, în funcție de sensul curenților, intensitatea cîmpului magnetic H' creat în punctul M_0, plasat la mijlocul distanței OO' (fig. 133).

(Școala politehnică, Franța)

625 Un curent electric trecînd în serie printr-o busolă de tangentă şi printr-un voltametru produce o deviaţie $\alpha=2°35'$ şi descompune o cantitate de apă $m=3$ mg.

Ce cantitate de apă va descompune în acelaşi timp un curent electric care produce o deviaţie $\alpha'=4°7'$ în aceeaşi busolă de tangentă ?

(Bacalaureat, Franţa)

626 Un conductor circular cu raza $r=10$ cm se afla într-un plan orizontal şi într-un loc unde componenta orizontală a cîmpului magnetic pămîntesc are valoarea $H_0=16\frac{A}{m}$.

În mijlocul spirei, în planul meridianului magnetic, se atîrnă un ac magnetic scurt care se înclină cu unghiul $\alpha=60°$ faţă de orizontală. Cînd prin conductorul considerat trece un curent electric i, acul magnetic formează cu orizontala un unghi $\beta=70°$. Să se determine :

1° cîmpul magnetic H creat de spiră în centrul cercului ;

2° intensitatea i a curentului ce trece prin spiră şi produce cîmpul magnetic H.

(Facultatea de matematică şi fizică — Varşovia, 1961)

627 Două spire circulare identice şi verticale formează între ele un unghi drept. Spirele, alimentate de la sursă în derivaţie, prezintă fiecare o rezistenţă $R=1\ \Omega$.

Un ac magnetic, suspendat în centrul lor comun, se poate roti într-un plan orizontal. Se înseriază un rezistor cu rezistenţa x cu unul din circuite şi se constată că acul nu este deviat şi că rămîne orientat după meridian, cînd acest cadru face cu meridianul un unghi $\alpha=30°$. Să se deducă valoarea lui x.

(Sorbona, Franţa)

628 O bobină cilindrică, avînd 50 cm lungime, este uniform bobinată cu $N=500$ spire, fiecare spiră avînd raza $R=4$ cm.

1° Să se calculeze intensitatea cîmpului magnetic în centrul bobinei, atunci cînd va fi străbătută de un curent electric cu intensitatea $I=12$ A.

2° Care este eroarea relativă ce se va comite, presupunînd că bobina este infinit de lungă ?

(Şcoala normală superioară, Franţa)

629 O bară magnetică cu momentul magnetic $\mathcal{M}$ este suspendată de un fir fără torsiune în interiorul unui solenoid presupus destul de lung pentru a neglija influenţa extremităţilor. Axa solenoidului se găseşte în planul meridianului magnetic. Solenoidul posedă $n=5$ spire pe centimetru. Pentru un anumit sens al curentului, perioada unei oscilaţii complete este $T_1=8$ s. Inversînd sensul curentului, bara se roteşte cu 180° şi în această nouă poziţie perioada unei oscilaţii complete este $T_2=12{,}2$ s.

Componenta orizontală a cîmpului magnetic terestru fiind $H_0=16\frac{A}{m}$, să se determine :

1° intensitatea curentului ce parcurge solenoidul ;

2° perioada de oscilaţie a barei, supusă numai acţiunii cîmpului terestru.

(Şcoala superioară de electricitate, Franţa)

630 Un solenoid, format din $N=200$ spire cu diametrul $d=4$ cm, este suspendat orizontal de un fir a cărui constantă de torsiune este $C=24{,}2\ \frac{\mu N\cdot m}{rad}$. Componenta orizontală a intensității cîmpului magnetic pămîntesc este de $16\ \frac{A}{m}$. În poziția de echilibru, axul solenoidului este perpendicular pe meridianul magnetic. Cînd prin solenoid trece un curent de intensitate I, se observă o deviație $\varphi=2°5'$. Să se calculeze valoarea lui I.

(Sorbona, Franța)

631 O bobină lungă B, orizontală, cilindrică, de secțiune circulară, cu raza $r=10$ cm, este împărțită în 2 părți de o fantă îngustă, plană, perpendiculară pe axă. Această bobină are 80 spire pe cm. Fiecare din aceste spire este parcursă de un curent electric de intensitate 10 A. Se va admite că în interiorul bobinei cîmpul magnetic este uniform și nul în exterior. În fantă se poate deplasa o tijă orizontală PQ. Această tijă este parcursă de un curent de 10 A. Sensurile curenților sînt date în figura 134, *a*.

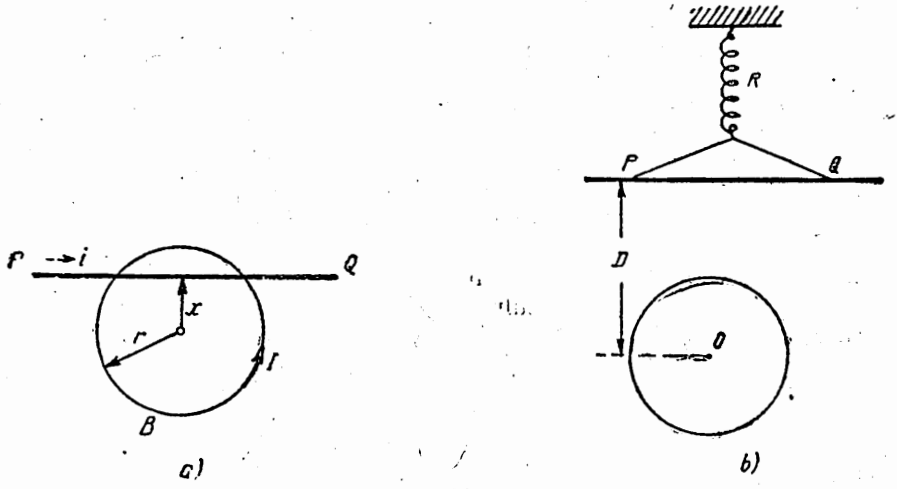


Fig. 134.

1° Să se determine, în funcție de distanța x de la axa bobinei, forța electromagnetică F exercitată asupra lui PQ. Să se calculeze F pentru $x=0$.
2° Să se calculeze lucrul mecanic efectuat pentru deplasarea tijei PQ paralel cu ea însăși în fantă, de la o limită la alta a cîmpului.
3° Tija PQ este susținută, la 20 cm deasupra axei O, de un resort spiral R (fig. 134, *b*), a cărui tensiune crește cu 5 mN pentru fiecare centimetru de alungire.
Alungindu-se resortul pentru a aduce PQ în fantă, să se determine pozițiile pentru care tensiunea în R echilibrează forța electromagnetică F. Să se calculeze valorile corespunzătoare ale lui x.

(Școala centrală, Franța)

2 Fie două conductoare verticale paralele, fixe, presupuse infinit de lungi și străbătute de curenții de intensități i și i'.

Distanța între ele este d. Între ele se suspendă un al treilea conductor paralel cu primele. Prin acest conductor circulă un curent I și el se poate deplasa lateral, în planul acestor conductoare. Să se determine poziția sa de echilibru.

(Școala centrală de electricitate, Franța)

633 Într-o bobină cilindrică foarte lungă, cu raza exterioară $r=6$ cm, numărînd $n_1=8$ spire pe centimetru, străbătută de un curent cu intensitatea $I=10$ A, se introduce un miez de fier moale cu permeabilitatea magnetică $\mu_r=400$. Să se calculeze fluxul de inducție magnetică în bara de fier.

(Sorbona, Franța)

634 Într-o bobină, legată la o baterie, se introduce o bară de fier nemagnetizată. Să se traseze graficul aproximativ al variației în timp a curentului prin bobină.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

635 Pe un miez cilindric de fier sînt bobinate două înfășurări (fig. 135). Prima înfășurare împreună cu un ampermetru legat în serie formează un circuit electric străbătut de curent alternativ. Tensiunea la bornele celei de-a doua înfășurări se poate măsura cu ajutorul unui voltmetru.

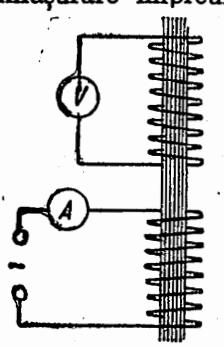


Fig. 135.

1° Cum variază indicațiile ampermetrului și voltmetrului dacă înfășurările se îmbracă cu un cilindru de fier avînd o tăietură longitudinală, astfel încît:
   a) înălțimea cilindrului este egală cu înălțimea primei înfășurări, și cilindrul se află numai pe ea;
   b) înălțimea cilindrului este egală cu înălțimea miezului de fier.

2° Cum variază indicațiile ampermetrului dacă miezul se îmbracă într-un cilindru de cupru nesecționat?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

636 O bobină formată din 200 spire cu diametrul 20 cm este așezată vertical astfel ca planul spirelor să fie perpendicular pe planul meridianului magnetic. Ce cantitate de electricitate va fi indusă în circuitul închis, dacă se rotește bobina cu 180° în jurul unei axe verticale?

Se dau: rezistența circuitului 25 Ω, componenta orizontală a cîmpului magnetic terestru $16\frac{A}{m}$.

(Bacalaureat, Franța)

637 Se confecționează o buclă din sîrmă izolată (fig. 136, *a*). În locul încrucișării sînt așezate unul peste altul punctele M și N ale circuitului. Raza spirei I este r_1, iar a spirei a II-a, r_2.

1° Să se determine diferența de potențial între punctele M și N, cînd acest circuit se află plasat într-un cîmp magnetic normal pe planul figurii, și a cărui inducție variază după legea $B=B_0t$.

2° Care este diferența de potențial dintre aceste puncte, dacă circuitul are forma din figura 136, *b*?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

638 Un conductor rectiliniu AB de lungime $l=0{,}5$ m este mobil în jurul axei sale verticale xy și se rotește cu frecvența $\nu=5$ Hz. Extremitățile sînt cufundate într-o baie de mercur, iar baia se leagă de ax printr-un rezistor cu

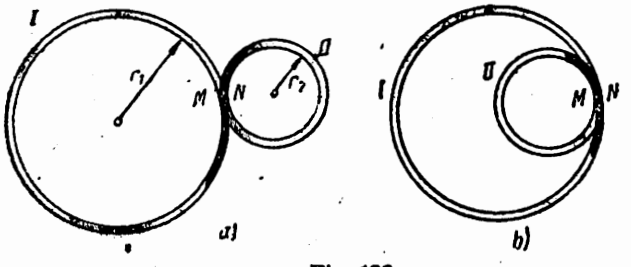


Fig. 136.

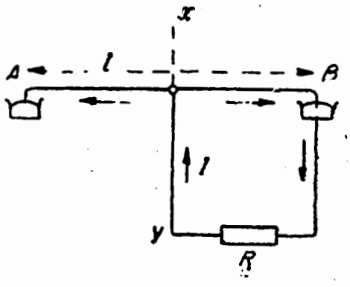


Fig. 137.

rezistența $R=0{,}8\ \Omega$ (fig. 137). Să se calculeze intensitatea curentului debitat prin rezistorul R de acest generator, într-un loc unde componenta verticală a cîmpului magnetic pămîntesc este $H_v=33{,}4\frac{\text{A}}{\text{m}}$.

(Sorbona, Franța)

639 Care este rolul condensatorului în bobina de inducție Ruhmkorff?

(Olimpiadă, R.P. Polonă)

640 Un dinam este pus în mișcare prin căderea unei greutăți G. Indusul său este închis pe un circuit de rezistență totală R. Să lăsăm mașina să ia o viteză constantă v. Cum variază această viteză cu valorile greutății G și rezistenței R?
Se neglijează frecările mecanice și fenomenele de hysterezis.

(Școala centrală de electricitate, Franța)

641 Care va fi turația unui motor de curent continuu, cu magneți permanenți conectat în circuitul unei surse cu t.e.m. E și rezistența totală R, știind că momentul mecanic rezistent pe care trebuie să-l învingă este M? Se știe că aceeași mașină, lucrînd ca generator, produce t.e.m. E_1 cînd turația sa este n_1.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

642 Un cadru pătrat cu latura de 10 cm, format din 100 de spire, dintr-un fir cu rezistența totală de 9 Ω, se rotește într-un cîmp uniform cu intensitatea $H=10\frac{\text{kA}}{\text{m}}$, cu o turație de $10\frac{\text{rot}}{\text{s}}$. Axa de rotație trece prin centrul cadrului, paralel cu două din laturi și perpendicular pe cîmp.

1° Care este diferența de potențial maximă care există între capetele libere ale firului ce constituie cadrul?

2° Capetele libere sînt sudate la două inele; două perii în contact cu aceste inele fac legătura cu extremitățile unui circuit exterior, a cărui rezistență este 1 Ω iar inductanța neglijabilă. Care este intensitatea eficace a curentului ce străbate circuitul?

(Bacalaureat, Franța)

643 Se alimentează o lampă cu arc cu un curent alternativ de frecvență necunoscută. Se observă arcul printr-un disc aflat în mișcare de rotație. Acest disc are un număr $p=40$ fante radiale. Aceste fante permit ca arcul să se vadă. Cînd discul se rotește, arcul pare că pîlpîie. Se mărește viteza de rotație a discului, pornind de la zero, pînă ce se vede arcul fără pîlpîiri (ca și cum nu ar exista discul între arc și observator). Să se determine frecvența curentului alternativ ce alimentează arcul, știind că discul se rotește cu turația de 150 ture pe minut.

(Bacalaureat, Grecia)

644 Doi curenți alternativi, sinusoidali, cu intensitățile eficace $I_1=8$ A, $I_2=4$ A, trec prin două ramuri în paralel. Diferența de potențial comună are o valoare egală cu 110 V. Curentul I_1 este în fază cu această diferență de potențial, în timp ce I_2 este în urma tensiunii cu $\frac{1}{8}$ din perioadă. Să se calculeze:

1° intensitatea eficace a curentului din circuitul principal;
2° puterile active cheltuite în cele două ramuri.

(Bacalaureat, Franța)

645 Un curent alternativ, cu frecvența 50 Hz și intensitatea eficace 0,1 A, străbate o bobină cu rezistența de 10 Ω și cu inductanța $\frac{0,1}{\pi}$ H. Să se calculeze:

1° tensiunea eficace a sursei;
2° defazajul dintre curent și tensiune.

(Olimpiadă, 1963)

646 Un circuit este compus dintr-o bobină de inductanță $L=0,1$ H, un condensator cu capacitatea $C=1$ μF și un rezistor cu rezistența $R=10$ Ω, legate în serie.

1° Care este frecvența curentului alternativ astfel încît intensitatea curentului să fie maximă?
2° Dacă sistemul este alimentat cu tensiunea $U=120$ V, care este intensitatea curentului pentru această frecvență și pentru o frecvență dublă?

(Facultatea de matematică și fizică — București, 1949)

647 Un circuit cuprinde în serie un alternator, un bec cu rezistența $R_1=20$ Ω și o bobină cu rezistența R și inductanța L necunoscute. Diferențele de potențial măsurate cu voltmetrul termic sînt, respectiv: la extremitățile becului $U_1=50$ V, la extremitățile bobinei $U_2=70$ V, la bornele alternatorului $U=87$ V. Să se determine:

1° intensitatea curentului din circuit;
2° rezistența R a bobinei;
3° inductanța L a bobinei;
4° puterea activă absorbită de bec, puterea absorbită de bobină și puterea activă a alternatorului;
5° factorul de putere al circuitului.

Frecvența curentului este $\nu=50$ Hz.

(Bacalaureat, Franța)

648 Un transformator primește în circuitul primar un curent cu intensitatea $I=10$ A, sub o t.e.m. $E=550$ V.

Ştiind că acest transformator coboară tensiunea micşorînd-o de 5 ori şi că, pe de altă parte, randamentul acestui transformator este $\eta=96\%$, care va fi intensitatea curentului în secundarul transformatorului ?

(Bacalaureat, Franţa)

649 Un transformator scufundat în ulei începe să se încălzească în urma supraîncărcării. Ce randament are transformatorul, dacă la puterea nominală de 75 kVA în primar şi cos $\varphi=0{,}8$, 40 kg ulei se încălzesc cu 20°C după 4 minute ? Căldura specifică a uleiului $c=210\,\frac{J}{kg\cdot grd}$.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

650 Receptorul unui radioamator are reactanţa inductivă de 16 kΩ şi se acordă pe lungimea de undă de 1 884 m. Se cere :

1° să se calculeze capacitatea circuitului oscilant de recepţie ;

2° să se afle ce se întîmplă dacă între unda recepţionată direct de la sursă şi o altă undă care vine prin reflexie în acelaşi loc există o diferenţă totală de drum de 48,042 km ;

3° la ce diferenţă de fază corespunde această diferenţă de drum.

(Olimpiadă, 1965)

26. REFLEXIA LUMINII

651 O rază de lumină SI se reflectă succesiv pe două oglinzi plane M şi M', într-un plan perpendicular pe linia de intersecţie a celor două oglinzi. Care este unghiul pe care îl fac cele două oglinzi dacă raza, după a doua reflexie, va fi perpendiculară pe raza incidentă ?

(Bacalaureat, Franţa)

652 Se dau două oglinzi plane paralele, M şi N, aflate la distanţa $mn=d$ (fig. 138). Un punct luminos S se află pe dreapta mn la o distanţă a de punctul m ; se consideră un punct O aşezat, de asemenea, la o distanţă a faţă de oglinda M şi la o distanţă $OS=h$ faţă de punctul S. În ce puncte vor fi întîlnite oglinzile de o rază luminoasă care, pornind din S, ajunge în O după două reflexii în M şi una în N ?
Punctele oglinzilor vor fi definite prin distanţele lor faţă de m, respectiv n.

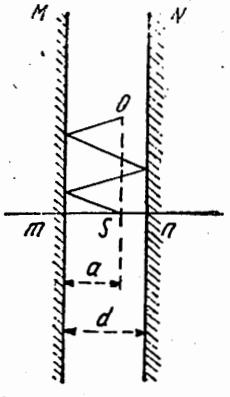


Fig. 138.

(Bacalaureat, Franţa)

653 Un observator de 1,75 m înălţime, avînd ochiul la 1,60 m deasupra podelei unei camere, priveşte într-o oglindă dreptunghiulară aşezată pe unul din pereţii camerei. Care trebuie să fie înălţimea minimă a oglinzii şi la ce distanţă de podea trebuie aşezată latura ei inferioară, pentru ca observatorul să se vadă în întregime în oglindă ?

(Facultatea de matematică şi fizică — Iaşi, 1957)

654 Razele de soare se reflectă pe o oglindă plană aşezată orizontal şi cad pe un ecran plan, vertical. Normal pe oglindă se află un obiect subţire şi opac. Să se descrie caracterul imaginii de pe ecran.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

655 Se poate fotografia o imagine ce se vede într-o oglindă plană ?

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

656 ● Perpendicular pe axa principală a unei oglinzi concave cu raza de 6 m se află un obiect. Ştiind că imaginea sa se formează între focar şi centru, şi anume la 50 cm de centrul de curbură al oglinzii, să se găsească de cîte ori este micşorată imaginea faţă de obiect.

(Institutul politehnic — Braşov, 1956)

657 ● Un obiect aşezat pe axa optică principală a unei oglinzi concave dă o imagine răsturnată, de 3 ori mai mare ca obiectul.
1° Să se afle raza de curbură a oglinzii, ştiind că distanţa dintre obiect şi imagine este de 28 cm.
2° Dacă obiectul s-ar aşeza la o distanţă de 10 cm de vîrful oglinzii, unde s-ar forma imaginea ?

(Institutul politehnic — Braşov, 1958

658 ● La ce distanţă faţă de o oglindă sferică concavă, cu raza $R=6$ m, trebuie aşezat un obiect, perpendicular pe axa principală, pentru a avea:
1° o imagine răsturnată de cinci ori mai mică decît obiectul;
2° o imagine răsturnată de cinci ori mai mare decît obiectul;
3° o imagine dreaptă de cinci ori mai mare ca obiectul.

(Bacalaureat, Franţa

659 ● Se dă o oglindă sferică concavă cu raza de 50 cm şi cu vîrful în V. În faţa acestei oglinzi se aşază un obiect luminos de formă dreptunghiulară $ABED$, a cărui latură AB are aceeaşi direcţie cu axa oglinzii.
Se dau: $VA=90$ cm; $AB=ED=30$ cm; $AE=BD=6$ cm.
Se cere:
1° să se construiască imaginea $A'B'E'D'$ a obiectului;
2° să se definească poziţia, forma şi dimensiunile acestei imagini;
3° să se calculeze suprafaţa S' a acestei imagini şi să se compare cu suprafaţa S a obiectului.

(Şcoala politehnică — Bucureşti, 1946)

660 ● În faţa unei oglinzi sferice concave, cu raza de curbură 20 cm, se aşază un corp ce are forma unui triunghi dreptunghic ABD, astfel încît cateta AD să se situeze de-a lungul axei optice. La ce distanţă de vîrful V al oglinzii se va forma imaginea şi care sînt dimensiunile ei, dacă $VA=60$ cm, $VD=65$ cm şi $AB=2$ cm ?

(Facultatea de fizică — Iaşi, 1963)

661 ● Două oglinzi concave cu distanţele focale 10 cm, respectiv 40 cm, sînt situate faţă în faţă pe axa lor optică comună la distanţa $d=110$ cm;
1° Să se determine cele două puncte aflate pe axă între cele două oglinzi,

ale căror imagini, după dublă reflexie în cele două oglinzi, se formează în aceleași puncte.

2° Cît de mare trebuie să fie distanța între cele două oglinzi pentru ca aceste două puncte să coincidă ?

(Concursul școlilor medii, 1959, R. P. Ungară)

662 ● Două oglinzi sferice concave O_1 și O_2 sînt așezate față în față, astfel ca axele lor să coincidă. Distanța dintre oglinzi este $D=50$ cm, iar distanțele lor focale sînt $f_1=6$ cm, respectiv $f_2=9$ cm. Să se calculeze :

1° unde trebuie așezat un obiect luminos pe axa comună a oglinzilor pentru ca imaginile sale reale finale în ambele oglinzi să se obțină în același loc pe axă ;

2° cît de mari sînt imaginile formate în cele două oglinzi, dacă obiectul luminos este de 2 cm ;

3° la ce distanță de oglinzi se vor forma cele două imagini, dacă oglinda O_1 se apropie cu 4 cm de obiect, iar oglinda O_2 se apropie cu 24,9 cm ;

4° cît de mari sînt imaginile în această nouă poziție.

(Facultatea de fizică — Timișoara, 1963)

663 ● În fața unei oglinzi sferice concave, perpendicular pe axa sa principală, se așază o oglindă plană. Un punct luminos situat între cele două oglinzi emite un fascicul care, reflectîndu-se succesiv pe fiecare dintre ele, formează imaginea în planul ce conține punctul luminos-obiect și care este perpendicular pe axa principală. Raza de curbură a oglinzii concave este $R=4$ m iar distanța dintre vîrful său și planul care conține punctul fiind $d=3$ m, să se determine distanța dintre oglinda plană și vîrful oglinzii concave.

(Bacalaureat, Franța ; Olimpiadă, 1959 ; Facultatea de fizică — București, 1966)

664 ● În fața unei oglinzi sferice concave cu raza $R=2$ m, se așază perpendicular pe axa principală, la distanța $p=5$ m de oglindă, un obiect luminos cu înălțimea $h=10$ cm.

1° Să se determine poziția și mărimea imaginii.

2° În focarul principal al oglinzii concave, sub un unghi $\alpha=45°$ față de axa sa principală, se așază o mică oglindă plană, cu fața reflectătoare îndreptată spre oglinda concavă. Care va fi mărimea imaginii finale formată prin reflexia luminii pe cele două oglinzi și unde va trebui să așezăm un ecran pentru a o prinde ?

(Bacalaureat, Franța)

665 ● Pentru determinarea distanței focale a unei mici oglinzi sferice convexe, cu deschiderea $D=8$ cm, se așază această oglindă la distanța $a=100$ cm de un ecran mare, plan, perpendicular pe axa optică a oglinzii. În ecran,

chiar pe axă, se află un mic orificiu (fig. 139). Porțiunea maximă din ecran ce se poate observa prin orificiu are forma unui cerc, cu raza $R=28$ cm. Să se calculeze distanța focală a oglinzii.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

666 Deasupra Oceanului Pacific zboară un avion, la înălțimea de 20 km. Luna se află la zenit. Cît de mare vede pilotul imaginea Lunii în apă, față de

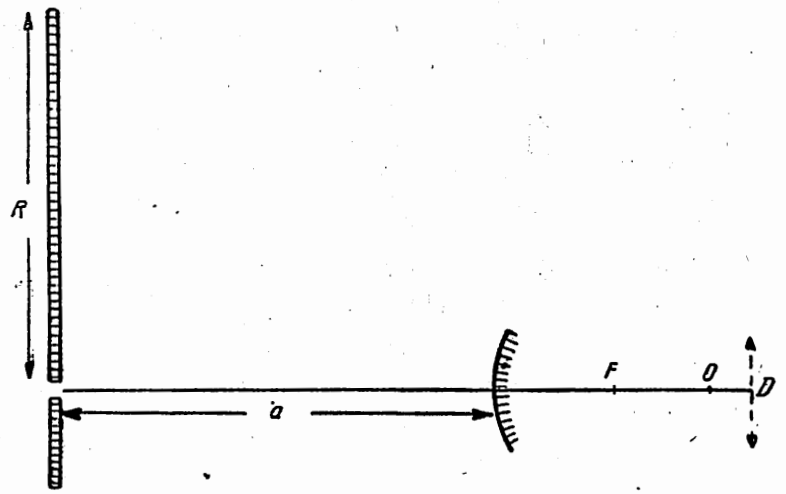


Fig. 139.

mărimea aparentă a adevăratei Luni? Raza Pămîntului este de 6 370 km, iar distanța de la Pămînt la Lună, de 380 000 km.

(Concursul de fizică Eötvös, 1960, R. P. Ungară; Olimpiadă, 1970)

667 Se dau două oglinzi, una concavă M, cealaltă convexă M', avînd razele $R=1$ m și așezate la distanța $d=1$ m una de alta. Pe axa principală xy, comună celor două oglinzi, se află un punct luminos P, la distanța $p=0{,}75$ m de oglinda concavă. Razele luminoase emise de P sosesc pe oglinda convexă după ce se reflectă pe oglinda concavă. Unde se va forma imaginea punctului P?

(Bacalaureat, Franța)

668 Poate da oglinda convexă o imagine reală?

(Bacalaureat, Franța)

669 O oglindă sferică convexă, cu raza de curbură $R=60$ cm, are o suprafață reflectătoare limitată de un mic cerc cu raza $r=6$ cm. Un observator privește cu un ochi în oglindă; ochiul se află la distanța $d=12$ cm de axa principală și proiecția sa pe axă se află la distanța $D=60$ cm de vîrful principal.

1° Să se caracterizeze imaginea ochiului în oglindă.

2° Se consideră un plan perpendicular pe axa principală la distanța $d_1=10$ m în fața oglinzii și se presupune că observatorul (aflat tot la distanța

$d=12$ cm) privește prin reflexie obiectele situate în acest plan. Să se calculeze mărimea și poziția regiunii planului unde se găsesc punctele ce pot fi vizibile, cu alte cuvinte cîmpul oglinzii.

3° Se menține neschimbate pozițiile observatorului și ale planului de observație, înlocuindu-se oglinda convexă cu una plană. De cîte ori se micșorează cîmpul oglinzii ?

(Bacalaureat, Franța)

27. REFRACȚIA LUMINII. PRISME

670 Pe peretele unui pahar de sticlă cu pereți subțiri se lipește o fîșie de hîrtie albă, netransparentă, în care s-a făcut o tăietură verticală, îngustă. Înălțimea fîșiei este egală cu înălțimea paharului, iar lungimea ei egală cu circumferința paharului. Se toarnă apă pînă la jumătatea paharului. Ca sursă de lumină se poate utiliza flacăra unei lumînări. Se pune inițial paharul în așa fel încît sursa de lumină, fanta și centrul paharului să se afle în linie dreaptă. Apoi se va roti paharul cu un unghi oarecare. Cunoscînd pozițiile imaginii fantei, să se calculeze viteza luminii în apă, considerînd cunoscută viteza luminii în aer.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

671 O rază luminoasă SI cade pe fața AB a unei prisme ABC sub un unghi de incidență i. Care trebuie să fie unghiul A al prismei pentru ca raza emergentă să fie normală pe fața AB ? Se consideră cunoscut indicele de refracție n al prismei.

(Bacalaureat, Franța)

672 Figura 140 reprezintă o secțiune plană printr-o cuvă de sticlă de formă prismatică, așezată pe un plan orizontal. Unghiul A al prismei goale (din interior) este de 6°. Pereții P_1 și P_2 sînt prisme cu unghiuri mici ($\alpha=2°$), identici și simetrici față de axa xy a cuvei. O rază de lumină SI cade pe P_1 și traversează vasul. Să se determine :

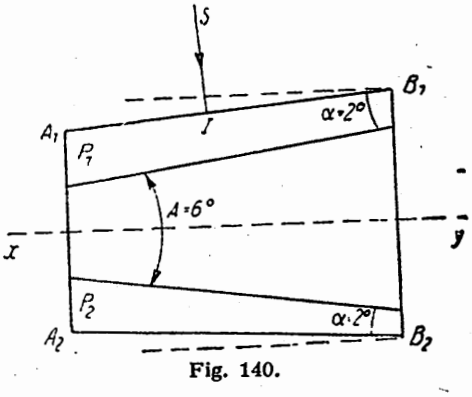


Fig. 140.

1° direcția razei emergente din P_2, cînd SI este normală pe fața A_1B_1 a peretelui P_1 ;

2° direcția razei emergente în P_2, cînd SI este normală pe axa xy a cuvei și aceasta este plină cu apă.

Indicele de refracție al sticlei față de aer este $n_1=\frac{3}{2}$, iar al apei față de aer $n_2=\frac{4}{3}$.

(Bacalaureat, Franța)

673 O prismă P cu unghiul $A=7°$ primește un fascicul paralel de lumină galbenă, a cărui direcție SI, situată în planul secțiunii principale BAC a prismei P, face cu IB un unghi SIB egal cu $\beta=84°$ (fig. 141, *a*).
Indicele de refracție al prismei pentru lumina galbenă este $n=1,5$.
1° Care este unghiul de deviație al fasciculelor ce traversează prisma ?
2° Pentru a calcula unghiul de deviație trebuie să cunoaștem exact valoarea unghiului SIB ?

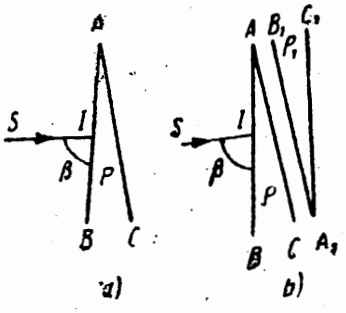


Fig. 141.

3° În spatele prismei P se așază o a doua prismă P_1 răsturnată, cu cele două fețe care se privesc paralele (fig. 141, *b*).
Unghiul A_1 al prismei P_1 are valoarea $A_1=5°$, iar indicele său de refracție pentru lumina galbenă este $n_1=1,6$.
Ce mărime și ce sens are deviația fasciculului după traversarea celor două prisme ?
4° Depinde rezultatul de distanța dintre cele două prisme ?
Observație. Unghiurile mai mici de 7° se vor înlocui cu sinusul acestora și invers.

(Bacalaureat, Franța)

674 $ABCD$ reprezintă secțiunea unei prisme cu unghi variabil, umplută cu un lichid transparent. O rază de lumină albă SI cade normal pe AB (fig. 142).
1° Raza violetă, pentru care se prezintă indicele de refracție $n_v=1,55$, se

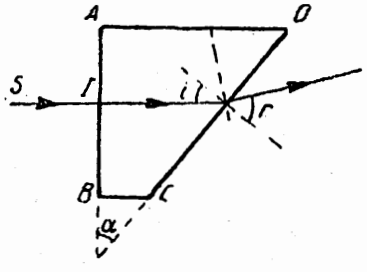


Fig. 142.

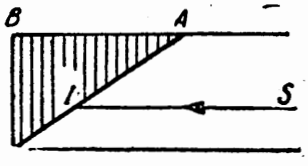


Fig. 143.

reflectă total pe CD. Care este unghiul prismei format de cele două fețe AB și CD ?
2° Care este deviația pe care o suferă raza roșie emergentă ($n_r=1,51$) ?

(Bacalaureat, Franța)

675 O rază de lumină pătrunde într-un tub în fundul căruia se găsește o prismă de sticlă ABC, al cărui unghi B este drept (fig. 143). Să se determine valoarea minimă a unghiului BAC, știind că o rază SI ce se propagă paralel cu axul tubului nu poate ieși prin deschiderea opusă.
Indicele de refracție al sticlei este $n=\frac{3}{2}$.

(Bacalaureat, Franța)

676 O prismă cu unghiul $A=60°$ primește un fascicul paralel de lumină monocromatică. Se observă că deviația fasciculului este minimă și că unghiul de

emergență este egal cu unghiul de incidență cînd acest unghi este de 60°. Să se calculeze indicele de refracție al substanței din care este confecționată prisma.

(Bacalaureat, Franța)

677 1° Secțiunea dreaptă într-o prismă oarecare este un triunghi echilateral ABC. Fie SI raza incidentă ce corespunde deviației minime. Care este valoarea unghiului de incidență al razei SI și indicele de refracție al substanței prismei în cazul unei deviații minime $\delta=60°$?

2° Se argintează fața AC și se așază prisma ABC pe fața ipotenuză a unei prisme a cărei secțiune dreaptă este un triunghi isoscel BCD, dreptunghic în D și al cărei indice de refracție este $n_2=\sqrt{\frac{3}{2}}$ (fig. 144).

Cum se propagă raza SI traversînd sistemul celor două prisme ? Cum iese ea ?

(Bacalaureat, Franța)

678 Într-o experiență s-a folosit un vas în formă de cub, cu fețele laterale opace. Ochiul observatorului se află într-o astfel de poziție încît peretele lateral acoperă la limită baza. Vasul este apoi umplut cu un lichid ; observatorul, fără să schimbe poziția ochiului, vede acum jumătate din bază. Să se determine indicele de refracție al lichidului utilizat.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

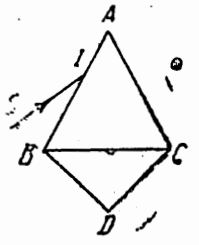


Fig. 144.

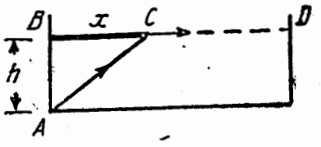


Fig. 145.

679 Un vas paralelipipedic, cu fundul orizontal, cu pereți opaci, se umple pînă la înălțimea $AB=h=3$ cm cu un lichid de indice de refracție $n=\frac{5}{4}$. În colțul A se află un punct luminos (fig. 145). Pe ce lungime minimă $BC=x$ trebuie acoperită suprafața cu o lamă opacă, pentru ca nici o rază să nu poată ieși între C și D ?

(Bacalaureat, Franța)

680 Pe fundul unui vas se află un mic obiect, acoperit cu o pîlnie de sticlă cu pereți subțiri, în formă de con, cu unghiul de deschidere 2α. Pîlnia se lipește ermetic de fundul vasului. Obiectul se află în centrul bazei conului. Apoi vasul se umple cu un lichid transparent, cu indicele de refracție n. Lichidul acoperă în întregime partea conică a pîlniei. Ce condiție trebuie îndeplinită pentru ca obiectul să fie vizibil pentru un observator ce privește de deasupra lichidului ?

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

681 O prismă confecționată din sticlă de flint ușor, a cărei secțiune este un triunghi echilateral, se sprijină cu una din fețe de un vas de sticlă cu pereți

subțiri, plin cu apă (fig. 146). Un fascicul de lumină monocromatică (linia D a sodiului) cade din aer pe prismă ($n_2=1{,}69$) sub un unghi de 45°, și după trecerea prin prismă intră în vas. Să se determine:

1° unghiul de refracție a fasciculului de lumină în apă $\left(n_3=\frac{4}{3}\right)$;

2° unghiul sub care va trebui să cadă fasciculul pe prismă pentru a nu pătrunde în apa din vas.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

682 Un om care stă pe malul unui heleșteu privește o piatră aflată pe fundul acestuia. Adîncimea heleșteului este $h=1$ m.

1° La ce distanță h' de suprafața apei se obține imaginea pietrei, știind că raza vizuală formează un unghi $i=60°$ cu normala la suprafața apei? Indicele de refracție al apei este $n=\frac{4}{3}$.

2° Cu cît pare piatra mai ridicată față de fundul apei, atunci cînd este privită vertical?

(Olimpiadă, 1959)

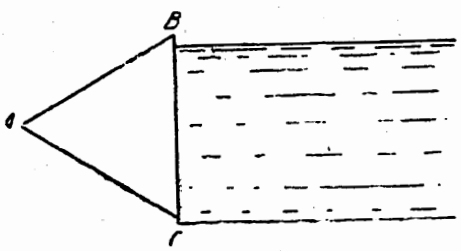


Fig. 146.

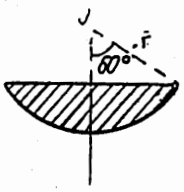


Fig. 147.

683 1° Se notează cu AB suprafața liberă a apei conținute într-un vas. Pe aceeași verticală OP se află: în O, la distanța $d_1=1{,}2$ m deasupra suprafeței AB, ochiul unui observator; în P, la distanța $d_2=0{,}8$ m sub AB, ochiul unui pește. Observatorul și peștele se văd separați prin aceeași distanță OP? Să se calculeze distanța aparentă.

2° Fundul vasului este alcătuit dintr-o oglindă plană orizontală CD. Grosimea stratului de apă aflat deasupra oglinzii este $d=1{,}2$ m. Observatorul aflat în aceeași poziție O se privește în oglinda CD. La ce distanță își vede imaginea? În ce sens și cu cît se deplasează ea cînd se scurge toată apa din vas? Indicele de refracție al apei este $n=\frac{4}{3}$.

(Bacalaureat, Franța)

684 Un punct luminos O se găsește exact în centrul unei oglinzi sferice concave, a cărei axă este verticală și conține apă pînă la margine (fig. 147). Raza acestei oglinzi este R și unghiul de deschidere $\alpha=120°$. Din punctul O pleacă raze luminoase din care se utilizează doar un fascicul foarte îngust, vecin cu axa. Acest fascicul pătrunde în apă, se reflectă pe oglindă, apoi iese din apă și se strînge într-un punct pe axă la o distanță oarecare deasupra apei. Să se calculeze această distanță în funcție de rază și de indicele de refracție al apei.

(Bacalaureat, Franța)

28. LENTILE

685 Ce fel de lentilă trebuie să folosim, unde să o așezăm și ce distanță focală să aibă, pentru a obține o imagine de două ori mai mare, pe un ecran situat la distanța $d=54$ cm de sursa luminoasă ?

(Bacalaureat, Franța)

686 Un obiect de 2 cm lungime se află la 2 m distanță de ecranul pe care se formează imaginea sa cu o lentilă convergentă așezată la 60 cm de obiect.
1° Care este distanța focală a lentilei și mărimea imaginii ?
2° Care este convergența lentilei ?
3° Pentru ce altă poziție a lentilei imaginea se formează din nou pe ecran, dacă obiectul și ecranul au rămas pe loc ?

(Institutul politehnic — București, 1957 ; Olimpiadă, 1962)

687 O lentilă plan convexă cu raza de curbură $R=6$ cm dă o imagine reală și mărită de 10 ori. Indicele de refracție al luminii în sticla din care este executată lentila este $n=1{,}5$. Să se afle distanța obiectului și a ecranului față de lentilă.

(Facultatea de matematică și fizică — Varșovia, 1959)

688 Distanța focală a unei lentile în aer este $f=30$ cm. Ce distanță focală va avea această lentilă după cufundarea ei :
1° în apă $\left(\text{indicele de refracție } n_1=\frac{4}{3}\right)$;
2° în monobromnaftalen $\left(\text{indicele de refracție } n_2=\frac{5}{3}\right)$.
Indicele de refracție al sticlei din care este confecționată lentila este 1,5.

(Facultatea de matematică și fizică — Varșovia, 1959)

689 Becul unei lanterne de buzunar este situat la 1 m depărtare de un perete. Între lanternă și perete se așază o lentilă convergentă, cu distanța focală de 9 cm, astfel încît becul să fie plasat pe axa optică a lentilei. La ce distanță de bec trebuie așezată lentila, pentru ca pe perete să se formeze imaginea clară a acestuia ? Pentru ce valori ale distanței dintre bec și perete este posibilă formarea imaginii izvorului luminos pe perete, folosind aceeași lentilă ?

(Facultatea de matematică — București, 1965)

690 Pe un banc optic se așază un bec cu filamentul vertical de 4 cm. Lentila proiectează pe ecran o imagine mărită, cu înălțimea de 16 cm. Fără să se miște lentila, se îndepărtează becul cu 4 cm față de lentilă. Apoi se deplasează ecranul și se obține din nou o imagine clară a filamentului. Înălțimea acestei imagini este de 8 cm. Să se determine distanța focală a lentilei.

(Facultatea de matematică și fizică — Varșovia, 1960)

691 La ce distanță față de o lentilă convergentă trebuie așezat un obiect, pentru ca imaginea reală să se formeze la distanța minimă față de obiect ?

(Bacalaureat, Franța)

692 În apropierea ochiului se așază o lentilă convergentă în așa fel încît să se vadă distinct suprafața frontală a unui dop cilindric de plută aflat față de

lentilă la distanța minimă de vedere distinctă. Se poate oare plasa ochiul în așa fel încît să se poată vedea suprafața laterală a dopului? Axa cilindrului și axa ochiului trebuie să coincidă mereu cu axa lentilei.

(Concursul școlilor medii, 1965, R. P. Ungară)

693 O lentilă convergentă L_1 dă pentru un obiect real o imagine egală cu obiectul, pe un ecran plasat la 40 cm de obiect.

1° Să se calculeze distanța focală și convergența acestei lentile.

2° Lipim de lentila L_1 o lentilă L_2. Sistemul astfel obținut este echivalent cu o lentilă convergentă care dă pentru un obiect real o imagine reală de două ori mai mică decît obiectul, pe un ecran situat la 45 cm de sistemul celor două lentile. Care este distanța focală a sistemului?

3° Care este distanța focală a lentilei L_2?

(Olimpiadă, 1968)

694 Două lentile convergente foarte subțiri se află la distanța $d=10$ cm una de alta și au aceeași axă și aceeași distanță focală $f=10$ cm. La ce distanță față de prima lentilă trebuie așezat un obiect perpendicular pe axă, pentru a obține cu acest sistem o imagine reală, de două ori mai mică decît obiectul?

(Bacalaureat, Franța)

695 Un sistem este format din două lentile subțiri plan convexe, de 10 dioptrii fiecare, așezate coaxial la 35 cm depărtare una de alta.

1° Să se determine distanța focală a fiecărei lentile în parte și raza de curbură a feței, știind că indicele de refracție al sticlei din care sînt confecționate este 1,8.

2° La 15 cm depărtare de prima lentilă se găsește un obiect luminos așezat perpendicular pe axa principală. Să se construiască imaginea și să se determine la ce depărtare de prima lentilă se formează imaginea definitivă.

3° Ce se întîmplă cu imaginea finală și cum se modifică mărimea ei liniară, dacă a doua lentilă se apropie de prima lentilă pînă la contact?

(Olimpiadă, 1960)

696 Un obiect luminos este situat la distanța d de un ecran. Între obiect și ecran se interpune un sistem convergent cu distanța focală f, compus din două lentile alăturate.

1° La ce distanță trebuie așezat sistemul față de obiect, pentru a obține o imagine clară pe ecran?

2° Fie convergența sistemului de lentile $\frac{25}{6}$ dioptrii. Se depărtează cele două lentile astfel ca distanța dintre focarele lor (focarele cuprinse între lentile) să fie 0,6 m. Un fascicul cilindric de raze paralele îndreptat după axa principală comună traversează cele două lentile; razele fasciculului converg într-un punct situat pe axa principală comună, la 1,2 m în spatele lentilei a doua. Să se determine distanțele focale ale lentilelor, precum și distanța dintre centrele lor optice.

(Olimpiadă, 1959)

697 În contact cu o lentilă convergentă de diametru destul de mare și cu distanța focală $f=20$ cm, se așază o lentilă convergentă de diametru mai mic

și cu distanța focală $f'=21$ cm. Se obțin astfel două imagini ale aceluiași obiect liniar perpendicular pe axa principală comună a celor două lentile. Una dintre aceste imagini este formată de razele marginale, cealaltă, de razele centrale.

1° În ce condiții cele două imagini vor fi ambele virtuale sau reale ?

2° În acest ultim caz, la ce distanță p trebuie așezat obiectul pentru ca una din imagini să fie de două ori mai mare ca cealaltă ?

(Bacalaureat, Franța)

698 Două lentile convergente L și L', de distanțe focale $f=20$ cm, respectiv $f'=5$ cm și înălțimi l, respectiv l', au aceeași axă și sînt așezate la o distanță a.

1° Să se determine poziția și mărimea imaginii lui L, dată de L' și a lui L' dată de L.

2° Să se calculeze distanța dintre cele două imagini.

3° Să se determine valoarea lui a pentru care planurile celor două imagini coincid.

(Școala politehnică — București, 1928)

699. *A.* Axa unei lentile convergente L_1, cu distanța focală $f_1=10$ cm, este îndreptată către centrul Soarelui. Știind că diametrul aparent al Soarelui este de 32′, să se determine mărimea imaginii dată de lentilă.

B. În planul focal al lentilei L_1, de partea obiectului, se așază o a două lentilă convergentă L_2. Se constată că imaginea Soarelui se formează în acest caz la 5 cm în spatele lentilei L_1. Să se determine :

1° distanța focală f_2 a lentilei L_2 ;

2° mărimea noii imagini obținute.

(Bacalaureat, Franța)

700 O lentilă plan concavă are raza de curbură de 10 cm și indicele de refracție $n_1=1{,}5$. La 20 cm în fața ei se află un obiect înalt de 2 cm. Să se determine :

1° poziția, natura și mărimea imaginii în acest caz ;

2° poziția, natura și mărimea imaginii în cazul cînd de lentila dată se alătură axial o altă lentilă identică, avînd concavitățile față în față, iar golul format se umple cu apă $\left(n=\frac{4}{3}\right)$, obiectul rămînînd tot la 20 cm în fața lentilei formate ;

3° să se indice mersul razelor în ambele cazuri.

(Olimpiadă, 1964)

701 Se dă o lentilă divergentă de grosime neglijabilă, cu distanța focală f și cu centrul optic O. Pe axa principală, la distanța $OA=a$ în fața acestei lentile, se așază un obiect AB de înălțime h, perpendicular pe axa principală.

1° Să se construiască mersul unei raze luminoase care plecînd din B se refractă prin lentilă în așa fel încît prelungirea sa să taie dreapta OA la o distanță b de punctul O.

Se va defini poziția razei prin distanța x între centrul O și punctul M, unde raza plecată din B întîlnește lentila.

2° Pentru ce valoare a lui b raza incidentă și cea refractată prin lentilă fac unghiuri egale cu axa principală OA ?

(Școala politehnică — București, 1946)

702 Poate da lentila divergentă o imagine reală ?

(Bacalaureat, Franța)

703 Pentru a obține de la un obiect luminos rectiliniu AB o imagine reală $A'B'$ de opt ori mai mare și proiectată pe un ecran E, situat la distanța $d=5$ m de AB, se folosește o lentilă convergentă.

1° Care sînt poziția și distanța focală a lentilei, știind că dreapta AA' este perpendiculară pe AB și pe ecran ?

2° Să se rezolve problema în cazul utilizării unei oglinzi sferice concave.

3° Să se demonstreze că dacă AB, în loc de a fi o sursă luminoasă, ar fi o imagine reală formată anterior cu ajutorul unui dispozitiv anterior, se poate folosi o lentilă divergentă avînd poziția și distanța focală convenabile și pe care le putem calcula.

(Bacalaureat, Franța)

704 Un sistem optic este format din două lentile subțiri L_1 și L_2, centrate pe aceeași axă. Prima lentilă L_1 este convergentă și distanța sa focală este f. A doua lentilă L_2 este divergentă, distanța sa focală fiind $\frac{f}{2}$, iar centrul său optic coincide cu focarul posterior al lui L_1.

1° Care sînt punctele axei pentru care sistemul formează o imagine reală ?

2° Care sînt natura, poziția și mărimea relativă a imaginii unui mic segment perpendicular pe axă, situat la distanța $4f$ în fața lentilei L_1 ?

(Bacalaureat, Franța)

705 Un obiect AB este plasat la o distanță $OA=1$ m în fața unei lentile divergente D, a cărei convergență este de o dioptrie. Se plasează în spatele acesteia o lentilă convergentă C, a cărei convergență este de două dioptrii, astfel ca axele celor două lentile să coincidă.

1° Care trebuie să fie distanța OO' a centrelor optice a lentilelor pentru ca razele luminoase emise de AB, după ce au traversat sistemul optic, să formeze o imagine reală și de aceeași mărime cu AB ?

2° Care va fi distanța între imagine și obiectul AB ?

(Bacalaureat, Franța)

706 La distanța $b=1{,}68$ m de un ecran se află o lentilă convergentă cu distanța focală $f=2$ cm, care proiectează pe ecran imaginea unui obiect luminos, situat la o distanță convenabilă.

Se intercalează apoi între această lentilă și ecran o lentilă divergentă cu distanța focală $f'=8$ cm, așezată la distanța $d=16$ cm de lentila convergentă și deci la distanța $D=1{,}52$ m de ecran ; se deplasează apoi obiectul astfel ca imaginea sa să se formeze iarăși pe ecran.

Să se determine, în cele două cazuri, raportul dimensiunilor liniare ale imaginii și obiectului.

(Bacalaureat, Franța)

707 Un obiect luminos este așezat la 30 cm în fața unei lentile convergente cu convergența $C_1=4\ \delta$, perpendicular pe axa principală a acestei lentile. Imaginea se formează pe un ecran așezat convenabil. Între lentilă și ecran, la $d=1{,}2$ m de lentilă, se așază o lentilă divergentă, cu convergența $C_2=-1{,}25\ \delta$, avînd aceeași axă principală. Cu cît și în ce sens trebuie deplasat ecranul, pentru ca imaginea dată de sistemul optic compus din aceste două lentile să se formeze tot pe ecran ?

(Școala politehnică — București, 1927)

29. ASOCIAȚII DE LENTILE CU OGLINZI, LAME ȘI PRISME

708 Un punct luminos P se găsește la distanța p față de o lentilă convergentă cu distanța focală f. La distanța d de această lentilă se așază o oglindă plană, perpendiculară pe axa principală a lentilei. Să se determine poziția imaginii punctului P.

(Bacalaureat, Franța)

709 În focarul unei lentile biconvexe, cu distanța focală de 30 cm, perpendicular pe axa sa optică, se așază o oglindă plană. De cealaltă parte a lentilei, la distanța de 45 cm, se află un obiect luminos. Să se determine poziția și natura imaginii acestui obiect.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

710 Lumina ce pleacă dintr-un punct S se refractă succesiv, trecînd prin două lentile convergente L_1 și L_2, avînd aceeași axă ; apoi se reflectă pe o oglindă concavă C și, reîntorcîndu-se în sens invers, traversează din nou lentilele.

1° Să se așeze sistemul astfel încît imaginea finală să se formeze în punctul S, oricare ar fi distanța dintre cele două lentile.

2° Să se rezolve problema în cazul înlocuirii oglinzii concave cu una convexă sau plană.

(Bacalaureat, Franța)

711 La extremitățile unui tub cu lungimea de 50 cm se așază cîte o lentilă de două dioptrii, una biconvexă, cealaltă biconcavă. La distanța x în spatele lentilei biconcave, perpendicular pe axa tubului, se plasează o oglindă plană. Să se determine distanța x pentru cazul în care imaginea reală a unui corp așezat în fața lentilei biconvexe, la 100 cm de aceasta, se formează în planul corpului.

(Concursul școlilor medii, 1961, R. P. Ungară)

712 Se dau o lentilă convergentă L de distanță focală f și pe axa ei, la distanța d, o oglindă plană, ce se poate roti în jurul unui ax O perpendicular pe axa

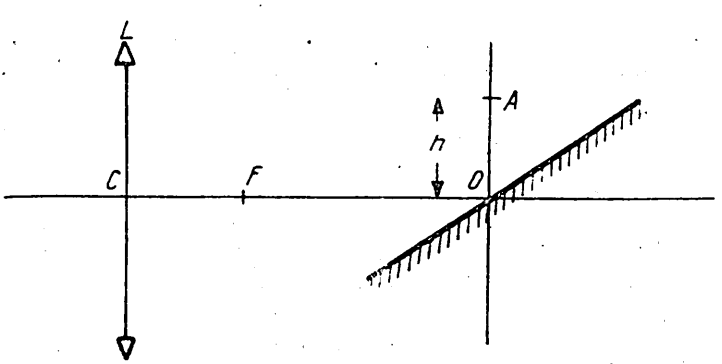


Fig. 148.

principală a lentilei. Să se găsească unghiul α pe care îl face oglinda cu axa principală a lentilei și poziția unui punct P a cărui imagine se formează în A pe un segment de dreaptă $OA=h$, perpendicular pe axa principală (fig. 148).

(Bacalaureat, Franța)

713 Perpendicular pe axa optică a unei lentile convergente cu distanţa focală de 20 cm se aşază, la distanţa de 30 cm, o oglindă sferică concavă, avînd raza de curbură 20 cm.
De cealaltă parte a lentilei, la distanţa de 40 cm, se aşază un obiect luminos. Să se determine natura şi poziţia imaginii obţinute.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

714 În faţa unei oglinzi concave se găseşte un obiect a cărui imagine este de două ori mai mare decît obiectul. Faţă de această imagine, la distanţa de 15 cm, se găseşte o lentilă convergentă cu distanţa focală de 8,5 cm şi care are drept obiect imaginea formată în oglindă. Lentila şi oglinda au axele optice principale în prelungire. Cunoscîndu-se mărimea obiectului egală cu 1 cm şi distanţa dintre obiect şi imaginea sa în oglindă egală cu 20 cm, să se calculeze:
1° distanţa focală a oglinzii concave;
2° distanţa faţă de lentilă la care s-a format imaginea în lentilă;
3° mărimea imaginii dată de lentilă.

(Facultatea de fizică — Bucureşti, 1962)

715 Un sistem optic este format prin acolarea a două lentile subţiri, una biconvexă şi alta menisc divergent. Prima lentilă are indicele de refracţie 1,6, iar cea de-a doua 1,5. Cele două feţe sferice exterioare au razele de 5 cm, respectiv 10 cm.
1° Să se calculeze convergenţa sistemului optic.
2° Sistemul optic considerat ca o lentilă subţire, cu distanţa focală f, este aşezat coaxial cu o oglindă concavă, care are raza 12 f, iar vîrful ei se află la distanţa 15 f de centrul optic al lentilei. La ce distanţă de lentilă trebuie aşezat un obiect pentru ca imaginea dată de sistemul lentilă-oglindă-lentilă să fie reală şi situată la distanţa 2,5 f de centrul optic al lentilei, în stînga ei?
3° Să se calculeze raportul dintre mărimea imaginii finale şi obiect.

(Olimpiadă, 1961)

716 Un fascicul luminos, venind de la infinit, cade paralel cu axa principală pe o lentilă convergentă cu distanţa focală f. În ce punct trebuie aşezată o oglindă convexă pentru ca, după reflexia sa pe această oglindă, fasciculul luminos să devină paralel cu axa comună? Distanţa focală a oglinzii este f'.

(Bacalaureat, Franţa)

717 O lentilă subţire plan-concavă, cu indicele de refracţie $n=1,5$, este argintată pe faţa sa concavă. Înaintea feţei argintate se deplasează un obiect rectiliniu, perpendicular pe axa principală, pînă cînd imaginea obţinută, răsturnată faţă de obiect, se află în prelungirea acestuia. Se constată că în acest caz obiectul şi imaginea se găsesc la distanţa $d=50$ cm faţă de lentilă.
Se roteşte atunci lentila cu 180°, fără a schimba distanţa faţă de obiect. Care este poziţia şi natura noii imagini observate?
Se vor neglija fenomenele de reflexie pe faţa plană şi se vor lua în consideraţie doar razele centrale.

(Bacalaureat, Franţa)

718 Cu ajutorul unei lentile convergente se obţine pe un ecran aflat la distanţă corespunzătoare faţă de lentilă, imaginea clară a unui mic obiect luminos, aşezat pe axa optică a lentilei. Aşezînd între ecran şi lentilă, perpendicular

pe axa optică respectivă, o placă de sticlă cu fețe paralele, avînd grosimea $d=3$ cm și indice de refracție $n=1{,}5$, să se determine în ce sens și cu cît trebuie deplasat ecranul, pentru ca pe el să apară din nou imaginea clară a acelui obiect.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

719 Pe axa principală a unei lentile convergente subțiri avînd convergența $C=3\ \delta$, este situat un punct luminos A, la distanța $p=50$ cm de lentilă.

1° La ce distanță de lentilă trebuie așezat un ecran pentru a se forma pe acesta imaginea reală A' a lui A ?

2° Se așază apoi alături de lentilă, perpendicular pe axa sa, de aceeași parte cu punctul A, o lamă de sticlă cu fețe paralele și grosimea $e=4{,}4$ cm. La ce distanță față de lentilă va trebui așezat ecranul pentru a se forma pe el imaginea punctului A ?

3° Aceeași întrebare pentru cazul cînd se așază lama pe fața lentilei care privește ecranul.

Indicele de refracție al sticlei $n=1{,}5$.

(Bacalaureat, Franța)

720 Două lentile convergente subțiri L și L' cu aceeași axă principală, au centrele lor distanțate cu $d=30$ cm. Convergența lentilei L este $C=10\ \delta$, a lentilei L' este $C'=8\ \delta$.

1° Un disc luminos D este așezat în fața lentilei L perpendicular pe axă. Să se găsească poziția pe care trebuie să o ocupe discul pentru ca imaginea definitivă dată de sistem să aibă suprafața de 9 ori mai mare decît suprafața discului obiect.

Această imagine poate fi dreaptă sau răsturnată. Să se determine distanța sa față de lentila L' și să se indice dacă există mai multe soluții.

2° Între L și D se intercalează o lamă de sticlă V cu fețe plan-paralele (fig. 149). Fețele sale sînt perpediculare pe axa principală a lentilelor. Cum trebuie deplasat discul pentru ca imaginea sa să nu se schimbe ? Să se calculeze această deplasare cînd lama are o grosime $e=9$ cm și un indice de refracție $n=1{,}5$.

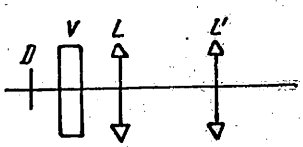


Fig. 149.

(Bacalaureat, Franța)

721 O lentilă convergentă este așezată între un obiect luminos și un ecran. Distanța dintre obiectul luminos și ecran este $d=50$ cm. Se obține cîte o imagine clară a obiectului pentru două poziții ale lentilei, separate între ele prin $D=22{,}4$ cm.

1° Să se calculeze distanța focală a lentilei și dimensiunile celor două imagini, știind că obiectul este o linie luminoasă cu lungimea $l=1$ cm.

2° Se așază la distanța $d_1=20$ cm de această lentilă, pe axa principală, o fantă luminoasă verticală. Unde trebuie așezat ecranul pentru a se obține o imagine clară a fantei ?

3° Între ecran și lentilă, la distanța $d_2=10$ cm de lentilă, se intercalează o prismă de unghi mic, cu muchia paralelă cu fanta și primind fasciculul luminos aproape normal. Imaginea fantei pe ecran se deplasează cu $a=8$ mm. Să se calculeze unghiul prismei, știind că indicele său de refracție este $n=\frac{3}{2}$.

(Școala politehnică — București, 1945)

722 Se consideră o lentilă convergentă L_1 cu convergența $C_1=4\ \delta$. O fantă luminoasă F, perpendiculară pe axa principală și situată la distanța $d=30$ cm în stînga lentilei L_1 este luminată cu lumină albă.
Pe traiectul razei de lumină, la distanța $d_1=1$ m față de lentilă și în dreapta ei, se află o oglindă plană O, înclinată cu 45° pe axă.
Imaginea F' a fantei este prinsă de o lentilă L_2 cu convergența $C_2=5\ \delta$ și situată la distanța $d_2=75$ cm de punctul de intersecție M al oglinzii cu axa. Această lentilă dă pentru F o imagine reală F'' care este prinsă pe un ecran.
1° La ce distanță de a doua lentilă trebuie așezat ecranul ?
2° În punctul F', între oglindă și lentila L_2, se așază fața unei prisme cu indicele de refracție $n=\sqrt{2}$ și avînd unghiul de la vîrf $A=30°$. Cu cît trebuie să rotim partea a doua a figurii pentru a obține în mod convenabil imaginea finală și care este aspectul acesteia ?

(Bacalaureat, Franța)

723 O lentilă convergentă foarte subțire, cu distanța focală $f=20$ cm, este plasată deasupra unui vas cilindric, astfel încît axa sa să fie verticală. Această axă întîlnește fundul vasului într-un punct A, pentru care lentila dă o imagine reală A'. Distanța $AA'=l$ este de 80 cm.
Se toarnă apă în vas pînă ce se formează un strat de grosime $e=30$ cm. În aceste condiții, imaginea reală pe care o dă lentila pentru punctul A se va găsi deplasată la o distanță $a=12$ cm deasupra primei poziții A'. Să se deducă din această experiență valoarea indicelui de refracție al apei.

(Bacalaureat, Franța)

724 O lentilă avînd convergența $C=5\ \delta$ se așază orizontal la distanța $d_1=45$ cm deasupra fundului unei cuve goale. La distanța $d_2=40$ cm deasupra lentilei și pe axa sa principală se află un punct luminos A.
1° La ce înălțime trebuie să se ridice apa în cuvă pentru ca imaginea punctului A să se formeze exact pe fundul vasului ? Indicele de refracție al apei este $n=\frac{4}{3}$.
2° Se înlocuiește toată apa cu un volum egal dintr-un lichid oarecare. Să se determine indicele de refracție al acestui lichid, știind că, pentru a menține imaginea punctului A pe fundul cuvei, trebuie să îndepărtăm punctul A de lentilă cu distanța $d=3$ mm.

(Bacalaureat, Franța)

725 Un punct luminos A este situat pe axa principală a unei lentile convergente subțiri de 5 dioptrii, la 25 cm depărtare de centrul ei optic C_1. Dincolo de lentilă, la 50 cm de C_1, se află o oglindă plană O, înclinată cu 45° pe axa principală a lentilei L_1. La 80 cm de punctul de intersecție O al oglinzii plane cu axa principală a lentilei L_1, pe o direcție perpendiculară pe axă, se află centrul optic C_2 al unei lentile convergente subțiri de 4 dioptrii (L_2).
1° Să se determine poziția imaginii finale A'' față de C_2.
2° Pînă la nivelul B aflat la 75 cm sub C_2 se introduce apă. Unde se va forma acum în apă imaginea finală A''' ?
3° Înlăturînd apa, unde trebuie așezată lentila L_2, pentru ca imaginea A'' dată de C_2 să fie tot în A''' ?

(Olimpiadă, 1965)

30. OCHIUL ŞI VEDEREA. INSTRUMENTE OPTICE

726 O persoană vede clar obiectele care se află la mai mult de 40 cm de ochii săi.

1° Ce devin pentru acest observator limitele vederii distincte, cînd el priveşte prin ochelari ale căror lentile sferice au o convergenţă $C=1\ \delta$?

2° Limitele vederii distincte pentru o persoană sînt 11 cm şi 101 cm. Ce devin aceste limite cînd persoana respectivă foloseşte ochelari ale căror lentile au o convergenţă $C'=-1\ \delta$?

Distanţa între ochi şi centrul optic al lentilei este în ambele cazuri $d=1$ cm.

(Bacalaureat, Franţa)

727 Un observator miop care vede clar între distanţele $d=10$ cm şi $D=2$ m, observă o linie care are grosimea $e=0{,}1$ mm, cu ajutorul unei lupe ce are convergenţa $C=50\ \delta$. Ochiul se află la distanţa $a=2$ cm faţă de lupă.

1° Între ce limite poate observatorul să deplaseze obiectul faţă de lupă, fără a înceta să vadă clar linia?

2° Sub ce diametru aparent vede ochiul grosimea acesteii linii cînd ea ocupă o poziţie oarecare între limitele găsite anterior?

3° Care este poziţia obiectului cea mai favorabilă pentru observaţie?

(Bacalaureat, Franţa)

728 Pentru un miop, distanţele maximă şi minimă de vedere distinctă sînt, respectiv, $\Delta=50$ cm şi $\delta=7$ cm. El îşi procură ochelari care îi permit să vadă obiectele situate la infinit.

Care este convergenţa lentilelor ochelarilor şi ce devine acum noua distanţă minimă de vedere clară?

(Bacalaureat, Franţa)

729 1° Un miop are punctum remotum $D=50$ cm. Care este convergenţa lentilelor pe care trebuie să le folosească pentru a vedea distinct la infinit?

2° Folosind lentile cu convergenţa $C=10\ \delta$, acest miop vede distinct fără acomodare obiectele situate la punctum proximum. La ce distanţă este punctum proximum?

3° Îmbătrînind, acest miop devine complet prezbit. Ce lentile trebuie să folosească pentru a vedea distinct la distanţa $d=25$ cm?

Se neglijează distanţa între lentilele ochelarilor şi ochi.

(Bacalaureat, Franţa)

730 Un ochi cu centrul optic O vede imaginea unui mic obiect MP obţinută cu o lentilă convergentă L, a cărei convergenţă este $C=10\ \delta$ şi ale cărei focare sînt O şi F (fig. 150).

Se ştie că viziunea este clară numai cînd punctul M descrie segmentul AB definit prin $FA=1$ cm şi $FB=4$ cm.

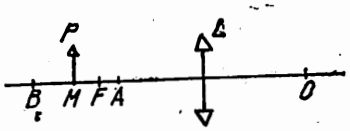


Fig. 150.

1° Să se cerceteze natura anomaliei prezentată de acest ochi.

2° Să se calculeze convergenţa lentilelor care permit vederea clară la infinit fără acomodare.

3° Să se calculeze distanţa la care se află punctul proximum cînd se folosesc aceste lentile.

(Bacalaureat, Franţa)

731 Un miop privește printr-un instrument optic după un prezbit. Va trebui să împingă sau să tragă ocularul ?

(Bacalaureat, Franța)

732 O clădire se fotografiază de la distanța de 100 m. Înălțimea clădirii pe fotografie este de 5 cm. Care este înălțimea reală a clădirii, distanța focală a obiectivului aparatului fotografic fiind de 15 cm ?

(Olimpiadă, 1955; Facultatea de matematică și fizică — București, 1959)

733 Se dă un sistem optic format din obiectivul O și ocularul C. Un obiect este așezat la o distanță $a=3$ mm de obiectiv. Distanța focală a obiectivului este $f=2$ mm. Care trebuie să fie distanța x dintre cele două lentile, pentru ca un observator a cărui distanță minimă de vedere distinctă este $d=27$ cm, să vadă clar imaginea obiectului ? Se presupune că ochiul observatorului coincide cu centrul optic al ocularului. Se cunoaște distanța focală a ocularului $f_1=3$ cm.

(Bacalaureat, Franța)

734 Un microscop este format din două lentile subțiri așezate la distanța L una față de cealaltă ; obiectivul are distanța focală F, iar ocularul distanța focală f'.

1° Se așază un obiect AB pe platina microscopului și se reglează microscopul încît imaginea definitivă a obiectului să se formeze la infinit. Să se calculeze distanța p a obiectului față de obiectiv.

2° Se pune pe platina microscopului o lamă cu fețe paralele de grosime necunoscută e și cu indicele de refracție necunoscut n și se așază obiectul AB pe această lamă. Pentru ca imaginea obiectului AB să se formeze la infinit, pe ce distanță a trebuit să deplasăm microscopul ?

3° În sfîrșit, se așază obiectul AB pe platina microscopului și se acoperă acest obiect cu lama cu fețe paralele.

Pentru ca imaginea să se formeze la infinit, se deplasează microscopul cu distanța b față de poziția sa din cazul de mai sus. Cunoscînd a și b, să se calculeze grosimea e și indicele de refracție n al lamei.

(Bacalaureat, Franța)

735 O lunetă astronomică este montată pentru vedere netă la infinit. Se observă un obiect terestru cu aceeași lunetă și se constată că pentru a vedea net imaginea lui trebuie să se mărească cu 1 cm distanța dintre ocular și obiectiv. La ce distanță de obiectiv se găsește obiectul observat, distanța focală a obiectivului fiind de 120 cm ?

(Facultatea de fizică — București, 1965)

736 Un obiect luminos este văzut în centrul optic al obiectivului unei lunete astronomice sub un unghi $i=2\,\alpha$. Distanța focală a obiectivului este $f=12$ cm. Distanța focală a ocularului este $f'=2$ cm. Distanța dintre cele două lentile este $d=14$ cm.

Sub ce unghi β se va vedea imaginea din centrul ocularului ? Distanța dintre obiect și lunetă se consideră infinită în raport cu distanța focală.

(Bacalaureat, Franța)

737 O lunetă astronomică, avînd distanțele focale ale obiectivului și ocularului respectiv F și f, este îndreptată spre un obiect aflat față de obiectiv la distanța D, de către un observator care are distanța minimă de vedere clară d. Să se calculeze distanța x dintre obiectiv și ocular, cînd observatorul va vedea clar obiectul.

(Bacalaureat, Franța)

738 ● Se consideră un instrument optic alcătuit din două oglinzi sferice concave M și M', ale căror raze de curbură sînt respectiv $R=4$ m și $R'=1$ m. Oglinzile au aceeași axă principală și fețele reflectătoare se află față în față. Oglinda M, a cărei deschidere este mult mai mare decît a lui M', are în vîrf o mică fantă, în care se fixează o lupă L cu distanța focală $f=2$ cm. Se îndreaptă axa acestui aparat către centrul unei stele cu diametrul aparent de 50″.

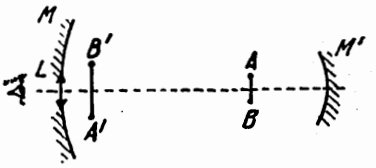


Fig. 151.

1° Să se afle poziția și mărimea imaginii dată de oglinda M.

2° În ce punct al axei trebuie să se afle oglinda M' pentru a da (cu ajutorul primei imagini) o a doua imagine, mai mare, care, fiind observată cu ajutorul lupei (ochiul fiind așezat în spate așa cum indică fig. 151), să fie văzut la infinit?

3° Să se calculeze mărimea acestei imagini, diametrul aparent al imaginii definitive față de lupă și grosismentul întregului aparat.

(Bacalaureat, Franța)

739 Privind printr-o lunetă cu un ochi insuficient acomodat, se observă imaginea Soarelui. La distanța de 16 cm de ocular se așază un ecran. Cu cît trebuie deplasat ocularul pentru a se obține pe ecran imaginea Soarelui? Distanța focală absolută a ocularului este 2 cm.

(Concursul școlilor medii, 1963, R. P. Ungară)

31. OPTICA ONDULATORIE

740 O fantă F luminată de un izvor de lumină S trimite raze de lumină monocromatică, cu lungimea de undă în aer $\lambda=6\cdot10^{-4}$ mm, spre două fante foarte înguste A și B, tăiate dintr-un ecran E, perpendicular pe FS în O ($AO=BO=0{,}5$ mm). Un al doilea ecran E', paralel cu E, este așezat la distanța $D=1$ m de primul ecran.

1° Care este distanța dintre franjele de interferență care se observă pe E'?

2° Cum s-ar modifica această distanță dacă spațiul dintre E și E' s-ar umple cu apă $\left(\text{indice de refracție } n=\frac{4}{3}\right)$?

(Bacalaureat, Franța)

741 La una din extremităţile unui tub T se plasează o diafragmă prevăzută cu o fantă verticală O (fig. 152). În interiorul acestui tub T se introduce un al doilea tub T', purtînd la o extremitate o diafragmă prevăzută cu două fante A şi B, paralele cu fanta O. Se luminează fanta O cu ajutorul unei surse monocromatice.

1° Să se descrie fenomenul observat cu ajutorul unui ocular aşezat la cealaltă extremitate a tubului T'.

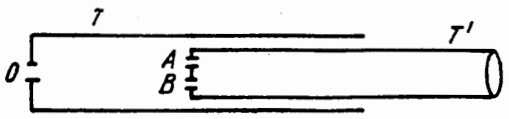


Fig. 125.

2° Ştiind că distanţa dintre fantele A şi B este egală cu $d=0{,}2$ cm şi că observarea se face într-un plan situat la distanţa $D=1$ m de diafragma AB, să se calculeze distanţa de la a cincea franjă strălucitoare la franja centrală. Sursa emite o radiaţie de lungime de undă $\lambda=0{,}5$ μ.

(Bacalaureat, Franţa)

742 Lumina monocromatică, emisă de o sursă S, cade pe o fantă subţire F, apoi pe un ecran DD' prevăzut cu două fante fine F_1 şi F_2. Fantele sînt verticale şi aşezate la aceeaşi înălţime. Între fantele F_1 şi F_2 este o distanţă de 2 mm. Se observă franjele de interferenţă pe un ecran EE'_2. Se va lua ca plan al figurii planul perpendicular pe fante. Această figură admite ca axă de simetrie dreapta FA, A fiind mijlocul distanţei F_1F_2. Se determină distanţa dintre două franje luminoase consecutive. Se găseşte distanţa aceasta egală cu 0,34 mm.

Se deplasează ecranul EE' cu o distanţă egală cu 0,5 m. În noua sa poziţie, $E_1E'_1$, ecranul rămîne perpendicular pe FA. Distanţa dintre două franje luminoase consecutive este atunci 0,51 mm.

1° Să se calculeze lungimea de undă a luminii folosite.

2° Să se calculeze valoarea unghiului φ sub care se vede din punctul B segmentul F_1F_2, B fiind punctul de întîlnire între FA şi EE'.

3° Facem să se rotească ecranele DD' şi EE' cu acelaşi unghi θ, în acelaşi sens, respectiv în jurul a două axe perpendiculare pe planul figurii şi trecînd unul prin A şi altul prin B. Fie $D_1D'_1$, $E_2E'_2$, noile poziţii ale ecranelor DD' şi EE'. Pe de altă parte se aşază în faţa fantei F_2 o lamă plan-paralelă cu grosimea de 5 μ şi indice 1,57 pentru lumina folosită; se constată că franja centrală este în B', AB' fiind perpendiculară pe $E_2E'_2$.

Să se calculeze valoarea unghiului θ.

(Bacalaureat, Franţa)

743 Un izvor de lumină monocromatică luminează două fante înguste efectuate într-un paravan P. Distanţa dintre fante este de 1 mm, iar între izvorul de lumină şi paravanul P este plasat un alt paravan, cu o fantă ce se găseşte pe mediatoarea dintre cele două fante. Pe un al treilea paravan P', aflat la un metru depărtare de P şi paralel cu el, se formează un sistem de franje de interferenţă.

1° Interfranja (distanţa dintre două maxime sau două minime alăturate) fiind de 0,6 mm, să se determine lungimea de undă a luminii în aer.

2° Cum se modifică interfranja, dacă spaţiul dintre paravane se umple cu apă? Se ştie că viteza luminii în apă este 3/4 din viteza luminii în aer.

3° Cum se va observa fenomenul de interferență, dacă fantele sînt luminate cu lumină albă ? Care va fi lățimea spectrului, cînd între paravane se află aer, știind că lumina vizibilă are lungimea de undă cuprinsă între 0,75 μ (roșu) și 0,4 μ (violet) ?

(Olimpiadă, 1960)

744 Care este ordinul maxim al spectrului ce poate fi privit în cazul difracției luminii cu $\lambda=590$ μm, pe o rețea de difracție avînd 500 de trăsături pe 1 mm ?

(Facultatea de matematică și fizică — arșovia, 1960)

32. ATOMUL

745 Raza primului nivel energetic din modelul atomic al lui Bohr este de 0,53 Å. Să se determine :

1° viteza liniară a electronului care se mișcă pe acest nivel ;

2° de cîte ori este mai mare această viteză decît prima viteză cosmică ;

3° de cîte ori este mai mare frecvența de rotație a acestui electron decît frecvența de rotație a rotorului unei turbine care face 12 000 rotații pe minut.

(Olimpiadă, 1962)

746 Izotopul $^{35}_{17}Cl$, bombardat cu neutroni, trece în radiosulf $^{36}_{16}S^*$ care este negatogen, avînd timpul de înjumătățire de 87 zile, cu eliberare de 168 keV.

1° Să se scrie reacțiile acestor dezintegrări.

2° Să se calculeze energia reacției de formare a radiosulfului. Este exoenergetică sau endoenergetică ?

3° Să se calculeze numărul de neutroni necesari reacției inițiale, pentru ca radiosulful obținut să dezvolte prin dezintegrare o cantitate de căldură de 10 J într-o secundă, știind că neutronii își ating ținta în proporție de 75%. Se dau :

$m_p=1{,}00759$ u, $m_n=1{,}00898$ u, masa nucleului de clor $m_{Cl}=34{,}98007$ u, masa nucleului de sulf $ms=34{,}98022$ u.

(Olimpiadă, 1964)

747 Cu hidrogenul greu care intră în compoziția apei grele se realizează următoarele reacții termonucleare :

$$a)\ {}^2_1H+{}^2_1H={}^3_1H+{}^1_1p+E_1,$$

$$b)\ {}^2_1H+{}^2_1H={}^3_2He+{}^1_0n+E_2,$$

$$c)\ {}^2_1H+{}^3_1H={}^4_2He+{}^1_0n+E_3,$$

$$d)\ {}^2_1H+{}^3_2He={}^4_2He+{}^1_1p+E_4.$$

Să se determine :

1° Cantitățile de energie exprimate în MeV obținute în cele patru reacții, cunoscînd masele corespunzătoare în u : (^2_1H... 2,01474) ; (^3_1H... 3,01700); (^3_2He... 3,01697) ; (^4_2He... 4,00387).

2° Cu cîți litri de benzină echivalează un litru de apă cu al cărui hidrogen greu s-ar realiza cele patru reacții nucleare, cunoscînd că :

α) la 6 000 molecule de apă obișnuită se află 1 moleculă de apă grea ;

β) cele patru reacții menționate se realizează cu aceeași probabilitate ;

γ) puterea calorică a benzinei este de $46\frac{MJ}{kg}$, densitatea $800\frac{kg}{m^3}$ și că 1 eV= $=1{,}602\cdot10^{-19}$ J.

3° Din ce cantitate de uraniu 235 s-ar elibera aceeași energie (cît a hidrogenului dintr-un litru de apă) prin fisiune nucleară ?
Se amintește că un atom $^{235}_{92}U$ eliberează prin fisiune 200 MeV.

4° În cît timp o tonă de radiu eliberează aceeași cantitate de energie prin dezintegrare radioactivă ?

Se amintește că 1 gram de radiu emite prin dezintegrare $580\frac{J}{h}$

(Olimpiadă, 1963)

748 Nucleele radioactive artificiale ^{32}P și ^{131}I au timpul de înjumătățire T_P= =14 zile și T_I=7 zile. Considerînd că în momentul inițial, numărul nucleelor radioactive de iod este de 2 ori mai mare decît numărul nucleelor de fosfor, să se calculeze după cît timp raportul numărului de nuclee rămase nedezintegrate se inversează.

(Facultatea de fizică — București, 1965)

749 Dacă izotopul fosfor 32 (^{32}P) ar emite numai radiații β de 1,7 MeV, să se calculeze cantitatea de ^{32}P necesară pentru a se elibera un debit de căldură de 10 W, cunoscînd durata de înjumătățire de 14 zile.

(Facultatea de fizică-Timișoara, 1963)

33. PROBLEME DIVERSE

750 Un corp de 300 kg pornește din repaus și se mișcă pe un plan orizontal cu accelerația de $0{,}1\frac{m}{s^2}$, timp de 1 min, după care forța de tracțiune dispare. În continuare coboară pe o pantă de 30°, lungă de 50 m, apoi se mișcă pe un plan orizontal pînă la oprire. Pe pantă μ=0,1, iar pe porțiunile orizontale μ'=0,2. Se cer :

1° viteza corpului la marginea superioară a pantei ;
2° forța de tracțiune pe prima porțiune ;
3° accelerația pe pantă și viteza la baza ei ;
4° înălțimea pantei și energia potențială a corpului la marginea superioară ;
5° timpul și spațiul străbătut pe ultima porțiune orizontală.

Se va considera $g=10\frac{m}{s^2}$.

(Olimpiadă, 1966)

751 O minge de rază R=2,5 cm, din cauciuc, cu peretele de grosime δ=3 mm, cade vertical în aer, azvîrlită de la o înălțime h=2,5 m.

1° Să se determine masa și greutatea mingii, cunoscînd densitatea cauciucului $\rho=1{,}3\cdot10^3\frac{kg}{m^3}$.

2° Să se determine viteza cu care mingea lovește pămîntul, știind că viteza inițială de aruncare este de $1{,}5\frac{m}{s}$.

3° Admiţînd că mingea pierde prin atingerea cu pămîntul 20% din viteză, să se determine înălţimea pînă la care se va ridica din nou mingea, precum şi duratele acestor două parcursuri.

4° Să se calculeze lucrul mecanic efectuat de cîmpul gravitaţional în timpul acestor două parcursuri.

5° Se prinde de minge un inel. Prin inel se trece un fir flexibil şi inextensibil, care are una din extremităţi fixată în A, iar cealaltă este trecută, la acelaşi nivel, peste un scripete fix C şi are la extremitate un corp de greutate $P=0{,}35$ N.
Să se determine unghiul format de cele două segmente ale firului, în poziţia de echilibru (v. fig. 32).

(Şcoala de poduri şi şosele, 1916)

752 Se ştie că atunci cînd o sferă cu raza R se deplasează relativ încet, într-o mişcare rectilinie uniformă, cu o viteză v, rezistenţa opusă prin frecările cu aerul este dată de formula lui Stokes

$$F=6\,\pi\,\eta\,R\,v,$$

η fiind coeficientul de viscozitate, care pentru aer are valoarea $1{,}9\cdot10^{-5}\,\frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}$.

Se consideră că ceaţa cade cu o viteză uniformă $v=1{,}15\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

1° Să se determine diametrul picăturilor care compun ceaţa.

2° În această mişcare, picăturile se încălzesc. De la ce înălţime trebuie să cadă ceaţa pentru ca fiecare picătură să se încălzească cu $\Delta\theta=0{,}1°\text{C}$? Se presupune că toată căldura produsă foloseşte la încălzirea picăturii.

(Bacalaureat, Franţa)

753 De un cadru ce atîrnă vertical (fig. 153) se fixează capătul unui fir. De celălalt capăt al firului se leagă o mică sferă. Pendulul astfel obţinut se înclină cu un unghi α, apoi este lăsat liber. În momentul trecerii sferei prin poziţia de echilibru (punctul B), rama începe să cadă liber. Cînd sfera atinge poziţia C care formează cu poziţia de echilibru un unghi drept, cadrul se opreşte brusc. Cu ce unghi α trebuie înclinat pendulul, pentru ca el să aibă o viteză egală cu a cadrului în clipa opririi acestuia ?

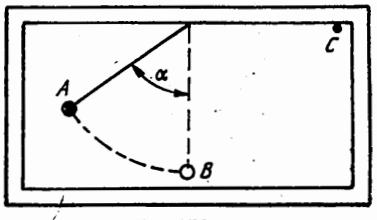


Fig. 153.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

754 Un automobil urcă o rampă cu panta de 5% cu o viteză constantă $v_1=40\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Pe parcursul acestui urcuş automobilul întîlneşte un ciclist ce coboară rampa mergînd liber (fără a pedala). În momentul întîlnirii, viteza ciclistului este $v_2=30\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Se neglijează rezistenţa aerului asupra ciclistului şi influenţa frecărilor asupra mişcării sale. De asemenea se presupune că el nu se serveşte de frîne. La momentul $t=15$ s după întîlnire, ciclistul aude explozia unui cauciuc de automobil.

Viteza sunetului în aer la 0°C fiind $v_s=331\frac{m}{s}$ și temperatura mediului înconjurător $\theta=20°C$, să se afle, față de punctul de întîlnire, pozițiile automobilului și ale ciclistului în momentul producerii exploziei cauciucului.

$$\left(v'_s=v_s\sqrt{1+\alpha t},\ \text{cu}\ \alpha=\frac{1}{273}\ \text{grd}^{-1}\right).$$

(Bacalaureat, Franța)

755 Un puț de mină are adîncimea $h=337{,}5$ m. Cutia ascensorului are masa $m=900$ kg. Pentru a-l ridica din fundul minei, este tras cu ajutorul unui cablu exercitînd o forță constantă. Accelerația obținută de ascensor este $a_1=0{,}5\frac{m}{s^2}$. După timpul $t_1=30$ s, socotit din momentul plecării, se schimbă tensiunea cablului și mișcarea devine uniform încetinită, astfel că ascensorul ajunge la intrarea în puț fără viteză. Să se calculeze:
1° drumul parcurs și viteza atinsă după primele 30 s de la plecare;
2° accelerația a_2 în timpul urcării, după schimbarea tensiunii în cablu;
3° timpul total necesar ascensorului pentru a ajunge din fundul puțului pînă la intrare;
4° tensiunile în cablu pentru cele două faze ale mișcării;
5° lucrul mecanic total.

(Bacalaureat, Franța)

756 Peste un scripete de masă neglijabilă, mobil într-un plan vertical în jurul unei axe fixe O, se trece un fir foarte subțire de masă neglijabilă, avînd la extremități două corpuri de plumb, de mase M și M'. Corpul cu masa M' se găsește cufundat într-un recipient plin cu apă, iar cel cu masa M se află în aer.
Printr-un procedeu oarecare sistemul este menținut la început în repaus, apoi este lăsat liber.
Se consideră că rezervorul cu apă este destul de adînc pentru ca în tot acest timp corpul cu masa M' să rămînă cufundat.
1° Care va fi accelerația mișcării, neglijînd toate frecările?
2° Care va fi lucrul mecanic efectuat de forța gravitațională după timpul t socotit de la începutul mișcării?

(Bacalaureat, Franța)

757 Un corp cu masa $m=2$ kg, suspendat de un fir inextensibil, ce trece peste un scripete de masă și de dimensiuni neglijabile, trage orizontal un cărucior de masă $M=10$ kg. Acest cărucior poate aluneca fără frecare pe un plan orizontal perfect neted. Un resort R, de masă neglijabilă, gradat în prealabil și intercalat pe fir, poate măsura prin alungirea sa tensiunea din acest fir, adică forța T cu care el acționează atît asupra corpului cu masa m cît și asupra celui cu masa M (fig. 154).

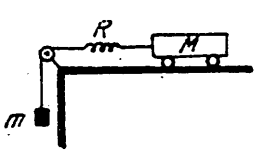


Fig. 154.

Sistemul fiind lăsat liber, fără viteză inițială resortul ajunge la o alungire constantă și mișcarea devine uniform accelerată.
1° Să se calculeze accelerația a a mișcării și tensiunea T în fir.

2° Considerînd alungirea resortului proporțională cu forța de întindere (tensiunea); să se determine diferența între lungimea resortului în timpul mișcării și lungimea sa cînd căruciorul stă pe loc.
Se știe că resortul s-ar alungi cu 1 cm dacă ar fi acționat de o forță de întindere de 10 N.

3° De căruciorul M se leagă un al doilea cărucior, de aceeași masă, prin intermediul unui alt resort R'. Să se calculeze accelerația a' a întregului sistem și tensiunile T_1 și T_2 în cele două resorturi.

(Școala navală, Franța)

758 Un om cu masa de 70 kg se urcă pe o scară cu masa de 35 kg și lungimea de 6 m, scara fiind sprijinită sub un unghi de 45° de un perete vertical. rugos. Dacă coeficientul de frecare la fiecare capăt al scării este 0,5, cît de sus se poate urca omul pe scară, fără ca aceasta să alunece?

(Bacalaureat, Anglia)

759 Două puncte A și D aflate pe o dreaptă orizontală, se unesc prin două arce de cerc, ABD și ACD, de lungime egală și aflate în același plan vertical. Un corp începe să se miște cu o anumită viteză inițială pe arcul ABD, pornind din A. Apoi, același corp, cu aceeași viteză inițială, pornind tot din A, se va mișca pe arcul ACD. Coeficienții de frecare pentru ambele arce sînt aceiași. Să se compare vitezele cu care corpul considerat ajunge în punctul D în cele două cazuri.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

760 Un mic cărucior de masă $m'=1{,}8$ kg poate aluneca fără frecare pe un plan înclinat ce face cu planul orizontal un unghi $\alpha=30°$. Un corp din plumb $\left(\rho_{Pb}=11{,}3\cdot10^3\frac{kg}{m^3}\right)$, cu masa $m=1$ kg, căzînd vertical antrenează acest cărucior prin intermediul unui fir ce trece peste un scripete de masă neglijabilă. La momentul inițial cele două corpuri se află, respectiv, în M_0' și M_0 (fig. 155). La momentul t ele ajung în M_1' și M_1.

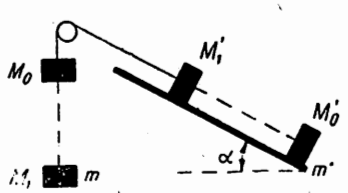


Fig. 155.

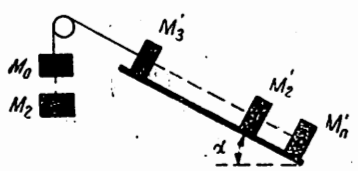


Fig. 156.

1° Să se calculeze t, știind că $M_0M_1=S_1=1$ m.

2° Corpul din plumb se oprește, fără a sări în sus, pe un obstacol plasat în M_2 (fig. 156).
Știind că $M_0M_2=S_2=0{,}7$ m, să se calculeze cantitatea de căldură degajată prin această oprire.

3° Căruciorul continuă mișcarea sa pe plan pînă în M_3'. Să se calculeze distanța $M_0'M_3'=S_3$.
Să se indice care va fi mișcarea ulterioară a sistemului.

4° Se reîncepe prima experiență, aranjînd dispozitivul astfel încît corpul din plumb să fie cufundat în apă. Să se calculeze valoarea t' a timpului necesar pentru ca acest corp să cadă pe distanța $h=1$ m.

(Bacalaureat, Franța)

761 Un cabestan cu diametrul 0,5 m este acționat de un braț care măsoară 1,5 m de la axul cabestanului. Să se determine:

1° valoarea lucrului mecanic efectuat cînd un corp de o tonă este tras uniform cu un cablu pe distanța de 3 m, pe un plan înclinat a cărui înălțime este 0,6 din lungimea sa. Coeficientul de frecare este 0,5, iar cablul este mereu paralel cu suprafața planului;

2° forța aplicată capătului brațului și distanța pe care se deplasează punctul său de aplicație.

(Bacalaureat, Anglia)

762 La înălțimea h deasupra pămîntului s-a atîrnat, de un fir cu lungimea l, o mică sferă cu masa m. Pendulul astfel obținut este deplasat cu unghiul α față de verticală. Se dă drumul sferei. La un moment dat, în timpul întoarcerii la poziția de echilibru, firul se rupe. La ce înălțime se află sfera în acel moment și în ce punct a căzut pe pămînt dacă forța de rupere a firului este F? Se consideră $h=10$ m, $l=1$ m, $m=1$ kg, $F=21$ N, $g=10\frac{m}{s^2}$, $\alpha=90°$.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

763 Un disc de alamă, cu densitatea $8{,}9\cdot10^3\frac{kg}{m^3}$, diametrul 10 cm și grosimea 5 mm, este făcut să se rotească pe o masă, în jurul unui ax vertical, aplicînd pe circumferința sa un cuplu de forțe.

1° Să se determine valoarea momentului cuplului care face ca discul după 0,5 s, să atingă turația de $21\frac{rot}{s}$.

2° Dacă același disc s-ar putea roti în jos, fără a aluneca, pe un plan cu panta $\frac{1}{12}$, care va fi viteza atinsă de el după 3 s?

(Bacalaureat, Anglia)

764 Pe o prismă cu masa $M=400$ g și lungimea $2l=80$ cm (fig. 157) se sprijină la mijlocul ei o mică sferă cu masa $m=100$ g. O forță constantă $F=30$ mN acționînd asupra prismei în intervalul de timp $\Delta t=2$ s, produce deplasarea laterală a prismei, după care forța își încetează acțiunea. Frecarea între prismă și suportul său poate fi neglijată. Frecarea între prismă și sferă împiedică alunecarea sferei, încît aceasta va efectua numai o mișcare de rostogolire; frecarea de rostogolire putînd fi, de asemenea, neglijată. După cît timp cade sfera de pe prismă?

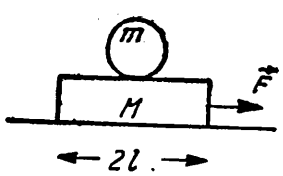


Fig. 157.

(Concursul școlilor medii, 1963, R. P. Ungară)

765 O sferă cu masa $m=100$ g se rostogolește pe un plan înclinat cu un unghi $\alpha=30°$ față de orizontală. Sfera este oprită brusc după un drum S ce trebuie determinat, știind că energia ei cinetică produce prin transformare o cantitate de căldură egală cu aceea degajată de un fir incandescent prin care trece un curent cu intensitatea $I=0{,}5$ A, în timpul $t=0{,}1$ s, sub tensiunea $U=120$ V.

(Bacalaureat, Franța)

766 Un bloc de piatră cu masa de 5 tone este deplasat uniform pe o șosea construită pe un deal, cu ajutorul unui cablu tras de un tractor. Coeficientul

de frecare este $\mu=0{,}4$. Cablul are secțiunea transversală de 2 cm², lungimea de 10 m și modulul de elasticitate $E=2{,}2\cdot10^{11}\frac{N}{m^2}$. Blocul se ridică pe verticală cu 1 m pentru fiecare 10 m parcurși pe șosea. Să se calculeze:
1° alungirea relativă a cablului;
2° energia de deformare a cablului;
3° ce cantitate de apă cu temperatura de 80°C ar putea să fie transformată în vapori de apă la 100°C, dacă s-ar utiliza energia de deformare a cablului (căldura latentă de vaporizare a apei $\lambda=2{,}25\frac{MJ}{kg}$).

(Olimpiadă, 1963)

767 O garnitură de tren este compusă din două locomotive avînd fiecare masa $m_1=50$ tone și din trei vagoane, fiecare cu masa $m_2=25$ tone. Locomotivele sînt acționate de cîte două motoare funcționînd sub o tensiune continuă $U=500$ V.
1° Trenul pleacă din stație pe un drum orizontal. Fiecare motor absoarbe la momentul $t=20$ s, un curent cu intensitatea $I=235$ A. Randamentul mediu al motoarelor fiind considerat 80%, care va fi viteza trenului în acest moment și care va fi accelerația medie la pornire?
2° Cu această viteză obținută după 20 de secunde de la pornire, și care rămîne constantă, trenul intră într-o curbă cu raza $R=750$ m. Să se afle tangenta unghiului pe care trebuie să-l facă planul șinelor cu cel orizontal pentru ca trenul să nu aibă tendința de deraiere. Să se deducă suprainălțarea șinei exterioare față de cea interioară, ecartamentul șinelor fiind $d=1{,}45$ m.
3° Cu aceeași viteză, trenul începe să urce o rampă cu înclinarea de 0,8 cm la metru.
Întrerupîndu-se curentul, ce distanță va mai parcurge trenul, neglijînd frecările?

(Bacalaureat, Franța)

768 O garnitură de tren se compune dintr-o locomotivă cîntărind $m_1=50$ tone și dintr-o remorcă cu masa $m_2=25$ tone. Motorul de antrenare, cu randamentul $\eta=95\%$, funcționează sub o tensiune $U=500$ V și absoarbe un curent $I=250$ A; el furnizează locomotivei energia pe care aceasta o utilizează la cîrlig cu o pierdere de 20%. Trenul urcă o pantă de $8‰$ cu viteza constantă $v=4\frac{m}{s}$.
1° Să se calculeze forța la cîrlig și rezistența datorită frecărilor pe care o învinge trenul.
2° În urma unui accident, curentul este întrerupt brusc. Se pun în funcțiune frînele ce acționează în timpul $t=20$ s pînă la oprire. La ce distanță de locul accidentului se găsește atunci trenul?
3° Care este lucrul mecanic absorbit de frîne cînd ele opresc trenul? Se va admite că rezistențele pasive sînt independente de viteza trenului.
4° Dacă se presupune că acest lucru mecanic se transformă integral în căldura luată de frîne, cu cît se ridică temperatura acestora? Frînele cîntăresc $m_3=50$ kg și căldura specifică a metalului din care sînt confecționate este $c=0{,}48\frac{kJ}{kg\cdot grd}$. Se va lua $g=10\frac{m}{s^2}$.

(Bacalaureat, Franța)

769 Un tren este format dintr-o locomotivă de masă M și n vagoane de masă m fiecare. Între vagoane cît și între primul vagon și locomotivă există cîte un lanț de legătură cu lungimea l. În stare de repaus, distanța între vagoane, precum și între primul vagon și locomotivă este $l_0 < l$. Locomotiva dezvoltă permanent forța de tracțiune F.

1° Care va fi viteza trenului în momentul pornirii ultimului vagon din repaus ? Care va fi în acest caz energia cinetică totală ?

2° Ce energie se consumă pentru întinderea lanțurilor ?

(Concursul școlilor medii, 1959, R. P. Ungară

770 Un pendul simplu P, a cărui perioadă în condiții de izocronism este $T=1$ s, a fost depărtat cu un unghi $\alpha=60°$, apoi lăsat liber.

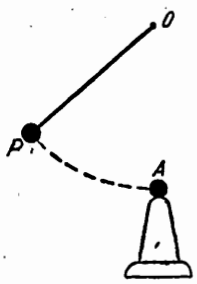


Fig. 158.

În punctul A cel mai de jos al cursei, el lovește o mică bilă de plumb, de aceeași masă, așezată pe un suport (fig. 158). Să se determine :

1° traiectoria bilei ;

2° abscisa bilei corespunzătoare unei ordonate $h=1$ m. Să se calculeze și viteza în acest moment t ;

3° la momentul t bila se oprește brusc. Presupunînd că bila ar absorbi toată căldura degajată prin lovire, ce temperatură va atinge ea ? Se dau : temperatura inițială $\theta_0=15°C$, căldura specifică a plumbului $c=125\,\frac{J}{kg\cdot grd}$.

(Bacalaureat, Franța)

771 Primul conteiner lansat în U.R.S.S. în direcția Lunii a avut masa de 390,2 kg. Să se determine :

1° la cît timp după contactul cu suprafața Lunii a ajuns pe Pămînt un semnal luminos produs în acel moment. Se va lua distanța Pămînt-Lună 384 400 km ;

2° ce greutate a avut pe Lună corpul sus-menționat ? Accelerația căderii libere pe lună este $g_L=1{,}62\,\frac{m}{s^2}$;

3° care va fi greutatea unui metru cub de materie lunară adusă pe Pămînt, dacă densitatea materiei lunare este de $3{,}39\cdot10^3\,\frac{kg}{m^3}$;

4° viteza cu care conteinerul a atins suprafața Lunii a fost de $3\,\frac{km}{s}$. Să se calculeze energia cinetică a corpului la atingerea suprafeței Lunii.

(Institutul politehnic — București, 1959)

772 Un tramvai cu masa $m=20$ t pleacă din repaus pe un drum orizontal. După 20 s de la pornire viteza lui este de $36\frac{km}{h}$. Avînd această viteză, tramvaiul trece peste un pod convex cu raza de curbură $R=50$ m.

Știindu-se că intensitatea curentului absorbit de la rețea este $I=100$ A, la viteza de $36\,\frac{km}{h}$, să se calculeze :

1° accelerația mișcării pe orizontală ;

2° tensiunea electrică a rețelei de alimentare ;

3° forța cu care apasă tramvaiul asupra podului, cînd acesta se află în punctul cel mai înalt al podului.

(Institutul politehnic — Cluj, 1958)

773 Două sfere cu centrele A și B cîntăresc fiecare $m=5$ kg. Se presupune că masele lor sînt concentrate în A și B. Ele sînt legate de punctul O prin tije de greutăți neglijabile, la un ax vertical OZ care se învîrtește cu o turație $n=60\frac{\text{rot}}{\text{min}}$. Lungimile OA și OB sînt egale cu $l=40$ cm. Tijele sînt articulate în O și se pot îndepărta de ax. Să se calculeze:
1° distanța AB dintre sfere;
2° tensiunile din tijele OA și OB;
3° lucrul mecanic cheltuit pentru a pune sferele în mișcare de rotație.
Accelerația gravitațională se va considera $g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

(Bacalaureat, Franța)

774 Un diapazon își înscrie vibrațiile pe un cilindru cu ax vertical aflat în mișcare uniformă de rotație.
În același timp, o sferă M, mobilă într-un tub OA, care se rotește împreună cu cilindrul, ia o poziție de echilibru M, astfel ca $OM=l=26$ cm (fig. 159). Tubul OA face cu axul vertical un unghi $\theta=45°$. După oprire se numără pe circumferința cilindrului 58,25 vibrații complete. Care este frecvența de oscilație a diapazonului?

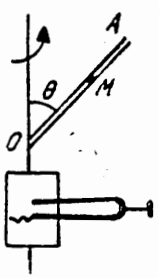


Fig. 159.

(Bacalaureat, Franța)

775 Un motor cu benzină consumă 40 l pe oră și are un randament de 30%. El acționează direct o elice formată din 2 ramuri, cîntărind fiecare 16 kg și care pot fi înlocuite în calcul fiecare printr-un punct material de aceeași masă situat la 1 m de axă și legat rigid de axă. Să se calculeze:
1° puterea utilă a motorului;
2° viteza unghiulară și turația elicei după 10 secunde de funcționare a motorului, presupunînd că nu există rezistență din partea aerului;
3° forțele centrifuge care tind să smulgă ramurile elicei din axul ei.
Se dau: densitatea benzinei $720\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, puterea calorică a benzinei $42\frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$.

(Școala politehnică — București, 1944)

776 Un satelit artificial cu masa de 4 500 kg descrie uniform o traiectorie circulară în jurul Pămîntului la înălțimea de 800 km deasupra nivelului mării. Să se determine:
1° viteza unghiulară a satelitului;
2° energia cinetică a satelitului;
3° cantitatea de combustibil care, arzînd într-un cuptor cu randamentul 80%, produce aceeași energie utilă.
Se dau: raza Pămîntului 6 400 km, puterea calorică a combustibilului $q=42\frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$, accelerația gravitației $g_0=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (la suprafața Pămîntului).

(Institutul politehnic — Brașov, 1961)

777 Un satelit artificial descrie în planul ecuatorial terestru o orbită circulară la altitudinea constantă de 3 600 km.

1° Să se calculeze viteza satelitului și durata unei mișcări de revoluție. Valoarea accelerației gravitaționale va fi luată $9{,}8\frac{m}{s^2}$ pe sol la ecuator și vom admite, pe de altă parte, că ea variază în raport invers cu pătratul distanței la centrul Pământului. Raza Pământului este considerată 6 400 km.

2° Care este energia cinetică a satelitului, știind că masa sa este de 500 kg ?,

3° Dacă altitudinea satelitului este de numai 1 600 km, care este viteza pe această orbită ?

4° Dacă în interiorul satelitului s-ar afla un pendul reglat la nivelul solului care ar fi perioada lui ?

(Bacalaureat, Spania și Portugalia)

778 Un resort de lungime l este fixat la un capăt. Agățînd la capătul liber un corp cu dimensiuni reduse, resortul se întinde, lungimea lui fiind de c ori mai mare ca lungimea inițială ($L=cl$). Se așază apoi resortul împreună cu corpul în poziție orizontală (fig. 160) ; arcul nu este întins și are lungimea l ;

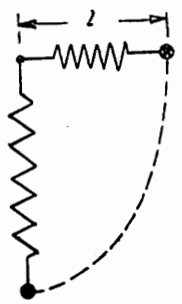


Fig. 160.

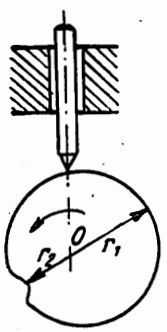


Fig. 161.

din această poziție i se dă drumul. Cu cît se va întinde resortul cînd corpul trece pe sub punctul de suspensie al arcului ?

(Concursul de fizică Eötvös, 1965, R. P. Ungară)

779 O camă (fig. 161), a cărei suprafață este formată din două porțiuni simetrice sub formă de spirale arhimedice, se rotește în jurul unui ax orizontal ce trece prin focarul comun al spiralelor, cu turația de 50 ture pe secundă. Raza maximă a camei $r_1=21$ mm, raza minimă $r_2=20$ mm. Pe camă se sprijină vîrful ascuțit al unei tije ce se poate mișca liber (fără frecare) pe verticală. Care este amplitudinea de oscilație a tijei și ce perioadă are ea ? Accelerația căderii libere se va lua $10\frac{m}{s^2}$.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

780 1° O vergea de masă neglijabilă, cu lungimea $l=50$ cm, are unul din capete fixat de un ax orizontal. La celălalt capăt se fixează un pahar cu apă. Să se calculeze numărul minim de rotații pe secundă pe care trebuie să-l facă vergeaua în plan vertical, pentru a evita vărsarea apei.

2° Vergeaua este făcută să se rotească cu două rotații pe secundă. Greutatea paharului fiind 2N, să se calculeze tensiunile în vergea cînd aceasta trece prin poziția verticală.

3° Se așază vergeaua în poziție orizontală, fixînd capătul liber de un resort la capătul căruia se află o greutate de 2N găurită, care poate aluneca fără frecare pe vergea (fig. 162). Lungimea arcului în poziție liberă fiind $l_0=20$ cm și știind că arcul se scurtează cu 5 cm cînd asupra sa acționează o forță de 10N, să se calculeze scurtarea arcului cînd vergeaua se rotește cu două rotații pe secundă.

(Cercul de fizică — București, 1956)

781 O vergea AB ce trece prin centrul unei sfere se poate roti în jurul axei verticale CD (fig. 163, *a*). Sfera poate aluneca în lungul vergelei, cursa ei

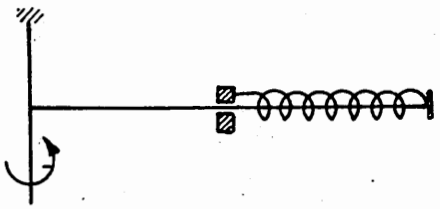


Fig. 162.

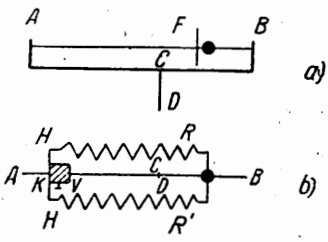


Fig. 163.

fiind limitată de o plăcuță F. Sfera este legată de două resorturi orizontale R și R' (fig. 163, *b*). Capetele H ale resorturilor pot fi menținute fixe față de vergea cu ajutorul șurubului V.

Lungimea vergelei $AB=l=1$ m. Masa sferei $m=50$ g. Cînd resorturile nu sînt întinse lungimea lor este 50 cm. Alungirea lor este proporțională cu forța de întindere. Această alungire este $\Delta l=1$ cm, atunci cînd o forță de întindere $F=1$N ar fi exercitată asupra celor două resorturi.

1° Punctul K se află la o distanță $d=10$ cm de A. Se așază plăcuța F între C și B la distanța $d_1=20$ cm de C (arcul este tensionat).

a) Pentru ce turație sfera părăsește plăcuța ? b) Pentru ce viteză ajunge în B ? c) Ce poziție ia sfera cînd vergeaua se rotește cu turația $n=360\,\frac{\text{rot}}{\text{min}}$?

2° Punctul K se deplasează în A cu ajutorul șurubului V. Pentru ce turație este sfera în echilibru ?

(Bacalaureat, Franța)

782 Într-un tub în formă de U, prevăzut cu robinete la capete, se află mercur cu densitatea ρ. Lungimea totală a coloanei de mercur este l. Înălțimea coloanei de aer în poziție verticală, deasupra mercurului din fiecare ramură, este h sub presiunea normală p_0.

Înclinînd puțin tubul și apoi aducîndu-l repede înapoi în poziție verticală, coloana de mercur începe să oscileze. Această experiență se efectuează întîi cu robinetele deschise, apoi cu robinetele închise. Să se determine raportul perioadelor de oscilație în cele două cazuri.

Se vor neglija variațiile de temperatură ale aerului, variațiile de volum ale mercurului și frecările.

(Concursul școlilor medii, 1963, R. P. Ungară)

783 Cineva dorește să stabilească momentul de inerție al roții din față a bicicletei sale. Pentru aceasta procedează astfel :

1° echilibrează complet roata pe ax, pentru orice poziție ;
2° pe o spiță a roții, la distanța l de ax, așază un corp de masă m foarte mică ;
3° cu axul orizontal, lasă roata să oscileze și măsoară perioada T.
Este posibil ca din aceste date să se obțină momentul de inerție căutat ? Ce valoare are acest moment dacă $m=0{,}5$ kg, $l=0{,}2$ m, $T=1{,}2$ s ?

(Concursul școlilor medii, 1965, R. P. Ungară)

784 Sub un jet de apă care curge dintr-un robinet plutește într-o baie o bilă ușoară. Rămîne oare bila sub jetul de apă ?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

785 Un pendul simplu are o perioadă a oscilației complete $T=4$ s.
1° Care este lungimea acestui pendul ? Se va considera $g=\pi^2\left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$.
2° Se depărtează pendulul cu un unghi α din poziția de echilibru. Care este, în funcție de α, viteza punctului material constituind pendulul, în trecerea sa prin poziția verticală ?
3° Care este, în funcție de α și de masa m a pendulului, tensiunea T în fir, cînd acesta trece prin poziția verticală ?
4° Firul se rupe sub acțiunea unei forțe f ; care este amplitudinea unghiulară minimă capabilă să provoace ruperea firului cînd trece prin poziția verticală ?
Aplicație numerică : $m=2$ kg, $f=4\pi^2$ (newtoni).

(Bacalaureat, Franța)

786 Un pendul simplu din fier are masa $M=1$ kg și lungimea de 1 m. La fiecare trecere prin poziția de echilibru străbate cu extremitatea sa inferioară printr-o picătură de mercur cu masa $m=5$ g, izolată termic de exterior. Amplitudinea unghiulară inițială este de 4°, iar după un număr oarecare de oscilații ea devine 1°. Să se determine :
1° viteza maximă a pendulului înainte de a atinge pentru prima oară picătura ;
2° cu cîte grade se încălzește mercurul pînă ce amplitudinea unghiulară se reduce la 1° ;
3° forța cu care trebuie să acționeze un magnet așezat sub pendul pentru ca el să bată secunda.
Se dau : $g=9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $c=0{,}14\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$ și se va ține seama că amplitudinea unghiulară este foarte mică în raport cu lungimea pendulului.

(Olimpiadă, 1961)

787 Un pendul de lungime $l=4$ m oscilează în jurul unui punct O cu o amplitudine unghiulară de 0,1 radiani și într-un loc unde accelerația gravitațională este egală cu $\pi^2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.
1° Să se calculeze perioada pendulului și viteza lui cînd trece prin verticala lui O.
2° Dacă se taie firul în momentul cînd trece prin verticala punctului O, să se calculeze distanța orizontală pînă la verticala lui O de la punctul în care el atinge solul, știind că punctul O este situat la $H=23{,}6$ m de sol.

(Bacalaureat, Montreal și New York, 1962)

788 Două ceasornice cu pendul A şi B au fost reglate exact, în acelaşi loc. Se transportă unul din ele, B, la o distanţă anumită dar şi la o altitudine $h=1\,000$ m deasupra nivelului unde se află A. Cu ajutorul unui semnal electric se pun în mişcare în acelaşi moment, la amiază.
Cînd ceasul A indică ora trei, se produce aproape de el un semnal sonor pe care observatorul aşezat aproape de B îl percepe foarte exact în momentul în care acest orologiu indică, de asemenea, ora trei. Care este distanţa dintre cele două ceasornice ? Se consideră viteza sunetului în aer $v=340\frac{m}{s}$ şi raza Pămîntului $R=6\,400$ km.

(Bacalaureat, Franţa)

789 ● Un electromagnet alimentat de un curent alternativ sinusoidal, produce vibraţia unei coarde de oţel plasată în afara polilor ; coarda are masa pe unitatea de lungime $4\frac{g}{m}$ şi este întinsă cu o forţă $F=400$ N. Lungimea coardei se alege în aşa fel încît amplitudinea să fie maximă. Electromagnetul este alimentat de un alternator monofazat al cărui rotor are $p=4$ perechi de poli şi se roteşte cu turaţia $n=750\frac{rot}{min}$. Să se calculeze :
1° înălţimea sunetului redat de coardă ;
2° lungimea minimă a coardei.

(Bacalaureat, Franţa)

790 ● Un tub sonor, închis la un capăt, este confecţionat din lemn, iar pereţii sînt consideraţi izolanţi termici şi nedilatabili. Lungimea tubului este 25,3 cm.
1° Să se determine frecvenţa sunetului fundamental emis, dacă aerul este menţinut la temperatura de 0°C.
2° Aerul introdus în tub trece în prealabil printr-un încălzitor de aer.
Acest încălzitor este constituit dintr-un filament cu rezistenţa de 5,2 Ω, străbătut de un curent electric alternativ cu intensitatea maximă 0,5 A. Debitul curentului de aer este de $5\frac{cm^3}{s}$. Se presupune că toată căldura degajată în încălzitor este absorbită de aer, că nu există pierderi, iar aerul cald umple interiorul tubului sonor. Să se afle numărul vibraţiilor sunetului redat, cînd se stabileşte un regim permanent.
Căldura specifică a aerului sub presiune constantă este $1\frac{kJ}{kg\cdot grd}$, masa unui litru de aer la 0°C şi la 760 torr este 1,3 g ; viteza sunetului în aer la 0°C este $330\frac{m}{s}$.

(Bacalaureat, Franţa)

791 O riglă omogenă, avînd lungimea de 90 cm, cîntăreşte 1 kg. La unul din capetele riglei se suspendă o greutate de 15 N. Să se determine :
1° la ce distanţă de extremitatea supraîncărcată trebuie să susţinem rigla, pentru ca ea să rămînă în echilibru orizontal ;
2° lucrul mecanic efectuat prin ridicarea sistemului cu 25 cm.

(Institutul pedagogic — Timişoara, 1956)

792 Pe suprafaţa unui plan înclinat cu unghiul α se mişcă uniform accelerat în sus un corp de greutate P_2. El este prins cu un fir ce trece pe după un

scripete fixat în vîrful planului, la celălalt capăt atîrnînd un corp de greutate P_1. Notînd prin μ coeficientul de frecare între corp și plan, să se determine valoarea forței Q ce acționează asupra scripetelui. Frecările la scripete se neglijează.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

793 Tamburul unei fîntîni cu roată are raza $r=9$ cm, pe cînd raza roții fîntînii este $R=0{,}54$ m. Pe tambur se află înfășurată o frînghie de greutate neglijabilă, de care atîrnă o găleată de 3 kg, cu o capacitate de 9 l. Să se calculeze :

1° adîncimea fîntînii, știind că ecoul din fîntînă se aude după 0,2 secunde de la emiterea unui sunet la gura fîntînii $\left(\text{viteza sunetului } 340\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$;

2° lucrul mecanic necesar pentru a scoate la suprafață o găleată complet plină cu apă ; se consideră mișcarea uniformă și se neglijează frecările ;

3° forța ce trebuie aplicată roții pentru ridicarea găleții pline cu apă ;

4° puterea folosită și viteza unghiulară de rotire a roții în ipoteza că se scoate o găleată plină cu apă prin ridicarea ei în mod uniform, în timp de un minut.

Se va lua $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

(Institutul de căi ferate, 1956 ; Institutul politehnic — Brașov, 1963)

794 O coardă elastică cu masa neglijabilă se leagă între două puncte A și B aflate pe aceeași dreaptă orizontală, segmentul AB fiind egal cu lungimea $2a$ a coardei în condiții normale. Pe coardă alunecă fără frecări un inel de care se atîrnă un corp cu masa M. Dacă valoarea modulului lui Young al corzii este E, iar aria secțiunii transversale A, să se determine poziția sa de echilibru.

(Bacalaureat, Anglia)

795 Un corp de iluminat cu masa $m=55$ kg este suspendat în mijlocul unei străzi cu ajutorul a trei cabluri. Unul din cabluri este fixat de un stîlp la o înălțime $h_1=8$ m ; celelalte două, egale în lungime și dispuse simetric față de primul cablu, sînt fixate pe stîlpul din față, la o înălțime $h_2=6{,}5$ m ; distanța pe orizontală între punctele de suspensie ale acestora din urmă este $d=2{,}5$ m. Lățimea străzii este $l=9$ m, iar punctul de suspensie al corpului de iluminat $h=5$ m deasupra străzii.

1° Să se calculeze tensiunile dezvoltate în cele trei cabluri.

2° Știind că pe acea stradă sînt $N=50$ asemenea corpuri de iluminat, avînd fiecare o putere electrică $P_0=350$ W, să se determine puterea mecanică a motorului de antrenare a generatorului ce ar alimenta numai această instalație. Randamentul motorului este $\eta_m=0{,}8$, al generatorului $\eta_g=0{,}83$, iar pierderile pe linii sînt evaluate la 4%.

(Școala de poduri și șosele, 1919)

796 Un cub de fier cu latura de 0,3 m, așezat pe un plan orizontal, este acționat de două forțe orizontale concurente, $F_1=300$ N și $F_2=400$ N, făcînd între ele un unghi de 90°. Cubul se mișcă astfel uniform accelerat, emițînd în același timp un sunet din cauza frecării. Coeficientul de frecare între cub și plan este de 0,15, densitatea fierului $7{,}8\cdot 10^3\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, iar căldura sa specifică $0{,}46\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$. Să se calculeze :

1° accelerația mișcării;
2° lucrul mecanic cheltuit pentru învingerea frecării în timp de 10 min;
3° cu cît se ridică temperatura fierului, dacă 90% din lucrul mecanic de frecare se transformă în căldură și 50% din această căldură este absorbită de fier;
4° care va fi lungimea de undă a sunetului în aer, dacă înălțimea sa este de 200 Hz?

(Institutul de mine — Petroșeni, 1961)

797 O locomotivă cîntărind 150 tone trage un tren format din 6 vagoane de cîte 50 tone fiecare.
1° Trenul pornind din repaus capătă o mișcare uniform accelerată și atinge o viteză de $5\frac{m}{s}$ la capătul unui parcurs de 100 m. Să se calculeze forța de tracțiune exercitată de locomotivă asupra trenului, considerînd frecările neglijabile.
2° În realitate, frecările există și cresc cu viteza în așa fel încît locomotiva trebuie să debiteze o putere de 0,88 MW pentru a menține pe drum orizontal o viteză de $25\frac{m}{s}$. Care este valoarea forțelor de rezistență la această viteză?
3° Trenul urcă o rampă care are o pantă de $3^0/_{00}$. Știind că forțele de frecare sînt proporționale cu pătratul vitezei, ce viteză va atinge trenul pe această rampă dacă locomotiva va da tot o putere de 0,88 MW?
4° Locomotiva fiind alimentată cu cărbune care dă prin ardere $24\frac{MJ}{kg}$, cît consumă locomotiva pe oră dacă numai 7% din căldura dată de cărbune este transformată în lucru mecanic util?

(Cercul de fizică — București, 1956)

798 Un ascensor, care are înălțimea cursei $h=20$ m și masa $m=1$ t, este supus frînării cu ajutorul unei frîne, coborîrea sa efectuîndu-se cu o viteză considerată practic constantă în timpul $t=40$ s. Să se determine:
1° valoarea energiei E_c cedată la sfîrșitul cursei, în lovitura de oprire;
2° valoarea cantității de căldură Q care ia naștere în frînă în cursul unei coborîri;
3° care va fi puterea unui dinam, pus în funcțiune prin coborîrea ascensorului, dinamul fiind capabil să absoarbă în cursul acestei coborîri aceeași cantitate de energie ca și frîna și ce curent electric va debita acest dinam cu tensiunea la borne $U=100$ V și randamentul industrial $\eta=80\%$?

(Bacalaureat, Franța)

799 Un pendul simplu cu masa $m_1=1$ kg are perioada $T=0{,}628$ s. El este lăsat liber de la o înălțime care corespunde elongației unghiulare de 60°. Cînd trece prin poziția de echilibru ciocnește o bilă cu masa $m_2=0{,}3$ kg. După ciocnirea neelastică, punctul material al pendulului se ridică la înălțimea maximă $h=18$ mm. Să se determine;
1° viteza cu care pendulul ciocnește bila;
2° viteza pendulului după ciocnire;
3° viteza imprimată bilei după ciocnire;

4° spațiul parcurs de bilă pînă la oprire, dacă coeficientul de frecare între bilă și planul orizontal este 0,05.

Se va considera $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

(Olimpiadă, 1967)

800 Printr-un tub orizontal aflat în barajul unui lac de acumulare curge un jet de apă cu debitul $Q = 1 \frac{m^3}{s}$. Tubul se găsește la înălțimea $h = 20$ m deasupra solului, iar jetul de apă cade la $d = 4$ m depărtare de piciorul barajului. Să se calculeze:

1° viteza jetului de apă la ieșirea lui din tub;

2° puterea jetului de apă la ieșirea din tub;

3° energia pe care ar putea să o furnizeze acest jet de apă (jos) într-o lună (30 de zile), dacă apa ar curge continuu.

Se va lua $g = 10 \frac{m}{s^2}$

(Olimpiadă, 1958)

801 Roata unei mori de apă, cu palete radiale plane, este pusă în mișcare de un jet de apă (fig. 164). Să se determine viteza unghiulară de rotire a roții pentru care randamentul instalației va fi maxim, dacă viteza jetului de apă este v, iar jetul lovește paleta la distanța R de axul de rotație al roții.

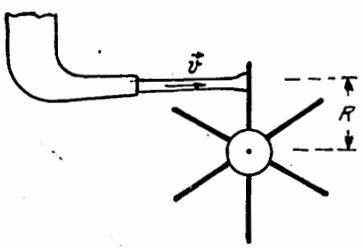


Fig. 164.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

802 ● O roată de fier cu axul orizontal, cîntărind $m = 300$ kg, se consideră cu toată masa sa distribuită uniform pe o circumferință de rază $R = 3$ m; ea poate să se învîrtească fără frecare în jurul axului său.

1° Roata învîrtindu-se cu o mișcare uniformă, are o turație $n = 150 \frac{rot}{min}$.

Să se calculeze energia sa cinetică.

2° Roata poartă, fixată pe periferia sa, o mică sferă pe care o eliberează atunci cînd sfera trece prin poziția aflată la distanța maximă față de sol. Care va fi traiectoria sferei și la ce distanță de axă va întîlni solul, dacă axa roții se află la distanța $d = 4$ m deasupra solului?

3° Roata este adusă în repaus cu ajutorul unei frîne ce acționează la periferia ei.

Cu cît se va ridica temperatura roții presupunînd că toată căldura rămîne localizată în masa de fier din care este constituită?

Căldura specifică a fierului $c = 0{,}46 \frac{kJ}{kg \cdot grd}$.

(Bacalaureat, Franța)

803 Trei inele identice sînt așezate orizontal pe suprafața unei mese. Inelele sînt puse în mișcare în același moment: primul inel într-o mișcare de translație cu viteza v_1, al doilea într-o mișcare de rotație cu viteza unghiulară ω, iar al treilea într-o mișcare de translație cu aceeași viteză ca a inelului întîi

și într-o mișcare de rotație cu viteza unghiulară ω. Mișcarea ultimului inel este compusă din mișcările celorlalte două inele. Să se argumenteze de ce al treilea inel se va deplasa cel mai mult. Acceptăm că, în toate cazurile, coeficienții de frecare sînt aceiași.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

804 Un corp cu greutatea de 20 N este aruncat vertical în sus cu viteza $v_0 = 50 \frac{m}{s}$, dintr-un punct situat la înălțimea $h = 60$ m deasupra pămîntului. Să se calculeze:

1° pînă la ce înălțime față de suprafața pămîntului se ridică corpul;
2° care este variația energiei potențiale a corpului între punctul de plecare și punctul de înălțime maximă;
3° cu ce viteză atinge corpul suprafața pămîntului;
4° presupunînd că la ciocnirea cu pămîntul întreaga energie cinetică este folosită pentru încălzirea corpului, să se calculeze temperatura lui finală. Se dau: temperatura inițială a corpului $t_0 = 20°C$ și căldura sa specifică $c = 16{,}8 \frac{J}{kg \cdot grd}$.

(Institutul politehnic — București, 1959)

805 La lucrările de construcție din jurul Palatului Republicii Socialiste România din București s-au folosit macarale electrice care pot ridica la înălțimea de 25 m plăci prefabricate din beton, lungi de 2 m, late de 1 m și groase de 25 cm. Să se calculeze:

1° greutatea unei plăci de beton. Se va lua densitatea betonului $\rho = 2 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$;
2° lucrul mecanic necesar pentru ridicarea uniformă a unei plăci de beton la 25 m înălțime;
3° puterea necesară pentru efectuarea acestui lucru mecanic într-un minut;
4° dacă motorul electric care efectuează acest lucru mecanic are un randament de 0,9 și este alimentat de la o rețea de curent continuu de 220 V, ce intensitate are curentul absorbit de motor?

(Institutul politehnic — București, 1959;
Institutul de construcții — București, 1967)

806 O ladă de 500 kg este trasă uniform cu o frînghie, prin tîrîre, pe o rampă lungă de 10 m și înclinată cu 30° față de orizontală. Coeficientul de frecare pe rampă este $\mu = 0{,}3$. Să se calculeze:

1° lucrul mecanic necesar pentru urcarea lăzii pe rampă;
2° ce lucru mecanic se cheltuiește dacă lada este ridicată direct cu o macara, pe verticală, la aceeași înălțime;
3° ce putere trebuie să aibă un motor electric de curent continuu pentru a face operația de la punctul 1° în 30 s;
4° ce putere absoarbe motorul electric de la rețea dacă randamentul motorului este 0,9.
5° Dacă motorul este alimentat de la o rețea de 120 V, ce intensitate de curent trece prin motor în timpul operației de ridicare pe planul înclinat?
6° Să presupunem că în momentul cînd lada a ajuns în vîrful rampei, frînghia cu care s-a tras s-a rupt. În cît timp alunecă lada pînă la baza rampei și cu ce viteză ajunge acolo?

(Institutul politehnic — București, 1960)

807 O macara ridică o piesă de masă 80 kg, de la pămînt pînă la înălțimea $h=24$ m, folosind un motor electric alimentat la 220 V curent continuu. Să se determine:

1° lucrul mecanic efectuat pentru ridicarea piesei;
2° puterea necesară pentru a ridica piesa în 10 s;
3° intensitatea curentului cu care este alimentat motorul, știind că randamentul total al instalației este de 70%;
4° în momentul cînd piesa se află la înălțimea $h=24$ m, se rupe cablul. Să se calculeze viteza cu care piesa atinge solul și timpul de cădere.

(Institutul politehnic — București, 1961)

808 Un lichid avînd densitatea $\rho = 1{,}05 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$ se pompează printr-o conductă verticală de lungime $l=3$ m. Conducta are secțiunea circulară, diametrul fiind $D=40$ cm. Pompa este acționată de un electromotor alimentat de la rețeaua de 220 V. Randamentul întregii instalații este $\eta=0{,}7$, iar debitul pompei $Q_m = 120 \frac{kg}{s}$. Să se calculeze:

1° debitul pompei exprimat în litri pe secundă;
2° puterea electrică absorbită de instalație de la rețea;
3° intensitatea curentului electric ce trece prin electromotorul alimentat la 220 V;
4° costul pompării unei tone de lichid, dacă un kWh costă 0,12 lei;
5° viteza cu care se mișcă lichidul în conductă.

(Institutul politehnic — București, 1962)

809 O pompă trebuie să ridice lichid cu densitatea $\rho=800 \frac{kg}{m^3}$ printr-un tub vertical cu secțiunea $S=50$ cm^2, la o înălțime $h=1{,}2$ m, debitul volumetric fiind $Q_v = 4 \frac{l}{s}$. Pompa este acționată de un electromotor alimentat de la rețeaua de curent continuu de 220 V. Randamentul agregatului (pompă + + motor) este $\eta=0{,}8$. Să se calculeze:

1° viteza v a lichidului în tubul vertical;
2° masa de lichid transportată în unitatea de timp;
3° puterea debitată de pompă;
4° puterea consumată de electromotor;
5° rezistența electrică „echivalentă" electromotorului.

(Institutul politehnic — București, 1963)

810 O macara ridică un corp cu masa $m=1\,000$ kg cu o viteză constantă $v=36 \frac{km}{h}$, pe o pantă cu înclinarea de 10 cm la fiecare metru.

1° Care este valoarea acelei părți din puterea motorului folosită pentru învingerea greutății?
2° Presupunînd că acesta este un motor electric la bornele căruia există o diferență de potențial $U=120$ V, care este intensitatea curentului necesar pentru a produce această putere? Factorul de putere al motorului este 0,8.

(Bacalaureat, Franța)

811 Un vagon de tramvai cu masa $m=10$ t merge pe un teren plan cu o viteză $v=36\frac{km}{h}$.

1° Dacă se neglijează frecările, ce energie se consumă pentru a atinge această viteză, dacă vagonul pleacă din repaus ?

2° Forța de frecare cu șinele și aerul fiind $F=100$ N pentru fiecare tonă, care trebuie să fie puterea motorului pentru a menține tramvaiul în mers cu această viteză constantă ?

3° Motorul este acționat de o sursă de curent continuu a cărei tensiune este $U=500$ V. Ce intensitate trebuie să aibă curentul absorbit ? Randamentul motorului este $\eta=80\%$.

4° De cîte ori trebuie mărită puterea motorului, deci intensitatea curentului, dacă tensiunea rămîne constantă, pentru ca tramvaiul să păstreze aceeași viteză cînd urcă o rampă cu înclinarea de 5 cm pentru fiecare metru de lungime ?

(Bacalaureat, Franța)

812 Pistonul unei mașini cu vapori cu dublu efect are diametrul $d=80$ mm, iar cursa sa în cilindru este $l=18$ cm. Arborele motor acționează o roată cu diametrul $D=35$ cm, pe care se înfășoară o curea de transmisie ce antrenează un dinam, care la turația $n=600\frac{rot}{min}$ debitează un curent cu intensitatea $I=30$ A sub tensiunea $U=120$ V.
Admițînd că randamentul transmisiei este $\eta=90\%$ și știind că roata dinamului are raza $R=60$ mm, să se afle valoarea medie a presiunii. Se neglijează aria secțiunii tijei pistonului.

(Bacalaureat, Franța)

813 1° Presupunem că un corp cu masa $m_1=1$ g s-ar mișca cu o viteză egală cu 90% din viteza luminii. Cu o energie echivalentă, la ce înălțime s-ar putea ridica o flotă de 45 de vase de 10 000 tone fiecare ?

2° Razele catodice au, de exemplu, o viteză egală cu 10% din viteza luminii. O placă de platină (grosimea 0,1 cm, suprafața 1 cm², densitatea $21\cdot10^3\frac{kg}{m^3}$, căldura specifică $125\frac{J}{kg\cdot grd}$, temperatura inițială 0°C, temperatura de topire 1775°C) este adusă la punctul de topire de fasciculul de raze catodice. Care este masa electronilor cu care a fost bombardată placa ?

3° Dacă presupunem că aceste proiectile erau ioni de hidrogen, ce presiune ar avea acest hidrogen într-un cilindru cu capacitatea $V=50$ cm³ la temperatura de 27°C ?

4° Dacă cilindrul ar conține hidrogen la presiunea de $0{,}1\frac{N}{m^2}$, ce energie ar avea această masă la viteza $3\cdot10^7\frac{m}{s}$?

5° Cît timp i-ar trebui unui acumulator, ce poate produce 5 A sub o tensiune de 2 V, ca să debiteze această energie ?

(Bacalaureat, Franța)

814 La o microhidrocentrală apa cade de la 3 m înălțime, avînd debitul de $2{,}5\frac{m^3}{s}$. Apa acționează turbina unui generator electric care are randamentul de 80% și furnizează energie electrică sub tensiunea de 120 V.

1° În timpul nopții toată energia electrică produsă alimentează mai multe becuri, ce funcționează normal la curentul de 0,2 A. Care este numărul maxim de becuri ce pot fi alimentate de generator ?

2° În timpul zilei, jumătate din puterea generatorului este folosită pentru încălzirea unei băi de 400 kg ulei. În cît timp se încălzește uleiul de la 20° la 220°C, știind că uleiul are căldura specifică de $1{,}6\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$. Se neglijează pierderile de căldură.

3° Utilizînd baia de ulei la 220°C ca izvor cald pentru un motor termic presupus ideal, să se calculeze temperatura izvorului rece al motorului pentru ca puterea lui să fie 11 kW.

(Bacalaureat, Franța ; Olimpiadă, 1960)

815 O bară cilindrică lungă, avînd diametrul $d=1$ cm, este încălzită de la 0°C pînă la 300°C. Știind că materialul din care este făcută bara are un coeficient de dilatație liniară $\alpha=10^{-5}$ grd^{-1} și un modul de elasticitate $E=20\frac{\text{MN}}{\text{cm}^2}$, să se calculeze mărimea forței de întindere sub acțiunea căruia bara va suferi aceeași alungire ca în cazul încălzirii.

(Institutul politehnic — Brașov, 1956)

816 Un ax metalic cu secțiunea de 2 cm^2 are lungimea 60,34 cm la 10°C. La 100°C lungimea devine 60,5 cm. Să se calculeze :

1° coeficientul de dilatație a metalului din care este confecționat axul ;

2° cu ce forță trebuie comprimat axul pentru a-l readuce la lungimea inițială, menținîndu-l la 100°C.

Modulul de elasticitate (al lui Young) $1{,}5\cdot10^{10}\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$.

(Olimpiadă, 1958)

817 Un corp metalic cu volumul 500 cm^3 atîrnă la capătul unui fir al cărui capăt superior este fixat. Diametrul firului este constant pe toată lungimea sa și egal cu 0,4 mm, iar modulul lui Young este egal cu $7\frac{\text{MN}}{\text{cm}^2}$. Cînd corpul metalic este complet cufundat în apă, lungimea firului variază cu 1 mm. Să se determine lungimea inițială a firului.

(Bacalaureat, Anglia)

818 Un corp cu masa de 10 g, fixat la unul din capetele unui cordon subțire de cauciuc cu aria secțiunii transversale de 5 mm^2, se rotește pe un cerc într-un plan orizontal, cu viteză constantă. Corpul execută două sute rotații pe minut. Raza cercului descris este 12 cm, modulul lui Young pentru cauciuc $50\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$. Să se determine lungimea cordonului neîntins.

(Bacalaureat, Anglia)

819 O bară de fier cu diametrul $D_1=10$ mm este introdusă fest într-un tub din cupru cu diametrul interior D_1, iar capetele se sudează. Care trebuie să fie diametrul exterior D al tubului de cupru pentru ca sistemul să prezinte un coeficient de alungire α egal cu media aritmetică a celor doi coeficienți α_1 și α_2 ai fierului și cuprului ?

Modulul de elasticitate al fierului $E_1=21\frac{\text{MN}}{\text{cm}^2}$ și al cuprului $E_2=12\frac{\text{MN}}{\text{cm}^2}$.

(Concursul școlilor medii, 1960, R. P. Ungară)

820 Să se calculeze coeficientul de dilatație în volum al petrolului, știind că un volum V de petrol la 0°C cîntărește 400 g, iar la 60°C cîntărește 375 g.

(I.P.G.G., 1966)

821 O bară de fier aflată la —20°C, cu lungimea de 50 cm, secțiunea de 10 cm^2, densitatea relativă $d=7{,}8$ și căldura specifică $0{,}5\frac{kJ}{kg\cdot grd}$, este încălzită într-o instalație cu randamentul de 25%, prin consumarea a 100 g petrol cu puterea calorică de $40\frac{MJ}{kg}$. Pentru a împiedica dilatarea, bara este supusă unei compresiuni longitudinale. Să se determine:
1° cantitatea de căldură primită la bară;
2° masa barei;
3° temperatura la care se încălzește bara;
4° lungimea barei prin încălzire;
5° forța care acționează longitudinal asupra barei pentru a-i menține lungimea inițială.
Se dau: coeficientul de dilatație liniară $\alpha=12\cdot10^{-6}\ grd^{-1}$ și modulul de elasticitate $E=1{,}96\cdot10^{11}\frac{N}{m^2}$.

(Olimpiadă, 1965)

822 O sferă de fier goală în interior cîntărește $m=3{,}9$ kg. Cufundată în apă distilată, cîntărește $m_a=2$ kg.
1° Să se calculeze volumul interior al sferei, știind că densitatea fierului este $7{,}8\cdot10^3\frac{kg}{m^3}$.
2° Ce cantitate de căldură este necesară pentru a mări volumul exterior al sferei cu 15 cm^3?
Căldura specifică a fierului este $0{,}46\frac{kJ}{kg\cdot grd}$ și coeficientul de dilatație liniară este $10^{-5}\ grd^{-1}$.
3° Cu cîte grade trebuie încălzită sfera pentru ca volumul ei să crească cu 15 cm^3?

(Olimpiadă, 1961)

823 Un balon conține 100 m^3 de hidrogen la presiune și temperatură normală. Știind că în aceste condiții un litru de hidrogen cîntărește 0,09 g, iar un litru de aer 1,293 g, să se determine:
1° forța ascensională a balonului, fără a lua în considerație greutatea sa;
2° forța ascensională a balonului, dacă greutatea proprie a acestuia (înveliș, nacelă, observator etc.) este de 1 kN;
3° accelerația pe care o capătă balonul lăsîndu-l liber, dacă din cauza unui curent de aer traiectoria lui face un unghi constant de 30° cu verticala;
4° în cît timp se ridică la înălțimea de 1 000 m, presupunînd că forța ascensională rămîne constantă.

(Institutul politehnic — București, 1958)

824 Un balon umplut cu heliu trebuie să aibă forța ascensională de 30 kN la înălțimea h, unde presiunea atmosferică este de $35\frac{kN}{m^2}$, iar temperatura de —40°C.

1° Care este volumul pe care îl are balonul la această înălțime și care este masa heliului necesară pentru încărcarea balonului? Se neglijează masa învelișului.

2° Care sînt volumul și forța ascensională la sol, cînd presiunea atmosferică este de $0{,}1\,\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$, iar temperatura aerului pe 15°C?

Masa moleculară a aerului $M_{aer} = 28{,}9\,\frac{g}{mol}$ și a heliului $M_{He} = 4\,\frac{g}{mol}$.

(Olimpiadă, 1962)

825 Ce volum de mercur va fi necesar pentru a echilibra în vid un balon al cărui înveliș are masa $m = 100$ g și care este umplut cu un volum $V = 5$ dm³ de aer uscat la temperatura $t = 30$°C și presiunea $p = 0{,}4\,\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$? Mercurul și balonul se află pe platanele unei balanțe ale cărei brațe au lungimile $l_1 = 15$ cm de partea mercurului și $l_2 = 55$ cm de partea balonului. Masa moleculară a aerului se consideră $M = 28{,}9$, iar densitatea mercurului $\rho = 13{,}6 \cdot 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

(Bacalaureat, Franța)

826 Prin măsurarea presiunii atmosferice s-a stabilit că ea corespunde presiunii unei coloane de acid sulfuric înaltă de 588,88 cm și cu densitatea de $1{,}8 \cdot 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Considerînd temperatura aerului egală cu 0°C, să se stabilească:

1° presiunea atmosferică;

2° masa unui litru de aer în aceste condiții;

3° valoarea forței ascensionale ce acționează la pornirea de la sol asupra unui balon plin cu heliu în condițiile de mai sus, dacă volumul balonului este de 200 m³, iar nacela, învelișul și aparatul cîntăresc 100 kg.

Se dau: $\rho_{He} = 0{,}178\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$; $\rho_{aer} = 1{,}293\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

(Olimpiadă, 1963)

827 Într-un tub în formă de U, cu o ramură închisă, se toarnă apă. Între cele două ramuri apare o diferență de nivel h datorită aerului existent în ramura închisă a tubului, coloana de aer avînd înălțimea l. În ce raport trebuie schimbată temperatura aerului din ramura închisă pentru ca diferența de nivel să se reducă la jumătate? Presiunea atmosferică este p_0.

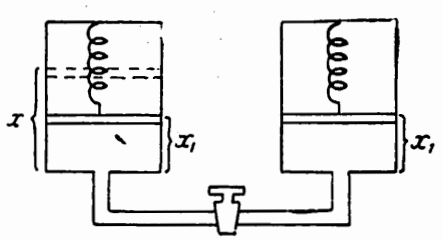


Fig. 165.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

828 Doi cilindri identici, închiși ermetic, comunică între ei la partea inferioară prin intermediul unui tub subțire, prevăzut cu un robinet (fig. 165). În cilindri pistoanele atîrnă, legate de resorturi identice; resorturile se află în poziție de echilibru în fundul cilindrilor.

Într-unul din cilindri se introduce o cantitate de gaz, astfel încît pistonul să se ridice la înălțimea x.

La ce înălțime x_1, se vor stabili pistoanele dacă se deschide robinetul? Temperatura gazului se consideră constantă.

(Olimpiadă, U.R.S.S)

829 Într-un cilindru, închis la ambele capete, atîrnă un piston agățat de un resort, poziția de echilibru a resortului fiind la partea inferioară a cilindrului. În spațiul de sub piston se introduce o cantitate de gaz astfel încît pistonul să se ridice la înălțimea x. La ce înălțime x_1 se va stabili pistonul cînd temperatura gazului va crește de la T la T_1 (fig. 166)?

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

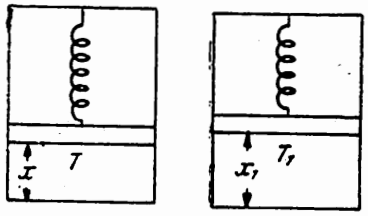


Fig. 166.

830 Un tub capilar de sticlă cu lungimea l și raza r, închis la un capăt, se cufundă în apă menținîndu-se în poziție orizontală, astfel încît aerul din interiorul tubului să nu iasă afară. Care va fi lungimea coloanei de aer din tub, dacă tubul se găsește la adîncimea h? Presiunea atmosferică este p_0, coeficientul tensiunii superficiale al apei σ, densitatea apei ρ, iar temperatura constantă.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

831 ● Într-un cilindru în care se mișcă un piston, se închide un balon de săpun cu raza r, plin cu aer. La început, presiunea aerului în exteriorul balonului este egală cu presiunea atmosferică p_0. Mișcînd încet pistonul, balonul de săpun este comprimat, astfel încît raza sa să se micșoreze de două ori. Să se determine presiunea p a aerului din cilindru în acest moment. Temperatura rămîne constantă, iar σ este coeficientul tensiunii superficiale a apei.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

832 Un bastonaș de lemn cu lungimea $l=1$ m și densitatea $\rho = 250 \frac{kg}{m^3}$ se află suspendat vertical deasupra apei, în așa fel încît capătul inferior se găsește la înălțimea de 2 m deasupra apei. Fiind lăsat să cadă și neglijînd orice rezistență datorită frecării (apă, aer), să se determine:

1° adîncimea la care pătrunde bastonul în apă;

2° ce se întîmplă dacă bastonașul cade de la înălțimea de 0,5 m;

3° ce se întîmplă dacă îi dăm drumul bastonașului, în așa fel încît la pornire capătul superior al bastonașului să fie cu 10 cm sub nivelul apei;

4° ce se întîmplă dacă acest lucru va fi executat cu un bastonaș de densitate $750 \frac{kg}{m^3}$.

(Concursul de fizică Eötvös, 1961, R. P. Ungară)

833 Într-un cilindru orizontal, prevăzut cu un piston, se găsesc 289,6 g aer la 27°C și presiunea de 1 520 torr. Se încălzește masa de aer în mod izobar pînă la 500°K. Să se determine:

1° volumul inițial al aerului;

2° lucrul mecanic produs de gaz în dilatarea izobară;

3° cantitatea de căldură pe care o absoarbe masa de aer cînd se încălzeşte la temperatura sus-menţionată.

Se dau: $c_p = 1\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$ şi masa moleculară a aerului $M = 28{,}96$.

(Olimpiadă, 1964)

834 Un vas cu capacitatea de 10 l conţine hidrogen la temperatura 0°C şi presiunea de $0{,}23\,\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$. Să se calculeze:

1° cantitatea de hidrogen conţinut;

2° intensitatea curentului electric care trecînd printr-un voltametru ar degaja această cantitate de hidrogen în timp de două ore şi jumătate. Echivalentul electrochimic al hidrogenului este $k = 0{,}01044\,\frac{\text{mg}}{C}$.

(Institutul politehnic — Braşov, 1961)

835 O masă de aer uscat se află într-un cilindru izolat termic faţă de exterior şi prevăzut cu un piston mobil. Se încălzeşte aerul începînd de la temperatura $t_0 = 0°\text{C}$, sub presiunea constantă $p = 760$ torr, cu ajutorul unui curent electric care străbate în timpul $t = 30$ minute un rezistor cu rezistenţa constantă $R = 2\ \Omega$, aflat în masa de aer. Intensitatea curentului electric este $I = 0{,}5$ A. Să se calculeze lucrul mecanic exterior produs de aer, ştiind căldura sa specifică $c_p = 1\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$, densitatea $\rho_0 = 1{,}293\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ şi coeficientul său de dilataţie $\alpha = \frac{1}{273}\,\text{grd}^{-1}$.

(Bacalaureat, Franţa)

836 O butelie cu capacitatea de 25 l conţine hidrogen la presiunea de $5{,}9\,\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$ şi temperatura de 22°C.

1° Ce presiune va indica manometrul montat la butelie la temperatura de −13°C?

2° Care este masa hidrogenului din butelie şi ce cantitate de căldură se obţine prin arderea lui, dacă puterea calorică a hidrogenului este de $48\,\frac{\text{MJ}}{\text{m}^3\text{N}}$?

3° La ce temperatură există pericol de explozie, dacă butelia rezistă pînă la cel mult $7{,}5\,\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$?

(Olimpiadă, 1960, 1962)

837 Două baloane de sticlă, sferice, cu diametrele de 0,34 m şi 0,18 m, atîrnate de talerele unei balanţe, îşi fac echilibru în aer la 0°C şi presiune normală. După cîtva timp, temperatura aerului a devenit +30°C. Se va menţine echilibrul? Şi dacă nu se menţine, ce „greutate" trebuie adăugată şi de partea cărui balon?

Se dau: masa unui m^3 de aer în condiţii normale egală cu 1,3 kg, coeficientul de dilataţie al aerului $367\cdot10^{-5}\ \text{grd}^{-1}$, iar cel al sticlei $258\cdot10^{-7}\ \text{grd}^{-1}$.

(Şcoala politehnică — Bucureşti, 1945)

838 Un plutitor de formă cilindrică, avînd înălțimea h și densitatea ρ, plutește în poziție verticală într-un lichid cu densitatea ρ_1.
Se aplică plutitorului o forță de împingere de sus în jos și apoi este lăsat liber. Considerînd că forța ascensională este analogă unei forțe elastice, plutitorul execută o mișcare oscilatorie armonică, dacă se neglijează rezistența lichidului.

1° Să se stabilească formula perioadei de oscilație proprie a plutitorului.

2° Să se determine raportul dintre perioadele proprii de oscilație ale plutitorului, în lichidul cu densitate ρ_1 și într-un alt lichid cu densitatea ρ_2. Care este valoarea raportului, dacă $\rho_1 = 10^3 \frac{kg}{m^3}$ și $\rho_2 = 0{,}81 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$?

3° Să se spună cu care dintre legile pendulului este analogă legea exprimată prin acest raport. Ce aplicație practică ar putea avea acest sistem?

(Olimpiadă, 1964)

839 Într-o cuvă cu apă se cufundă un cub cu pereți subțiri cu latura a, avînd în locul unuia din pereții laterali un piston mobil (fig. 167). Greutatea G a întregului sistem fiind mai mică decît $a^3\rho g$ (ρ fiind densitatea apei), iar presiunea inițială a aerului în interiorul cubului egală cu presiunea atmosferică p_0, să se determine adîncimea h pînă la care se cufundă sistemul în apă, precum și distanța x dintre pereții verticali.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

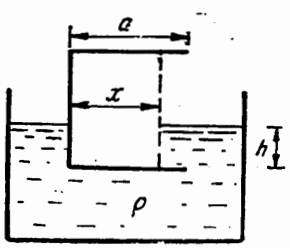


Fig. 167.

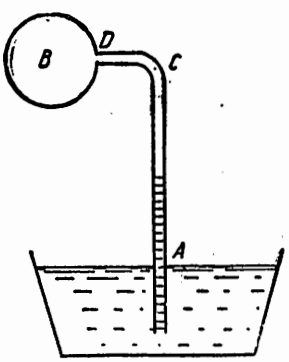


Fig. 168.

840 Un balon B din sticlă comunică cu un tub vertical din sticlă introdus într-o cuvă cu mercur (fig. 168). Tot aparatul fiind la temperatura $t_0 = 0°C$ și presiunea exterioară $p = 750$ torr, mercurul se ridică în ramura verticală AC la înălțimea $h = 35$ cm. Se încălzește balonul la temperatura $t = 273°C$ și se menține restul aparatului ACD la 0°C. Mercurul coboară în ramura AC și are nivelul $h_1 = 30$ cm.
Să se calculeze volumul balonului pînă în D.
Presiunea exterioară rămîne constantă în tot timpul experienței. Tubul DCA are lungimea $l = 1{,}2$ m și secțiunea $S = 1$ cm^2.
Coeficientul de dilatație al sticlei este $\gamma = \frac{1}{54\,600}$ grd^{-1}.

(Bacalaureat, Franța)

841 Un tub cilindric cu diametrul interior $d=2$ mm și lungimea $l=20$ cm, deschis la ambele capete, se introduce pînă la jumătate într-un lichid cu densitatea $\rho=2\cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$. Se astupă partea superioară a tubului și se scoate tubul din lichid.

1° Care va fi înălțimea coloanei de lichid rămasă în tub ? Presiunea atmosferică este de $0{,}1 \frac{MN}{m^2}$.

2° Deschizînd partea superioară a tubului, să se determine numărul picăturilor formate prin curgerea lichidului.

Coeficientul tensiunii superficiale al lichidului este $\sigma = 0{,}049 \frac{N}{m}$.

(Olimpiadă, 1965)

842 ● Ce cantitate de energie este necesară pentru formarea unei bule de vapori de masă m și rază r, la fundul unui vas cu înălțimea h, plin cu apă la temperatura de 100°C ? Toate constantele necesare sînt presupuse cunoscute.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

843 Într-o sferă vidată, cu volumul de 1 m^3 și cu pereți subțiri de oțel, se pune 1 kg de gheață cu temperatura de 0°C. Ce cantitate de căldură este necesară pentru a se obține în interiorul sferei presiunea de 1 atm ? Căldura specifică a pereților sferei este considerată neglijabilă, iar toate constantele necesare se presupun cunoscute.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

844 Un kg de cărbune de Petroșeni eliberează prin combustie 16 MJ. Admițînd că 20% din această căldură poate fi transformată în energie electrică, să se calculeze cîte ore se va putea alimenta cu această energie un bec care consumă 6 W.

(Institutul politehnic — Iași, 1957)

845 Un tractor cu puterea $P=30$ kW consumă pentru o lucrare agricolă o cantitate de combustibil echivalentă cu necesarul transformării unei mase de gheață $m=100$ kg la temperatura $t_1=-10$°C, în apă la temperatura de fierbere. Să se calculeze durata lucrării agricole efectuate și masa combustibilului ars. Se dau : puterea calorică a combustibilului $q=42 \frac{MJ}{kg}$, căldura latentă de topire a gheții $\lambda=334 \frac{kJ}{kg}$, căldura specifică a gheții $c_g=2{,}1 \frac{kJ}{kg\cdot grd}$, randamentul motorului 30%.

(Institutul politehnic — Cluj, 1955)

846 1° Ce cantitate de fontă vom putea topi într-un cuptor avînd randamentul de 15%, dacă întrebuințăm o tonă de cărbune cu putere calorică de $28 \frac{MJ}{kg}$? Temperatura inițială a fontei este de 15°C, iar temperatura de topire de 1165°C ; căldura specifică a fontei este $0{,}46 \frac{kJ}{kg\cdot grd}$, iar căldura latentă de topire $205 \frac{kJ}{kg}$.

2° Care este puterea unei mașini termice ce ar consuma aceeași cantitate și calitate de cărbuni în 10 ore, randamentul ei fiind de 8% ?

(Olimpiadă, 1961)

847 Cantitatea de căldură pe care o primește de la soare 1 cm² din suprafața pămîntului, cînd atmosfera este senină, este $\sigma=0{,}5\,\frac{\text{cal}}{\text{min}}$.

Să se calculeze :

1° ce economie de cărbuni ar reprezenta pe an folosirea căldurii solare care cade pe un hectar, presupunînd cerul senin 300 de zile a 12 ore ;

2° ce cantitate de apă ar putea fi distilată în 12 ore sub presiunea normală, folosind căldura ce cade pe 1 m² și socotind că apa ar intra în aparatul de distilare la temperatura de 30°C ;

3° care ar fi puterea unei mașini cu aburi ce ar folosi căldura care cade pe un hectar într-o secundă. Se va presupune că temperatura vaporilor de apă în căldare este de 156°C, că condensatorul este la temperatura de 40°C și că randamentul acestei mașini în raport cu acela al unei mașini perfecte ce funcționează după un ciclu Carnot este 0,8 ;

4° care trebuie să fie suprafața încălzită de Soare pentru a alimenta, în condițiile punctului 3°, o mașină cu vapori de 1 kW.

Se dau : căldura latentă de vaporizare a apei la t°C, $\lambda=2\,548-2{,}9\,t\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right)$;

1 kg de cărbune degajă prin ardere 32 MJ.

(Facultatea de științe — București, 1945)

848 O uzină electrică furnizează o putere de 4 000 kW, printr-o linie de transport, unui consumator industrial. Pe linia de transport are loc o pierdere de putere, astfel că acest consumator poate utiliza o putere de numai 3 200 kW. Linia de transport este utilizată 8 ore pe zi.

1° Să se determine randamentul liniei de transport.

2° Ce cantitate de apă, cu temperatura de 32°C, poate fi vaporizată în fiecare zi de energia disipată prin efectul Joule în linia de transport ? Căldura latentă de vaporizare a apei la 100°C este de $2{,}25\,\frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$.

3° Care este intensitatea curentului în linia de transport, dacă rezistența ohmică a liniei este de 2 000 Ω?

(Institutul de construcții — București, 1966)

849 Două bile identice, cu raza de 1 cm fiecare, sînt atîrnate din același punct prin cîte un fir de mătase lung de 19 cm. Se depărtează cele două bile una de alta, simetric față de verticală, pînă ce firele de suspensie fac între ele un unghi $2\alpha=90°$.

1° Se dă drumul în același timp celor două bile. Se constată că prin ciocnirea lor, perfect plastică, în fiecare bilă se dezvoltă cîte o cantitate de căldură de 5,9 mJ. Să se calculeze masa fiecărei bile.

2° Bilele se încarcă cu sarcini egale și de același semn. Cît de mare trebuie să fie sarcina fiecărei bile, astfel încît, prin respingere reciprocă, bilele să rămînă în poziția în care firele de suspensie fac între ele un unghi de 90° ? Se va lua accelerația gravitațională egală cu $10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

(Institutul de construcții — București, 1957)

850 Două sfere identice, electrizate identic și atîrnate de fire cu aceeași lungime, se cufundă în petrol.
Care trebuie să fie densitatea ρ a materialului din care sînt confecționate sferele, pentru ca unghiul dintre cele două fire să fie același în aer ca și în petrol? Densitatea petrolului este ρ_p, iar permitivitatea lui ε_r.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

851 Între cele două contacte ale unui întrerupător, montat într-un circuit electric, se transportă sarcina cu ajutorul unei sfere metalice fixate pe un mîner izolant. Raza sferei metalice este 1 cm și ea atinge cînd un contact, cînd celălalt, de 54 de ori pe minut. Ce rezistență electrică va introduce în circuit efectuarea acestei operații?

(Concursul școlilor medii, 1962, R. P. Ungară)

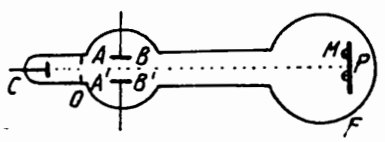


Fig. 169.

852 Razele catodice emise de placa C sînt diafragmate de o mică deschidere O și formează o pată luminoasă pe un ecran fluorescent F (fig. 169). Fasciculul de raze catodice trece printre armăturile AB și $A'B'$ ale unui condensator ce produce un cîmp electric E uniform și limitat între planele AA' și BB'. Cînd acest cîmp este nul, pata luminoasă se formează în P; cînd are intensitatea E, pata luminoasă se formează în M.

1° Să se calculeze viteza electronilor ce constituie razele catodice, știind că masa electronului este $m=9\cdot10^{-31}$ kg și posedă sarcina electrică $e=1{,}6\cdot10^{-19}$ C; cîmpul electric are intensitatea $E=10\ \frac{\text{kV}}{\text{m}}$; $AB=A'B'=l=1$ cm; planul F este plasat la $D=30$ cm de planul AA'; distanța MP este $d=5{,}3$ cm.

2° Se formează un circuit oscilant cu condensatorul AB, $A'B'$ și o bobină dispusă astfel încît să creeze un cîmp magnetic H paralel cu cîmpul E și acționînd în aceeași regiune asupra fasciculului catodic.
Să se indice calitativ forma curbei obținute în F, știind că deviația fasciculului catodic este proporțională cu H.

(Bacalaureat, Franța)

853 1° Un condensator este format din două discuri metalice plane, cu razele de 10 cm, separate printr-un strat de aer de 1 mm grosime. Care este capacitatea sa?

2° Se stabilește între armături o diferență de potențial de 5 kV. Care este sarcina electrică a condensatorului și energia pe care o înmagazinează?

3° Se unesc cele două armături ale acestui condensator încărcat cu cele două armături ale altui condensator de aceeași capacitate. Ce devine diferența de potențial între armături? Ce devine energia înmagazinată inițial?

4° Se stabilește între plăci o diferență de potențial alternativă cu valoarea eficace 5 000 V și a cărei frecvență este 50 Hz. Care este intensitatea curentului care traversează circuitul? Cît va deveni intensitatea curentului dacă frecvența va fi 0,5 MHz, diferența de potențial păstrînd aceeași valoare eficace?

5° Armăturile condensatorului sînt menținute paralele prin vergele de sticlă, situate în afara cîmpului. Discurile se pot dilata în planul lor. Care este variația capacității condensatorului pentru o creștere de temperatură de

1°C ? Coeficientul de dilatație a sticlei este $0{,}8 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}, iar al metalului din care sînt alcătuite armăturile $1{,}2 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}.

(Bacalaureat, Franța)

854 ● 1° Într-un condensator plan, cu suprafața fiecărei armături $S=200$ cm^2, armăturile sînt separate printr-un strat de aer de grosime $e=4$ mm. La ce potențial V trebuie să aducem armătura superioară A pentru ca ea să înmagazineze o sarcină $Q=1$ μC, cealaltă armătură B fiind legată la pămînt ? Care vor fi atunci intensitatea cîmpului electric E între armături, presiunea electrostatică p și energia W a condensatorului ?

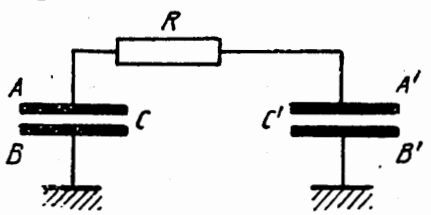


Fig. 170.

2° Ce valoare C_1 va avea capacitatea, dacă se introduce între armăturile sale și paralel cu ele o lamă de sticlă de grosime $e_1=3$ mm și permitivitate relativă $\varepsilon_r=6$?

3° Se scoate lama de sticlă, condensatorul rămînînd încărcat cu sarcina Q. Un alt condensator plan cu aer, C', cu suprafața utilă $S'=S$ și grosime $e'=\frac{e}{2}$ are armătura sa A' la potențialul $V'=3$ V, cealaltă armătură B' fiind legată tot la pămînt. Se unesc printr-un fir metalic armăturile A și A'. Să se calculeze noile sarcini Q_1 și Q_2.

4° Se stabilește legătura între A și A' printr-un rezistor cu rezistența $R=10$ kΩ (fig. 170). Să se determine valoarea inițială I_0 a curentului în rezistor și energia ΔW transformată în căldură de acesta.

5° Condensatoarele fiind legate ca la punctul 3°, să se calculeze lucrul mecanic necesar pentru a îndepărta armătura B' față de A', pînă la distanța $e'=e$.

(Școala navală, Franța)

855 ● Un condensator cu capacitatea $C=100$ μF se încarcă sub o diferență de potențial $U=2\,500$ V.

1° Să se calculeze sarcina electrică Q și energia W a condensatorului.

2° Să se determine cantitatea m de gheață care se poate topi (la presiune normală) datorită căldurii degajate în timpul descărcării condensatorului, presupunînd că toată energia condensatorului se transformă în căldură.

3° Să se determine volumul final V al unui gram de aer aflat inițial la presiunea $p=0{,}6\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ și temperatura $t_0=25$°C, după ce absoarbe izobar căldura rezultată din descărcarea precedentă.

Căldura latentă de topire a gheții $\lambda=334\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, căldura specifică a aerului sub presiune constantă $c_p=1\,\frac{\text{kg J}}{\text{kg} \cdot \text{grd}}$, masa moleculară a aerului $M=28{,}9$.

(Școala politehnică, Franța)

856 ● Un aparat destinat să lucreze ca electrometru este constituit din două discuri circulare, verticale și paralele, unul A fix, altul B suspendat prin două fire

egale și paralele MN și $M'N'$ (fig. 171). Discul B are o rază $r=10$ cm; discul A este cu mult mai mare. Firele de suspensie au lungimea $l=1$ m; sistemul atîrnat de fire are masa $m=200$ g. Distanța dintre cele două discuri este $d_0=1$ cm, atunci cînd ele se găsesc la același potențial, B fiind în repaus.

1° Se stabilește între discuri o diferență de potențial U. Ce devine distanța d între pozițiile lor de echilibru ?

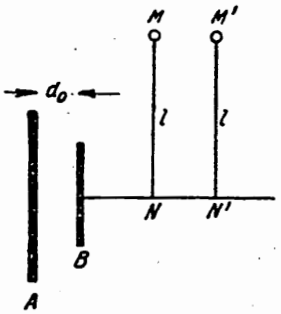


Fig. 171.

2° Ce diferență de potențial trebuie să existe între discuri pentru ca deplasarea lui B să fie $x=1$ mm ? Se va considera că între discuri cîmpul electric este uniform, iar firele de suspensie fac unghiuri foarte mici cu verticala.

(Școala normală, Franța)

857 ● Un condensator este realizat din foițe de staniol separate prin hîrtie parafinată. Permitivitatea relativă a izolantului este $\varepsilon_r=2,2$; grosimea sa este $e=0,1$ mm.

1° Care este suprafața hîrtiei parafinate necesară pentru obținerea unei capacități $C=1\mu F$?

2° Se presupune că acest condensator poate suporta, fără a fi străpuns, o diferență de potențial $U_0=1\,000$ V. Care este atunci energia înmagazinată în condensator ?

3° Pentru a încărca acest condensator, se pun aceste armături în contact cu polii unei surse a cărei diferență de potențial este U_0, prin intermediul unor fire conductoare de rezistență arbitrară r. Să se arate că energia înmagazinată în condensator nu este decît o parte din energia debitată de sursă în timpul încărcării. Ce a devenit cealaltă parte ?

4° După încărcarea condensatorului se leagă armăturile sale printr-un fir cu rezistența foarte mare R, prin care condensatorul se va descărca lent. Știind că diferența de potențial dintre armături se reduce la jumătate în 6,9 secunde, să se evalueze rezistența R.

5° Se presupune că dielectricul care separă armăturile nu este izolant perfect, ci posedă o rezistivitate $\rho=10^{16}\ \Omega\cdot m$. Să se arate că timpul t, după care el a pierdut jumătate din sarcina sa, este independent de dimensiunile condensatorului și nu depinde decît de proprietățile dielectricului.

(Școala navală, Franța)

858 Într-un tub Roentgen, electronii sînt accelerați de o tensiune de 30 000 V și formează un curent de 5 mA. Să se calculeze :

1° viteza electronilor în momentul cînd întîlnesc anticatodul ;

2° numărul electronilor ce ies din catod într-o secundă ;

3° lungimea de undă minimă a radiațiilor Roentgen care iau naștere în tub.

(Olimpiadă, 1962)

859 ● O sferă metalică cu raza de 1 cm este încărcată la un potențial de 900 V. Sfera fixată pe o tijă izolantă, lungă de 30 cm, se rotește în planul orizontal cu $300\frac{\text{rot}}{\text{min}}$. Ce intensitate are cîmpul magnetic într-un punct pe axul de rotație ?

(Concursul școlilor medii, 1965, R. P. Ungară)

860 Un electron se deplasează cu o viteză v într-un cîmp magnetic uniform cu inducția magnetică $B=1{,}5$ mT, ale cărui linii de forță sînt perpendiculare pe direcția vitezei v.

1° Să se demonstreze că traiectoria acestei particule este un cerc și să se dea regula care indică sensul de rotație a particulei pe această traiectorie.

2° Să se stabilească relația ce dă raza r a cercului descris, în funcție de v, B și raportul $\frac{e}{m}$ care reprezintă sarcina specifică a particulei.

3° Se înlătură cîmpul magnetic și se folosește un condensator format din două discuri metalice plane de același diametru $D=15$ cm.

Aceste discuri sînt așezate orizontal, unul deasupra celuilalt, astfel că cele două centre ale lor O și O' se află pe aceeași verticală la distanța $d=3$ cm. Se aranjează totul astfel încît electronul, avînd aceeași viteză v, să se miște într-un plan orizontal egal depărtat de cele două armături și să întîlnească dreapta OO'. La un moment dat, între plăcile condensatorului se stabilește o diferență de potențial $U=136$ V, încît se creează un cîmp electrostatic pe care îl presupunem uniform și nedepășind spațiul cilindric ce are ca baze cele două armături ale condensatorului.

Deci, la traversarea cîmpului, particula respectivă va fi deviată vertical și la ieșirea din cîmp se va găsi deplasată vertical la înălțimea Δ față de planul orizontal în care se afla la intrare.

Să se stabilească relația ce permite calcularea lui Δ în funcție de U, d, D, $\frac{e}{m}$, v.

Să se calculeze valoarea numerică a lui v și $\frac{e}{m}$, admițînd că cele două experiențe precedente se efectuează succesiv și se obține $r=11{,}3$ cm, $\Delta=1$ cm.

(Bacalaureat, Franța)

861 La bornele unei baterii cu t.e.m. E și rezistența internă r, se conectează galvanometrul balistic G (fig. 172), prin intermediul condensatorului C și a întrerupătorului K_1. La bornele sursei, prin întrerupătorul K_2, se poate conecta rezistorul cu rezistența R. La închiderea întrerupătorului K_1 (K_2 deschis), acul galvanometrului deviază la dreapta cu un unghi α. Cu ce unghi β și în ce parte va devia apoi acul galvanometrului dacă se închide K_2? Se consideră că unghiul de deviere este proporțional cu cantitatea de electricitate ce străbate galvanometrul.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

862 Rezistorul r_1 al unei punți Wheatstone este constituit dintr-un fir de platină cu diametrul d, lungimea l și rezistivitatea $\rho=\rho_0(1+\alpha t)$, funcție liniară de temperatură t. Rezistoarele r_3, r_4 au aceeași valoare R (fig. 173). Ele sînt realizate din fir de manganin cu diametrul D, lungimea L și rezistivitatea ρ', independentă de temperatură. Rezistorul r_2 este format dintr-un rezistor din manganin cu rezistența $R=r_3=r_4$, prelungit cu un fir tot de manganin de același diametru D și cu lungimea variabilă x.

1° Să se determine lungimile L și l în așa fel ca lungimea x corespunzînd echilibrului punții să fie proporțională cu temperatura firului de platină ($x=at$).

2° Lungimile L și l avînd valorile determinate, să se calculeze intensitatea curentului i care trece prin galvanometru, atunci cînd $r_2=r_3=r_4=R$ (deci pentru $x=0$).

Se va nota : G rezistența galvanometrului, ale cărui deviații sînt proporționale cu i ; E tensiunea electromotoare a pilei, a cărei rezistență este neglijabilă. Să se arate că i este proporțional cu t, cînd temperatura este mică. În aceste condiții, ce sensibilitate va trebui să prezinte galvanometrul pentru ca o variație de temperatură de un grad să corespundă unei deviații de N diviziuni ? Se va caracteriza această sensibilitate prin numărul N_0 de diviziuni de pe scala galvanometrului corespunzînd unui curent de un microamper. Aplicație numerică : $d=0{,}005$ cm, $\rho_0=0{,}1\ \mu\Omega\cdot$m, $\alpha=3{,}8\cdot10^{-3}$ grd^{-1}, $D=0{,}05$ cm, $\rho'=0{,}42\ \mu\Omega\cdot$m, $a=20\frac{\text{cm}}{\text{grd}}$, $E=1$ V, $G=50\ \Omega$. $N=50$ diviziuni.

(Școala de mine, Franța)

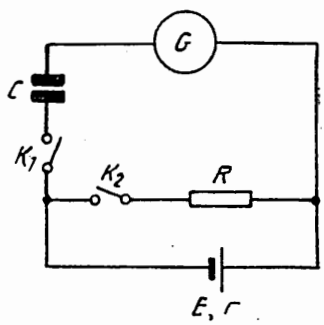


Fig. 172.

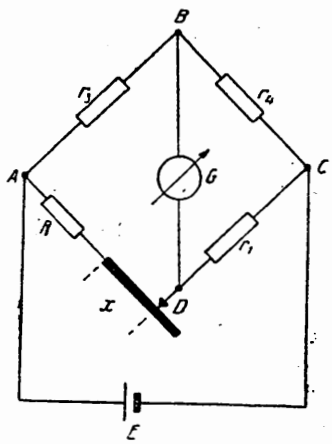


Fig. 173.

863 Un voltmetru cu rezistență mare, legat la cei doi poli ai unei baterii de acumulatoare, indică 100 V cînd bateria nu furnizează curent și 50 V cînd bateria furnizează un curent de 25 A într-un rezistor cu rezistența de R ohmi.

1° Să se calculeze tensiunea electromotoare a bateriei, rezistența R și rezistența r a bateriei.

2° Intensitatea curentului scade la 20 A cînd un motor pe care îl împiedicăm să se învîrtească este legat în serie cu rezistorul R și bateria de acumulatoare. Să se calculeze rezistența R_m a acestui motor.

3° Se lasă apoi motorul să se învîrtească. Intensitatea scade la 15 A. Care este tensiunea contraelectromotoare a motorului și ce putere furnizează el? Ce diferență de potențial va indica un voltmetru legat la bornele motorului?

(Bacalaureat, Franța)

864 Un fir cilindric și omogen AB din feronichel are la temperatura normală o rezistență de 25 Ω și o lungime de 1 m.

1° Știind că secțiunea sa transversală este un cerc cu raza de 0,1 mm, să se determine rezistivitatea aliajului.

2° Cu firul AB bine întins se realizează montajul din figura 174, *a*. Extremitățile A și B sînt legate la cei doi poli ai unei pile P; un galvanometru G este intercalat între A și unul din polii celei de-a doua pile P', cel de-al doilea pol al său fiind legat la un cursor cu contact C, care se poate deplasa în lungul firului AB. Toate conductoarele de legătură au rezistențe neglijabile. Cînd P' este un element Weston a cărui tensiune electromotoare este de 1,018 V, se constată că galvanometrul G nu este parcurs de curent cînd cursorul C se află la 31 cm de capătul A. Care este atunci intensitatea curentului debitat de pila P și tensiunea la bornele ei?

3° Înlocuind elementul Weston printr-o altă pilă P'', se poate aduce galvanometrul la zero prin deplasarea cursorului cu 6,4 cm către B. Să se deducă t.e.m. a pilei P''.

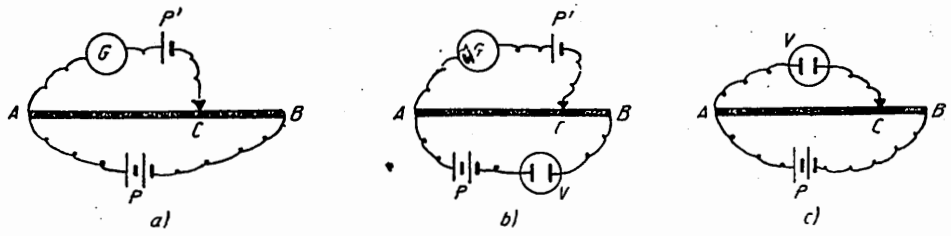


Fig. 174.

4° Pila P fiind scoasă din circuit, se leagă polii săi la bornele unui voltmetru cu rezistență internă mare; știind că acesta din urmă arată 4,05 V, să se determine rezistența internă a pilei P, utilizînd rezultatele găsite la punctul 2°.

5° Se introduce un voltametru V, cu apă acidulată și cu electrozii din platină, în circuitul pilei P, elementul Weston fiind în P' (fig. 174, *b*). Pentru a aduce galvanometrul la zero, trebuie pus cursorul la 64 cm de capătul A. Care va fi în aceste condiții volumul gazului captat în 10 min într-o eprubetă care acoperă ansamblul celor doi electrozi ai voltametrului? În condiții normale, un mol de gaz ocupă un volum $V_m=22{,}4$ l; temperatura mediului ambiant este presupusă de 0°C.

6° Ce relație satisfac tensiunea contraelectromotoare și rezistența interioară a voltametrului în experiența precedentă?

7° Voltametrul este pus în locul elementului Weston P', galvanometrul fiind suprimat și cursorul fiind menținut la 64 cm de capătul A (fig. 174, *c*). Se constată că sînt necesare 30 min pentru a se obține în eprubetă același volum de gaz ca cel precedent. Să se deducă din această experiență și din relația de la punctul 6°, tensiunea contraelectromotoare și rezistența voltametrului.

(Școala navală, Franța; Olimpiadă, 1969)

865 O baterie cu t.e.m. de 20 V, cu rezistența interioară neglijabilă, debitează un curent de 2 A într-un circuit format din două rezistoare legate în serie. Unul din rezistoare este introdus într-un vas calorimetric umplut pînă la refuz cu petrol, masa petrolului fiind de 0,8 kg. Lăsînd să treacă curentul timp de 5 min, petrolul s-a încălzit cu 3°C și s-au scurs din vas 3 cm³ de petrol. Tensiunea la bornele rezistorului din vas este de 10 V. Din căldura

dezvoltată în rezistorul din calorimetru, 80% este preluată de petrol, iar restul de vasul calorimetric (fără alte pierderi de căldură).
Să se determine :
1° valorile rezistențelor celor două rezistoare ;
2° căldura specifică a petrolului ;
3° randamentul total cu care lucrează bateria pentru încălzirea petrolului ;
4° coeficientul de dilatație aparentă a petrolului, știind că densitatea lui este de $800 \frac{kg}{m^3}$;
5° capacitatea calorică și echivalentul în apă al calorimetrului.

(Institutul de arhitectură „Ion Mincu", 1965)

866 Un recipient de volum constant conține o cantitate de hidrogen $m=0{,}2$ g la temperatura $t_0=0°C$.
1° Ce cantitate de căldură trebuie să primească gazul pentru ca presiunea sa să se dubleze ? Pentru hidrogen $c_v=1 \frac{kJ}{kg \cdot grd}$.
2° Această cantitate de căldură este produsă de un filament cu rezistența $R=220\ \Omega$, străbătut de un curent alternativ sinusoidal. Ce intensitate eficace trebuie să aibă curentul pentru ca rezultatul precedent să fie obținut după timpul $t=10$ s ?
3° Filamentul fiind fără inductanță, care trebuie să fie tensiunea electromotoare eficace și t.e.m. maximă ?

(Bacalaureat, Franța)

867 1° Un curent electric de intensitate I parcurge un fir cilindric omogen, de secțiune S. Să se arate că puterea P disipată în acest fir prin efect Joule se poate exprima prin formula $P=Kmi^2$ în care : m este masa conductorului, $i=\frac{I}{S}$ densitatea curentului, iar K un coeficient ce depinde de natura conductorului.
Să se calculeze K pentru un conductor din fier cu rezistivitatea $\rho=0{,}25\ \mu\ \Omega \cdot m$ și densitatea $d=7{,}7 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$.
2° Se admite că un fir a cărui temperatură depășește cu $\theta°C$ pe aceea a mediului ambiant, pierde prin radiație și conductibilitate o putere $P'=h\theta s$, s fiind suprafața laterală a firului și h un coeficient egal cu $50 \frac{W}{m^2 \cdot grd}$.
Presupunînd temperatura ambiantă $t_0=15°C$, să se exprime densitatea curentului necesar menținerii într-un fir cilindric din fier cu diametrul $D=1$ mm, a unei temperaturi $t=100°C$.
3° Ipotezele precedente rămînînd valabile, să se determine modul de variație a temperaturii t, în funcție de timp (τ), a unui fir din fier cu diametrul $D=1$ mm și lungimea $l=100$ m, la extremitățile căruia se aplică la momentul $\tau=0$ o diferență de potențial $U=240$ V. Temperatura inițială a firului este egală celei a mediului ambiant de 15°C. După cît timp va atinge o temperatură inferioară cu $\Delta t=5°C$ temperaturii sale limită ?
Căldura specifică a fierului $c=0{,}46 \frac{kJ}{kg \cdot grd}$.
4° Se propune să se disipeze prin efect Joule o putere $P_1=100$ kW produsă sub o tensiune $U_1=500$ V. În acest scop se utilizează un grilaj din fir

de fier cu ochiuri pătrate, sub forma unei benzi cu lățimea $L'=50$ cm. Laturile lungi L ale benzii sînt constituite din bare rectilinii izolante electric, iar cele mici L' din bare metalice cu secțiune foarte mare. Diagonalele ochiurilor sînt paralele cu aceste laturi și au lungimea $\lambda=5$ cm. Diametrul firului $D'=1{,}5$ mm.

a) Să se calculeze rezistența unei benzi de grilaj cu lungimea $L=100$ m.

b) Se ia o lungime de grilaj suficientă pentru a absorbi puterea P_1. Să se calculeze temperatura grilajului în regim permanent, presupunînd temperatura ambiantă de 15°C și admițînd că ipotezele de la punctul 2° rămîn valabile.

5° S-a presupus pînă acum că rezistivitatea fierului este invariabilă. În realitate $\rho=\rho_0\left(1+\frac{t}{300}\right)$, cu $\rho_0=0{,}18$ $\mu\,\Omega\cdot$m. Să se reia punctele 2° și 3° în această ipoteză.

(Școala politehnică, Franța)

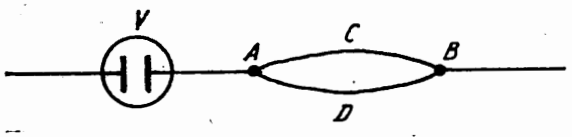


Fig. 175.

868 Un circuit electric străbătut de un curent electric conține două derivații, ACB și ADB (fig. 175). Prin firul ACB trece un curent de 1 A, iar rezistența sa este de nouă ori mai mare decît rezistența firului ADB. Circuitul principal conține un voltametru V cu azotat de argint.

1° Care este cantitatea de argint depusă pe catod în timp de 15 min ? Pentru argint $k=1{,}118\frac{\text{mg}}{\text{C}}$.

2° Care este cantitatea de căldură degajată în același timp, în ramura ADB, a cărei rezistență este de 10 Ω ?

(Bacalaureat, Franța)

869 O sursă cu tensiunea electromotoare constantă produce un curent electric, într-un circuit ce conține un miliampermetru și un voltametru cu sulfat de cupru și electrozi de cupru.

1° Curentul face să devieze acul miliampermetrului cu 25 diviziuni și depune 0,2965 g de cupru pe oră ; ce indică fiecare diviziune a miliampermetrului ? Pentru cupru $k=0{,}33\frac{\text{mg}}{\text{C}}$.

2° Folosind un șunt de 20 Ω, deviația acului este de 21,7 diviziuni cînd se depun 0,8976 g de cupru pe oră, Ce rezistență are miliampermetrul ?

3° Ce valori au tensiunea electromotoare aplicată și rezistența circuitului exterior miliampermetrului ?

(Bacalaureat, Franța)

870 Un element care are o rezistență interioară de 0,25 Ω are polii legați printr-un fir de cupru lung de 314 m și cu un diametru de 2 mm. Să se determine :

1° tensiunea electromotoare a elementului, dacă curentul produs are intensitatea de 1 A ;

2° tensiunea la bornele elementului;
3° cantitatea de căldură ce se produce în circuitul exterior în timp de 10 min;
4° cantitatea de argint ce se depune pe catod în 10 min, dacă în locul rezistenței exterioare se intercalează o baie electrolitică de azotat de argint, avînd o rezistență de 0,75 Ω.

Se dau: rezistivitatea cuprului 0,0175 $\mu\Omega \cdot m$ și echivalentul electrochimic al argintului $1{,}118 \frac{mg}{C}$.

(Olimpiadă, 1955; A.S.E., 1968)

871 Zece elemente cu tensiuni electromotoare de 1,1 V și rezistențe interioare de 4 Ω fiecare, se leagă în două ramuri paralele, în fiecare ramură fiind legate cîte 5 elemente în serie. Rezistența circuitului exterior fiind de 5 Ω, se cere:

1° intensitatea curentului principal;

2° timpul în care s-ar depune la catod 0,216 g de cupru dintr-o soluție de sulfat de cupru prin care ar trece curentul principal. Echivalentul electrochimic al cuprului este $0{,}33 \frac{mg}{C}$;

3° timpul în care se dezvoltă în rezistența exterioară bateriei o cantitate de căldură de 1,18 kJ.

(Olimpiadă, 1955)

872 Un generator electric cu t.e.m. $E=40$ V și rezistența interioară $r=4$ Ω, alimentează în circuitul exterior două consumatoare montate în paralel. Unul din consumatoare este un fierbător electric avînd rezistența $R_1=20$ Ω, randamentul termic $\eta=80\%$ și conține 259,2 g de apă cu temperatura inițială $\theta_1=10°C$. Celălalt consumator este o baie de electroliză, avînd electrozii din argint, conținînd ca electrolit o soluție de $AgNO_3$, cu rezistența electrică $R_2=30$ Ω.

Să se calculeze:

1° temperatura apei din fierbător cînd de pe anodul voltametrului au trecut în soluție 1 006,2 mg de argint; pentru argint $k=1{,}118 \frac{mg}{C}$;

2° timpul după care apa din fierbător ajunge la temperatura de fierbere;

3° cu cît s-a micșorat grosimea anodului în acest timp, dacă suprafața lui este de 20 cm^2, iar densitatea argintului este de $10{,}5 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$?

(Olimpiadă, 1964)

873 Cei doi poli ai unei pile sînt puși în legătură cu un circuit $ABDCA$, ca în figura 176. Rezistența $AB=R_1$ este necunoscută. Rezistențele AC, BD, CD au, respectiv, valorile $AC=R_2=80$ Ω, $BD=R_3=3$ Ω, $CD=R_4=4$ Ω. Punctele B și C se leagă la cele două borne ale unui galvanometru G.

1° Știind că nu trece curent prin galvanometrul G, să se calculeze rezistența R_1.

2° Firul care constituie rezistența R_4 este din cupru și are secțiunea 0,25 mm^2. Să se calculeze lungimea acestui fir, știind că un fir din același metal avînd lungimea de 100 m și secțiunea 1 mm^2 are rezistența 2 Ω.

3° Un voltametru V cu sulfat de cupru și electrozi de cupru face parte din rezistența AC (de valoare R_2). Curentul debitat de sursă este de 3,5 A. Cu cît se micșorează masa anodului voltametrului după 10 min ? Masa atomică a cuprului este 64, iar valența sa 2.

(Bacalaureat, Franța)

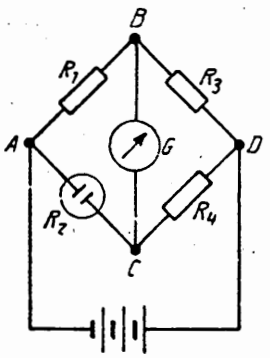


Fig. 176.

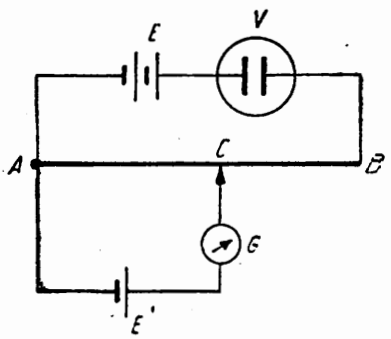


Fig. 177.

874 Două elemente galvanice, avînd fiecare tensiunea electromotoare 1,8 V, sînt montate în serie cu un fir AB cu lungimea de 2 m și cu voltametrul V alcătuit din două lame de argint într-o soluție diluată a unei sări de argint. La trecerea prin acest circuit a unui curent electric timp de 30 min, masa catodului va crește cu $m=0{,}403$ g, iar dacă se repetă experiența după ce s-a redus la 1 m lungimea firului AB, se constată că la trecerea curentului în același timp, masa catodului crește cu $m'=0{,}6045$ g. Masa atomică a argintului este 108.

1° Să se calculeze intensitățile i_1 și i_2 ale curenților electrici din cele două cazuri.

2° Să se găsească rezistența r pe metru de lungime a firului subțire.

3° În cazul firului AB cu lungimea de 2 m, se leagă punctul A al circuitului precedent la una din bornele unui acumulator. A doua bornă a acumulatorului se leagă prin intermediul unui galvanometru G la un punct C al firului AB, punct astfel ales încît galvanometrul să nu fie parcurs de curent (fig. 177). Ce se va întîmpla cînd punctul C va fi deplasat către A sau B ? Să se calculeze tensiunea electromotoare a acumulatorului, știind că galvanometrul nu deviază pentru $AC=1{,}833$ m.

(Bacalaureat, Franța)

875 Un circuit este alcătuit din următoarele aparate așezate în serie : un dinam cu t.e.m. de 100 V, un reostat R, un ampermetru A, un voltametru V cu sulfat de cupru și electrozi de cupru și o bobină B formată dintr-un fir de maillechort, cu lungimea de 100 m și secțiunea 0,3 mm^2.

1° Cu cît se va mări masa catodului voltametrului V după 20 min, dacă ampermetrul A indică un curent de 0,4 A ? Masa atomică a cuprului este 63,5, iar valența sa 2.

2° Să se calculeze tensiunea la bornele bobinei și puterea pe care o dezvoltă curentul în rezistența ei. Rezistivitatea maillechortului este 0,3 $\mu\ \Omega\cdot$m.

3° Se leagă în paralel cu bobina B o a doua bobină B'. Cele două bobine au același diametru și același fir ; bobina B are 1 000 de spire, iar bobina B' are numai 600 de spire.

a) Ce intensitate indică ampermetrul A ?

b) Pentru a restabili prima valoare a intensității, în ce sens și cît de mult trebuie modificată rezistența reostatului R ?

c) Restabilind intensitatea la valoarea de 0,4 A în ampermetru, care este tensiunea la bornele bobinei B și puterea c[illegible]tuită în această bobină ?

(Bacalaureat, Franța)

876 Se montează în serie : un ampermetru ; un rezistor format dintr-un fir de 5 m lungime și 1 mm diametru, cu rezistivitatea de 0,5 $\mu\,\Omega\cdot$m, introdus într-un calorimetru ; două voltametre, primul conținînd o soluție de $AgNO_3$ cu electrozii din Ag, al doilea apă acidulată (H_2SO_4), cu electrozii de platină. Ampermetrul indică o intensitate egală cu 4 A. Experiența durează 25 min.

1° Să se calculeze cantitatea de căldură degajată în calorimetru. Presupunînd că trei sferturi din această căldură încălzește o masă de 1 000 g alamă, cu căldura specifică $0{,}4\,\frac{kJ}{kg\cdot grd}$, să se calculeze variația temperaturii alamei.

2° Să se calculeze masa argintului depus la catodul primului voltametru. Dacă catodul are o suprafață de 10 cm², care este grosimea stratului de argint, știind că densitatea argintului este de $10{,}59\cdot10^3\,\frac{kg}{m^3}$?

3° Să se calculeze volumele gazelor adunate la cei doi electrozi în al doilea vas (la 0°C și 760 torr).

Masele atomice sînt : 108 pentru Ag, 16 pentru O și 1 pentru H ; densitatea hidrogenului $0{,}09\,\frac{kg}{m^3}$, iar a oxigenului $1{,}43\,\frac{kg}{m^3}$.

(Bacalaureat, Vietnam, 1960)

877 Ce volum ocupă, la temperatura de 20° și presiunea 750 torr, gazele obținute prin electroliza unui kilogram de apă ?

(Cercul de fizică-București, 1956)

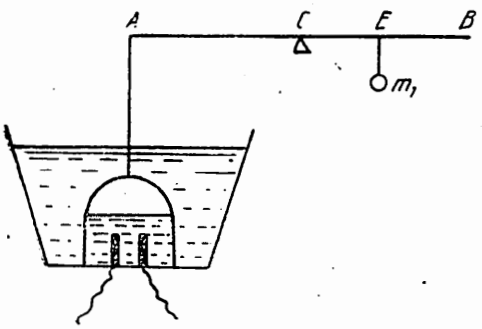


Fig. 178.

878 Un clopot de sticlă avînd masa $m=20$ g, se așază peste firele de platină ale unui voltametru. Se leagă clopotul de capătul A al pîrghiei unei balanțe (fig. 178). Apa din voltametru acoperă în întregime clopotul care se află pe fundul vasului. În E, la o distanță de punctul de suspensie astfel încît $CE=\frac{AC}{2}$, se plasează o sferă cu masa $m_1=16$ g. Ce cantitate de apă trebuie să se descompună pentru ca clopotul să se ridice și pîrghia să devină orizontală ?

La începutul experienței apa acidulată are densitatea $10^3\,\frac{kg}{m^3}$; densitatea

relativă a aerului față de apă este $\frac{1}{774}$, a oxigenului 1,1056 și a hidrogenului 0,069, ambele în raport cu aerul. Densitatea sticlei este $2{,}5 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$.

(Bacalaureat, Franța)

879 În circuitul unei baterii cu t.e.m. de 4 V se găsește un rezistor cu rezistența de 1,4 Ω în serie cu un solenoid cu rezistența de 8 Ω. Solenoidul are 100 de spire, secțiunea de 25 cm² și o lungime de 62,8 cm. În paralel cu solenoidul se găsește montat un voltametru cu sulfat de cupru, avînd rezistența de 2 Ω. După închiderea circuitului, pe catodul voltametrului se depun 330 mg cupru în 20 min 50 s. Să se calculeze:
1° intensitățile curenților în ramurile circuitului;
2° intensitatea cîmpului magnetic în interiorul bobinei, fluxul total al liniilor de forță și inductanța proprie a solenoidului.
3° rezistența interioară a bateriei.

Echivalentul electrochimic al cuprului este $0{,}33 \frac{mg}{C}$.

(Olimpiadă, 1960)

880 Un voltametru cu anod de Ag, care conține soluție de $AgNO_3$, este legat în serie cu un rezistor cu rezistența de 25 Ω și cu o bobină lungă de 20 cm, cu 100 de spire, avînd miez de fier cu $\mu_r = 800$. Rezistorul se află într-un vas care conține 0,5 l apă la temperatura de 18°C. Prin circuit trece un curent electric care transportă la catod $5 \cdot 10^{21}$ ioni de Ag, încălzește apa din vasul ce conține rezistorul și produce în miezul de fier o inducție magnetică de 1,5072 T.
Să se calculeze:
1° cantitatea de Ag depusă la catod;
2° intensitatea curentului și timpul cît circulă;
3° pînă la ce temperatură se încălzește apa din vas.

Echivalentul electrochimic al Ag este de $1{,}118 \frac{mg}{C}$; sarcina electronului $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; se neglijează capacitatea calorică a vasului.

(Olimpiadă, 1961)

881 Un circuit este format dintr-un rezistor cu rezistența de 20 Ω, o bobină cu 10^3 spire și lungimea 62,8 cm, și un voltametru cu soluție de $CuSO_4$, avînd electrozii din cupru. Bobina are miez de fier cu $\mu_r = 300$ și secțiunea de 10 cm². Rezistorul se află într-un calorimetru de capacitate calorică neglijabilă, care conține 2,16 kg de apă la 20°C. Curentul transportă $9 \cdot 10^{20}$ ioni de cupru la catod și produce în bobină un flux total de inducție de 8 Wb. Să se calculeze:
1° masa de cupru depusă la catod;
2° intensitatea curentului;
3° timpul cît circulă curentul;
4° inducția magnetică în miezul bobinei și inductanța bobinei;
5° temperatura la care se încălzește apa.
Se dau: masa atomică a cuprului 63,57 și numărul lui Faraday $F = 96\,500$ C.

(Olimpiadă, 1965)

882 Un voltametru cu soluție de $CuSO_4$, avînd rezistența de 2 Ω și tensiunea de polarizare de 1 V, este legat în paralel cu un rezistor cu rezistența de 6,5 Ω,

introdus în 249,6 g de apă și cu o bobină de 6,5 Ω, care are diametrul de 10 cm și 100 spire pe o lungime de 50 cm. Această grupare este legată în serie cu un rezistor cu rezistența de 6,7 Ω și apoi, la bornele unui generator cu t.e.m. de 100 V și rezistența interioară de 2 Ω. Se cer :

1° intensitățile curenților din fiecare ramură a circuitului ;

2° cu cîte grade se încălzește apa în timp ce pe catodul voltametrului se depun 1,968 g cupru, dacă apa primește 40% din căldura dezvoltată în rezistorul R_1 ;

3° randamentul instalației format din cele trei consumatoare grupate în paralel ;

4° fluxul total de inducție magnetică și inductanța bobinei, dacă aceasta are miezul din fier cu $\mu_r = 100$.

Se dau : $F = 96\,500\ C$, $A = 63{,}57$, $\pi^2 = 10$.

(Olimpiadă, 1966 ; 1970)

883 Avînd la dispoziție o bobină plată, cu raza și numărul de spire cunoscute, un ac magnetic, o sursă de curent electric, o balanță, greutăți marcate și un voltametru cu $CuSO_4$ și electrozi de cupru, să se determine componenta orizontală a cîmpului magnetic pămîntesc.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

884 Se consideră un circuit electric reprezentat ca în figura 179 : E — sursa electrică cu rezistența interioară neglijabilă ; K — întrerupător ; B — bobină cilindrică cu spire circulare ; V — voltametru cu sulfat de cupru, cu rezistența $r_v = 2{,}4\ \Omega$; M — voltmetru cu rezistența $R_v = 100\ \Omega$; S — șunt cu rezistența de 1 Ω, în derivație cu voltmetrul M.

1° Să se calculeze rezistența electrică a bobinei B, știind că ea este realizată din 3 straturi în serie, coaxiale și suprapuse, fiecare strat conținînd 400 spire din cupru. Diametrul firului de cupru este $d = 1{,}2$ mm și, diametrul mediu al spirelor este $D = 4$ cm (rezistivitatea cuprului 0,017 μΩ·m).

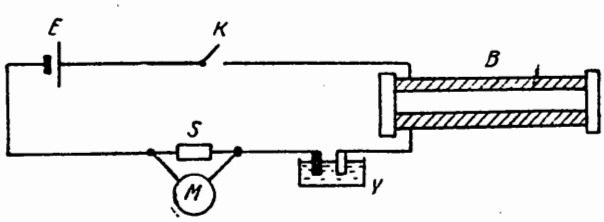


Fig. 179.

2° Să se calculeze valoarea pe care o va avea intensitatea cîmpului magnetic în centrul bobinei B (care se va asimila cu un solenoid de lungime infinită în raport cu diametrul său), dacă intensitatea curentului care o traversează este de 5 A. Diametrul firului de cupru, cu izolație, este $d' = 1{,}6$ mm.

3° Închizînd întrerupătorul K, va trece în circuitul total un curent de intensitate constantă (neavînd dealtfel nici un raport cu intensitatea precedentă) și care în 20 min face să crească cu 3 g masa catodului voltametrului V. Ce vom citi la voltmetrul M în timpul trecerii acestui curent (96 521 C eliberează un echivalent-gram ; masa atomică a cuprului 63,57) ? Care trebuie să fie în aceste condiții tensiunea electromotoare a sursei E ? Firele de conexiune și întrerupătorul sînt presupuse cu rezistențe neglijabile.

(Școala centrală, Franța)

885 Un galvanometru cu magnet mobil este constituit dintr-un ac magnetic foarte mic, suspendat orizontal printr-un fir fără torsiune în centrul unei bobine plate B. Aceasta este realizată din fir de cupru de diametru $d=0{,}3$ mm și rezistivitate $\rho=0{,}017\ \mu\Omega\cdot m$; ea cuprinde 100 spire al căror plan conține meridianul magnetic. Pentru a observa deviația acului se utilizează următorul dispozitiv: raza de lumină emisă de o sursă S_1 (fig. 180, *a*) traversează o lentilă

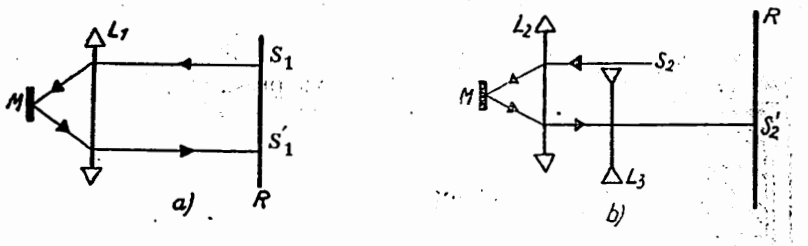


Fig. 180.

fixă L_1 cu distanța focală $f_1=1$ m; ea se reflectă pe o oglindă M solidară cu acul și retraversează lentila L_1; se obține o imagine a sursei S_1' pe o riglă orizontală R. Sursa și rigla sînt plasate în planul focal al lentilei.

I. Se trece prin bobina B un curent de 100 microamperi. Să se calculeze deviația acului și deplasarea corespunzătoare a spotului pe riglă.

Componenta orizontală a cîmpului magnetic terestru, $H_0=16\ \frac{A}{m}$.

II. Pentru a crește sensibilitatea, se plasează ansamblul bobină-ac în centrul unui solenoid S orientat convenabil, conținînd 100 spire pe centimetru și creînd, cînd este parcurs de curent, un cîmp magnetic de sens opus componentei orizontale a magnetismului terestru.

1° Solenoidul fiind presupus de lungime infinită, să se calculeze intensitatea i a curentului necesar pentru a compensa cîmpul terestru.

2° Solenoidul este realizat din 5 000 spire cu diametrul mediu $D=10$ cm, egal repartizate pe 50 cm lungime, din același fir ca cel al bobinei B.

a) Să se calculeze puterea P cheltuită în solenoid, atunci cînd acesta este parcurs de un curent a cărui intensitate i are valoarea precedent calculată.

b) Cu ce aproximație este permis să se asimileze solenoidul real de 50 cm lungime, cu un solenoid de lungime infinită?

III. Pentru o aceeași rotație a oglinzii M, vrem să triplăm deplasarea spotului pe rigla R, care trebuie să rămînă la distanță constantă de M. În acest scop se plasează în locul lentilei L_1 o lentilă convergentă L_2 de distanță focală $f_2=50$ cm și o sursă luminoasă în S_2 în planul focal al lui L_2. Se dispune, de asemenea, pe drumul de întoarcere al razei, o lentilă divergentă L_3 de distanță focală f_3, la distanța D' de L_2 (fig. 180, *b*).
Să se calculeze f_3 și D', astfel încît imaginea S_2' a sursei să se formeze pe rigla R.

(Școala politehnică, Franța)

886 Cadrul mobil al unui galvanometru este constituit din $N=200$ spire dreptunghiulare înfășurate în același sens; axa de simetrie a bobinei plate drept-

unghiulare $MNPQ$, paralelă cu laturile mai mari ale spirelor, se confundă cu firele metalice de torsiune BC, $B'C'$, ataşate, respectiv, la bornele fixe B, B' (fig. 181). Toate spirele vor fi presupuse de aceleaşi dimensiuni: $MN=a=5$ cm, $NP=b=2$ cm, din fire izolate cu un diametru $d=0{,}05$ mm. Cele două fire BC şi $B'C'$ au constanta de torsiune $k=2\cdot10^{-4}\frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$. Acest cadru este plasat într-un cîmp magnetic uniform de intensitate $B=0{,}1$ T şi de direcţie fixă, paralelă cu planul spirelor cînd curentul în acestea este nul şi cînd torsiunea firelor BC şi $B'C'$ este, de asemenea, nulă. O oglindă plană O este fixată rigid de cadru. Se va presupune în cele ce urmează că deviaţiile cadrului rămîn mici.

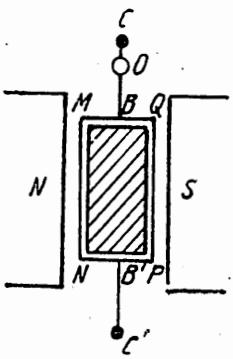


Fig. 181.

1° Să se calculeze rezistenţa cuprinsă între bornele B şi B' (50 m de fir de cupru cu diametrul de 1 mm prezintă o rezistenţă de 0,85 Ω).
Scala gradată, conţinînd filamentul luminos F, se găseşte la 1 m de oglinda O. Care este distanţa focală a lentilei fixe ce trebuie pusă în faţa oglinzii O pentru a se obţine pe scală o imagine F' clară a lui F?

2° *a*) Care este intensitatea curentului ce trece prin cadru cînd această imagine F', se deplasează cu $\delta=1$ cm pe scală faţă de poziţia sa corespunzătoare unui curent nul?

b) Ce şunt trebuie să se lege la cadru pentru a se realiza un miliampermetru astfel ca deviaţia precedentă de 1 cm să corespundă unui curent de 0,01 A?

c) Care este rezistenţa rezistorului care trebuie pus în şerie cu cadrul pentru a constitui un voltmetru astfel ca deviaţia precedentă de 1 cm să corespundă unei tensiuni de 10 V între bornele voltmetrului astfel realizat?

(Şcoala centrală, Franţa)

887 I. O bobină cilindrică lungă B este constituită dintr-o înfăşurare din fir de cupru cu diametrul $d=1$ mm. Spirele sînt alcătuite şi formează un singur strat pe o lungime $L=60$ cm, diametrul spirelor fiind $D=8$ cm.
O a doua bobină cilindrică B', plată, este constituită din $N=200$ spire circulare din fir de cupru de aceeaşi rezistivitate ca şi precedentul şi de diametru $d'=0{,}5$ mm.

1° Care trebuie să fie suprafaţa medie a spirelor bobinei B', pentru ca cele două bobine B şi B' să aibă aceeaşi rezistenţă?

2° Bobina B', satisfăcînd condiţia de mai sus, şi cu axa verticală, este plasată în centrul bobinei B, a cărei axă este orizontală. Cele două bobine sînt conectate în serie şi parcurse de un curent de intensitate $I=1$ A.
Să se calculeze intensitatea cîmpului magnetic în centrul bobinei B. Ce eroare relativă se comite considerînd bobina B infinit lungă? În cele ce urmează se va face această ipoteză şi se va presupune cîmpul uniform în toată regiunea ocupată de bobina B'. Bobina B' se comportă ca un magnet. Să se calculeze momentul său magnetic. Să se calculeze momentul cuplului electrodinamic ce se exercită asupra bobinei B'.

3° Bobina B' este fixată la una din extremitățile brațului unei balanțe, mobil în jurul cuțitului O (fig. 182, *a*). La cealaltă extremitate este fixat un platan C; se notează $OC=\Delta=15$ cm. Se realizează echilibrul în absența curenților; se trece apoi același curent de intensitate I prin cele două bobine B și B' și se constată că, pentru restabilirea echilibrului, trebuie să se plaseze pe platan un corp cu masa m. Să se calculeze această masă m și să se stabilească sensul în care trebuie să treacă curentul prin bobine.

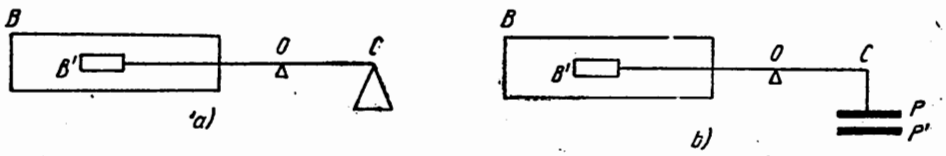


Fig. 182.

II. Se realizează pe de altă parte un condensator dintr-o placă metalică circulară orizontală P, de suprafață $S=200$ cm², în fața căreia se dispune la distanța $c=1$ cm o placă fixă, identică, P'; să se calculeze capacitatea sa. Se stabilește între P și P' o diferență de potențial $U=3$ kV; să se calculeze intensitatea cîmpului electric E, presupus uniform, sarcina Q a fiecărei armături și forța exercitată de P' asupra lui P.

III. Se înlocuiește platanul fixat în C prin placa P a condensatorului descris mai sus (fig. 182, *b*); se leagă cele două plăci la extremitățile unui rezistor cu rezistența R, intercalat în serie în circuitul celor două bobine B și B'. Se realizează echilibrul în absența curenților; se trece curent prin R, B, B' și se reglează distanța dintre plăcile P și P' la valoarea $e_0=2$ mm, pentru care se restabilește echilibrul balanței. Să se calculeze valoarea rezistenței R.

(Școala de poduri și șosele, Franța)

888 Bobina fixă a unui electrodinamometru are o lungime $2l=60$ cm. Ea posedă $n=300$ spire din fir de cupru, raza medie a spirei fiind $r=10$ cm. Bobina mobilă posedă $N=40$ spire cu aria medie $S=150$ cm². Brațul balanței este $l=30$ cm.

1° Ce masă m trebuie să aibă corpul pus pe platanul balanței, pentru a echilibra acțiunea electrodinamică dintre cele două bobine, cînd sînt străbătute de un curent ce depune 673,2 mg de argint în 20 min $\left(k=0{,}33\frac{\text{mg}}{\text{C}}\right)$?

2° Bobinele sînt înfășurate pe cilindrii de alamă al căror coeficient de dilatație liniară este $\alpha=19\cdot10^{-6}$ grd^{-1}; coeficientul de dilatație liniară al firului de cupru este $\alpha'=17\cdot10^{-6}$ grd^{-1}.
Cît va trebui să fie coeficientul de dilatație liniară al brațului, dacă cele două bobine ar avea o temperatură cu 10° mai ridicată, pentru ca echilibrul să nu se strice?

(Sorbona, Franța)

889 Un circuit format dintr-o bobină și un condensator este alimentat de un generator de curent alternativ cu frecvența $\nu=50$ Hz și tensiunea eficace la borne $U=12$ V. Bobina are un miez de fier de formă cilindrică avînd lungimea $l=5\pi^2$ cm și permeabilitatea $\mu=3\,000\ \mu_0$, pe care se găsește înfășurat, de la

un capăt la celălalt, un conductor de cupru izolat formînd 200 spire cu diametrul $d=4$ cm. Lungimea conductorului este $l_1=125$ m, suprafața secțiunii sale $S_1=0{,}43$ mm², iar rezistivitatea $\rho=0{,}017$ $\mu\Omega\cdot$m. Se neglijează rezistența firelor de legătură. Să se calculeze:

1° ce capacitate are condensatorul, dacă defazajul dintre tensiune și intensitate este $\varphi=45°$;

2° ce masă de apă poate fi încălzită de la 10°C la 80°C în timp de 10 min cu ajutorul unui rezistor cu rezistența de 20 Ω, dacă am trece prin el un curent cu o intensitate eficace egală cu a curentului din circuitul de mai sus;

3° ce capacitate ar trebui să aibă condensatorul ca defazajul să fie nul.

(Olimpiadă, 1961)

890 În circuitul unui generator cu t.e.m. 48 V se montează în serie un motor de curent continuu și un rezistor cu rezistența de 5 Ω, plasat într-un calorimetru. Rezistența internă a generatorului și rezistența firelor de legătură se neglijează. Dacă motorul funcționează, în calorimetru se degajă o cantitate de căldură de 300 J în timp de 1 min, iar dacă rotorul este blocat, se degajă în calorimetru o cantitate de căldură de 4,8 kJ, în același timp. Să se determine:

1° tensiunea contraelectromotoare indusă în motor în timpul funcționării;

2° randamentul electric al motorului.

(Concursul școlilor medii, 1965, R. P. Ungară)

891 Așa cum se arată în schema din figura 183, între pămînt și punctul B se aplică o diferență de potențial constantă egală cu 300 V. Rezistențele sînt egale avînd fiecare valoarea $R=100$ Ω, iar bobina are inductanța $L=10$ H. Circuitul este întrerupt brusc în punctul K. Cu cît se va mări potențialul punctului A imediat după întreruperea circuitului (practic după cîteva miimi de secundă)?

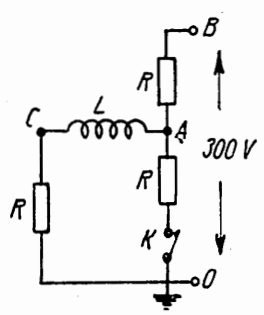


Fig. 183.

(Concursul de fizică Eötvös, 1961, R. P. Ungară)

892 1° Să se caracterizeze curentul definit prin ecuația

$$i=28\ \sin\left(314\,t+\frac{\pi}{5}\right)\cdot$$

2° Să se indice fenomenul care se va produce după 8 min de trecere a curentului de mai sus printr-un voltametru ce conține apă acidulată (pentru hidrogen $k_{H_2}=0{,}01\ \frac{mg}{C}$, pentru oxigen $k_{O_2}=0{,}083\ \frac{mg}{C}$).

3° Curentul de mai sus este trecut printr-o spirală cu rezistența de 9,6 Ω, închisă într-un balon de sticlă conținînd un litru de azot la presiunea de 450 torr. Care va fi presiunea gazului după un minut de trecere a curentului, presupunînd balonul izolat perfect din punct de vedere termic?

4° Un voltmetru conectat în derivație cu spirala precedentă, indică o tensiune de 324 V; care este puterea activă dezvoltată în rezistor?

Căldura specifică a azotului la volum constant este 1 $\frac{kJ}{kg\cdot grd}$, iar masa sa atomică, 14.

(Bacalaureat, Franța)

893 Axele a trei bobine identice sînt aşezate simetric şi formează unghiuri $\alpha=120°$ (fig. 184). Fiecare din ele este parcursă de cîte un curent alternativ, a cărui intensitate este reprezentată prin ecuaţiile :

$$i_1=I_0 \sin 2\pi\frac{t}{T};$$

$$i_2=I_0 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{1}{3}\right);$$

$$i_3=I_0 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{2}{3}\right).$$

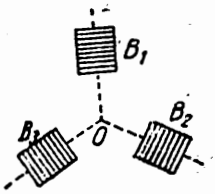


Fig. 184.

1° Cum variază în mărime şi în direcţie intensitatea cîmpului magnetic creat în O, dacă perioada curentului alternativ este $T=0{,}02$ s ?
2° Cu ce turaţie se învîrteşte un mic magnet mobil în jurul unui ax perpendicular pe planul figurii în O ?
3° Care este energia cinetică de rotaţie a acestui magnet, ştiind că poate fi înlocuit cu două corpuri punctiforme, avînd fiecare masa $m=2$ g, distanţa dintre ele fiind $d=1$ cm ?
4° La ce tensiune este supusă tija care leagă cele două mici corpuri ?

(Bacalaureat, Franţa ; Olimpiadă, 1968)

894 La extremitatea A' a unei bare metalice AB este fixată o lentilă convergentă L, astfel ca axa principală a lentilei să fie paralelă cu bara. Bara are lungimea de 1 m şi se află la 0°C, avînd capătul B fix. Pe axa principală a lentilei, la distanţa de 12 cm în faţa barei se găseşte un punct luminos P_1 fix, a cărui imagine se formează în punctul P_2. Se ridică temperatura barei la 100°C. Să se calculeze deplasarea imaginii P_2. Distanţa focală a lentilei este $f=10$ cm, iar coeficientul de dilataţie liniară al barei $\alpha=2\cdot10^{-5}$ grd^{-1}.

(Şcoala politehnică — Bucureşti, 1945 ; I.P.G.G., 1967)

895 Un autobuz se mişcă rectiliniu şi uniform, paralel cu un tramvai pe care-l depăşeşte pe dreapta. Viteza tramvaiului este c. Între cele două traiectorii există distanţa a. Imaginea semnalizatorului autobuzului este oglindită de geamul plan şi vertical al tramvaiului. Un observator, aflat într-o casă situată pe partea autobuzului şi avînd ochiul la aceeaşi înălţime cu semnalizatorul autobuzului, vede imaginea acestuia în acelaşi loc pe geamul tramvaiului, în tot timpul depăşirii.
1° Cu ce viteză v se deplasează autobuzul ? Observatorul se află la distanţa $b>a$ de planul geamului tramvaiului.
2° Cu ce s-ar schimba situaţia dacă observatorul s-ar afla la etaj ?

(Concursul şcolilor medii, 1962, R. P. Ungară)

896 Un microscop are obiectivul cu distanţa focală de 0,5 cm şi ocularul cu convergenţa 20 δ. Distanţa dintre centrele lor este de $17\frac{1}{6}$ cm. La 0,52 cm în faţa obiectivului se aşază un obiect liniar. Se cere :
1° poziţia şi natura imaginii finale, precum şi mărirea liniară a microscopului ;
2° cum şi cît trebuie deplasat sistemul ocular, obiectul rămînînd pe loc, pentru ca să obţinem imaginia a doua pe un ecran situat la 2,5 m de centrul optic al obiectivului (discuţie) ;

3° eliminînd sistemul ocular, imaginea poate să fie obținută pe ecran prin deplasarea obiectivului. Să se calculeze distanța obiectivului față de obiect, astfel ca imaginea să apară din nou pe ecran;

4° să se arate care din cele două metode de la punctele 2° și 3° este mai bună și de ce.

(Olimpiadă, 1966)

897 1° Un disc opac D, văzut din profil în figura 185, *a*, este prevăzut cu 29 orificii dispuse la distanțe egale de-a lungul circumferinței de rază OT. Acest disc este animat de o mișcare de rotație uniformă în jurul axului xy ce trece prin centrul O. Lentila L dă pentru punctul luminos S o imagine care se

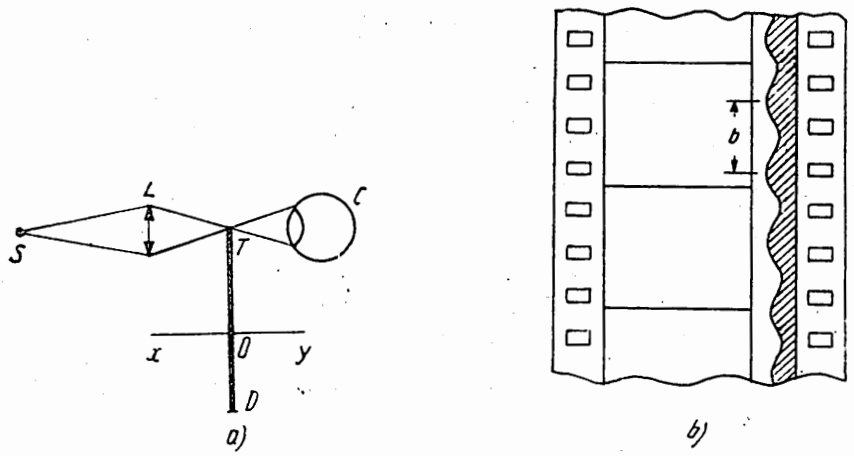


Fig. 185.

formează în planul discului și în dreptul orificiilor, astfel încît trecerea razelor este întreruptă în mod periodic. Acest dispozitiv va permite iluminarea prin impulsuri a unei celule fotoelectrice așezată dincolo de disc. Celula fotoelectrică face parte din circuitul electric al unui difuzor; ea are proprietatea de a transforma instantaneu variațiile intensității luminoase în fluctuații ale unui curent electric. Care va trebui să fie viteza de rotație a discului pentru ca difuzorul să facă să se audă un sunet ce corespunde la 435 vibrații pe secundă?

2° Într-un dispozitiv asemănător, sursa punctuală S este înlocuită printr-o fantă. Pe de altă parte, un film cinematografic este derulat în mod continuu în planul ocupat mai înainte de discul D. Lentila L proiectează o imagine micșorată a fantei S pe o bandă îngustă, situată între imagini și perforațiile folosite pentru rularea filmului (fig. 185, *b*). Această bandă este împărțită în două regiuni: una transparentă, cealaltă opacă, separate printr-o linie sinusoidală regulată.

Regiunea din dreapta liniei sinusoidale este presupusă perfect opacă. Sub acțiunea luminii care traversează regiunea transparentă, receptorul C este supus la o iluminare periodică, variabilă. În aceste condiții, difuzorul redă un sunet a cărui înălțime depinde de viteza de rulare a filmului și de

intervalul b care separă pe banda laterală două puncte vecine corespunzînd celei mai mari lăţimi a părţii opace.

Viteza de derulare a filmului este 26,1 $\frac{m}{min}$. Care va fi distanţa b astfel ca sunetul obţinut să corespundă frecvenţei de 435 Hz ?

(Bacalaureat, Franţa)

398 Se consideră un cadru dreptunghiular $ABCD$ format din 10 spire, din fir de cupru, ale căror capete sînt unite la două inele de cupru E şi F, izolate unul de altul. Dispozitivul (cadran plus inele) este montat pe un ax vertical xy mobil (fig. 186). Pe acest ax este fixat un scripete P de rază $\frac{AB}{4}$ antrenat de un fir care trece peste un scripete P' şi care suportă un corp de masă m.

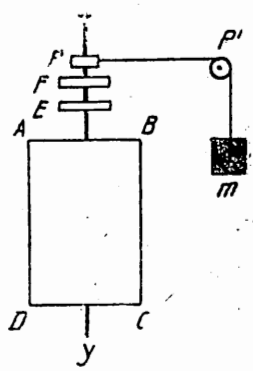


Fig. 186.

1° Se lasă sistemul liber fără viteză iniţială : să se calculeze, în funcţie de lungimile $l=AB$, $l'=BC$ şi de masa M a cadrului, viteza unghiulară a cadrului după ce el va fi făcut trei ture. Se neglijează masele lui P, P', E, F şi a axului şi de asemenea toate frecările.

2° Se creează un cîmp magnetic orizontal în regiunea în care se găseşte cadrul şi se aplică o periuţă pe E şi una pe F. Se presupune că frecarea este neglijabilă. Cum se modifică mişcarea precedentă dacă se reunesc periuţele printr-un conductor de rezistenţă neglijabilă ?

3° Rezistenţa cadrului fiind 2 Ω, se suprimă firul cu rezistenţă mică şi se imprimă cadrului o mişcare de rotaţie cu turaţia $250\frac{rot}{s}$. Se reunesc periuţele printr-un conductor avînd o rezistenţă de 10 Ω şi presupus fără inductanţă.

Care este puterea necesară pentru a întreţine mişcarea cadrului ?

Aplicaţie : $l=2$ cm ; $l'=4$ cm ; $B=0{,}5$ T.

4° Se unesc periuţele cu un difuzor fix, aflat în fundul unui tub TT' închis în T' şi plin cu hidrogen la 20°C. Se variază lungimea tubului şi se constată că pentru o anumită lungime se produce un maxim al sunetului. Care este această lungime minimă ? Viteza sunetului în hidrogen, la 0°C, este $1\,261\frac{m}{s}$.

(Bacalaureat, Franţa)

399 Cum poate un cosmonaut în stare de imponderabilitate :

1° să toarne apă dintr-un vas într-altul ?;

2° să fiarbă apa într-un vas ?;

3° să întoarcă racheta cu un anumit unghi în jurul axului ce corespunde direcţiei de mişcare (iniţial racheta nu se rotea) ?;

4° să măsoare : *a*) presiuni ; *b*) temperaturi ; *c*) intervale de timp ; *d*) mase.

Să se argumenteze răspunsurile.

(Olimpiadă, R. P. Polonă)

900 I. Un ceasornic cu pendul este reglat la latitudinea de 45° şi la nivelul mării. În interiorul ceasornicului este vid, iar tija are o temperatură de 0°C. Ceasornicul este pus în funcţiune în ziua de 1 ianuarie la amiază.

Ce oră va arăta în ziua de 1 aprilie la amiază (ora reală) în diferitele condiții specificate mai jos, condiții menținute constante în tot acest interval de timp :

a) Temperatura este adusă la 5°C, presiunea și altitudinea sînt menținute la zero. Coeficientul de dilatație liniară a substanței omogene a balansierului este $\alpha = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}.
Se va calcula și variația zilnică δ_1 corespunzătoare unei variații de temperatură de 1°C.

b) Introducînd în interiorul ceasornicului aer uscat, presiunea se ridică la 465 torr, temperatura și altitudinea rămînînd zero. Densitatea aerului în condiții normale de presiune și temperatură este $\rho_0 = 1{,}29 \frac{kg}{m^3}$, iar densitatea substanței din care este construit balansierul este $\rho = 8{,}8 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$ la temperatura 0°C.
Se va calcula și variația zilnică δ_2 corespunzătoare unei variații de presiune de 0,1 torr.

c) Ceasornicul este coborît în fundul unei mine cu adîncimea de 500 m. Temperatura și presiunea sînt menținute la zero. Densitatea straturilor de la suprafața pămîntului, presupuse omogene, este egală cu $2{,}5 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$, iar densitatea medie a pămîntului $5{,}5 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$.

II. Ceasornicul este transportat pe rînd la latitudinea de 45°, la ecuator și la pol. Altitudinea, temperatura și presiunea rămîn mereu zero.
Cu cît se va abate ceasornicul de la ziua solară medie, în fiecare din aceste două locuri ?
Legea de variație a accelerației gravitaționale la altitudinea zero în funcție de latitudinea λ este dată de formula

$$g_\lambda = g_{45}(1 - 0{,}002549 \cos 2\lambda), \quad \text{cu} \quad g_{45} = 9{,}806 \frac{m}{s^2}.$$

III. Presupunem că ceasornicul este transportat pe planeta Jupiter. Cunoscînd că raza lui Jupiter este de 11,14 ori, mai mare ca raza Pămîntului, că primul său satelit se află față de centrul lui Jupiter la o distanță de 5,91 ori mai mare ca raza planetei, și că perioada de revoluție a acestui satelit este de 42 h 27 min, să se determine timpul T necesar acului ceasornicului cu pendul pentru a parcurge întregul cadran o singură dată.

(Concurs general, Franța)

901 I. Un alternator monofazat cu frecvența $\nu = 50$ Hz, a cărui tensiune electromotoare poate fi considerată de forma

$$e = E_m \cdot \cos \omega t, \qquad (1)$$

are rolul de a alimenta la 10 km distanță un grup receptor, format din 1 200 de becuri legate în paralel, avînd caracteristicile : tensiunea eficace 200 V, puterea 40 W.
Pentru a micșora pierderile de energie electrică pe linie, se intercalează după alternator un transformator ridicător de tensiune, al cărui raport de transformare este egal cu 10. La receptor un al doilea transformator, identic cu primul, coboară tensiunea la valoarea sa inițială.

Capacitatea și inductanța întregului circuit se presupun neglijabile.
Știind că se consideră o pierdere de 20% pe linie și că fiecare transformator determină o pierdere de tensiune de 2%, să se calculeze:
1° tensiunea eficace U la bornele alternatorului și puterea aparentă S pe care el o furnizează;
2° puterea P absorbită de becuri și randamentul η al instalației;
3° să se exprime numeric ecuația (1);
4° masa m de cupru necesară liniei.

II. Se înlocuiește alternatorul monofazat cu un alternator trifazat de frecvență $\nu=50$ Hz, ale cărui înfășurări sînt conectate în stea; tensiunile electromotoare în fiecare înfășurare sînt:

$$\begin{aligned} e_1&=E_m \cos \omega t; \\ e_2&=E_m \cos\left(\omega t-\frac{2\pi}{3}\right); \\ e_3&=E_m \cos\left(\omega t-\frac{4\pi}{3}\right). \end{aligned} \qquad (2)$$

Cele două transformatoare monofazate sînt înlocuite prin două transformatoare trifazate, ale căror înfășurări sînt, de asemenea, legate în stea și al căror raport de transformare este, de asemenea, egal cu 10.
Pierderile de tensiune pe linie și în transformatoare sînt aceleași (20%, respectiv 2%) ca în cazul precedent, iar becurile receptoare sînt grupate în stea (trei faze de cîte 400 becuri).
a) Să se calculeze tensiunea eficace U între bornele alternatorului.
b) Să se exprime numeric ecuațiile (2).
c) Să se arate că puterea absorbită pe fază este $S=\frac{1}{\sqrt{3}}UI$, unde U este tensiunea eficace între firele corespunzătoare liniei și I intensitatea eficace pe linie.
d) Să se calculeze masa m de cupru necesară liniei și să se compare cu cea de la punctul I.

Se dau: rezistivitatea cuprului $\rho=0{,}017\ \mu\Omega\cdot m$ și densitatea sa $d=8{,}9\cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$.

(Concurs general, Franța)

902 O locomotivă și remorca sa au următoarele caracteristici: diametrul cilindrilor 53,3 cm; cursa pistonului 66 cm; diametrul roților motoare 167,6 cm; masa totală a locomotivei 73 400 kg; masa suportată de roțile motoare 53 070 kg; masa remorcii încărcate (tender) 49 070 kg; lucrul mecanic consumat în organele de transmisie reprezintă 15% din lucrul mecanic total; fracțiunea de căldură pierdută în focar 0,4; coeficientul de frecare de alunecare fier pe fier $f=0{,}2$ (raportul dintre forța minimă capabilă să determine alunecarea pe șine a unei roți blocate și forța de apăsare normală exercitată de această roată pe șină); coeficientul de rezistență la tracțiune $C=0{,}004$ (raportul dintre rezistența totală — rezistența mecanică, rezistența aerului etc. — ce se exercită asupra vehiculului în direcția mișcării și forța de apăsare normală exercitată de vehicul asupra șinei, pentru o mișcare de rostogolire pe un drum orizontal).

I. Vaporii fiind admiși în cilindri sub o presiune de 11 atmosfere (presiunea reală) și fiind evacuați sub o presiune de o atmosferă, să se determine: 1° forța de tracțiune F a locomotivei;

2° fracțiunea din această forță care se exercită la cîrligul ce unește remorca cu un tren de 300 tone;

3° timpul t și spațiul corespunzător S, considerate din momentul pornirii, necesare trenului pentru a atinge viteza de regim de $72\frac{km}{h}$.

4° timpul t' și spațiul S' parcurs de același tren animat de viteza de $72\frac{km}{h}$, înainte de oprire, în următoarele condiții:

a) se oprește admisia vaporilor și se blochează toate roțile, în afară de cele ale locomotivei;

b) se schimbă și sensul de admisie a vaporilor;

5° capacitatea de încărcare a locomotivei, adică masa maximă M a trenului ce poate fi atașat remorcii:

a) pe drum orizontal;

b) pe pante de 0,01, de 0,02, de 0,03 (aici tangenta unghiului de înclinare a acestei pante față de orizontală);

c) ce se va întîmpla în cazul în care locomotiva, remorcînd un tren de 300 t, va urca o pantă de 0,01, iar umezeala drumului va reduce coeficientul de aderență la 0,1?

II. Se folosește un indicator Watt: suprafața medie a diferitelor diagrame astfel obținute este de 2 720 mm².

Știind că o deplasare a pistonului cu 1 cm corespunde la o variație pe abscisă de 2 mm, și că o variație de presiune de 1 atm corespunde la o variație pe ordonată de 5 mm, să se calculeze în aceste condiții:

1° Lucrul mecanic L efectuat de vapori într-un cilindru, pentru o cursă dus sau întors a pistonului. Ce raport este între acest lucru mecanic și cel produs de vapori cînd aceștia sînt admiși în plină presiune în timpul întregii curse a pistonului?

2° Puterea indicată a locomotivei P_i (sau puterea măsurată cu indicatorul Watt) și puterea efectivă P_e la osiile motoare, pentru o viteză de $72\frac{km}{h}$.

3° Consumul de apă D pe oră la această viteză, densitatea vaporilor fiind $\rho = 5{,}6\frac{kg}{m^3}$.

4° Consumul de combustibil pe oră D', știind că puterea calorică a combustibilului este $q = 32\frac{MJ}{kg}$, că vaporizarea se face la temperatura $t = 183°C$ (corespunzătoare presiunii maxime de 11 atm), iar căldura latentă de vaporizare λ depinde de temperatură conform formulei $\lambda = 2\,535 - 2{,}9\,t\left(\frac{kJ}{kg}\right)$. Apa din remorcă se află la temperatura de 15°C și se consideră că, pînă la temperatura de vaporizare, căldura specifică este egală cu unitatea.

5° Randamentul maxim η_m al unei mașini termice perfecte, funcționînd între aceleași limite de temperatură ca și locomotiva.

6° Randamentul practic η_p al locomotivei pentru viteza de $72\frac{km}{h}$.

(Concurs general, Franța)

903 Un ascensor de mină are masa $M=5\,200$ kg. Adîncimea minei este $H=485$ m.

1° Presupunem că se rupe cablul, ascensorul găsindu-se la intrarea în mină. Neglijînd forțele de frecare și rezistența aerului să se calculeze:

a) durata t a căderii;

b) viteza v și energia cinetică E_c pe care le are ascensorul în momentul cînd atinge fundul minei.

2° Ținînd seama de rezistența aerului (coeficientul de rezistență al aerului $0{,}95\frac{N\cdot s^2}{m^4}$), neglijînd celelalte forțe de rezistență și știind că aria secțiunii transversale a ascensorului este $S=5$ m^2, se întreabă dacă mișcarea ar putea deveni uniformă către sfîrșitul căderii. Rezistența este proporțională cu aria secțiunii transversale și cu pătratul vitezei.

3° Ținînd seama în continuare numai de rezistența aerului, să se calculeze limita superioară T pentru timpul de cădere în felul următor: se va împărți distanța totală H în 5 porțiuni egale h și se va determina pentru fiecare dintre ele un timp maxim de cădere, admițînd că pe fiecare din aceste porțiuni rezistența aerului este constantă și corespunde vitezei de cădere liberă în vid la sfîrșitul respectivei porțiuni.

4° Ascensorul gol, susținut cu ajutorul unui cablu, coboară cu viteza constantă de $13\frac{m}{s}$.

Care este forța F de tracțiune exercitată de cablu asupra ascensorului, necesară pentru a opri ascensorul după ce a străbătut 30 m?

5° Se consideră că ascensorul încărcat cu minereu cîtărește 8 500 kg. Dorind ca printr-o mișcare uniform accelerată, ascensorul să atingă viteza de $13\frac{m}{s}$ după un timp de 10 s, să se calculeze forța F' de tracțiune exercitată asupra ascensorului prin intermediul cablului, precum și spațiul S parcurs în acest timp.

6° Ascensorul împreună cu vagonetele cu cărbune cîntărește 10 200 kg. Care este forța de tracțiune f exercitată de cablu asupra ascensorului, pentru a-i imprima acestuia, printr-o mișcare uniform accelerată, o viteză de ascensiune de $13\frac{m}{s}$ după timpul $t=30$ s? Care este spațiul S' parcurs?

7° După această mișcare uniform accelerată urmează o mișcare uniformă cu viteza de $13\frac{m}{s}$, apoi o mișcare uniform încetinită, a cărei accelerație este egală și opusă celei din mișcarea uniform accelerată, astfel încît ascensorul să ajungă la intrarea în mină cu viteză nulă.

Să se determine timpul total al mișcării.

În timpul celor trei mișcări succesive, care vor fi în ascensor:

a) Indicațiile f_1, f_2, f_3 ale unui dinamometru de care este suspendat un corp cu masa de 10 kg?

b) Înălțimile h_1, h_2, h_3 ale mercurului unui tub barometric care echilibrează în fiecare mișcare o presiune atmosferică de 750 torr?

c) Perioadele de oscilație T_1, T_2, T_3 ale unui pendul simplu cu lungimea de 1 m?

8° Cablul are o secțiune transversală de 172 mm × 22 mm și forța de rupere de $380\frac{N}{mm^2}$. Ascensorul fiind încărcat cu cărbune, ca la punctul 6° și supus

aceloraşi condiţii, să se determine coeficientul de siguranţă c pentru cazul cel mai puţin favorabil (raportul dintre forţa de rupere şi forţa de tracţine maximă dezvoltată în cablu în timpul urcării). Masa cablului pe metru de lungime este de 28 kg.

9° O bară orizontală de cupru este antrenată de ascensor, bara alunecînd tot timpul între două bare verticale de cupru cu distanţa dintre ele de 1 m. La partea superioară aceste două bare sînt unite printr-un galvanometru a cărui rezistenţă este de 100 Ω. Componenta cîmpului magnetic, care este perpendiculară pe planul barelor, este de $16\frac{A}{m}$. Rezistenţa electrică a sistemului celor trei bare este neglijabilă faţă de aceea a galvanometrului. Cînd acest instrument indică un curent electric de 10^{-7} A, ce putem spune despre mişcarea barei mobile şi prin urmare despre ascensorul de care ea este solidar legată ?

10° Înregistrînd, prin fotografiere, deplasările oglinzii galvanometrului, se obţine o curbă ale cărei abscise sînt proporţionale cu timpul, iar ordonatele sînt proporţionale cu intensităţile curentului. Se poate deduce din această curbă legea spaţiilor parcurse, în funcţie de timp ?

11° Se foloseşte adîncimea minei pentru a efectua o măsurătoare a acceleraţiei gravitaţionale g. În acest scop se lasă să cadă în mină o bilă. Timpul de cădere este 10,24 s, spaţiul parcurs este 485,21 m. Care este valoarea medie a acceleraţiei gravitaţionale în mină ?

12° Prin metoda pendulului se găseşte la gura minei $g=981{,}05\frac{cm}{s^2}$, iar în fundul minei $g=981\frac{cm}{s^2}$. Cum se explică diferenţa între aceste două valori şi valoarea lui g găsită la punctul 11° ? Cum se poate face să dispară cauza erorilor ?

13° Pentru a măsura viteza sunetului, se lasă să cadă din nou bila şi se înregistrează timpul din momentul plecării bilei pînă în momentul sosirii la gura minei a sunetului produs prin lovirea de către bilă a unei plăci aşezate în fundul minei. Se găseşte acest timp egal cu 11,68 s. Să se deducă viteza medie a sunetului în aerul din mină. Temperatura medie fiind 8°C, care va fi viteza sunetului v_0 la 0°C ?

(Concurs general, Franţa)

904 O vergea de sticlă AB (fig. 187), bine strînsă în punctul C aflat la mijloc, are la extremitatea sa B un piston care intră cu frecare uşoară în tubul DE care conţine, în cantitate mică, un praf foarte fin şi uşor, repartizat uniform. Un

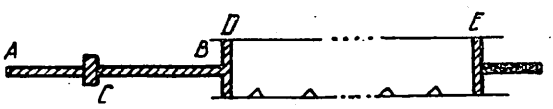


Fig. 187.

al doilea piston E închide tubul şi poate fi deplasat după voie. Frecînd longitudinal braţul AC, tija de sticlă va vibra, iar deplasările pistonului B vor crea în spaţiul închis din tub unde staţionare, care devin vizibile datorită prafului ce se aşază în grămăjoare, el fiind aruncat din dreptul ventrelor şi adunat la noduri. Prin încercări repetate se reglează poziţia pistonului E, astfel ca fenomenul să fie de fiecare dată cît mai clar posibil.

I. Umplînd tubul DE pe rînd, la temperatura de 20°C, cu aer uscat, cu un gaz A, apoi cu un gaz B, distanțele între mijloacele primei și ultimei grămăjoare sînt, respectiv, 123,5 cm, 128 cm, 126,2 cm; numărul grămăjoarelor intermediare corespunzătoare sînt 15, 17, 20. Să se determine:
1° viteza sunetului v în gaze la 20°C;
2° valoarea raportului $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ dintre căldura specifică c_p sub presiune constantă și căldura specifică c_v sub volum constant, pentru aceste gaze;
3° frecvența ν a sunetului obținut în gazul B.

II. Făcînd să vibreze, la 20°C, două tuburi deschise, identice, unul cu ajutorul unui curent de aer uscat, celălalt cu ajutorul unui amestec de aer uscat cu gaz B (10 părți aer în 100 părți de gaz), primul tub dă un sunet fundamental cu frecvența de 261 Hz. Să se determine:
1° intervalul i dintre sunetele fundamentale emise de cele două tuburi;
2° cu cît trebuie scurtat unul din tuburi pentru a realiza unisonul;
3° cu cît trebuie micșorată temperatura unuia din gaze pentru a obține același rezultat.

III. Tubul alimentat cu aer la 20°C are la mijloc o flacără monocromatică F, pentru care un sistem de două lentile dă o imagine reală F'.
Între cele două lentile se formează o primă imagine reală f, în planul căreia se pune un disc vertical, mobil în jurul unui ax orizontal și avînd 9 fante mici radiale, echidistante. Prin rotația discului se poate aduce fiecare din aceste fante pe rînd într-o poziție convenabilă, astfel ca imaginea f să se formeze în întregime în interiorul lor.
Facem discul să se rotească și constatăm că face 1 305 rotații în 45 s. Să se stabilească:
1° Aspectul imaginii F' este același dacă nu ar fi discul?
2° Ce va deveni această imagine F' într-o oglindă rotitoare?
3° Care va fi aspectul dacă viteza de rotație a discului va fi puțin mai mare sau puțin mai mică decît cea indicată?
4° Care va fi perioada T a fenomenului observat în oglindă, cînd discul nu va face decît 1.300 rotații în 45 s?

Se dau: viteza sunetului în aer la 0°C, $331{,}36\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$; valoarea raportului $\frac{c_p}{c_v}$ pentru aer, 1,41; densitatea relativă a gazului A față de aer, 1,379; densitatea relativă a gazului B față de aer, 1,529; căldura specifică a aerului la presiunea constantă, $c_p = 1\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{grd}}$; căldura specifică a gazului B sub presiune constantă $c_B = 0{,}85\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{grd}}$

(Concurs general, Franța)

905 I. Un pendul a cărui lungime este 99,51 cm oscilează alături de un pendul astronomic care bate secunda. Cele două pendule mergînd în același sens, primul pendul oscilează puțin mai lent decît pendulul astronomic și se observă o primă coincidență la timpul $t_1 = 14$ h 20 min 12 s și a doua la timpul $t_2 = 15$ h 18 min 20 s.
1° Să se calculeze perioada T a primului pendul.
2° Să se calculeze accelerația gravitațională g.

II. În același loc dispunem de un aparat astfel construit: pe un cilindru C (fig. 188, *a*), cu diametrul de 10 cm și foarte mobil în jurul axei sale, este înfășurat un fir foarte subțire, de masă neglijabilă, suportînd la cele două extre-

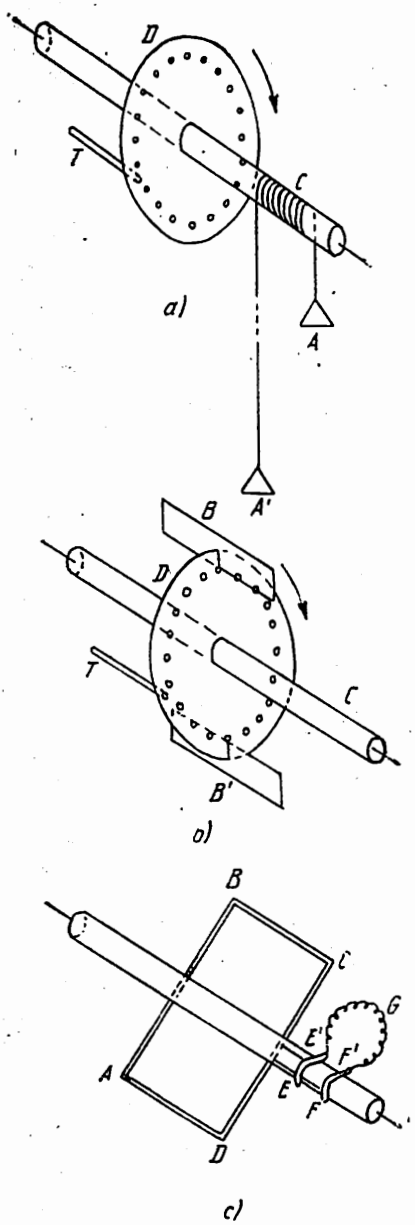


Fig. 188.

mităţi două platane A şi A' de 100 g fiecare. Firul nu alunecă pe cilindru. Un disc circular D, de diametru 50 cm, este solidar cu cilindrul, are aceeaşi axă şi prezintă o coroană cu 20 de orificii. În faţa acestora se află un tub T care poate, la nevoie, să sufle aer comprimat (acest tub va fi folosit numai în experienţa menţionată mai jos, la punctul 7°).

Se încarcă platanul A cu un corp cu masa de 100 g. După 3 secunde, platanul a coborît cu 232 cm.

1° Să se calculeze momentul de inerţie al sistemului (cilindru şi disc) faţă de axa de rotaţie.

2° Să se determine tensiunea în firul ce suportă platanul A în timpul mişcării.

3° După aceste 3 secunde, sistemul avînd atinsă o anumită viteză, primeşte pe platanul A' o suprasarcină de 200 g. După cît timp se opreşte sistemul şi care este spaţiul străbătut în acest timp ? Care vor fi tensiunile în firele ce suportă platanele A şi A' în timpul acestei mişcări încetinite ? Se admite că în momentul introducerii suprasarcinii de 200 g pe platanul A', energia se conservă.

4° În două puncte B şi B' ale discului, diametral opuse (fig. 188, *b*), se prind două lame subţiri, cu dimensiunile 2×25 cm, planul lor trecînd prin axa sistemului, laturile mari fiind paralele cu această axă, iar centrele lor pe marginea discului.

Punînd pe platanul A o sarcină suplimentară egală cu μ grame, sistemul va avea o viteză unghiulară limită, caracterizată prin numărul n de ture pe secundă. Vom admite că în această mişcare de rotaţie aerul opune celor două lame B şi B' forţe de rezistenţă perpendiculare, ale căror rezultante au punctele de aplicaţie în centrul fiecărei lame ; de asemenea vom considera că viteza liniară a fiecărei lame este aceea a centrului. O primă serie de experienţe a dat rezultatele :

μ ... 100 ; 200 ; 300 ; 400 ; 500 ; **600** ; 700 ; 800 ; 900 ; 1 000 ;

n...3 ; 4,2 ; 5,2 ; 6 ; 6,7 ; 7,3 ; 7,9 ; 8,5 ; 9 ; 9,5.
Să se construiască pe hîrtie milimetrică o curbă, avînd drept coordonate μ și n^2 (scara aleasă după voie). Examinînd această curbă, să se deducă relația între rezistența aerului și viteză.

5° Într-o nouă serie de experiențe se înlocuiesc lamele B și B' prin lame asemănătoare, așezate la fel, dar de dimensiuni 4×25 cm. Măsurătorile dau rezultatele următoare :
μ...100 ; 200 ; 300 ; 400 ; 500 ; 600 ; 700 ; 800 ; 900 ; 1 000 ;
n...2,1 ; 3 ; 3,7 ; 4,2 ; 4,7 ; 5,2 ; 5,6 ; 6 ; 6,4 ; 6,7.
Ce relație se poate deduce în aceste condiții, între rezistența aerului și suprafața de acțiune ?

6° Prin ce formulă putem reprezenta rezultatele precedente ? Să se calculeze factorul de proporționalitate.

7° Se trimite un curent de aer asupra discului prin tubul T. Sistemul în rotație funcționează ca o sirenă. Ce suprasarcină μ trebuie pusă în A pentru ca, viteza limită fiind atinsă, sirena să emită un sunet cu frecvența 612 Hz ? Presupunem că mișcarea discului nu este influențată de curentul de aer, deoarece în realitate acesta frînează.

8° Aparatul este acum modificat în felul următor : discul D este scos și înlocuit cu un cadru dreptunghiular $ABCD$ pe care se înfășoară, formînd 10 spire, un fir de cupru cu diametrul de 0,9 mm.
Planul $ABCD$ trece prin axul cilindrului (fig. 188, c) ; acest ax este un ax de simetrie pentru cadru, care are dimensiunile $AB=50$ cm, $BC=30$ cm. Extremitățile firului ce trece prin cadru sînt sudate la două inele E și F, pe care freacă două perii E' și F' care pot fi unite printr-un rezistor $E'GF'$ pentru a închide circuitul. Axul cilindrului este perpendicular pe meridianul magnetic. Imprimăm cadrului o mișcare de rotație cu viteza constantă de $10 \frac{\text{rot}}{\text{s}}$; să se calculeze tensiunea electromotoare eficace și intensitatea eficace a curentului obținut în acest circuit lipsit de capacitate și inductanță, știind că intensitatea cîmpului magnetic pămîntesc este egală cu $36{,}6 \frac{\text{A}}{\text{m}}$, rezistența porțiunii de circuit $E'GF'$ este de 0,098 Ω, iar rezistivitatea cuprului 0,017 $\mu\Omega \cdot$m.

9° Se înlocuiește porțiunea de circuit $E'GF'$ printr-o bobină de 0,01 henry, dar cu rezistența și capacitatea neglijabile.
Să se determine noua valoare a intensității eficace, viteza de rotație păstrînd valoarea de mai sus.

(Concurs general, Franța)

906 ● Un avion are următoarele caracteristici : masa totală $M=6\,400$ kg (din care $m=3\,800$ kg benzină) ; suprafața portantă $S=60$ m^2 ; puterea nominală $P_n=478$ kW și puterea maximă $P_M=545$ kW. Se admite că :

a) presiunea exercitată de aer asupra avionului în mișcare rectilinie orizontală echivalează cu o forță R, normală pe suprafața plană S, și care face unghiul $i=7°$ cu direcția mișcării : $R=0{,}3 \frac{d_z}{1{,}225} Sv^2$ (R în newtoni, S în m^2, viteza v în $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, d_z densitatea aerului la altitudinea z în $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) ;

b) greutatea avionului G, rezultanta presiunilor R și forța de tracțiune F a elicei sînt forțe concurente.

Se cer studiate următoarele probleme :

1° să se scrie ecuația portanței și să se determine viteza pentru care avionul va decola ;

2° să se scrie ecuația forței de tracțiune și să se determine puterea necesară zborului rectiliniu și orizontal, în apropierea solului, cu viteza din momentul decolării $\left(d_z = 1{,}225\ \frac{kg}{m^3}\right)$;

3° știind că decolarea se produce în 40 s și că motorul lucrează cu puterea sa maximă, să se calculeze energia absorbită :

α) prin creșterea energiei cinetice ;

β) prin frecările cu aerul și solul ;

4° la altitudinea de 1 000 m $\left(\frac{d_z}{1{,}225} = 0{,}9,\right)$, avionul are o viteză rectilinie orizontală de $210\ \frac{km}{h}$. Să se calculeze masa avionului ;

5° în condițiile de mai sus aviatorul lansează o bombă de 500 kg, din care 450 kg este substanță explozivă cu puterea explozivă de $2{,}5\ \frac{MJ}{kg}$.

La ce distanță de piciorul verticalei punctului de lansare, bomba atinge solul ? Cu ce viteză ? (Se va neglija rezistența aerului asupra bombei.) Care este energia cinetică a bombei în punctul de cădere ? Dar energia sa chimică ? Să se compare aceste două energii ;

6° un al doilea avion, venind dintr-o direcție perpendiculară pe a primului, îl intersectează pe acesta la 300 m distanță ; ambele au viteza de $210\ \frac{km}{h}$.

La ce distanță în fața celui de-al doilea avion trebuie să vizeze primul aviator pentru ca, lansînd un glonte cu viteza $500\ \frac{m}{s}$, acesta să atingă al doilea avion ? Care este unghiul format de linia de vizare cu axa avionului ?

7° Un corp de 10 kg este suspendat de un dinamometru transportat de avion. Dinamometrul indică 98,6 N. Ce putem spune despre mersul avionului ?

8° O sferă de aluminiu cu raza de 5 cm și masa 500 g este suspendată de avion printr-un fir, de masă neglijabilă, care face un unghi de 45° cu verticala. Știind că avionul merge orizontal (avînd vînt în față) cu viteza rectilinie de $210\ \frac{km}{h}$, să se deducă viteza vîntului. Rezistența aerului asupra unei sfere este dată de formula $R = 0{,}135\ Sv^2$, S fiind suprafața secțiunii transversale maxime în m^2, iar v viteza relativă a sferei față de aer în $\frac{m}{s}$, R obținîndu-se în newtoni.

9° Temperatura maximă a gazelor este 1 600°C, iar temperatura gazelor evacuate 600°C. Care este randamentul teoretic al motorului ?

10° Știind că randamentul practic al sistemului motopropulsor este 30% și că puterea calorică a benzinei este $46\ \frac{MJ}{kg}$, care este energia nefolosită corespunzătoare consumației totale a benzinei ?

11° Avionul descrie într-un plan orizontal, cu viteza constantă de $210\ \frac{km}{h}$, o circumferință cu raza de 2 km. Să se calculeze valoarea forței centrifuge, încărcătura totală a avionului fiind cea calculată la punctul 4°.

12° Avionul este prevăzut cu un cadru pătratic cu latura de 1 m, fixat într-un plan vertical. Acest cadru conține 250 spire, din fir de cupru (rezistivi-

tate $1{,}6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$), cu diametrul de 0,9 mm. Avionul descrie cu viteza constantă de $210 \frac{km}{h}$ aceeaşi circumferinţă ca mai sus. Care sînt natura şi intensitatea maximă a curentului care se obţine şi, de asemenea, cantitatea de electricitate transportată în fiecare sens de acest curent, pentru o rotaţie completă a avionului? Componenta orizontală H_0 a cîmpului magnetic terestru este presupusă constantă şi egală cu $16 \frac{A}{m}$. Se neglijează inductanţa cadrului.

(Concurs general, Franţa)

907 ● O locomotivă prevăzută cu roţi motrice, cu diametrul de 2 m, posedă patru cilindri identici, cu dublu efect, ale căror pistoane au fiecare diametrul de 48 cm şi cursa de 65 cm şi care primesc vapori supraîncălziţi la 340°C, sub presiune de $130 \frac{N}{cm^2}$. Secţiunea tijei se neglijează.

1° Care este randamentul teoretic al acestei maşini, ştiind că nu are condensator şi că vaporii se evacuează direct în atmosferă, la o temperatură de 100°C şi sub presiune de $10 \frac{N}{cm^2}$?

2° Care va fi puterea dezvoltată de această locomotivă dacă ea funcţionează fără detentă la viteza de $80 \frac{km}{h}$ şi care vor fi în aceste condiţii consumul de apă şi de combustibil în timp de o oră, ştiind că randamentul practic al maşinii este de 8% şi că puterea calorică a combustibilului este $31{,}5 \frac{MJ}{kg}$.

3° Să se calculeze puterea furnizată de vapori la această viteză, ştiind că detenta vaporilor reduce aria diagramei indicatorului Watt la 466 cm^2, în timp ce maşina, funcţionînd încet şi fără detentă, această diagramă este un dreptunghi cu lungimea de 32 cm şi 26 cm lăţime.

4° Cu cît trebuie supraînălţată şina exterioară, pentru ca, la viteza de $80 \frac{km}{h}$, locomotiva să poată lua fără pericol o curbă în plan orizontal cu raza de 650 m?
Distanţa dintre cele două şine este 145 cm.

5° Locomotiva, care are masa de 135 tone, este ataşată unui tren format din 8 vagoane, fiecare cu masa de 50 tone. Să se calculeze panta maximă a drumului pe care acest tren poate fi remorcat, fără detentă şi cu o mişcare uniformă, neglijînd frecările.

6° Să se determine forţa de frecare, ştiind că în realitate trenul nu poate urca o rampă de 3%.

7° Oprind admisia vaporilor şi avînd viteza de $6 \frac{km}{h}$, trenul poate urca o pantă de 4 mm pe 1 m. La ce distanţă se va opri dacă frecarea este neglijabilă?

8° În realitate, el se opreşte după ce a parcurs 18,6 m; să se deducă din acest rezultat noua valoare a forţei de frecare, admiţînd că la aceste viteze mici, frecarea nu depinde de viteză. Să se calculeze cantitatea de căldură degajată în timpul acestei mişcări.

9° Trenul pleacă din repaus într-o mişcare orizontală, presupusă uniform accelerată, detenta fiind astfel reglată încît energia mecanică furnizată de vapori să fie 85% din energia maximă; după cît timp viteza va atinge

valoarea de 12 $\frac{km}{h}$? Ce va indica un dinamometru intercalat între locomotivă şi primul vagon, dacă se vor neglija frecările ?

10° În realitate, pentru a atinge această viteză, trenul trebuie să parcurgă 22,75 m ; care este timpul necesar ? Care este valoarea forţei de frecare ? Care este indicaţia dinamometrului admiţînd că frecările, pentru locomotivă ca şi pentru vagoane, sînt proporţionale cu masa sistemului în mişcare ? Ce se poate conchide din faptul că forţa citită la dinamometru este mai mică decît aceea calculată ?

11° Pe un drum orizontal viteza trenului nu depăşeşte 120 $\frac{km}{h}$, iar puterea dedusă din aceste date şi cu ajutorul indicatorului Watt este jumătate din puterea maximă ; să se calculeze rezistenţa opusă trenului în mişcare, la această viteză.

12° Care este noua valoare a acestei rezistenţe, dacă trenul urcă o pantă de 15‰, pantă pe care viteza maximă este de 73 $\frac{km}{h}$, atunci cînd puterea determinată graţie indicatorului Watt este de $\frac{7}{10}$ din puterea maximă ?

13° Să se întocmească un tabel al diferitelor valori obţinute pentru rezistenţa care se opune mersului trenului şi să se găsească modul de variaţie al rezistenţei aerului în funcţie de viteză, admiţînd că frecările solide rămîn constante. Să se scrie formula care dă, în funcţie de viteză, rezistenţa totală (frecările solide şi rezistenţa aerului) ce se opune mişcării trenului şi să se verifice această formulă aplicînd-o în cazul precedent.

14° Să se calculeze, cu ajutorul acestei formule, viteza limită pe care o va atinge trenul lăsat liber, pe o pantă de 12‰, admisia vaporilor fiind întreruptă.

(Concurs general, Franţa)

908 1° Un schior, de masă $m=80$ kg, este tras cu viteză constantă, prin intermediul unui cablu, în lungul unei pante rectilinii AB înclinată cu 30° faţă de orizontală ; forţa de frecare este egală cu 200 N. Să se calculeze tensiunea în cablu.

2° Pornind din punctul B (vezi fig. 189) alunecă, fără viteză iniţială, în lungul

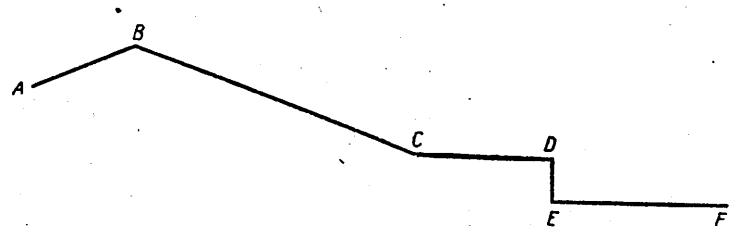


Fig. 189.

pistei rectilinii BC, înclinată cu 30° faţă de orizontală. Ştiind că viteza schiorului la sosirea în C este egală cu 20 $\frac{m}{s}$:

a) să se studieze mişcarea pe BC ;
b) să se calculeze lungimea BC.

3° El abordează, cu această viteză, o pistă de gheață orizontală CD, fără frecare. Ce mișcare are pe CD ?

4° Acest schior sare o faleză verticală DE, înaltă de 5 m. Să se calculeze EF, distanța orizontală între piciorul E al falezei și punctul de cădere F al schiorului pe sol.

Se va considera $g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

(Bacalaureat Franța, 1965)

909 Pe șanțul unui scripete de masă neglijabilă, mobil fără frecare în jurul unui ax orizontal, trece un fir fin inextensibil și de masă neglijabilă, ale cărui extremități suportă două corpuri, A și B de mase M_A și M_B.

1° Într-o primă experiență, cele două porțiuni ale firului sînt verticale și $M_A=0{,}539$ kg și $M_B=0{,}411$ kg. Calculați :

a) accelerația sistemului ;

b) spațiul parcurs de fiecare corp, viteza și energia cinetică a fiecărui corp, la 3 secunde după ce sistemul este lăsat liber.

2° Într-o a doua experiență, ramura firului ce suportă corpul B este paralelă cu un plan (pe care corpul B alunecă fără frecare) ce formează cu orizontala un unghi de 30°.

a) Ce valori trebuie să aibă M_A și M_B (a căror sumă rămîne constantă și egală cu 0,98 kg) pentru ca viteza sistemului, la 3 secunde după ce este lăsat liber, să fie aceeași ca și în cazul precedent, corpul B urcînd planul ?

b) Care este tensiunea în fir în timpul mișcării ?

3° În a doua experiență, la momentul $t=3$ s, firul se rupe. Ce mișcare va avea corpul B ? Să se determine poziția și viteza corpului B după 1,2 s de la ruperea firului. Se va considera $g=9{,}80\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

(Bacalaureat Franța, 1965)

910 Un plan înclinat AB formează unghiul α cu orizontala. Un corp C_1 de masă $M_1=0{,}4$ kg se află în repaus pe plan. Coeficientul de frecare al suprafețelor în contact este $\text{tg}\,\varphi_1=0{,}2$. Un al doilea corp C_2 ($M_2=0{,}3$ kg), se află de asemenea în repaus pe plan, dar mai jos decît C_1.

Pentru corpul C_2 coeficientul de frecare între suprafețele în contact este $\text{tg}\,\varphi_2=0{,}05$. Cele două corpuri sînt legate printr-un fir inextensibil de masă neglijabilă, paralel cu planul.

1° Este sistemul C_1C_2 în echilibru stabil pentru $\alpha=6°$?

2° Pentru ce valoarea α_1 a unghiului, sistemul C_1C_2 începe să alunece ?

3° Se înlocuiește firul inextensibil dintre C_1 și C_2 printr-un fir elastic (capabil să se alungească cu 2 cm pentru o forță de tracțiune de 0,1 N). Corpurile C_1 și C_2 se așază pe planul AB aflat inițial în poziție orizontală astfel încît firul să fie paralel cu planul, fără a fi tensionat. Lungimea sa este atunci $l_0=15$ cm. Se mărește încet și progresiv α. Cît devine lungimea firului ? Care este această lungime pentru $\alpha=\alpha_1$?

Să se reprezinte grafic $l=f(\alpha)$.

(Bacalaureat Franța, 1965)

911 1° Un corp cu masa $M=1$ kg este suspendat la capătul unui fir de lungime $l=OM=1$ m, O fiind fix. Depărtat din poziția sa de echilibru cu un unghi α_1

corpul M este lansat cu o viteză convenabilă v astfel încît să descrie un con de revoluție cu unghiul din vîrf 2α. Explicați mișcarea acestui pendul conic și calculați viteza v pentru ca $\alpha=60°$ să rămînă constant.

2° *a*) Definiți perioada de revoluție T a acestei mișcări și calculați-l pe T.
b) Să se definească tensiunea F din fir și să se calculeze.

3° *a*) Arătați pe acest exemplu formele de energie mecanică puse în joc. Calculați lucrul mecanic ce trebuie furnizat pentru ca corpul M să se mențină pe traiectoria sa circulară, pornind din poziția de echilibru.
b) Se rupe firul. Corpul M descrie o traiectorie și întîlnește solul situat 1 m mai jos. Care este forma acestei traiectorii ? Să se calculeze viteza cu care corpul M atinge solul.

(Bacalaureat Antile, 1965)

912 Un vagon de 12 tone se deplasează rectiliniu și orizontal.

1° Care va fi forța de tracțiune necesară pentru a-i comunica, după două minute, o viteză de $72\frac{km}{h}$;
a) dacă frecările se neglijează ;
b) dacă frecările echivalează cu o forță de $25\frac{N}{tonă}$?

2° Se suspendă de tavanul vagonului un pendul simplu și se constată că acesta ia o poziție de echilibru ce face cu verticala un unghi α. Explicați de ce și determinați unghiul α.

3° Cu viteza de $72\frac{km}{h}$ vagonul începe să urce o pantă de 3%. Dacă se suprimă forța de tracțiune, ce distanță va parcurge pînă la oprire și după cît timp se va opri el ? Se vor neglija mai întîi forțele de frecare și apoi se va ține seama și de ele.

4° Dorim să oprim vehiculul pe 100 m. Ce forță suplimentară este necesară ? Se va considera $g=10\frac{m}{s^2}$.

(Bacalaureat Vietnam, 1964)

913 1° Un camion de două tone urcă o pantă de 2%. El pornește cu o viteză nulă și atinge, printr-o mișcare uniform accelerată, o viteză de $54\frac{km}{h}$, după ce a parcurs un spațiu de 200 m. Forțele de frecare echivalează cu o forță de 150 N, paralelă cu direcția deplasării. Care este forța dezvoltată de motor ? După cît timp de la pornire atinge camionul viteza de $54\frac{km}{h}$?

2° Ce putere trebuie să furnizeze motorul pentru a menține constantă această viteză de $54\frac{km}{h}$?

3° Camionul abordează un drum orizontal cu viteza precedentă. Dacă forța de tracțiune a motorului este aceeași ca la pct. 1°, ce viteză va atinge camionul după 10 s de mers pe orizontală ?

4° Un fir cu plumb este suspendat în camion. Ce unghi va face el cu verticala în timpul acestei ultime etape ?

5° Camionul frînînd, ajunge din nou la viteza de $54\frac{km}{h}$. Face atunci un viraj

în plan orizontal cu raza 200 m. Cu ce unghi trebuie supraînălțat planul pentru a evita deraparea ?

Se va lua $g=10\frac{m}{s^2}$.

(Bacalaureat Vietnam, 1964)

914 Un tren electric se compune dintr-o locomotivă de masă 30 tone și dintr-o remorcă de 24 tone. Motorul funcționează sub o tensiune de 500 V și absoarbe un curent de 250 A. El furnizează trenului, cu o pierdere de 20%, energia necesară. Trenul urcă un plan înclinat cu panta 4,5%, cu viteza constantă de $4\frac{m}{s}$.

1° Să se calculeze forțele de tracțiune și frecare.

2° În urma unui accident, curentul se întrerupe brusc. Ce mișcare va avea trenul ?

Se pun în funcțiune frînele care nu acționează decît două secunde după oprirea curentului. La ce distanță de locul accidentului se va găsi trenul ? Se consideră că frecarea nu depinde de viteza trenului.

(Bacalaureat Franța, 1964)

915 1° Se menține între două puncte A și B o diferență de potențial de 20 V. Se montează în serie, între A și B, două rezistențe, x și y și se constată că intensitatea curentului are valoarea $I=1$ A. Se înlocuiește y printr-o rezistență din același material, de aceeași lungime dar de diametru de două ori mai mare. Se constată că intensitatea devine $I'=2,5$ A.

Să se calculeze x și y.

2° Se înlocuiește y printr-o rezistență z de aceeași lungime, de același diametru, dar dintr-un material cu rezistivitatea de două ori mai mică decît aceea a rezistenței y. Care este intensitatea I'' a curentului ce trece prin rezistențele x și z legate în serie ?

(Bacalaureat Vietnam, 1964)

916 1° Dispunem de 12 pile Leclanché având fiecare o t.e.m. de 1,5 V și o rezistență interioară r. Grupate în două serii paralele, de 6 elemente fiecare, bateria alimentează o rezistență R, cufundată într-un calorimetru cu 400 g petrol de căldură specifică 2 093 $J\cdot kg^{-1}\cdot gr^{-1}$. Ampermetrul indică 0,5 A; temperatura petrolului se ridică cu 1,5°C în 7 min. Să se calculeze :

a) rezistența R ;

b) diferența de potențial la bornele bateriei ;

c) rezistența interioară r a unei pile ;

d) masa zincului consumat în baterii în cele 7 minute ale experienței (masa atomică a zincului este 66, valența sa 2).

2° Se înlocuiește rezistența R și calorimetrul printr-o cuvă electrolitică cu apă acidulată, de rezistență 1,5 Ω. Ampermetrul indică 1 A.

a) Să se calculeze t.c.e.m. E' a cuvei ;

b) să se determine valoarea energiei electrice necesare pentru a descompune o moleculă gram de apă.

(Bacalaureat Franța, 1964)

917 O spiră rectangulară, verticală, $MNPQ$, este constituită dintr-un fir de cupru. Spira se poate roti liber în jurul axei verticale $Z'Z$ (v. fig. 190), trecînd prin mijloacele laturilor orizontale MN și PQ. Această spiră este așezată într-un cîmp magnetic uniform. Vectorul inducție magnetică $\vec{B}$ este orizontal și paralel cu spira, în absența curentului. Cînd trece un curent electric de intensitatea I prin spiră, aceasta se rotește în jurul axei $Z'Z$.

1° Să se indice sensul de rotație.

2° Care este noua poziție de echilibru după rotație ?

3° Într-o a doua experiență, se oprește spira într-o poziție intermediară, rotită cu un unghi α. Să se calculeze momentul forțelor electromagnetice în raport cu axul de rotație.

Aplicația numerică : $MN=PQ=a=10$ cm ; $MQ=NP=b=20$ cm ; $B=0{,}04$ T ; $I=0{,}2$ A ; $\alpha=45°$.

(Bacalaureat Franța, 1964)

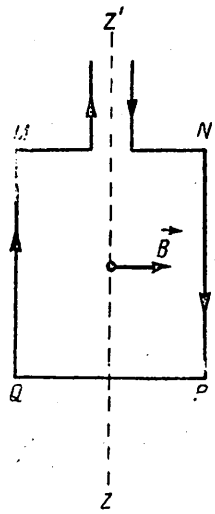


Fig. 190.

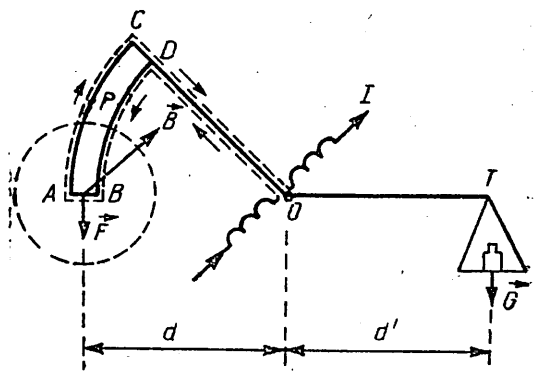


Fig. 191.

918 Dispunem de două bobine plate B_1 și B_2, identice, formate din 100 spire circulare, cu raza medie de 1 cm.

Bobinele B_1 și B_2 sînt verticale și centrate în același punct O. Axele lor sînt perpendiculare și bobinele pot fi alimentate cu ajutorul unui montaj adecvat, cu un curent de intensitate $I=0{,}4$ A.

Un mic magnet centrat în O, așezat pe un suport vertical, este mobil într-un plan orizontal.

a) Bobina B_1 este singura alimentată. Care este inducția magnetică în O ? Care este poziția de echilibru a magnetului ?

b) Bobinele B_1 și B_2 sînt ambele alimentate. Care este poziția de echilibru a magnetului ? Se va neglija inducția magnetică terestră.

(Bacalaureat Vietnam, 1964)

919 O balanță Cotton (v. fig. 191) este alcătuită dintr-o tijă îndoită, TOC, mobilă în jurul unui ax orizontal O și prevăzută la unul din capete cu o paletă P

din material izolant limitată de două arce de cerc, AC și BD cu centrul comun O, și de o porțiune rectilinie AB situată în prelungirea porțiunii orizontale TO a tijei. O bandă din material conductor, prin care putem face să circule un curent electric, este aplicată pe conturul paletei P.
Ansamblul este astfel construit încît dacă pe platan nu există mase marcate, brațul OT să fie orizontal (în echilibru), atunci cînd prin banda conductoare nu circulă curent electric.

Această balanță poate fi utilizată pentru a măsura inducția magnetului $\vec{B}$ a cîmpului practic uniform care există în întrefierul unui electromagnet. Pentru aceasta, partea inferioară a paletei P este așezată în cîmp (limitat la cercul punctat) astfel încît vectorul $\vec{B}$ să fie perpendicular pe planul său.

1° Arătați că dacă curentul și inducția $\vec{F}$ au sensurile indicate în figură, acțiunea cîmpului asupra curentului se rezumă la forța electromagnetică $\vec{F}$ care se exercită asupra elementului de curent AB.

2° Să se exprime intensitatea B a inducției în funcție de: intensitatea I a curentului; lungimea l a elementului AB; distanțele, d și d'; greutatea G a maselor marcate așezate pe platan pentru restabilirea echilibrului.
Aplicație numerică: $I=10$ A; $l=2$ cm; $d=d'$; $m=2{,}04$ g.

(Bacalaureat Franța, 1964)

920 Un pendul simplu este alcătuit dintr-o sferă de oțel magnetizat, de masă egală cu 0,1 kg, suspendată de un fir inextensibil și de masă neglijabilă, de lungime $l_0=0{,}45$ m la 0°C. Să se calculeze:

1° perioada de oscilație T_0 la temperatura de 0°C, într-un loc în care $g=9{,}80\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

2° Variația ΔT a perioadei cînd temperatura se ridică cu 35°C, știind că firul are un coeficient de dilatație liniară $\alpha=2\cdot10^{-5}$ grd^{-1}.

3° Viteza sferei, cînd trece prin poziția de echilibru, la temperatura de 0°C, pentru o amplitudine de 5°42′.

4° Caracteristicile t.e.m. de inducție, indusă într-o bobină de 100 spire și de diametru egal cu 2 cm, așezată în vecinătatea poziției de echilibru a pendulului; se admite că fluxul produs în această bobină de către sfera de oțel magnetizat este practic nul în pozițiile extreme și că valoarea sa maximă este în mod sensibil egală cu aceea obținută prin acțiunea, asupra bobinei, a cîmpului din interiorul unui solenoid coaxial, de 50 spire și 20 cm lungime, cînd solenoidul este străbătut de un curent de 2 A. Ce se va întîmpla dacă se va introduce în interiorul bobinei un miez de fier moale de permitivitate relativă $\mu_r=1\,000$?

(Bacalaureat, Franța, 1964)

921 Trei condensatoare, de capacități respectiv egale cu 4 μF, 3μF și 2μF, sînt montate în serie. Se unesc extremitățile acestei baterii la o sursă de curent continuu cu t.e.m. egală cu 130 V.

1° Să se calculeze sarcina electrică a fiecărui condensator cît și diferența de potențial dintre armăturile lor, cînd este stabilit echilibrul electric.

2° Se unesc extremitățile bateriei de condensatoare la o sursă de curent alternativ sinusoidal, cu t.e.m. eficace 130 V și frecvența 50 Hz. Să se calculeze intensitatea eficace a curentului debitat de sursă precum și desfazajul între curent și tensiunea la bornele sursei. Să se scrie expresia

intensității curentului în funcție de timp dacă tensiunea la bornele sursei este dată de expresia $u=130\sqrt{2}\sin 100\,\pi t$.

3° Se leagă în serie două condensatoare, $C_1=5\ \mu F$ și $C_2=1\ \mu F$ și pe de altă parte, de asemenea în serie, două condensatoare $C_3=1\ \mu F$ și $C_4=4\ \mu F$. Se așază aceste două serii de cîte două condensatoare în paralel și se unesc extremitățile circuitului obținut la bornele unei surse de curent continuu de t.e.m. egală cu 90 V. Se notează cu A punctul comun condensatoarelor C_1 și C_2 și cu B punctul comun condensatoarelor C_3 și C_4. Să se calculeze diferența de potențial V_A-V_B.

(Bacalaureat Franța, 1964)

922 O bobină este montată în serie cu un ampermetru termic de rezistență neglijabilă. Ansamblul este montat la bornele unei surse de curent alternativ de 120 V (tensiune eficace) și de frecvență 50 Hz. Bobina este cufundată într-un calorimetru conținînd 1 100 g apă; vasul calorimetric și accesoriile sale sînt din alamă, cu căldura specifică 393 $J\cdot kg^{-1}\cdot grd^{-1}$ și au o masă de 100 g. Ampermetrul indică 3,2 A; după 1 min și 30 s temperatura s-a ridicat cu 6,2°C.

1° Să se deducă rezistența R a bobinei, impedanța sa Z și inducția proprie L.

2° Să se dea expresiile tensiunii și intensității instantanee în funcție de timp, considerînd tensiunea nulă la momentul zero.

3° Care trebuie să fie capacitatea C a unui condensator care, montat în serie cu bobina și cu ampermetrul, să anuleze defazajul între tensiune și curent? Ce va indica în acest caz ampermetrul?

(Bacalaureat Vietnam, 1965)

923 1° Într-un prim circuit, A_1, se montează în serie, sub o diferență de potențial alternativă și sinusoidală, de valoare eficace $U=120$ V și frecvență $f=50$ Hz, o rezistență R, un condensator C și un ampermetru de rezistență neglijabilă. Ampermetrul indică 2,4 A. Un voltmetru de rezistență foarte mare, legat în paralel la bornele rezistenței, indică 96 V. Se cere:

a) impedanța circuitului și valoarea rezistenței;

b) capacitatea condensatorului și tensiunea la bornele sale.

2° Alcătuim un alt circuit, A_2, conținînd rezistența precedentă montată în derivație la bornele unei bobine L de rezistență neglijabilă. Se alimentează acest circuit A_2 sub aceeași tensiune U; intensitatea curentului absorbit de circuitul A_2 este 5 A. Să se determine:

a) intensitățile curentului prin rezistența R respectiv bobina L;

b) valoarea inductanței L.

3° Se formează un circuit, A_3 montînd în serie rezistența R, bobina L și condensatorul C. Se alimentează acest circuit A_3 sub aceeași tensiune U. Să se calculeze:

a) intensitatea curentului în circuitul A_3 și tensiunile la bornele fiecăruia dintre elementele acestui circuit;

b) factorul de putere al circuitului A_3.

(Bacalaureat Franța, 1964)

924 1° O bobină cu axa orizontală, conținînd un miez de fier moale, este străbătută de un curent alternativ de frecvență 50 Hz. Un fir de cupru orizontal, de lungime 80 cm și masă 2 g, străbătut de un curent continuu, este așezat astfel încît mijlocul său să fie pe axa bobinei, aproape de extremitatea miezului, direcția sa fiind perpendiculară pe axa bobinei. Cînd

tensiunea firului are o valoare convenabilă F, el este la rezonanţă şi firul vibrează formînd un singur fus. Să se explice fenomenul; să se calculeze F.

2° Bobina are o rezistenţă de 10 Ω, intensitatea eficace a curentului care o traversează este de 1 A; tensiunea eficace între bornele sale este 30 V. Calculaţi inductanţa sa şi factorul de putere.

3° Pentru a crea acest curent eficace de 1 A în bobină se utilizează o tensiune eficace de 120 V; se dispune atunci, în serie cu bobina, un reostat de inductanţă neglijabilă. Cum trebuie să fie rezistenţa sa? Care este factorul de putere al ansamblului bobină-reostat?

4° Se reglează reostatul la rezistenţa de 40 Ω şi se montează în derivaţie cu bobina. Se stabileşte între bornele acestei derivaţii o tensiune eficace de 120 V, de frecvenţă 50 Hz. Să se calculeze:

a) intensităţile eficace în cele două ramuri;

b) intensitatea eficace a curentului total debitat;

c) defazajul între tensiunea la borne şi intensitatea curentului total.

(Bacalaureat Franţa, 1965)

925 O rază luminoasă incidentă SI se refractă în I la suprafaţa de separaţie dintre aer şi apă; unghiul de incidenţă este 60°. În apă, raza refractată II' întîlneşte o oglindă plană al cărei plan face un unghi α cu suprafaţa apei. Ea se reflectă după direcţia $I'I''$ şi întîlneşte în I'' suprafaţa apei. Să se calculeze unghiul astfel încît raza $I'I''$ să se reflecte total în I''. Indicele de refracţie al apei este $n=\frac{4}{3}$.

(Bacalaureat Franţa, 1965)

926 O prismă de unghi 60° are indicile de refracţie, pentru lumina galbenă, egal cu 1,414.

1° Să se determine unghiul de incidenţă corespunzător deviaţiei minime pentru lumina galbenă.

2° Care ar trebui să fie unghiul de incidenţă pentru ca raza să sufere o reflexie totală pentru a doua faţă a prismei?

(Bacalaureat Franţa, 1965)

927 Fie un ansamblu de două lentile convergente identice, cu distanţa focală de 6 cm, centrate pe aceeaşi axă, distanţa între centrele lor optice fiind de 4 cm.

1° Să se studieze mersul unei raze incidente paralelă cu axa optică principală a lentilelor. Care este punctul F' în care raza emergentă taie axa principală? Să se determine poziţia sa.

2° Fie un punct F în faţa celor două lentile şi situat pe axa lor comună. Unde ar trebui să fie plasat F pentru ca toate razele ce pornesc din acest punct să iasă din lentilă paralel cu raza principală?

(Bacalaureat Montreal şi New York, 1964)

928 Un sistem optic este compus din două lentile L_1 şi L_2, avînd aceeaşi axă optică principală şi situate la o distanţă de 20 cm una de alta. Lentila L_1 este biconvexă; ea este din sticlă, cu indicele de refracţie $n=3/2$ şi are distanţa focală de 10 cm. Lentila L_2 este divergentă şi are distanţa focală de 15 cm.

1° La ce distanţă de un obiect AB, situat la 15 cm în faţa lui L_1, se găseşte imaginea lui AB dată de acest sistem? Imaginea este reală sau virtuală? Care este mărimea sa în raport cu AB şi ce sens are? Să se indice mersul razelor.

2° Care este raza de curbură a lentilei L_1 ?

3° Lentila L_1 se introduce în interiorul unei cuve cu feţe paralele (se va neglija grosimea pereţilor) care conţine un lichid de indice de refracţie n'. Se constată că obiectul AB trebuie îndepărtat la infinit pentru ca imaginea sa în noul sistem să rămînă în acelaşi plan ca înainte. Care este valoarea lui n' ?

(Bacalaureat Senegal, 1964)

929 1° Să se calculeze, în joule şi în electron-volţi, echivalentul energetic al masei electronului, aplicînd relaţia lui Einstein : $E=m_0c^2$.

2° Un foton de energie $1{,}265 \cdot 10^6$ eV poate, în anumite condiţii, să dea naştere la două particule de semn contrar, avînd amîndouă masa electronului. Excesul de energie a fotonului comunică fiecăreia din cele două particule aceeaşi viteză v. Să se calculeze această viteză.

3° Rezultatul obţinut la punctul 2° fiind de ordinul vitezei luminii, se va face corecţia relativistă a masei.

(Bacalaureat Franţa, 1964)

930 Un ascensor are o cabină de masă $M=380$ kg, echilibrată de o contragreutate de masă $M'=350$ kg. Cabina este legată de contragreutate printr-un cablu flexibil, cu masa neglijabilă în raport cu M şi M', care trece peste un scripete de formă cilindrică, cu masa $\mu=200$ kg şi raza $R=1$ m.

1° Cabina fiind în poziţia sa cea mai de jos, în contact cu solul, un om cu masa $m=100$ kg, se urcă în ea. Să se calculeze (considerînd $g=9{,}80$ m/s^2) : tensiunile în cele două porţiuni de cablu ; acţiunea solului asupra cabinei ; acţiunea axului scripetelui asupra scripetelui.

2° În timpul perioadei de demaraj a mişcării ascendente acţiunea combinată a contragreutăţii şi a motorului ce acţionează scripetele face ca porţiunea de fir fixată de cabina în care se află omul să fie supusă la o tensiune $T=5\,400$ N. Să se determine : acceleraţia cabinei ; forţa exercitată de om pe podeaua cabinei ; caracteristicile vectorului acceleraţie a unui punct de pe circumferinţa scripetelui după 2 s de la plecare.

(Bacalaureat Franţa, 1966)

931 Un fir subţire inextensibil, de masă neglijabilă, trece peste un scripete de rază $r=8$ cm. Scripetele este mobil fără frecare, în jurul axei sale, care este orizontală. Momentul lui de inerţie în raport cu această axă este $J=3{,}2 \cdot 10^{-4}$ kg·m^2. Firul nu alunecă pe scripete. La o extremitate a firului este suspendat un bloc cilindric A de masă $M_1=135$ g, şi la cealaltă extremitate un bloc cilindric B de masă $M_2=111$ g, purtînd o sarcină S de masă $m=50$ g.

1° Sistemul este lăsat liber, fără viteză iniţială ($g=9{,}8$ m/s^2). La un moment oarecare al mişcării să se aplice relaţia fundamentală a dinamicii corpului A, corpului B supraîncărcat, scripetelui.

2° Fie a, valoarea absolută comună a vectorilor acceleraţie $\vec{a}_1$ a lui A şi $\vec{a}_2$ lui B cu S, pe traiectoriile rectilinii verticale ale centrelor de greutate ale celor 2 mobile. Să se arate că $\vec{a}$ are o valoare constantă, a cărei expresie depinde de g, M_1, M_2, m, r şi J. Să se dea expresia în funcţie de a, g, M_1, M_2 şi m a tensiunilor T_1 şi T_2 în cele 2 porţiuni de fir.

(Bacalaureat Franţa, 1967)

932 1° Un automobil de masă 500 kg se deplasează cu o viteză de 108 km/h. Admiţînd că toate punctele sale execută numai o mişcare de translaţie, să se afle energia lui cinetică.

2° Şoferul, observînd semnalul „stop", îşi propune să oprească maşina pe o distanţă de 150 m printr-o forţă de frînare constantă. Drumul fiind orizontal şi rezistenţele la înaintare neglijabile, să se calculeze:

a) forţa de frînare;

b) cantitatea de căldură degajată în timpul frînării.

3° Începînd cu acest punct diferitele forţe de rezistenţă la înaintare vor fi considerate ca avînd o intensitate totală de 274 N; independent de viteză. Şoferul, după ce s-a oprit la stop, vrea să ajungă la viteza de 108 km/h la capătul unui parcurs orizontal de 200 m.

a) Să se calculeze forţa de tracţiune a motorului, presupusă constantă;

b) în cît timp vor fi parcurşi cei 200 m?

4° Şoferul începe să urce, cu 108 km/h, o pantă lungă de 500 m şi cu o denivelare de 10 m pentru 100 m de parcurs. El vrea să aibă la capătul pantei o viteză de 72 km/h. Cît vor fi:

a) forţa de tracţiune a motorului, presupusă constantă;

b) puterea medie dezvoltată de motor în timpul urcuşului?

Se dă $g=10$ m/s^2.

(Bacalaureat Franţa, 1967)

933 1° Un circuit conţine o pilă P de t.e.m. $E=2$ V şi rezistenţă interioară $r=1\ \Omega$ şi un fir F din feronichel, de rezistenţă $R=1\ \Omega$.

a) Să se calculeze lungimea l a firului F, ştiind că are un diametru de 1 mm şi rezistivitatea $78{,}5\cdot10^{-8}\ \Omega\cdot$m;

b) să se calculeze puterea totală dezvoltată de pila P.

2° Între bornele A şi B ale pilei P, se intercalează acum două derivaţii; una $AP'GB$ conţine o pilă P' cu t.e.m. E' şi rezistenţă interioară neglijabilă şi un galvanometru G de rezistenţă neglijabilă; cealaltă derivaţie este constituită de firul F.

a) Să se calculeze valoarea E' pentru care galvanometrul nu deviază;

b) păstrînd pila P' de t.e.m. E' calculată mai sus, se înlocuieşte pila P cu o pilă P'' de aceeaşi t.e.m. ($E=2$ V) ca şi P, dar cu rezistenţa interioară $r''=4\ \Omega$. Ce lungime trebuie să aibă atunci firul F pentru ca galvanometrul să nu devieze?

3° În montajul de la punctul (2°, *a*) se înlocuieşte firul F cu un voltametru de t.c.e.m. $e=0{,}8$ V şi de rezistenţă interioară necunoscută, x. Se constată că galvanometrul rămîne la 0. Să se calculeze x.

(Bacalaureat Algeria, 1967)

934 Un tub închis, întors cu gura în jos într-o cuvă de mercur, conţine 50 cm^3 de gaz. Nivelul mercurului din tub este cu 10 cm deasupra nivelului mercurului din cuvă. Într-o a doua poziţie a tubului, volumul ocupat de gaz este de 100 cm^3. Diferenţa între nivelele mercurului din tub şi din cuvă este acum de 42,5 cm.

1° Care este valoarea presiunii atmosferice?

2° Ce volum ar ocupa gazul din tub la o presiune proprie de 700 mm col. Hg?

3° Cînd tubul se află în poziţia a doua se introduc încă 20 cm^3 dintr-un gaz la presiunea p'. Se ridică tubul astfel ca volumul gazos total să fie de 120 cm^3. Mercurul din tub se află atunci la 20 cm deasupra mercurului din cuvă. Care este presiunea p' a gazului adăugat?

(Bacalaureat Franţa, 1969)

935 Volumul rezervorului unui dilatometru cu tijă este de $N=6480$ ori mai mare decît volumul unei diviziuni de pe tijă.

1° Se umple dilatometrul, cu mercur la 0°C, pînă la diviziunea 0. La temperatura de 20°C, mercurul urcă pînă la diviziunea 20. Să se afle coeficientul de dilatație al sticlei din care este confecționat dilatometrul. Se dă coeficientul de dilatație absolută al mercurului. $\gamma_{Hg}=0{,}000182$ grd^{-1}.

2° Cu acest dilatometru vrem să determinăm coeficientul de dilatație al unui lichid. Pentru aceasta se înlocuiește mercurul cu lichidul respectiv. La 0°C, lichidul ajunge la diviziunea 20, iar la 20°C el urcă pînă la diviziunea 85. Care este coeficientul de dilatație absolută al lichidului?

(Bacalaureat Franța, 1969)

936 Pe un tambur ușor cu raza r, montat pe o axă orizontală, se află înfășurată o sfoară de capătul căreia este prins un corp cu masa m_1. De tambur sînt prinse patru spițe cu lungimea l_0, la capătul cărora sînt fixate bile cu masa m (v. fig. 192). La început corpul se află la înălțimea h_0 față de sol. De la această înălțime este lăsat liber, punînd în mișcare accelerată sistemul. Cînd corpul m_1 atinge solul, tamburul continuă să se rotească și de pe el se desfășoară în continuare sfoara. După aceea, sfoara începe să se înfășoare din nou pe tambur. La ce înălțime maximă h se va ridica corpul m deasupra solului? Masele tamburului, axului, sforii, spițelor și forțele de frecare sînt neglijabile. Ciocnirea corpului m_1 de sol este neelastică.

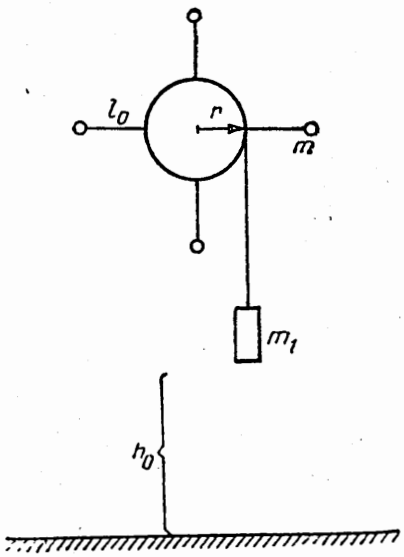


Fig. 192.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

937 Un gimnast stă atîrnat de o frînghie care trece peste un scripete cu masa neglijabilă. De celălalt capăt al frînghiei este prins un corp cu masa m. La momentul inițial sistemul se află în echilibru. Gimnastul a început să coboare pe frînghie. La momentul t, viteza contragreutății era mai mare decît viteza omului față de pămînt, cu valoarea v.

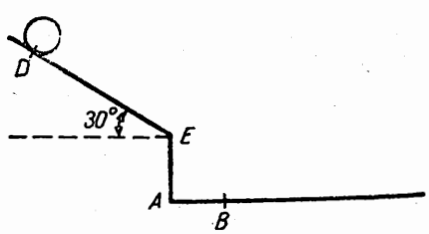


Fig. 193.

Să se determine forța de frecare ce apare la coborîrea gimnastului, masa gimnastului fiind M.

(Olimpiadă, U.R.S.S.)

938 Un cilindru cu raza de 10 cm se află pe un plan înclinat. Plecînd din punctul D al planului fără viteză inițială (v. fig. 193), cilindrul se rostogolește

pe linia de cea mai mare pantă, DE, a planului înclinat. Planul este înclinat față de orizontală cu un unghi de 30°. Viteza axei cilindrului, la trecerea prin E este egală cu 10 m/s. Apoi cilindrul cade liber și ajunge în B ($EA = h' = 5$ m). Să se determine:
1° lungimea $DE = l$;
2° viteza liniară a axei cilindrului în B;
3° numărul de rotații efectuate de cilindru în timpul căderii libere.

(Bacalaureat, Franța)

939 Un scripete este format dintr-un disc circular, cu masa de 1 kg. Într-un punct A de pe muchia scripetelui se leagă o sfoară, care apoi se înfășoară pe scripete. Capătul liber al sforii se fixează de un suport B. Scripetele este lăsat să cadă fără viteză inițială. Care va fi viteza axei scripetelui după un metru de cădere și tensiunea în fir în timpul căderii? (Admitem că firul rămîne vertical în timpul căderii.)

(Bacalaureat, Franța)

940 Pe cele două capete ale unei frînghii trecute peste un scripete fix se urcă un gimnast. Greutățile celor doi gimnaști sînt egale, dar unul este mai puternic decît celălalt. Care dintre cei doi gimnaști ajunge mai repede la scripete?

(Concurs fizică, R.P.U.)

941 Un cilindru omogen și un tub cilindric, cu aceleași dimensiuni și aceeași masă, se rostogolesc în același timp pe un plan înclinat cu înălțimea de 1 m și lungimea de 3 m. Care dintre cele două corpuri sosește mai repede la baza planului înclinat și cu cît timp înaintea celuilalt?

(Concurs fizică, R.P.U.)

942 Peste un ponton format din două prisme cu bază pătratică, lungi de 1,00 m, se așază o punte pe care calcă o greutate de 850 N (v. fig. 194). Să se determine poziția acestei greutăți pentru ca puntea să fie orizontală (x), precum și porțiunea y cu care ies din apă cele două prisme în acest caz. Greutatea specifică a materialului din care sînt confecționate prismele este $\gamma = 4{,}5 \cdot 10^3$ N/m³. Se neglijează greutatea punții.

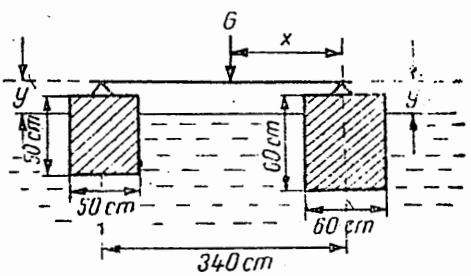


Fig. 194.

(Institutul de construcții — București, 1964)

943 O sursă de curent continuu, de tensiune electromotoare E și rezistență interioară $r = 10\ \Omega$, este conectată la o rezistență exterioară R în care face să circule un curent de 0,1 A și în care dezvoltă o putere de 2 W. Dacă la bornele rezistenței R se leagă în paralel un condensator C, acesta se încarcă cu sarcina $q = 2{,}5 \cdot 10^{-8}$ C. Se cer:
1° tensiunea la bornele rezistenței R și valoarea acestei rezistențe;
2° tensiunea electromotoare E a sursei;
3° capacitatea C a condensatorului;
4° frecvența proprie de oscilație a unui circuit oscilant format din condensatorul C și o bobină cu inducța $L = 12{,}8$ mH.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1964)

944 O locomotivă (cu plug) cu masa de 50 tone intră cu viteza de 72 km/h într-un strat de zăpadă. La ieşirea din acest strat viteza sa este de 54 km/h. Se cere:

1° să se calculeze lucrul mecanic consumat în acest strat, presupunînd că puterea locomotivei a rămas constantă.

2° La trecerea peste un pod susţinut de 2 piloni, la 40 m depărtare unul de altul, locomotiva se opreşte la 8 m depărtare de unul din piloni. Care sînt forţele de apăsare pe fiecare pilon ($g=10$ m/s^2) ?

(Institutul politehnic — Braşov, 1964)

945 O baterie cu rezistenţa interioară de 0,2 Ω alimentează un rezistor de 4 Ω, introdus într-un calorimetru. Masa calorimetrului este de 300 g şi căldura sa specifică 418,5 J/kg·grd. În calorimetru se găsesc 0,2 l apă la 20°C. Apa începe să fiarbă după 40 minute de la legarea bateriei în circuit. Să se calculeze:

1° intensitatea curentului ce trece prin rezistorul din calorimetru;

2° tensiunea electromotoare a bateriei;

3° timpul în care ar fierbe aceeaşi cantitate de apă, dacă s-ar introduce în apa din calorimetru încă un rezistor de 4 Ω, legat în paralel cu primul.

(Institutul politehnic — Braşov, 1964)

946 Un troleibuz cu masa de 12 tone circulă pe un traseu orizontal şi mişcîndu-se la început uniform accelerat atinge viteza de 54 km/h după 15 s de la pornire; apoi se mişcă uniform cu viteza atinsă. Tensiunea electrică a reţelei fiind de 800 V, randamentul motorului 80% şi coeficientul de frecare 0,04, se cer:

1° spaţiul parcurs în timpul mişcării uniform accelerate;

2° forţa de tracţiune a motorului în timpul mişcării uniform accelerate;

3° intensitatea curentului în timpul mişcării uniforme.

(Institutul politehnic — Braşov, 1964)

947 Un rezistor de 2 Ω, este legat la bornele unei baterii cu tensiunea electromotoare 20 V şi rezistenţa internă 0,5 Ω. Să se calculeze:

1° energia electrică consumată în rezistor timp de 10 min;

2° intensitatea curentului electric în circuitul care cuprinde în plus un rezistor de 8 Ω, legat în paralel cu primul;

3° timpul în care un corp de 15,36 kg, căzînd liber pe suprafaţa pămîntului, ar dobîndi energia cinetică egală cu cea electrică de la punctul 1° (se neglijează frecarea cu aerul; $g=10$ m/s^2).

(Institutul politehnic — Braşov, 1964)

948 La trecerea curentului electric prin rezistoarele din montajul prezentat în figura 195 se dezvoltă o cantitate de căldură de 500 cal. Ce cantitate de căldură se dezvoltă, în acelaşi timp, în fiecare rezistor? Se dau: $R_1=5$ Ω, $R_2=10$ Ω, $R_3=15$ Ω.

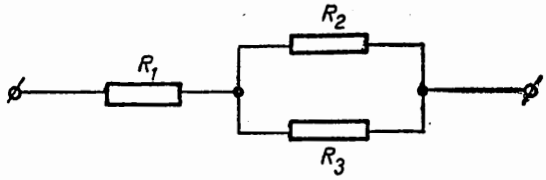


Fig. 195

(I.P.G.G., 1966)

949 I. O forță constantă $F=100$ N acționează pe direcția mișcării, asupra unui corp de masă $m=2$ kg, aflat în repaus pe un plan orizontal. Să se determine:
a) accelerația imprimată corpului, considerînd mișcarea fără frecare;
b) spațiul parcurs în timp de 4 s.

II. În cît timp un reșou electric cu rezistența de 40 ohmi, străbătut de un curent cu intensitatea 3 amperi, dezvoltă o cantitate de căldură echivalentă lucrului mecanic efectuat de forța de la punctul I?

III. Aceeași forță acționează asupra aceluiași corp, în aceleași condiții ca la punctul I, dar deplasarea se face cu frecare ($\mu=0{,}5$). Să se determine:
a) accelerația mișcării în acest caz;
b) viteza corpului după 10 secunde.

IV. Cîtă zăpadă cu temperatura de 0°C poate fi topită cu căldura echivalentă lucrului mecanic al forței de frecare de la punctul III $\left(\lambda=335\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right)$?

În calcule se va folosi valoarea $g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

(Institutul de construcții — București, 1966)

950 Într-un vas calorimetric cu 450 g de apă la temperatura $t_1=20$°C se introduc 50 g de gheață la temperatura $t_2=-20$°C, atingîndu-se temperatura finală t_0. Se introduce apoi în apă un sistem de palete ca în experiența lui Joule, paletele fiind acționate de un corp cu masa $M=15$ kg care cade vertical de la înălțimea h. Se cer:
1° temperatura de echilibru t_0;
2° ce lucru mecanic trebuie efectuat asupra apei din calorimetru pentru ca apa să capete temperatura $t_3=t_0+1$°C;
3° care este înălțimea de cădere h știind că sînt necesare 10 căderi succesive ale corpului M pentru ca apa să capete temperatura t_3 și că numai o treime din energia potențială a corpului M se transformă în energie cinetică;
4° care este viteza corpului M la capătul inferior al cursei?
Se dă căldura specifică a gheții 2,1 kJ/kg·grd și căldura latentă de topire a gheții 334 kJ/kg·grd.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1966)

951 Circuitul electric din figura 196 conține: o baterie B formată din 6 elemente galvanice, avînd fiecare t.e.m. $E_1=2$ V și rezistența internă $r=0{,}15\ \Omega$; două rezistoare, cu rezistențele $R_1=5\ \Omega$ respectiv $R_2=7\ \Omega$; bobina L cu lungimea $l=20$ cm, diametrul $D=4$ cm, realizată din $N=300$ spire cu rezistența electrică $R_3=3\ \Omega$.

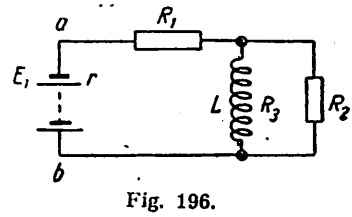


Fig. 196.

Să se calculeze:
1° tensiunea între bornele a și b, în circuit deschis și în circuit închis;
2° intensitatea I_1 a curentului ce străbate rezistorul R_1;
3° intensitățile I_2 și I_3;
4° cantitatea de căldură dezvoltată în R_2 după 2 minute;
5° intensitatea cîmpului magnetic H pe axa solenoidului;
6° fluxul magnetic ce străbate o spiră a bobinei.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1966)

952 Un încălzitor electric, cu schema ca în figura 197 ($R_1=140\ \Omega$, $R_2=4\ \Omega$, $R_3=1\ \Omega$, $R_4=3\ \Omega$, $R_5=2\ \Omega$), dezvoltă în timp de 1 minut și 40 secunde o cantitate de căldură de 10 kJ. Să se calculeze:
1° la ce tensiune electrică este alimentat încălzitorul;
2° ce masă de apă, la 80°C, poate fi încălzită pînă la fierbere, sub presiune normală, în timpul indicat.
Se neglijează pierderile de energie.

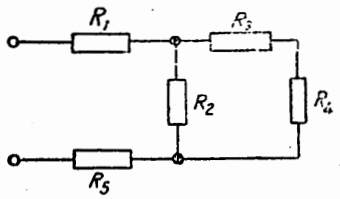


Fig. 197.

(Facultatea de fizică — București, 1966)

953 O bulă de aer cu temperatura de 100°C și volumul 0,1 cm³ se găsește la o adîncime de 2,066 m sub nivelul apei. Ce volum va avea bula la ieșirea din apă, dacă la suprafața apei presiunea este normală iar temperatura de 27°C?

(I.P.G.G., 1967)

954 Un corp cade de la 320 m înălțime. Să se împartă această înălțime în patru porțiuni care să fie parcurse în timpuri egale. Se va considera $g=10\frac{m}{s^2}$.

(I.P.G.G., 1967)

955 Un obiect este aruncat de jos în sus pe un plan înclinat cu o viteză $v_0=40$ m/s. Cunoscînd înclinarea planului $\alpha=30°$ și coeficientul de frecare cu planul înclinat $\mu_1=0{,}2$, se cere:
1° să se determine distanța maximă față de poziția inițială la care ajunge obiectul pe planul înclinat și durata mișcării obiectului pe planul înclinat;
2° presupunînd că obiectul după întoarcerea în poziția inițială își continuă mișcarea pe un plan orizontal cu coeficientul de frecare $\mu_2=0{,}5$, să se afle durata deplasării obiectului pe acest plan orizontal și distanța parcursă. Se consideră $g=10$ m/s².

(Facultatea de matematică-mecanică, 1967; I.P.G.G., 1967)

956 Perpendicular pe planul axial al unei lentile cu convergența $C=1\ \delta$ se află o oglindă plană, la distanța de 2 m de lentilă. De cealaltă parte a lentilei se află un obiect care-și schimbă poziția față de lentilă respectiv la 3m, la 1,5 m și 0,5 m. Să se explice formarea imaginilor în cele trei poziții ale obiectului, natura și poziția imaginii. Înălțimea obiectului este de 1 cm.

(Facultatea de matematică-mecanică, 1967)

957 Două condensatoare cu capacitățile $C_1=2\ \mu F$ și $C_2=5\ \mu F$ sînt încărcate separat la tensiunile $U_1=5\,500$ V și $U_2=2\,000$ V, apoi sînt legate în paralel. Să se determine tensiunea la bornele bateriei de condensatoare și sarcina pe armătură a fiecărui condensator, după legarea în paralel.

(I.P.G.G., 1967)

958 Un cilindru cu volumul de 20 l conține acetilenă la presiunea 150 atm și temperatura 27°C. Puterea calorică a acetilenei este $q=58{,}5\frac{MJ}{kg}$. Să se afle ce cantitate de fier cu temperatura inițială de 20°C poate fi topită, cunoscînd

că este utilizată numai 20% din căldura de ardere a acetilenei. Căldura specifică a fierului $c=0{,}46\ \frac{J}{kg\cdot grd}$; temperatura de topire 1530°C; căldura latentă de topire $\lambda=200\frac{kJ}{kg}$. Masa moleculară a acetilenei $M=26$.

(I.P.G.G., 1967)

959 Cele două feţe ale unei lentile biconvexe au razele de curbură respectiv 50 cm şi 1 m. Care este distanţa care separă focarul radiaţiei roşii de focarul radiaţiei violete? Se dau $n_r=1{,}510$; $n_v=1{,}525$.

(I.P.G.G., 1967)

960 Supapa de siguranţă a unui cazan cu aburi este acţionată cu ajutorul unei pîrghii (v. fig. 198).
Pentru menţinerea supapei în poziţia de echilibru este necesar ca în *B* să acţioneze o forţă $F=500$ N. Să se determine:

1° Ce greutate G trebuie să acţioneze în A pentru ca în B să se nască forţa F, dacă OB este egal cu 5 cm şi $OA=50$ cm.
2° Valoarea reacţiunii din O.
3° Presiunea aburului din cazan dacă $S=10$ cm².
4° De cîte ori creşte presiunea din cazan dacă aburul, considerat gaz perfect, ar ocupa acelaşi volum, dar şi-ar ridica temperatura de la 150°C la 250°C?

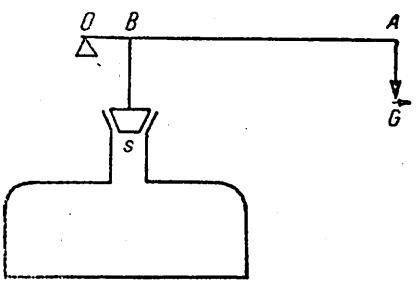


Fig. 198.

(Institutul de construcţii — Bucureşti, 1967)

961 Pe o platformă orizontală, cu lungimea $l=AB=16$ m, poate aluneca cu frecare un corp avînd masa de 2 kg.

1° Să se calculeze viteza ce trebuie imprimată corpului în A pentru ca în B viteza lui să fie nulă. Coeficientul de frecare la alunecare a corpului pe plan este $\mu=0{,}2$.
2° Într-un vas cu apă pluteşte un corp paralelipipedic cu baza un pătrat, avînd laturile de 40 cm şi înălţimea de 20 cm. Peste acest paralelipiped şi în centrul suprafeţei de bază, se aşază corpul considerat la punctul 1°. Ştiind că densitatea materialului din care este alcătuit paralelipipedul este $\rho=600$ kg/m³, să se calculeze adîncimea de cufundare, înainte şi după aşezarea corpului.
3° După ce se scot paralelipipedul şi corpul, în apa din vas se introduc 2 kg de gheaţă la temperatura de —7°C. Ştiind că temperatura apei din vas este de 30°C şi că vasul conţine 6 kg apă, să se afle temperatura finală. Căldura specifică a gheţii $c_g=2{,}1\ \frac{kJ}{kg\cdot grd}$; căldura latentă de topire a gheţii $\lambda=334\frac{kJ}{kg}$.

(Institutul de construcţii — Bucureşti, 1967)

962 Un corp cu greutatea $G=1\,000$ N este susținut prin intermediul cablului ADA de doi stîlpi identici AB, ancorați la sol cu cablurile AC — ca în figura 199. Să se determine forțele ce acționează în:

a) cablurile AD;
b) stîlpul AB;
c) cablurile AC.

(Institutul de construcții — București, 1967)

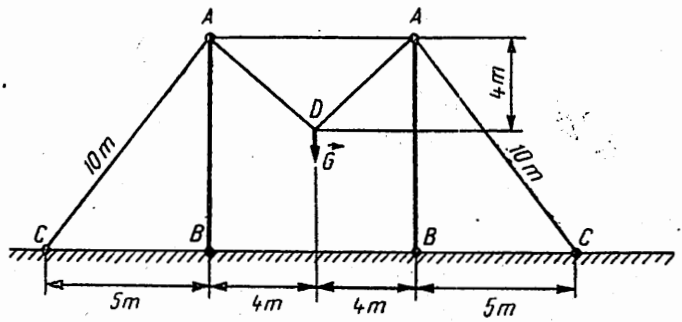


Fig. 199.

963 La o turbină vine apă printr-o conductă avînd lungimea $l=500$ m, aria secțiunii $A=400$ cm^2 înclinarea față de planul orizontal $\alpha=30°$C. Se cere:

1° debitul de apă în $\frac{m^3}{s}$ și $\frac{kg}{s}$;

2° puterea utilă la axul turbinei, dacă randamentul este $\eta_1=0,9$;

3° cu ce viteză lovește apa paletele turbinei dacă ajutajul reduce secțiunea jetului la $\frac{1}{10}$.

4° Considerînd că în timpul căderii apei se pierde prin frecare $\frac{1}{250}$ din energie, cu cît se ridică temperatura apei care ajunge la paletele turbinei?

5° Turbina antrenează o pompă care ridică apa la înălțimea de 70 m, randamentul pompei fiind $\eta_2=0,85$.

Să se calculeze debitul de apă în $\frac{m^3}{s}$.

Se consideră $g=9,8\frac{m}{s^2}$.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1967)

964 Într-un circuit electric sînt legate în serie:
— un dinam care are t.e.m. $E=120$ V și rezistența interioară $R_i=3\ \Omega$;
— un solenoid avînd lungimea $l=20$ cm, numărul total de spire $N=200$ și rezistența electrică $R_1=4\ \Omega$;
— un voltametru cu soluție de $CuSO_4$, rezistența voltametrului fiind $R_2=5\ \Omega$;
— o rezistență R_3.

Dacă în timp de un sfert de oră în voltametru se depun 2 g cupru, să se afle:

1° intensitatea I a curentului electric din circuit, echivalentul electrochimic al cuprului fiind $k=0,33\frac{mg}{C}$;

2° intensitatea H a cîmpului magnetic pe axul solenoidului;
3° fluxul magnetic care străbate o spiră a solenoidului, diametrul spirei fiind $D=6$ cm;
4° valoarea rezistenței R_3;
5° randamentul electric al dinamului.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1967)

965 Un rezervor metalic cu volumul constant V este umplut cu hidrogen la temperatura $t_1=15°C$ și presiunea $p_1=1$ atm. Sub influența radiației solare, temperatura gazului se ridică la $t_2=37°C$. Pentru a menține presiunea constantă p_1 în rezervor, o parte din hidrogen este eliminat printr-o supapă. Datorită acestui fapt, masa hidrogenului din rezervor se micșorează cu $m=6{,}052$ kg. Densitatea hidrogenului la 0°C și presiunea de 1 atm fiind $\rho_0=89\cdot10^{-3}$ kg/m^3, să se calculeze:
1° densitatea inițială a hidrogenului din rezervor;
2° volumul V al rezervorului;
3° greutatea hidrogenului rămas în rezervor;
4° numărul n de molecule de hidrogen rămase în rezervor, masa unui mol de hidrogen fiind egală cu 2 g;
5° presiunea p_3 a gazului rămas în rezervor dacă, după ce s-a ridicat temperatura la 37°C și s-a eliminat o parte din hidrogen, se închide supapa și se ridică temperatura la 87°C.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1967)

966 O sferă cu volumul $V=400$ cm^3, dintr-un material cu densitatea $\rho_1=0{,}75\frac{g}{cm^3}$, este cufundată într-un lac sărat la adîncimea $h_1=20$ m, de unde i se imprimă de jos în sus, vertical, o viteză $v_1=5\frac{m}{s}$. Să se determine:
1° accelerația cu care sfera se ridică pînă la suprafața apei, dacă densitatea apei este $\rho_2=1{,}2\ \frac{g}{cm^3}$ și accelerația gravitației $g=9{,}8\ \frac{m}{s^2}$;
2° viteza v_2 cu care sfera ajunge la suprafața apei;
3° timpul t_1 în care sfera ajunge la suprafața apei;
4° înălțimea maximă h_2 la care se ridică sfera deasupra apei, în aer;
5° energia cinetică E_c cu care sfera ajunge din nou la suprafața apei, în căderea ei de la înălțimea h_2;
6° adîncimea h_3 la care ajunge sfera cînd în cădere, se cufundă în apă.
Se neglijează frecările sferei cu apa și aerul.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1967)

967 O baterie de 6 elemente de acumulatoare grupate în serie, avînd fiecare t.e.m. E și rezistența interioară R_1, este legată în serie cu un rezistor cu rezistența R_2 format dintr-un fir cu lungimea $l=16$ m, secțiunea $S=1$ mm^2 și rezistivitatea $\rho=4\cdot10^{-7}\ \Omega\cdot m$. Prin fir circulă un curent cu intensitatea $I_1=1{,}8$ A. Dacă se scurtcircuitează bornele bateriei, valoarea intensității curentului crește la $I_2=21$ A. Să se calculeze:
1° valoarea rezistenței R_2;
2° tensiunea U aplicată la bornele rezistorului R_2;
3° cantitatea de căldură Q degajată în rezistorul R_2 în timpul $t=100$ s;
4° rezistența interioară R_1 a unui acumulator;
5° t.e.m. E a unui acumulator.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1967)

968 Un generator de curent continuu cu excitație în deviație alimentează un bec cu incandescență și un rezistor de 15,9 Ω, conectat în paralel cu becul. Generatorul are tensiunea electromotoare de 110 V, rezistența indusului de 0,5 Ω, rezistența inductorului de 30 Ω, iar intensitatea curentului în indus de 12 A. Să se calculeze :

1° puterea furnizată becului ;

2° cantitatea de căldură degajată de rezistorul legat în paralel cu becul, cînd curentul trece timp de o oră.

(Facultatea de fizică — București, 1967)

969 Un tub de sticlă în formă de U are brațele de secțiune $S_1=1$ mm² respectiv $S_2=3$ mm². Dacă se toarnă în tub glicerină, cu densitatea $\rho=1{,}26\cdot10^3$ kg/m³, diferența de nivel a glicerinei în cele două brațe este $h=0{,}8$ cm. Să se calculeze tensiunea superficială a glicerinei.

(Facultatea de fizică — București, 1967)

970 Un corp din fier $\left(\rho_{Fe}=7{,}8\,\frac{g}{cm^3}\right)$ cîntărește în aer $m=800$ g. În apă el cîntărește $m_a=691{,}2$ g. Să se calculeze volumul golurilor de aer din interiorul corpului.

(Facultatea de fizică — București, 1968)

971 Pe un plan înclinat cu un unghi $\alpha=30°$ este așezat un corp ce poate aluneca.

1° Care ar trebui să fie valoarea minimă a coeficientului de frecare la alunecare, astfel încît corpul să rămînă în repaus pe plan înclinat ?

2° Presupunînd coeficientul de frecare la alunecare $\mu=0{,}2$ și că se imprimă corpului o viteză inițială $v_0=20$ m/s de-a lungul planului și în sensul alunecării, să se calculeze distanța parcursă prin alunecare în timpul $t=3$ s.

3° Dacă întregul lucru mecanic al forței de frecare se transformă în căldură, să se calculeze cantitatea de căldură produsă pentru o deplasare de 10 m, corpul avînd masa $m=1$ kg și considerînd coeficientul de frecare $\mu=0{,}2$.

Se aproximează $g=10$ m/s².

(Institutul de construcții — București, 1968)

972 Un corp de masă $m=10$ kg se găsește pe un plan înclinat. Unghiul dintre planul înclinat și planul orizontal este de 45°.

Să se calculeze :

1° greutatea corpului ;

2° presiunea exercitată de corp asupra planului înclinat, dacă suprafața de contact este $S=700$ cm² ;

3° valoarea minimă a coeficientului de frecare la care corpul nu alunecă ;

4° viteza corpului după parcurgerea unui drum de 7 m pe planul înclinat, coeficientul de frecare fiind $\mu=0{,}5$;

5° lucrul mecanic necesar pentru readucerea corpului în poziția inițială, în mod uniform.

Se aproximează $g=10\,\frac{m}{s^2}$.

(Institutul de construcții — București, 1968)

973 Într-un circuit sînt legate în serie o baterie de 20 acumulatoare, o rezistență $R_1=11\ \Omega$ și un solenoid cu rezistența $R_2=2\ \Omega$. Să se afle:
1° intensitatea curentului electric, știind că tensiunea electromotoare a unui acumulator este $E_1=2{,}1$ V iar rezistența interioară $r_1=0{,}05\ \Omega$;
2° intensitatea H a cîmpului magnetic pe axul solenoidului, știind că acesta are $N=500$ spire și lungimea $l_1=25$ cm.
3° fluxul magnetic Φ ce străbate o spiră, raza acesteia fiind $R=3$ cm;
4° lungimea l_2 a firului de constantan din care este construită rezistența R_1, știind că firul are secțiunea $S=2$ mm² și rezistivitatea $\rho=0{,}49\ \Omega\cdot\text{mm}^2/\text{m}$;
5° creșterea temperaturii $\Delta\theta$ a celor $m=1{,}5$ kg ulei, cu căldura specifică $c=3\,350\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$, în care este introdusă rezistența R_1, pentru un timp de trecere a curentului electric $t=20$ min (se presupune că vasul de ulei este izolat termic și întreaga cantitate de căldură este absorbită de ulei).

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1968).

974 Un cal trage o sanie cu masa $m=400$ kg urcînd, cu viteza constantă $v=18$ km/h, o pantă înzăpezită cu înclinarea de 10°. Să se calculeze:
1° componenta tangențială $\vec{G}_t$ și componența normală $\vec{G}_n$ a greutății, precum și forța de frecare $\vec{F}_f$;
2° forța de tracțiune $\vec{F}$ exercitată de cal;
3° puterea P dezvoltată de cal;
4° lucrul mecanic L efectuat în timp de 1 minut;
5° cantitatea x de zăpadă care ar fi topită în timp de un minut, presupunînd că toată căldura dezvoltată prin frecare topește zăpada, a cărei temperatură inițială este —10°C. Se cunosc: căldura specifică a zăpezii $c=2{,}1\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$; căldura latentă de topire a zăpezii $\lambda=334\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$; sin 10°=0,17; coeficientul de frecare $\mu=0{,}2$.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1968; Olimpiadă, 1971).

975 Într-un amestec ce conține $m_1=3{,}5$ kg apă la temperatura $t_1=40$°C și $m_2=0{,}5$ kg gheață la temperatura $t_0=0$°C se introduce un balon de oxigen la temperatura $t_2=-20$°C și presiunea $p_1=0{,}8$ atm. Să se calculeze:
1° masa m_3 a oxigenului din balon, știind că: volumul acestuia este $V_1=2\,500$ cm³, masa unui mol de oxigen $M=32$ g iar constanta universală a gazelor $R=8{,}317$ J/mol·grd;
2° temperatura finală t_3 a sistemului (căldura specifică a oxigenului fiind $c_v=653$ J/kg·grd, iar căldura latentă de topire a gheții $\lambda_1=334$ kJ/kg;
3° presiunea p_2 a oxigenului din balon la temperatura t_3, dacă se neglijează dilatația vasului;
4° cantitatea de căldură Q_1 necesară vaporizării întregii cantități de apă, de la temperatura t_3, căldura latentă de vaporizare a apei fiind $\lambda_2=2{,}25$ MJ/kg la temperatura de 100°C și presiune normală;
5° cantitatea de căldură Q_2 absorbită de oxigenul din balon, prin încălzire de la temperatura t_2 la 100°C.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1968).

976 Într-un calorimetru se amestecă $m_1=840$ g apă la temperatura $t_1=28$°C și $m_2=24$ g gheață la 0°C. După topirea gheții se introduce un cub de metal

cu masa $M=216$ g, a cărui temperatură este t_2. Știind că temperatura finală a amestecului devine iarăși $t_1=28°C$, se cer:

1° temperatura t a amestecului după topirea gheții dar înainte de introducerea cubului de metal;
2° temperatura inițială t_2 a cubului;
3° căldura cedată de cub gheții;
4° latura cubului la 0°C;
5° coeficientul de dilatație liniară al metalului știind că între temperaturile t_2 și t_1 cubul s-a contractat cu 0,11664 cm³.

Se dă: $\rho_0=8\,000$ kg/m³, densitatea metalului la 0°C; $c=420$ J/kg·grd căldura specifică a metalului; $\lambda=334$ kJ/kg căldura latentă de topire a gheții.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1968)

977 Două vase închise A și B sînt legate între ele printr-un tub capilar cu robinet. Vasul A, de volum $V_1=250$ cm³, este cufundat într-o baie cu temperatura $t_1=100°C$, iar vasul B, de volum $V_2=400$ cm³, este cufundat într-un amestec răcitor cu temperatura $t_2=-20°C$.

1° Cînd robinetul este închis, în vasul A se află oxigen la presiunea $p_1=0{,}8$ atm iar vasul B este gol. Să se afle masa m_1 a oxigenului din vasul A.
2° După deschiderea robinetului, în cele două vase se stabilește aceeași presiune p_3, corespunzătoare temperaturii mai joase t_2. Care este presiunea p_3 după deschiderea robinetului?
3° Care sînt masele de oxigen, M_A și M_B din fiecare vas în acest caz?
4° Dacă în momentul inițial, cînd robinetul este închis, în vasul A s-ar afla oxigen la presiunea $p_1=0{,}8$ atm, iar în vasul B oxigen la presiunea $p_2=0{,}6$ atm care este presiunea comună p_4 ce s-ar stabili în cele două vase după deschiderea robinetului? Care sînt masele M'_A și M'_B din fiecare vas în acest din urmă caz?

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1968)

978 Un cub cu latura $l=8$ cm, confecționat dintr-un material cu densitatea $\rho=800$ kg/m³, se cufundă în apă astfel ca fața sa superioară să se afle la o adîncime $h=2{,}5$ cm. Să se calculeze:

1° rezultanta forțelor care acționează asupra cubului;
2° accelerația imprimată cubului lăsat liber;
3° timpul t după care fața superioară a cubului lăsat liber atinge suprafața apei;
4° viteza cubului la momentul t;
5° porțiunea x din latura cubului care rămîne cufundată în apă la echilibru.

Se neglijează frecările. Se va lua $g=9{,}81\ \frac{m}{s^2}$.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1968)

979 Două rezistoare cu rezistențele x și y, sînt legate în paralel la o sursă cu t.e.m. $E=16$ V și rezistența interioară $r=1{,}22\ \Omega$. Știind că intensitatea curentului debitat de sursă este $I=0{,}5$ A și că $x+y=200\ \Omega$, să se calculeze:

1° valorile rezistențelor x și y;
2° intensitățile curenților în rezistoarele x și y;
3° tensiunea la bornele acestor rezistoare;
4° puterea consumată în rezistoarele x și y.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1968)

980 De capetele unei sfori care trece peste un scripete fixat la partea superioară a unui plan înclinat sînt legate două corpuri.
Unul, de masă $m_1=800$ g, alunecă pe planul înclinat, iar cel de al doilea, de masă $m_2=200$ g, atîrnă vertical.
În momentul inițial, cînd sistemul este menținut în repaus, se aplică corpului m_2 o viteză inițială $v_2=15$ m/s vertical de sus în jos.
Înclinația planului față de orizontală fiind $\alpha=30°$ iar coeficientul de frecare dintre m_1 și plan $\mu=0{,}2$, să se afle:
1° Accelerația a_1 a sistemului de două corpuri;
2° timpul t_1 socotit din momentul inițial pînă în momentul în care viteza sistemului devine zero;
3° spațiul S parcurs de corpul m_1 în timpul t_1;
4° după timpul t_1 corpul m_1 începe să coboare pe planul înclinat. Să se afle accelerația a_2 a acestei mișcări;
5° energia cinetică a celor două corpuri după timpul $t_2=t_1+20$ (s).
Se va considera $g=10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1968)

981 Un tren cu tracțiune electrică avînd masa de 100 t parcurge distanța de 19,8 km dintre două stații astfel: primii 1 200 m uniform accelerat, 18 km uniform, iar restul uniform încetinit. Se cer:
1° durata parcursului, știind că frînarea a început cu un minut înaintea opririi;
2° forța de frînare pe ultima porțiune a drumului;
3° energia cinetică a trenului cu 15 s înainte de oprire;
4° forța de tracțiune a locomotivei și intensitatea curentului consumat la viteza maximă, știind că puterea dezvoltată este de 4 000 kW sub o tensiune de 25 000 V, iar factorul de putere 0,8.

(Institutul politehnic — Cluj, 1969)

982 Un corp punctiform de masă $m=3$ kg pornește la momentul zero și se deplasează cu viteza constantă $v=2$ m/s pe un plan orizontal, sub acțiunea unei forțe F și a frecării cu coeficientul de frecare $\mu_1=0{,}1$. După timpul $t_1=20$ s corpul trece pe o porțiune a planului orizontal cu coeficientul de frecare $\mu_2=0{,}2$. Se cer:
1° timpul după care se oprește corpul, măsurat de la momentul zero;
2° distanța parcursă de la origine pînă la oprire;
3° energia cinetică a corpului în mișcarea uniformă;
4° lucrul mecanic efectuat de forțele de frecare pe cele două porțiuni parcurse.
Se va considera $g=10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

(Institutul politehnic — Timișoara, 1969)

983 O conductă cilindrică orizontală are în una din porțiunile sale o secțiune cu aria $S_1=15$ cm², iar în altă porțiune o secțiune cu aria $S_2=5$ cm². Debitul apei fiind $Q=5$ l/s, să se determine diferența de presiune dinamică dintre cele două porțiuni ale conductei.
Se neglijează frecarea lichidului de conductă.

(I.P.G.G., 1969)

984 Se leagă în serie două elemente galvanice identice, un acumulator avînd tensiunea electromotoare de 2 V (cu rezistenţa interioară neglijabilă) şi o rezistenţă de 9 Ω. Intensitatea curentului care trece prin circuit este de 0,56 A. Dacă legătura la bornele acumulatorului este inversată, intensitatea curentului electric păstrează acelaşi sens şi este egală cu 0,16 A.

1° Să se calculeze tensiunea electromotoare şi rezistenţa interioară a fiecărui element galvanic.

2° După legarea acumulatorului în serie cu cele două elemente galvanice, se leagă în paralel cu rezistenţa aflată în circuit o altă rezistenţă, a cărei valoare este de 2 Ω. Să se calculeze intensităţile curenţilor care circulă prin cele două rezistenţe.

(Facultatea de fizică — Iaşi, 1969)

985 Pentru anul 1980 se prevede o producţie anuală de energie electrică de 22 000 kWh pe cap de locuitor. Se cere:

1° cantitatea de energie în J;

2° cantitatea de combustibil cu o putere calorică de 21 MJ/kg necesară producerii acestei energii, utilizînd o maşină termică ce lucrează cu un randament de 25%;

3° masa echivalentă acestei energii, ce rezultă din ecuaţia lui Einstein;

4° care este puterea disponibilă pe cap de locuitor dacă energia de 22 000 kWh pe an se repartizează în medie pe 365 zile lucrătoare de cîte 8 ore;

5° ce înălţime trebuie să aibă nivelul apei într-un lac de acumulare care alimentează o turbină hidraulică de această putere, ştiind că randamentul întregii amenajări este de 80%, iar debitul de apă 0,25 m^3/s ($g=10\ m/s^2$)?

(Facultatea de fizică — Iaşi, 1969)

986 Un vas conţine 1 kg de apă la 20°C. Un încălzitor electric de 500 W urcă temperatura apei la 80°C. Să se afle:

1° intensitatea curentului care trece prin încălzitorul electric alimentat la 220 V;

2° energia electrică consumată pentru încălzirea apei de la 20°C la 80°C;

3° timpul necesar pentru această încălzire;

4° în apa încălzită la 80°C se introduce o bucată de gheaţă de 200 g, la temperatura de —5°C. Să se determine temperatura finală a amestecului, cunoscînd: căldura specifică a gheţii, 2,1 kJ/kg·grd; căldura latentă de topire a ei 334 kJ/kg; căldura specifică a apei 4 185 J/kg·grd.

(Facultatea de mecanică şi industrie uşoară — Iaşi, 1969)

987 Într-un vas se află un amestec de 100 g apă şi 8 g gheaţă la temperatura de 0°C şi presiunea de $1{,}013 \cdot 10^5 N/m^2$. Cunoscînd căldura latentă de topire a gheţii $\lambda_t=334$ kJ/kg şi căldura latentă de vaporizare a apei $\lambda_v=2{,}25$ MJ/kg, se cere:

1° căldura necesară pentru topirea gheţii;

2° căldura totală necesară pentru transformarea amestecului în vapori la 100°C, sub presiunea menţionată. Căldura specifică medie a apei în intervalul 0°C şi 100°C este $c_a=4{,}187$ kJ/kg·grd;

3° cantitatea de combustibil necesară vaporizării amestecului, dacă puterea calorică a combustibilului este 29,26 MJ/kg, iar randamentul încălzitorului 80%;

4° volumul vaporilor formați la temperatura de 100°C și presiunea atmosferică normală, considerînd vaporii în această stare ca un gaz perfect. Masa moleculară a apei este 18.

(Facultatea de chimie industrială — București, 1967; Iași, 1969)

988 La cele două capete ale unui cablu trecut peste un scripete sînt legate două corpuri cu masele $m=10$ kg și $M=50$ kg. Corpul cu masa mică alunecă cu frecare pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha=30°$, coeficientul de frecare fiind $\mu=1/\sqrt{3}$. Se cere:
1° accelerația de cădere a corpului cu masa mare
2° viteza la atingerea solului
3° timpul de cădere.

(Institutul de construcții — București, 1969)

989 Un cablu este suspendat de doi stîlpi verticali ancorați (v. fig. 200). La mijlocul cablului este atîrnat un corp cu masa $m=100$ kg, din care cauză cablul coboară cu 1,5 m față de poziția inițială. Se cer:
1° tensiunea în cablu;
2° tensiunile în stîlpi și în ancore;

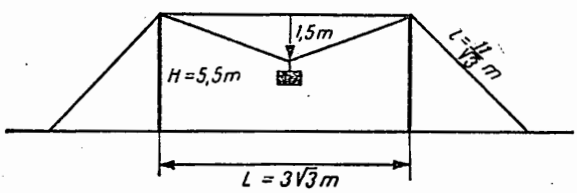


Fig. 200.

3° valoarea forței de rezistență a solului, dacă la căderea corpului (cînd cablul se rupe) acesta pătrunde în sol pe distanța de 4,9 cm.

(Institutul de construcții — București, 1969)

990 De capetele unui fir trecut peste un scripete sînt atîrnate două corpuri avînd mase egale $M=200$ g. Peste unul din corpuri se adaugă o sarcină adițională $m=100$ g. Să se calculeze:
1° accelerația cu care se mișcă sistemul;
2° în ipoteza că firul s-ar rupe, ansamblul celor trei corpuri aflîndu-se în repaus la înălțimea de 100 m față de sol, să se calculeze cantitatea de gheață cu temperatura de —50°C care s-ar putea topi cu energia echivalentă energiei cinetice pe care o are ansamblul celor trei corpuri la contactul cu solul.
Se neglijează frecările.
Se dau: căldura latentă de topire a gheții $\lambda_g = 334 \frac{kJ}{kg}$; căldura specifică a gheții $c_g = 31 \frac{kJ}{kg \cdot grd}$; accelerația gravitațională $g=10 \frac{m}{s^2}$.

(Institutul de construcții — București, 1969)

991 Într-un vas de capacitate calorică neglijabilă se află o cantitate $m=0{,}1$ kg de apă la temperatura $t_1=17°C$. În vas se introduce o bucată de gheață cu masa $m_g=20$ g și temperatura $t_2=-10°C$.

1° Să se determine temperatura finală a amestecului. Căldura specifică a gheții este $c_g=2{,}1$ kJ/kg·grd, iar căldura sa latentă de topire $\lambda_g=334\ \frac{kJ}{kg}$.

2° Apa rezultată este adusă la 100°C, cu ajutorul unui încălzitor electric cu rezistența $R=37{,}5\ \Omega$ și randamentul $\eta=80\%$, în timp de 418 secunde. Să se calculeze:

a) puterea electrică a încălzitorului;

b) valoarea intensității curentului ce străbate rezistența încălzitorului.

(Institutul de construcții — București, 1969)

992 Printr-un consumator cu rezistența $R=100\ \Omega$ trece un curent cu intensitatea $I=1$ A, alimentarea făcîndu-se de la o sursă de curent continuu cu tensiunea electromotoare $E=110$ V și rezistența interioară $r=2\ \Omega$.
Alimentarea se face printr-un fir conductor cu secțiunea $S=1$ mm² și rezistivitatea $\rho=17\cdot10^{-9}\ \Omega\cdot$m.

Să se determine:

1° tensiunea la bornele consumatorului, puterea absorbită de consumator și căderea de tensiune pe firul de legătură;

2° care este variația de temperatură a firului de legătură în timp de 10 minute, admițînd că toată energia dezvoltată la trecerea curentului prin fir este folosită pentru încălzirea lui? Densitatea materialului din care este confecționat firul $d=8\,900\ \frac{kg}{m^3}$; căldura specifică a materialului, $c=376{,}2\ \frac{J}{kg\cdot grd}$.

(Institutul de construcții — București, 1968)

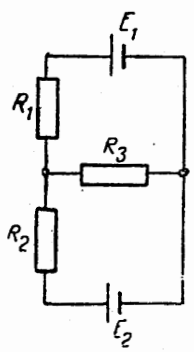


Fig. 201.

993 Se dau două elemente galvanice legate prin rezistoarele R_1, R_2, R_3, așa cum este arătat în fig. 201. Fie E_1 și E_2 t.e.m. ale celor două elemente (rezistențele lor interioare sînt neglijabile). Să se calculeze:

1° intensitățile curenților I_1, I_2, I_3;

2° să se discute sensul curenților în funcție de E_1, E_2, R_1, R_2, R_3.

3° condiția ca prin rezistorul R_3 să nu circule curent.

(A.S.E., 1969)

994 Se dau n elemente galvanice de aceeași t.e.m. E dar de rezistențe interioare r_1, r_2, ... r_n, asociate în paralel și închise printr-o rezistență exterioară R. Se cere:

1° intensitatea curentului prin fiecare element și intensitatea curentului în exterior;

2° puterile furnizate de fiecare element;

3° puterea degajată sub formă de căldură în interiorul fiecărui element și în circuitul exterior.

(A.S.E., 1969)

995 Un plan înclinat cu 30° față de orizontală este montat la marginea unui bazin cu apă adînc de 7,5 m. Un corp cu masa de 1 kg și densitatea 2 000 kg/m³ începe să alunece pe plan, de la înălțimea $h=10$ m față de nivelul apei. Părăsind planul înclinat, corpul intră direct în apă avînd în acest moment o energie cinetică egală cu jumătate din valoarea absolută a variației energiei sale potențiale în mișcarea pe plan. Să se calculeze:

1° coeficientul de frecare pe planul înclinat;
2° la ce distanță față de verticala punctului de părăsire a planului înclinat va cădea corpul pe fundul bazinului.
Se neglijează rezistența la mișcarea corpului în aer și apă; $g=10$ m/s^2.

(Facultatea de fizică — București, 1969)

996 Între plăcile unui condensator plan se găsește o substanță cu lucrul de ieșire $W_e=2{,}5$ eV, pe care cade un fascicul de lumină monocromatică. Unul dintre fotoelectroni este emis cu viteza v_0 în planul median al condensatorului. Știind că distanța dintre plăci este de 5 cm și tensiunea aplicată condensatorului este de 1 V, să se calculeze:
1° lungimea de undă a luminii pentru ca, pe distanța de 5 cm electronul să fie deviat cu 1 cm (se neglijează efectul gravitației);
2° timpul scurs între momentul emisiei fotoelectronului și cel al ciocnirii lui cu una din plăcile condensatorului. Se dau: sarcina electronului, $e=1{,}6\cdot 10^{-19}$C; constanta lui Plank, $h=6{,}6\cdot 10^{-34}$ J·s; masa electronului, $m=10^{-30}$kg.

(Facultatea de fizică — București, 1969)

997 Un vagon cu masa $m=10$ t este acționat de o forță $F=5\,000$ N. Coeficientul de frecare între roți și șine este $\mu=0{,}02$. Să se calculeze:
1° viteza v_1 atinsă de vagon după parcurgerea unui spațiu $S_1=100$ m;
2° energia cinetică a vagonului la viteza maximă;
3° după cei 100 m parcurși forța își încetează acțiunea. Să se calculeze spațiul S_2 parcurs în continuare de vagon pînă cînd viteza acestuia scade la valoarea $v_2=2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$;
4° energia consumată pentru a parcurge spațiile S_1 și S_2;
5° puterea motorului vagonului.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1969)

998 Într-un calorimetru cilindric de secțiune 120 cm^2 se află, la temperatura $t_1=4$°C, un lichid de densitate $\rho=800$ kg/m^3 și căldură specifică $c=1\,670\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$, precum și o bucată de metal de densitate $\rho_m=8\,800$ kg/m^3 și căldură specifică $c_m=418\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$. Lichidul exercită o presiune de 1 568 N/m^2 pe fundul calorimetrului și asupra bucății de metal o forță arhimedică $F_A=0{,}49$ N. Se cer:
1° masa M a lichidului și înălțimea h a coloanei de lichid din calorimetru;
2° volumul V_m și masa M_m a bucății de metal;
3° se adaugă o cantitate $M_v=100$ g de vapori de apă la temperatura $t_2=100$°C. Se cere temperatura finală t_f a amestecului. Se dă căldura de vaporizare a apei $\lambda=2{,}25\,\frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1969)

999 Circuitul exterior al unei surse de curent continuu, cu t.e.m. $E=24$ V și rezistența interioară $r_i=0{,}5$ Ω, este alcătuit dintr-un rezistor cu rezistența $R=1{,}9$ Ω în serie cu un grup de două becuri legate în paralel. Puterile absorbite de cele două becuri sînt $P_1=24$ W, respectiv $P_2=36$ W. Să se determine:
1° intensitatea I a curentului care trece prin rezistor și rezistența echivalentă R_e a celor două becuri;

2° tensiunea U la bornele becurilor;

3° intensitatea curentului prin fiecare bec, I_1 și I_2, precum și rezistențele corespunzătoare R_1 și R_2;

4° valoarea rezistenței R_x ce ar trebui legată în paralel cu R pentru ca becurile să absoarbă o putere $P=86{,}4$ W.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1969)

1000 O mașină termică ideală, care funcționează după ciclul Carnot și la care diferența dintre temperaturile celor două izvoare de căldură este $\Delta T=200°K$, are randamentul $\eta=0{,}36$. Consumul de combustibil pentru încălzirea agentului termic din mașină este 1,5 kg/h, iar puterea calorică a combustibilului este 42 MJ/kg.

Azotul, folosit drept agent termic, este evacuat la temperatura T_2 a izvorului mai rece și la presiunea $p_2=2$ atm. Să se calculeze:

1° puterea utilă dezvoltată de mașină;

2° volumul V_2 al azotului la ieșirea din mașină, masa lui fiind $m=14$ g, iar masa unui mol de azot 28 g;

3° cantitatea de căldură degajată de azot la răcirea lui sub volum constant, astfel încît presiunea azotului să se reducă de la p_2 la $p_3=0{,}5$ atm, procesul de răcire începînd la temperatura T_2. Căldura specifică molară sub volum constant a azotului este: $c_v=20{,}9$ J/mol·grad.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1969)

1001 La bornele unei baterii galvanice cu t.e.m. $E=12$ V și rezistența interioară $r=0{,}5\ \Omega$ sînt conectate în paralel două rezistențe R_1 și R_2. Cantitatea de căldură dezvoltată în cele două rezistențe, în timp de o oră și jumătate este; $Q=62{,}1$ kJ. Se cere:

1° să se calculeze rezistența echivalentă a celor două rezistențe R_1 și R_2 conectate în paralel;

2° intensitatea curentului debitat de baterie;

3° să se determine valorile rezistențelor R_1 și R_2 știind că atunci cînd se deconectează R_1, intensitatea curentului din circuit scade la jumătate din valoarea inițială.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1969)

1002 Pe un plan înclinat, care face unghiul $\alpha=30°$ cu orizontala, se găsește un corp cu masa $m=0{,}5$ kg la o distanță $S_1=32$ m de marginea inferioară a planului. Plecînd din repaus, corpul alunecă pe planul înclinat cu frecare. Ajuns la baza acestuia corpul își continuă mișcarea pe un plan orizontal, alunecînd cu frecare pe o distanță $S_2=39$ m, după care lovește capătul liber al unei bare elastice a cărei axă este situată pe direcția de deplasare a corpului; celălalt capăt al barei este fix. Se cunosc:

lungimea barei de cauciuc ..... $l=0{,}5$ m;
secțiunea barei de cauciuc ..... $S=2$ cm²;
accelerația gravitațională ..... $g=9{,}8$ m/s²;
coeficientul de frecare al corpului cu planul înclinat . $\mu_1=0{,}106$;
coeficientul de frecare al corpului cu planul orizontal. $\mu_2=0{,}204$;
modulul de elasticitate al barei elastice $E=4\cdot10^6$ N/m².

Să se calculeze :

1° accelerațiile a_1 și a_2 pe care le are corpul pe planul înclinat, respectiv pe planul orizontal ;

2° viteza v_1 cu care ajunge corpul la baza planului înclinat și viteza v_2 după parcurgerea spațiului orizontal S_2 ;

3° timpurile t_1 și t_2 de mișcare pe planul înclinat, respectiv pe planul orizontal ;

4° scurtarea Δl a barei elastice datorită lovirii acesteia de către corp, considerînd că deformația barei se face după legea lui Hooke.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1969)

1003 La bornele unei baterii de acumulatoare cu tensiunea electromotoare $E=24$ V și rezistența interioară $r=0{,}5\ \Omega$ este conectat un voltametru avînd rezistența $R_1=2\ \Omega$, în serie cu un rezistor avînd rezistența $R_2=3{,}5\ \Omega$. În voltametru se găsește o soluție de azotat de argint. Pentru a măsura tensiunea la bornele voltametrului și curentul prin circuit, se folosesc două aparate de măsură identice ; unul este utilizat ca ampermetru iar celălalt ca voltmetru. Aparatele de măsură au fiecare o rezistență $r_0=9{,}8\ \Omega$ și permit trecerea unui curent cu o intensitate maximă $i_0=0{,}1$ A.

Se cere .

1° să se determine rezistența r_s a șuntului cu care trebuie prevăzut aparatul folosit ca ampermetru, în vederea măsurării unor curenți pînă la 5 A ;

2° să se determine rezistența adițională r_a care trebuie legată în serie cu aparatul folosit ca voltmetru, în vederea măsurării unor tensiuni pînă la 30 V ;

3° să se construiască schema electrică a circuitului în care sînt cuprinse atît aparatele de măsură cît și rezistențele determinate la punctele 1° și 2°. Să se calculeze intensitatea curentului debitat de bateria de acumulatoare ;

4° să se determine cantitatea de argint depusă la catodul voltametrului în timpul $t=2$ h. Echivalentul electrochimic al argintului $k=4{,}025$ g/A.h.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1969 ; Olimpiadă, 1970)

1004 Într-un recipient cilindric, cu capacitatea $V=50\ l$, se află comprimat hidrogen la presiunea $p=12\cdot10^5$ N/m^2 și temperatura $t=27$°C. Recipientul alimentează cu hidrogen o flacără care încălzește o bilă de metal cu masa $M_b=800$ g, pînă ce volumul bilei crește cu 12% ; în operația de încălzire se consumă m grame de hidrogen. Să se calculeze :

1° masa inițială M_1 a hidrogenului din recipient ;

2° viteza medie pătratică a moleculelor de hidrogen la temperatura t ;

3° cantitatea m de hidrogen consumată de flacără, știind că prin arderea unui gram de hidrogen se transferă bilei $Q_1=20{,}9$ kJ ;

4° presiunea în recipient după ce s-au consumat cele m grame de hidrogen.

Se dau : coeficientul de dilatație liniară al metalului din care este confecționată bila $\alpha=16\cdot10^{-6}$ grd^{-1} ; căldura specifică a metalului din care e confecționată bila, $c=418$ J/kg·grd.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1969)

1005 Un corp solid format dintr-un inel cilindric din metal cu raza exterioară $R=6$ cm, în interiorul căruia se află introdus un cilindru de lemn de rază exterioară r, egală cu raza interioară a inelului cilindric, are capetele sprijinite astfel încît se poate roti în jurul axei lui, dispusă orizontal. Pe inelul metalic este înfășurat un fir de al cărui capăt liber atîrnă un corp de masă

$m=0{,}8$ kg, celălalt capăt al firului fiind fixat de suprafața metalică pe care este înfășurat. La un moment dat corpul de masă m este lăsat liber, fapt care produce rotația solidului în jurul axei sale. Știind că momentul de inerție al cilindrului din lemn față de axa de rotație este $J_1=5$ kg·cm², iar momentul de inerție al inelului metalic față de aceeași axă este $J_2=42{,}7$ kg·cm², se cere:

1° accelerația unghiulară ε a corpului solid și accelerația a, a corpului m, fără a lua în considerare frecările și masa firului;

2° energia cinetică W a corpului solid la momentul $t=4$ s, socotit din momentul din care începe rotația;

3° numărul de rotații N pe care le face corpul solid în timpul celor 4 secunde;

4° forța de întindere T a firului în timpul mișcării;

5° știind că momentul de inerție al unui cilindru plin, de masă m_x și rază r_x, față de axa sa, este $J_x=\frac{1}{2}m_x r_x^2$, să se deducă expresia momentului de inerție J_2 a inelului cilindric de metal.

Accelerația gravitațională $g=9{,}8$ m/s².

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1969)

1006 Un tub cilindric de sticlă, deschis la amîndouă capetele, avînd lungimea $l=100$ cm, se afundă cu jumătate din lungimea sa, vertical, în apa dintr-un vas deschis. Astfel afundat se astupă deschiderea capătului superior al tubului și apoi se scoate vertical afară în aer. Să se calculeze:

1° lungimea l_2 pînă la care rămîne apa în tub. Se consideră densitatea apei $\rho=10^3\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, presiunea atmosferică $p_1=10^5$ N/m², accelerația gravitației $g=10$ m/s². Nu se ține seama de efectul capilarității.

2° La ce temperatură T_2 ar trebui încălzit tubul cu aer și apă, ținut tot vertical și avînd capătul inferior la presiunea atmosferică p_1, astfel încît lungimea coloanei de apă să devină $l_3=35$ cm; temperatura inițială $T_1=290$°K. Se consideră aerul drept gaz perfect și se neglijează dilatația apei.

3° Tubul cu apă aflat în situația de la punctul 1° este racordat cu partea inferioară la un recipient în care se află aer comprimat. Aerul din recipient intră în tub pînă ce coloana de apă, de lungime l_2, se deplasează cu distanța $\frac{l-l_2}{2}$ spre mijlocul tubului; sînt luate măsurile necesare ca la sfîrșitul acestui proces aerul aflat de o parte și de alta a coloanei de apă să aibă temperatura T_1. Se cere să se determine presiunile p_3 și p_5 ale aerului, aflat respectiv deasupra și dedesubtul coloanei de apă precum și numărul n de moli de aer care a pătruns din recipient în tub; raza tubului este de 4 mm.

4° Cu cît se modifică lungimea coloanei de apă dacă, în condițiile de la punctul 1°, se ține seama de capilaritate, tensiunea specifică a apei fiind $\sigma=0{,}07$ N/m.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1969)

1007 Un fascicul de lumină monocromatică, emis de o sursă punctiformă, este transformat într-un fascicul de lumină paralelă cu ajutorul unei lentile plan-convexe, ce are raza de curbură $R=20$ cm și indicele de refracție $n=1{,}65$. Fasciculul de lumină paralelă cade perpendicular pe o rețea optică cu 250 trăsături/mm. Razele de lumină care formează maximul de difracție de

ordinul 3 sînt înclinate față de direcția razelor incidente cu un unghi $\varphi = 30°$. Se cere:

1° distanța d la care trebuie așezată sursa punctiformă față de lentilă pentru a se obține fasciculul de lumină paralelă;

2° lungimea de undă a radiației monocromatice;

3° se scoate lentila din dispozitiv și se așază pe un banc optic împreună cu un obiect liniar. La ce distanță de lentila plan-convexă trebuie așezat obiectul pentru ca imaginea sa virtuală să fie de 3 ori mai mare decît obiectul. Să se construiască drumul razelor de lumină în acest caz;

4° știind că materialul din care este confecționat bancul optic are coeficientul de dilatație liniară $\alpha = 2 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}, să se calculeze variația distanței imagine — lentilă cînd temperatura bancului crește cu 100°C.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1969)

1008 Într-un recipient cu volumul $V = 8$ l se găsește oxigen la temperatura de 35°C și presiunea $p = 10$ atm. Să se determine masa oxigenului aflat în recipient și densitatea oxigenului în condiții normale. Cîți moli de oxigen trebuie să fie scoși din recipient pentru ca presiunea să scadă la 2 atm, temperatura rămînînd aceeași?

(I.P.G.G., 1969)

1009 Tensiunea electromotoare a unui element galvanic este $E = 1{,}4$ V. Rezistența circuitului exterior conectat la bornele elementului este $R = 10\ \Omega$, iar rezistența interioară a elementului $r = 4\ \Omega$.

1° Care este tensiunea la bornele elementului și intensitatea curentului?

2° Ce rezistență exterioară trebuie montată în circuit pentru a se obține același curent în cazul folosirii ca sursă a două elemente identice: legate în serie; legate în paralel?

3° Cîtă apă se poate încălzi de la 5°C la 50°C, într-o oră, în cele trei cazuri?

(Institutul politehnic — Timișoara, 1970)

1010 Un pilon este înfipt în pămînt prin lovire cu un corp de masă $M = 100$ kg, care cade pe verticală de la înălțimea $H = 5$ m. La fiecare lovire pilonul se înfige cu $h = 2{,}5$ cm. Se cere:

1° durata căderii greutății, dacă frecarea cu aerul este neglijabilă;

2° viteza ei în momentul cînd atinge pilonul;

3° lucrul mecanic săvîrșit;

4° ce forță de frecare medie opune pilonul la înfigerea lui în pămînt.

(Observație: $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.)

(Institutul politehnic Timișoara, 1970)

1011 Pe un plan înclinat, care formează unghiul $\alpha = 45°$ cu orizontala, este lăsat să alunece, fără viteză inițială, un mobil de masă $m = 0{,}3$ kg.

1° Ce relație trebuie să existe între coeficientul de frecare μ_1 pe planul înclinat și coeficientul de frecare μ_2 pe porțiunea orizontală care urmează în continuarea planului înclinat, pentru ca mobilul să parcurgă, pînă la oprire, aceeași distanță pe orizontală ca și pe planul înclinat?

2° Dacă spațiul total parcurs de mobil este $S = 10$ m, să se găsească valoarea energiei mecanice transformată în căldură, prin frecare.

(Facultatea de fizică — Iași, 1970)

1012 Un acumulator de 2 V este conectat în serie într-un circuit format din 2 elemente electrice necunoscute. Curentul care circulă prin circuit este egal cu 200 mA. Dacă în locul acumulatorului se conectează o sursă de curent alternativ, avînd tensiunea electromotoare de 2 V și frecvența 50 Hz, curentul devine egal cu 100 mA.

1° Care este natura elementelor electrice din circuit și care este valoarea lor ?

2° Presupunînd că frecvența tensiunii alternative aplicată la bornele circuitului devine egală cu 1 000 Hz, să se calculeze noua valoare a intensității curentului alternativ care trece prin circuit.

(Facultatea de fizică — Iași, 1970)

1013 Se dă sistemul mobil din figura 202. Cu ce forță trebuie să acționăm asupra căruciorului pentru ca sistemul mobil (m_2+m_3) să rămînă în echilibru față de cărucior ? Se dau : $m_1=5$ kg, $m_2=1$ kg de cărucior ? Se dau : $m_1=5$ kg, $m_2=1$ kg, $m_3=2$ kg. Se va face abstracție de frecări.

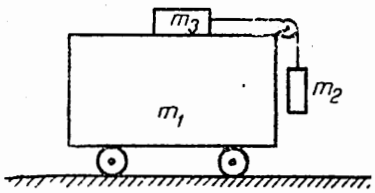


Fig. 202.

(Facultatea de fizică — Iași, 1970)

1014 Un voltmetru V_1 fiind conectat între două puncte A, B ale unui circuit de curent continuu indică o diferență de potențial de 100 V. Un alt voltmetru V_2 indică între aceleași puncte 102 V, iar un al treilea voltmetru V_3, a cărui rezistență internă R_3 este infinită, indică 104 V. Dacă se întrerupe circuitul între cele două puncte, voltmetrul al treilea indică 130 V. Să se determine rezistența r a circuitului între cele două puncte, rezistența totală R a circuitului și rezistența R_2 a celui de-al doilea voltmetru, știind că primul voltmetru are rezistența $R_1=13$ k Ω.

(Facultatea de fizică — Iași, 1970)

1015 La intrarea pe un pod orizontal cu lungimea de 24 m un autoturism cu masa $m=600$ kg începe să frîneze cu accelerația $a=4{,}5$ m/s^2, astfel încît după ce parcurge 2/3 din lungimea podului se oprește.

Considerînd accelerația gravitației $g=10$ m/s^2, să se calculeze :

1° viteza autoturismului la intrarea pe pod ;

2° timpul pînă la oprire ;

3° unghiul făcut cu verticala de un pendul suspendat de tavanul autoturismului în timpul frînării ;

4° cum se repartizează greutatea autoturismului în cele două capete ale podului după oprire.

(Institutul de construcții — București, 1970)

1016 O sanie coboară o pantă ce face unghiul $\alpha=30°$ cu orizontala și apoi intră cu viteza de 36 km/h pe o pîrtie orizontală. Coeficientul de frecare la alunecare este $\mu=0{,}02$ iar $g=10$ m/s^2. Să se determine :

1° lungimea pantei coborîte și timpul de coborîre ;

2° drumul parcurs de sanie pe pîrtia orizontală pînă la oprire ;

3° timpul cît durează mișcarea pe planul orizontal.

(Institutul de construcții — București, 1970)

1017 O sferă de rază $r=1$ cm și de densitate $\rho=800$ kg/m^3 cade liber la înălțimea $H=20$ m, în apă. Să se afle :

1° viteza sferei la suprafața apei (la contactul cu apa) ;

2° energia cinetică a sferei la jumătatea drumului pînă la suprafața apei;
3° adîncimea maximă la care sfera pătrunde în apă.
Se neglijează frecările; $g=10$ m/s^2; $\rho_{apă}=10^3$ kg/m^3.

(Institutul de construcții — București, 1970)

1018 Un corp cu masa de 10 kg se ridică în mod uniform la înălțimea de 15 m cu ajutorul unui troliu avînd raza tamburului 0,1 m și brațul manivelei 0,5 m. Să se determine:
1° forța cu care trebuie să se acționeze asupra manivelei în cazul în care frecările sînt neglijabile;
2° viteza cu care se ridică greutatea, dacă se efectuează 30 rot/min;
3° lucrul mecanic util și lucrul mecanic consumat dacă randamentul dispozitivului este $\eta=0,8$, iar $g=10$ m/s^2.

(Institutul de construcții — București, 1970)

1019 Două corpuri, de mase $m_1=3$ kg și $m_2=10$ kg, sînt suspendate cu ajutorul unui fir trecut peste un scripete fix, ca în figura 203. Corpul m_2 se află pe un plan înclinat. Planul înclinat are lungimea $l=3,84$ m și unghiul $\alpha=30°$, iar coeficientul de frecare de alunecare dintre corpul de masă m_2 și planul înclinat este $\mu=\frac{0,4}{\sqrt{3}}$. Neglijînd frecarea la scripete și masa firului, se cere:

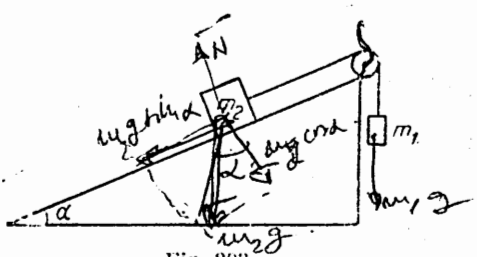


Fig. 203.

1° să se arate că în acest caz sistemul este în echilibru și să se calculeze forța care acționează asupra scripetelui;
2° să se arate ce se întîmplă dacă masa corpului m_1 se triplează, prin adăugarea unei sarcini suplimentare. Să se calculeze accelerația sistemului în această situație.
3° Se taie firul. Corpul de masă m_2 este urcat pe planul înclinat într-o mișcare uniformă în timp de 2,688 s. Cu ce putere se face ridicarea?

Se va considera $g=10\ \frac{m}{s^2}$.

(Institutul de construcții — București, 1970)

1020 O baterie de acumulatoare este alcătuită din 20 de elemente grupate cîte 5 în serie; cele patru grupe rezultate sînt legate în paralel și debitează pe o rezistență $R=4,075\ \Omega$. Tensiunea electromotoare a fiecărui element este $e=2$ V, iar rezistența interioară a fiecărui element este $r_i=0,02\ \Omega$. Să se calculeze:
1° t.e.m. E furnizată de întreaga baterie și rezistența interioară a bateriei;
2° intensitatea curentului principal I și intensitatea i a curenților prin fiecare element;
3° tensiunea la bornele rezistenței R;
4° intensitatea curenților în baterie I' și în fiecare element i', la scurtcircuitare ($R=0$).

(Institutul de construcții — București, 1970)

1021 Pe un plan înclinat, cufundat pînă la jumătate din înălțimea sa în ulei coboară un corp cu densitatea relativă față de ulei $d=1,2$. Unghiul de înclinare al planului, $\alpha=45°$; înălțimea planului, $H=10$ m; coeficientul de frecare pe planul înclinat în aer, $\mu=0,19$ iar în ulei este neglijabil. Se

neglijează fenomenele care intervin la contactul corpului cu suprafața uleiului. Să se calculeze:
1° viteza corpului la intrarea în ulei;
2° accelerația de mișcare a corpului în ulei;
3° viteza corpului la baza planului înclinat;
4° timpul total de mișcare.

(Academia Militară, 1970)

1022 În fiecare din incintele cilindrice 1 și 2 (v. fig. 204) se găsește cîte un mol de oxigen, la presiunea de 1 atm și temperatura de 0°C. Fiecare incintă are unul din capete închis cu un piston. În cele două incinte sînt plasate rezistențele electrice r_1 și r_2, legate în serie.
Cantitățile de căldură degajate de cele două rezistențe, la trecerea unui curent electric, sînt preluate în întregime de cele două mase de gaz a căror temperatură variază cu 10°C. Gazul din incinta 1 suferă o transformare izobară în timp ce gazul din incinta 2 suferă o transformare izocoră.

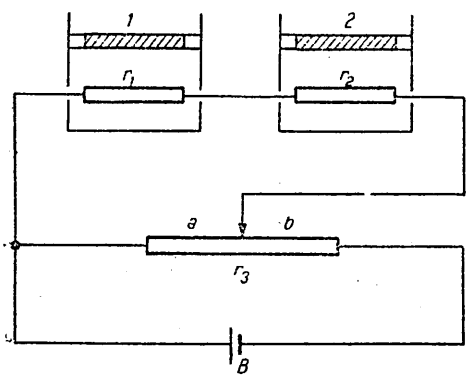


Fig. 204.

Conform figurii, pe rezistențele r_1 și r_2 se aplică o tensiune variabilă, cu ajutorul unui montaj potențiometric. Valoarea porțiunii a din r_3, conectată în paralel cu r_1 și r_2, se alege astfel încît rezistența totală a circuitului format din r_1, r_2 și a să fie 5 Ω.
Se dau: căldura specifică a gazului la presiune constantă, $c_p=910$ J/kg·grd; constanta universală a gazelor, $R=8{,}31$ J/mol·grd; 1 atm $=101{,}325$ kN/m²; masa moleculei de oxigen, $\mu=32$ u; rezistența $r=r_1+r_2=10$ Ω; rezistența $r_3=14$ Ω; tensiunea electromotoare a sursei B, $E=10$ V; rezistența interioară a sursei, $r_i=1$ Ω. Se neglijează masa pistoanelor și variația cu temperatura a rezistențelor r_1 și r_2. Să se calculeze:
1° căldura specifică a gazului la volum constant c_v;
2° presiunea finală a gazului în transformarea izocoră;
3° valorile rezistențelor r_1 și r_2;
4° intensitățile curentului electric prin r_1 și r_2 precum și prin porțiunile a și b ale rezistenței r_3;
5° timpul cît circuitul este închis pentru ca temperatura gazului să se ridice cu 10°C.

(Academia Militară, 1970)

1023 Un conductor vertical cu un capăt pus la pămînt (antenă) are lungimea $l=30$ m și capacitatea electrică proprie $C=100$ pF.
1° Să se calculeze inductanța proprie corespunzătoare antenei.
2° Sub acțiunea unei descărcări electrice atmosferice, antena este străbătută de un curent constant cu intensitatea $I=100$ A. Cunoscînd rezistența electrică a antenei $R=1$ Ω și capacitatea sa calorică $K=120$ J/grd, să se calculeze timpul în care temperatura antenei crește cu $\Delta\theta=100$°C.
3° Cu cît variază lungimea de undă proprie a antenei datorită încălzirii de mai sus? Se cunoaște coeficientul de dilatație liniară $\alpha=10^{-5}$ grd^{-1}.

4° Să se calculeze intensitatea cîmpului electric uniform în conductor.
5° La ce distanță r de conductor și spre ce punct cardinal cîmpul magnetic creat de curentul ce trece prin antenă anulează componenta orizontală a cîmpului magnetic terestru care are valoarea $H_0=16\frac{A}{m}$?

(Facultatea de fizică — București, 1970)

1024 Se dă schema de tip punte din figura 205 în care sînt cunoscute: rezistența $R_1=2\ \Omega$, rezistența din vasul calorimetric $R_2=4\ \Omega$, rezistența solenoidului $R_3=2\ \Omega$. Se consideră că puntea se află în echilibru (galvanometrul G nu indică trecerea curentului).

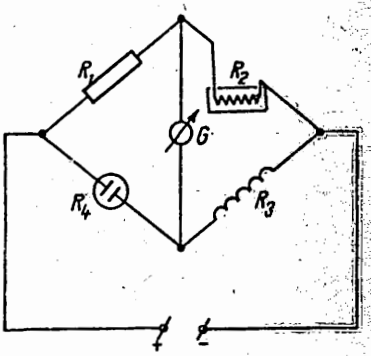


Fig. 205.

1° Să se calculeze rezistența R_4 a băii electrolitice.
2° Considerînd că în baia electrolitică se află sulfat de nichel, cu echivalentul electrochimic $k=0{,}3\frac{mg}{C}$, să se calculeze intensitatea I_4 a curentului care o străbate, cunoscînd că la catod se depun $m=2{,}7$ g de nichel în timpul $t=30$ min.
3° Să se calculeze inducția magnetică B din interiorul solenoidului (fără miez magnetic), știind că el este bobinat într-un singur strat, spiră lîngă spiră, cu sîrmă de diametru $d=1$ mm.
4° În vasul calorimetric se află apă cu temperatura inițială $\theta_0=10°C$, care ajunge la fierbere în timpul de mai sus. Știind că din căldura degajată de rezistența R_2 apa reține 60%, iar 20% se transmit mediului exterior, să se calculeze capacitatea calorică a vasului calorimetric cu accesoriile sale.
5° Să se calculeze cît la sută din masa de aer conținută inițial în vasul calorimetric iese din acesta prin orificiile capacului în timpul încălzirii apei pînă la fierbere.

(Facultatea de fizică — București, 1970)

1025 Un tren avînd masa totală $m=600$ tone pornește din repaus și are o mișcare uniform accelerată. După timpul $t_1=2$ min, trenul atinge viteza $v_1=54$ km/h. Se cere:
1° accelerația de mișcare a trenului;
2° ținînd seama de forța de frecare dintre șine și roțile trenului, valoarea coeficientului de frecare fiind $\mu=0{,}1$, să se determine forța de tracțiune a trenului în cursul mișcării accelerate;
3° distanța parcursă de tren în timpul t_1;
4° puterea dezvoltată de locomotivă la momentul t_1;
5° știind că după $t_2=4$ min de la pornire motorul locomotivei nu mai acționează, să se determine distanța și timpul după care trenul se va opri datorită frecării.
Accelerația gravitației se va considera $g=10\ m/s^2$.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1970)

1026 Un autocamion care se deplasează rectiliniu și uniform cu viteza $v_1=4{,}95$ m/s trece la momentul $t_1=0$ prin punctul A. Din acest punct, la momentul $t_2=2$ s,

pleacă din repaus cu accelerația constantă a, un tramvai care ajunge din urmă autocamionul într-un punct B. În momentul t_3 al întîlnirii, în punctul B, viteza tramvaiului este $v_2=10$ m/s. Se cere:

1° intervalul de timp în care autocamionul străbate distanța $S=AB$;

2° distanța S;

3° accelerația tramvaiului;

4° considerînd că începînd din punctul B tramvaiul este frînat cu accelerația constantă a' oprindu-se în punctul C, să se determine a' și timpul t' în care tramvaiul parcurge distanța $BC=S'=12{,}5$ m;

5° să se determine coeficientul de frecare de alunecare între roțile tramvaiului și șine pe distanța BC, orizontală. Accelerația gravitațională se consideră $g=9{,}8$ m/s².

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1970)

1027 Un pendul simplu de lungime $l=1{,}18$ m, cu masa $m=0{,}5$ kg, primește, în poziția verticală, un impuls $H=1{,}7$ kg·m/s și începe să oscileze. Să se calculeze:

1° energia primită inițial de corpul m;

2° unghiul maxim pe care-l face firul pendulului cu verticala;

3° forța de întindere în fir cînd pendulul trece prin poziția verticală;

4° admițînd că firul este din cupru, cu coeficientul de dilatație liniară $\alpha=16\cdot10^{-6}$ grd^{-1}, să se calculeze variația temperaturii mediului ambiant pentru o variație a frecvenței oscilațiilor pendulului cu 0,05% ($g=9{,}8$ m/s²).

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1970)

1028 Se dă circuitul electric reprezentat în figura 206 în care sursa are tensiunea electromotoare $E=5{,}2$ V și rezistența internă $r=1\ \Omega$, iar rezistoarele au rezistențele $R_1=8\ \Omega$, $R_2=2\ \Omega$, $R_3=6\ \Omega$. Se cer:

1° rezistența R_x astfel încît curentul debitat de sursă cînd comutatorul K întrerupe latura CD, să aibă intensitatea $I'=1$ A;

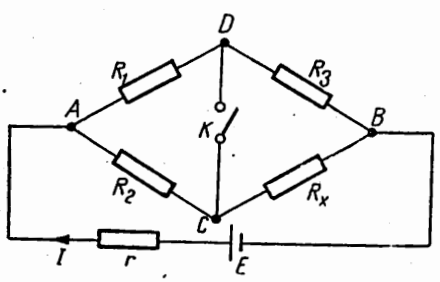


Fig. 206.

2° energia debitată de sursă în exterior în timp de 2 min, în cazul de la punctul 1°;

3° intensitatea I'' a curentului debitat de sursă după închiderea comutatorului K, rezistența R_x avînd valoarea de la punctul 1°;

4° ce valoare trebuie să aibă R_x pentru ca tensiunea între bornele CD să fie nulă, indiferent de poziția întrerupătorului K;

5° capacitatea C a unui condensator care, legat între bornele CD, se încarcă cu o sarcină $Q=10^{-6}$C, cînd $R_x=4\ \Omega$.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1970)

1029 Un punct material de masă $m=25$ g efectuează o mișcare oscilatorie armonică cu amplitudinea $A=0{,}12$ m. Știind că în momentul în care trece prin poziția de echilibru are viteza $v_e=9{,}6$ m/s, se cere:

1° ecuația mișcării;

2° elongația y_1 la momentul $t_1=\frac{7}{6}T$;

3° elongația y_2 în momentul în care viteza oscilatorului este egală cu un sfert din viteza v_e;
4° valoarea maximă a forțelor elastice F_M;
5° frecvența ν și perioada T a oscilațiilor.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1970)

1030 Un balon cu volumul $V_1=8$ l este umplut cu aer la presiunea $p_1=0,5$ atm. Un al doilea balon, cu volumul $V_2=5$ l, este umplut cu hidrogen la o presiune $p_2=1,5$ atm; hidrogenul este luat dintr-o butelie construită să reziste la o presiune maximă de 30 atm. Cele două baloane sînt puse în legătură printr-un tub de volum neglijabil, la temperatura $t=0$°C. Se cere:
1° presiunea finală după amestecarea gazelor datorită difuziei:
2° masele de aer și de hidrogen din amestec; densitatea aerului în condiții normale este $\rho_{aer}=1,3$ kg/m³ iar cea a hidrogenului, în aceleași condiții, $\rho_{H_2}=0,09$ kg/m³;
3° raportul energiilor cinetice medii ale moleculelor de hidrogen din balonul de volum V_2 și din amestec după deschiderea robinetului;
4° butelia de hidrogen, cu capacitatea de 10 l, are scăpări de gaz. Care este masa hidrogenului care a ieșit din butelie dacă la temperatura de 20°C manometrul indică aceeași presiune, de 20 atmosfere, ca și la temperatura inițială de 10°C;
5° presupunînd că butelia nu ar avea scăpări de gaz să se afle pînă la ce temperatură se poate încălzi butelia pentru a putea rezista la presiunea maximă la care a fost construită, considerînd aceleași condiții de 10°C și 20 atm.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1970)

1031 Un pendul matematic este alcătuit dintr-un fir de oțel avînd lungimea $l_0=1$ m la temperatura 0°C și dintr-o bilă metalică de masă $m=1$ kg. În poziția inițială firul face cu verticala un unghi $\varphi_0=\frac{\pi}{4}$ rad. Se cere:
1° viteza tangențială inițială v_0 ce trebuie imprimată bilei astfel încît amplitudinea unghiulară maximă a oscilației să fie $\varphi_{max}=\frac{\pi}{3}$ rad;
2° să se calculeze forțele de întindere a firului în pozițiile în care firul face cu verticala unghiurile $\varphi_1=\varphi_{max}$ și respectiv $\varphi_2=0$, pendulul fiind în regim de oscilație;
3° care este coeficientul de dilatație liniară al firului, știind că perioada oscilațiilor mici ale pendulului, la temperatura de 100°C, este cu 0,055% mai mare decît la temperatura de 0°C;
4° presupunînd că firul este extensibil, ce masă m' ar trebui să aibă bila pentru ca sub acțiunea greutății ei pendulul, în poziție verticală de repaus și la temperatura 0°C, să sufere o deformare elastică egală cu dilatația liniară prin încălzire la 100°C. Se dau: $S=1$ mm²; $g=9,8\ \frac{m}{s^2}$; $E=2,15\cdot 10^{11}\ \frac{N}{m^2}$.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1970)

1032 O baterie de acumulatoare formată din $n_1=6$ elemente este legată la bornele unui receptor avînd rezistența R; tot la bornele acestui receptor se leagă

o derivație care comportă o baterie formată din $n_2=5$ elemente (v. figura 207) conectată în serie cu un reostat a cărui rezistență r variază între 0 și 100 Ω. Fiecare element al bateriilor are t.e.m. $e=2$ V și rezistența internă $r_1=0{,}2$ Ω. Se cere :

1° să se calculeze rezistența R pentru care curentul debitat de prima baterie este independent de rezistența r a reostatului ;

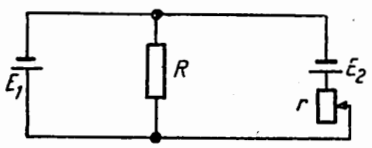


Fig. 207.

2° să se reprezinte grafic curenții debitați de fiecare baterie, în funcție de rezistența r a reostatului, pentru cazul $R=2$ Ω ;

3° să se calculeze, în cazul $r=0$, valoarea R_1 a rezistenței R pentru care puterea electrică dezvoltată în această rezistență este maximă ;

4° la începutul funcționării, temperatura rezistenței R este de 0°C. După un timp de funcționare valoarea acestei rezistențe devine 1,2 R. La ce temperatură se află rezistența, știind că valoarea coeficientului termic este $\alpha=0{,}004$ grd^{-1}.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1970)

1033 Într-un calorimetru cu apă se introduce o bilă metalică de masă $m=500$ g având temperatura t ; după realizarea echilibrului termic temperatura în calorimetru devine $t_c=40$°C. În continuare, se introduce în calorimetru încă o bilă, identică cu prima, tot cu temperatura t și apoi $m'=600$ g gheață aflată la 0°C ; după realizarea echilibrului termic se constată că în calorimetru temperatura a rămas aceeași, $t_c=40$°C. Se cere :

1° temperatura t a bilelor ;

2° cu cît crește volumul uneia dintre bilele de mai sus prin încălzire de la 0°C pînă la temperatura t, dacă densitatea materialului la 0°C este $\rho=6\,250$ kg/m^3, iar coeficientul de dilatație liniară $\alpha=13\cdot10^{-6}$ grd^{-1} ;

3° știind că bilele sînt încălzite de la 0°C la temperatura t într-un cuptor, care folosește drept combustibil păcura, să se determine masa M de păcură consumată de cuptor, pentru încălzirea unei tone de bile metalice (se neglijează pierderile de căldură) ;

4° dacă în cuptor se introduce un recipient cu un gaz perfect care atinge o temperatură finală $t_f=327$°C să se determine presiunea p_f din recipient la această temperatură, știind că inițial presiunea gazului era $p_i=10$ N/m^2 la temperatura $t_i=27$°C, volumul fiind menținut constant ;

5° să se calculeze energia cinetică medie a moleculelor de gaz la temperatura $t_f=327$°C.

Se dau :

— căldura specifică a materialului bilelor, $c=900$ J/kg·grd ;
— căldura specifică a apei, $c'=4\,180$ J/kg·grd ;
— căldura latentă de topire a gheții, $L=334$ kJ/kg ;
— numărul lui Avogadro, $N=6{,}023\cdot10^{26}$ molecule/kmol ;
— constanta universală a gazelor, $R=8\,314$ J/kmol·grd.
— puterea calorică a păcurii $q=40\,000$ kJ/kg.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1970)

1034 O macara al cărei scripete se află la o înălțime $h_0=36$ m față de sol, ridică o piesă de la sol pînă la înălțimea h, ceea ce necesită un lucru mecanic $L=58{,}8$ kJ. Acest lucru mecanic este produs de o mașină termică funcționînd

cu o sursă caldă avînd temperatura $t_1=207°C$ și o sursă rece cu temperatura $t_2=87°C$. După oprire la înălțimea h, piesa efectuează mici oscilații de perioadă $T=8$ s.

Se cer:

1° înălțimea h pînă la care a fost ridicată piesa, considerînd $g=9{,}8$ m/s²;

2° forța de întindere a cablului în timpul ridicării piesei, dacă mișcarea de ridicare a fost uniform accelerată și s-a efectuat într-un timp $t=4$ s;

3° de la înălțimea h, piesa cade liber într-un bazin avînd adîncimea $S=9$ m. Cu ce viteză atinge fundul bazinului dacă densitatea piesei este de trei ori mai mare decît a apei bazinului?

4° căldura Q_1 preluată de la sursa caldă și căldura Q_2 cedată sursei reci, dacă randamentul mașinii termice este jumătate din randamentul unei mașini termice ideale care ar funcționa după un ciclu Carnot între temperaturile t_1 și t_2;

5° puterea maximă dezvoltată de motorul macaralei în timpul ridicării piesei.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1970)

1035 Într-un radiator de calorifer temperatura apei la intrare este $t_1=87°C$ iar la ieșire $t_2=30°C$.

Se înlocuiește încălzirea cu apă prin încălzire cu vapori de apă saturanți; vaporii intră în radiator cu presiunea de 1 atm, se condensează și din radiator iese apă la temperatura $t_3=70°C$. Să se calculeze:

1° masa m de vapori care dă aceeași cantitate de căldură ca 1 kg de apă din primul caz;

2° volumul ocupat de vapori în condițiile de presiune și temperatură în care intră în radiator, considerînd vaporii de apă gaz perfect;

3° debitul de masă D al vaporilor de apă care trebuie să intre în radiator pentru a menține constantă temperatura camerei în care este montat radiatorul, dacă pierderile de căldură prin pereții camerei în unitatea de timp sînt $P=2{,}385$ kW;

4° Numărul de molecule aflate în masa m de vapori;

5° energia medie a unei molecule din vaporii de apă, în condițiile de la intrarea în radiator.

Se dau: $c=4185\ \frac{J}{kg\cdot grd}$, $N=6{,}023\cdot 10^{26}\ \frac{molecule}{kmol}$, $R=8314\ \frac{J}{kmol\cdot grd}$, $M=18\ \frac{kg}{kmol}$ $L,=22{,}6\cdot 10^5\ \frac{J}{kg}$.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1970)

1036 Într-un cilindru se află o cantitate m de aer la presiunea $p_1=10^5\ \frac{N}{m^2}$, temperatura $t_1=27°C$, sub un volum $V_1=30$ dm³. Aerul din cilindru este supus la următoarea succesiune de transformări:

— o încălzire izocoră pînă la presiunea $p_2=1{,}5\cdot 10^5\ \frac{N}{m^2}$;

— o destindere izobară pînă la volumul $V_3=60$ dm³;

— o răcire izobară pînă la presiunea inițială $p_3=p_1$;

— o comprimare izobară pînă la starea inițială.

Cunoscînd: $\rho_0 = 1{,}293$ kg/m³; $c_v = 723 \frac{J}{kg \cdot grd}$ şi $c_p = 1010 \frac{J}{kg \cdot grd}$ căldurile specifice ale aerului la volum şi respectiv presiune constantă, se cere să se calculeze:

1° masa m a aerului aflat în cilindru;
2° temperatura gazului la sfîrşitul fiecărei transformări;
3° lucrul mecanic efectuat şi cantitatea de căldură primită de aerul din cilindru, în fiecare din cele patru transformări;
4° lucrul mecanic total efectuat pe întregul ciclu de transformări şi cantitatea de căldură primită de sistem din exterior;
5° randamentul unei maşini termice care ar funcţiona după ciclul descris şi randamentul unei maşini termice care ar utiliza un ciclu Carnot cu aceleaşi temperaturi maximă şi minimă.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1970)

1037 Un corp P, de dimensiuni neglijabile şi masă $m=2$ kg, este suspendat în O de un fir de masă neglijabilă avînd lungimea $l=40$ cm. Sistemului i se imprimă o mişcare de rotaţie uniformă astfel încît corpul P să descrie o traiectorie circulară în plan orizontal, cu centrul în O' şi cu o viteză unghiulară $\omega = 7 \frac{rad}{s}$.

Considerînd firul inextensibil, se cere:

1° unghiul α dintre fir şi verticală în timpul mişcării de rotaţie;
2° momentul cinetic al corpului P în mişcarea de rotaţie în jurul axei verticale OO';
3° lucrul mecanic necesar pentru a aduce corpul P din repaus în starea de mişcare considerată anterior;
4° considerînd firul inextensibil şi avînd secţiunea $S=1$ mm², să se calculeze modulul de elasticitate al materialului firului ştiind că în repaus, sub efectul greutăţii corpului P, alungirea firului este $\Delta l = 3{,}92 \cdot 10^{-5}$ m;
5° alungirea $\Delta l'$ a firului în timpul mişcării de rotaţie a corpului P.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1970)

1038 O bară metalică, cu masa $m=50$ kg şi temperatura iniţială $t_1=0$°C, este încălzită electric pînă la topirea ei completă la temperatura $t_2=250$°C. Bara este alimentată de la un dinam şunt avînd tensiunea electromotoare indusă constantă $E=10{,}5$ V şi rezistenţa circuitului de excitaţie $r_e=0{,}1$ Ω. La începutul încălzirii curentul prin bară are intensitatea $I_1=1\,000$ A, iar la atingerea temperaturii de topire devine $I_2=525$ A. Se cere:

1° rezistenţa r a rotorului dinamului;
2° curba de variaţie în funcţie de temperatură a puterii dezvoltate prin efect electrocaloric în bara metalică, de la începutul încălzirii pînă la atingerea temperaturii de topire;
3° lungimea barei metalice la temperatura $t_1=0$°C;
4° energia necesară încălzirii barei pînă la topirea ei completă.

Rezistenţa rotorului şi a circuitului de excitaţie se presupun constante.
Caracteristicile fizice ale materialului barei sînt:
— rezistivitatea electrică la $t_1=0$°C, $\rho_1 = 4 \cdot 10^{-6}$ Ω m;
— coeficientul termic al rezistivităţii, $\alpha = 0{,}004$ grd^{-1};
— căldura specifică, $c=200$ J/kg·grd;

— căldura latentă specifică de topire, $L=60$ kJ/kg;
— densitatea barei la $t_1=0°C$, $\rho_0=5\cdot10^3$ kg/m^3.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1970)

1039 Pentru topirea unui lingou de aluminiu cu masa de 500 kg se utilizează un cuptor încălzit cu păcură. Temperatura inițială a lingoului este de 60°C, iar temperatura sa de topire 660°C. Se cer:

1° cantitatea de căldură necesară pentru încălzirea și topirea completă a aluminiului. Se dau pentru aluminiu: căldura specifică $c=910$ J/kg·grd și căldura latentă de topire $L=393$ kJ/kg;

2° procesul de încălzire și topire a aluminiului fiind de 30 min, să se determine debitul masic orar de păcură arsă în cuptor, știind că numai 55% din cantitatea de căldură obținută prin arderea păcurii este folosită pentru încălzirea și topirea aluminiului. Puterea calorică a păcurii este $q=40$ MJ/kg;

3° să se determine lucrul mecanic dezvoltat de o mașină termică ce funcționează după un ciclu Carnot și care preia de la sursa caldă o cantitate de căldură egală cu căldura obținută prin arderea păcurii introdusă în cuptor pentru încălzirea și topirea cantității considerate de aluminiu; temperatura sursei calde este $t_1=727°C$, iar temperatura sursei reci $t_2=127°C$;

4° dacă în aluminiul topit se introduce un vas închis de oțel care conține azot avînd inițial presiunea de 1 atm la temperatura de 38°C, să se calculeze presiunea finală a azotului cînd acesta ajunge la temperatura de topire a aluminiului;

5° să se determine energia cinetică medie a moleculelor de azot din vasul introdus în aluminiul topit, știind că numărul moleculelor în unitatea de volum este $n_0=2\cdot10^{25}$ molecule/m^3.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1970)

1040 Pe un banc optic se află un obiect avînd înălțimea de 5 cm. O lentilă biconvexă formează pe un ecran imaginea obiectului înaltă de 20 cm. Dacă obiectul se îndepărtează de lentilă cu 5 cm, pe ecran se formează o imagine înaltă de 10 cm. Se cer:

1° distanța focală a lentilei biconvexe;

2° indicele de refracție al substanței din care este alcătuită lentila, dacă raza de curbură a fețelor acesteia este $R=4$ cm;

3° poziția imaginii, dacă se introduce o a doua lentilă cu distanța focală $f'=30$ cm la distanța de 110 cm de prima lentilă (în condițiile inițiale);

4° dimensiunea imaginii formată de sistemul celor două lentile.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1970)

1041 Un izvor luminos emite lumină cu lungimea de undă $\lambda=5\,000$ Å. Fasciculul luminos paralel emis cade normal pe o rețea de difracție. Se cere:

1° numărul fotonilor incidenți pe rețea în timp de un minut, dacă puterea izvorului este $P=20$ W;

2° constanta rețelei de difracție, dacă maximul de difracție de ordinul 2 se formează sub un unghi $\varphi=30°$;

3° distanța dintre maximul central (de ordinul zero) și maximul de ordinul 2, pe un paravan pe care figura a fost proiectată cu ajutorul unei lentile cu convergența $C=2$ δ;

4° se înlocuiește paravanul cu o celulă fotoelectrică de cesiu al cărei prag fotoelectric este $\lambda_0 = 6\,600$ Å. Să se determine:

a) lucrul de extracție;

b) viteza cu care este emis un fotoelectron.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1970)

1042 Un recipient cu volumul de 10 l conține gaz metan la 27°C și presiunea de 6 atm. Se cer:

1° densitatea metanului din recipient;

2° în cît timp un motor termic cu randamentul de 25% și cu puterea de 2 090 W ar consuma întreaga cantitate de gaz metan din recipient;

3° cantitatea de apă la 14,4°C care se poate încălzi pînă la fierbere, arzînd atîta metan din recipientul plin, pînă cînd presiunea finală devine 2 atm. Se dau: puterea calorică a metanului, $q = 35{,}78$ MJ/m³N; masa moleculară a metanului, $M = 16$.

(Olimpiadă, 1965)

1043 Un circuit este format dintr-un condensator de $\frac{2 \cdot 10^3}{\pi}\,\mu$F, legat în serie cu o bobină care are rezistența activă de 4 Ω și inductanța de $\frac{20}{\pi}$ mH. Circuitul este alimentat cu o tensiune instantanee $u = 20\sqrt{2}\sin 100\,\pi t$. Bobina are 200 spire și servește ca primar unui transformator cu 25 spire în secundar. Se cer:

1° frecvența curentului alternativ;

2° diagrama rezistențelor și intensitatea curentului din circuit;

3° tensiunea la bornele bobinei și cea de la bornele condensatorului;

4° defazajul dintre curent și tensiunea la bornele bobinei respectiv de la bornele sursei;

5° tensiunea la bornele secundarului transformatorului.

(Olimpiadă, 1965)

1044 Nucleul de $^{59}_{27}$CO captează un neutron și trece în radiocobalt, emițînd un foton γ. Radiocobaltul emite particule β cu energia de 0,3 MeV însoțite de fotoni γ cu energia de 1,25 MeV; radiocobaltul are durata de înjumătățire de 5,3 ani și trece într-un izotop al nichelului. Se cere:

1° să se scrie ecuațiile reacțiilor nucleare și să se arate structura nucleului de radiocobalt;

2° să se determine timpul în care intensitatea radiației emisă de radiocobalt scade cu 25%;

3° un foton γ emis de radiocobalt generează o pereche electron — pozitron, cu mase și energii egale; care este viteza fiecăruia dintre aceste particule, neglijînd variația relativistă a masei;

4° cantitatea de căldură ce se dezvoltă în 5,3 h prin absorbția integrală a electronilor și fotonilor emiși de 2 g de radiocobalt.

Se dau: $\ln 100 = 4{,}6$; $\ln 75 = 4{,}32$; numărul lui Avogadro $N = 6 \cdot 10^{23}$.

(Olimpiadă, 1965)

1045 Un vehicul aerian cu greutatea de 30 kN și secțiunea transversală maximă de 2 m^2, zboară orizontal cu viteza de $100\frac{m}{s}$ în vecinătatea solului. Să se determine :

1° puterea consumată de motor, dacă el are randamentul 0,8, aerul are densitatea $1{,}29\frac{kg}{m^3}$, iar coeficientul aerodinamic al vehiculului este $C=0{,}05$;

2° viteza limită de picaj de la mare înălțime, pe verticală, cu motorul stins ;

3° distanța parcursă în zbor orizontal, venind la aterizare, dacă în momentul cînd are $80\frac{m}{s}$ se stinge motorul, iar pămîntul îl atinge cu viteza de $35\frac{m}{s}$; rezistența medie a aerului este de 500 N ;

4° distanța parcursă pe sol pînă la oprire, coeficientul total de frecare fiind 0,3.

Se va considera $g=9{,}8\frac{m}{s^2}$.

(Olimpiadă, 1966)

1046 Conectată la o tensiune continuă de 100 V, o bobină este parcursă de un curent cu intensitatea de 2,5 A. Conectată la o tensiune alternativă de 100 V, cu frecvența de 50 Hz, aceeași bobină este parcursă de un curent cu intensitatea de 2 A. Se montează în serie cu bobina un condensator de $\frac{500}{3\pi}\ \mu F$, iar circuitul format se conectează la aceeași tensiune alternativă de 100 V. Se cer :

1° rezistența și inductanța bobinei ;

2° intensitatea curentului prin circuitul cu bobină și condensator ;

3° tensiunea la bornele bobinei și diagrama tensiunilor în cazul 2° ;

4° defazajul între intensitate și tensiunea la bornele bobinei, apoi la bornele circuitului, tot în cazul 2° ;

5° valoarea capacității unui condensator, care, fiind conectat în serie cu bobina, ar produce rezonanța ; valoarea intensității curentului în acest caz ;

6° puterea activă în cazul 2°.

(Olimpiadă, 1966)

1047 Ce cantitate de cărbune cu puterea calorică de $30\frac{MJ}{kg}$ este necesară pentru a obține efecte termice echivalente cu cele obținute prin :

a) fisiunea a 1 kg ^{235}U, dacă la fiecare proces de fisiune se eliberează energia de 200 MeV ;

b) sinteza termonucleară

$$^2_1D + {}^2_1D \rightarrow {}^4_2\alpha,$$

care dă 1 kg de heliu.

Se dau : $m_D=2{,}014735$ u ; $m_\alpha=4{,}00387$ u.

(Olimpiadă, 1966)

1048 Un gram din cenușa unui os găsit într-o săpătură arheologică produce 5 dezintegrări β pe minut. Știind că un gram din cenușa unui os actual

produce 15 dezintegrări β pe minut și că timpul de înjumătățire a radiocarbonului $^{14}_{6}C^*$ este de 5 650 ani, se cer:

a) vîrsta osului găsit în acea săpătură arheologică;

b) ecuația reacției de dezintegrare a $^{14}_{6}C^*$ și viteza electronului emis, dacă el are energia de 156 keV.

Se va neglija variația relativistă a masei cu viteza; se dă $\ln 3 = 1{,}09861$.

(Olimpiadă, 1966)

1049 Deasupra unui lac liniștit, o sferă de lemn cade de la 20 m înălțime. Cînd sfera ajunge la adîncimea maximă de la suprafața apei este lăsată să cadă o altă sferă, din fier de același volum ca prima.

1° Cu ce viteză atinge sfera de lemn la coborîre și la urcare suprafața apei?

2° La ce adîncime se vor întîlni cele două sfere cînd trec una pe lîngă alta?

3° Ce viteză vor avea sferele în momentul de la punctul 2°?

Se dau: $g = 10$ m/s^2, $\rho_{lemn} = 500$ kg/m^3, $\rho_{fier} = 7\,800$ kg/m^3.

(Olimpiadă, 1967)

1050 La capetele unui fir trecut peste un scripete fix se găsesc 2 cilindri de cîte 880 g fiecare. O bilă cu masa de 200 g este lăsată să cadă într-unul din cilindri de la înălțimea de 4,9 m.

1° Cu ce viteză se pune în mișcare sistemul și ce fel de mișcare execută?

2° Care sînt viteza și spațiul parcurs de sistem după 5 s?

Se neglijează frecarea.

(Olimpiadă, 1967)

1051 O bară de fier de formă cilindrică este lăsată să se rostogolească din vîrful unui plan înclinat cu înălțimea de 2 m.

1° Să se calculeze viteza de translație pe care o are axa barei la baza planului și să se compare cu viteza pe care ar fi avut-o dacă aluneca pe plan (în ambele cazuri se va neglija frecarea).

2° Într-o mașină, pe această bară se montează un volant cu masa de 100 kg și raza de 1 m, care împreună cu bara are un moment de inerție de 200 kg·m^2 și efectuează în regim de funcționare 180 rot/min. Volantul este adus în timp de 2 min în repaus cu ajutorul unei frîne ce acționează la periferia lui. Să se calculeze momentul forței de frînare precum și intensitatea forței.

3° Știind că 80% din cantitatea de căldură dezvoltată la frîne este absorbită de volant, să se calculeze variația de temperatură a acestuia.

Se dau: momentul de inerție al barei, $J = \frac{mR^2}{2}$;

căldura specifică a volantului, $c = 460$ J/kg·grd.

(Olimpiadă, 1967)

1052 Într-un cilindru se află închis, prin intermediul unui piston, 0,2 g aer în condiții normale.

1° Cu cît se ridică temperatura masei de aer, dacă absoarbe izobar o cantitate de căldură de 7,952 J?

2° Știind că pistonul este mobil, să se calculeze lucrul mecanic efectuat de gaz în timpul transformării izobare.

3° Se prinde într-o menghină mijlocul tijei pistonului, astfel încît lungimea coloanei de aer să fie de 1 m și se introduce în cilindru o pulbere fină răspîndită uniform. Frecînd longitudinal tija ea va vibra, iar deplasările pistonului vor produce în aerul din cilindru unde staționare.

Care este viteza de propagare a aerului din tub, dacă: lungimea țijei este 0,8 m; viteza de propagare a sunetului în ea 1 136 m/s; distanța dintre două îngrămădiri consecutive de pulbere este 25 cm.

4° Care este frecvența sunetului și cîte noduri are unda staționară formată în cilindru.

Se dau: $c_p = 994$ J/kg·grd; $M = 29$ g/mol, pentru aer; $R = 8{,}31$ J/mol°K.

(Olimpiadă, 1967)

1053 De la distanța $4\sqrt{2}$ m se aruncă în jos, pe un plan înclinat la 45°, cu $2\frac{m}{s}$, un corp de 10 kg. Ajungînd la baza planului, corpul parcurge distanța de 5 m pe orizontală, apoi urcă pe un alt plan, înclinat tot la 45° și este oprit în momentul cînd a atins distanța maximă pe plan. Coeficientul de frecare este 0,2 pe tot parcursul. Să se determine:

1° energia inițială a corpului;
2° viteza la baza primului plan înclinat;
3° energia potențială maximă pe cel de-al doilea plan înclinat;
4° lucrul mecanic al forțelor de frecare pe tot parcursul;
5° ce se constată observînd rezultatele de la punctele 1°, 3°, 4°?

Se va considera $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

(Olimpiadă, 1967)

1054 Într-un cilindru orizontal închis, lung de 1 m și cu secțiunea de 20 cm², plin cu oxigen, se află un piston mobil. Pistonul stă la mijlocul cilindrului, iar gazul aflat în cele două compartimente se află la 0°C și 760 torr.

1° Se deplasează pistonul cu 40 cm față de poziția inițială; ce presiune are gazul în fiecare compartiment?

2° Ce forță trebuie să acționeze asupra pistonului, pentru a-l menține în noua lui poziție?

3° Ce masă de oxigen trebuie să iasă dintr-un compartiment pentru ca pistonul, rămas liber, să nu se deplaseze?

Se dau: $A_{O_2} = 16$, $R = 8{,}31\ \frac{J}{mol \cdot grd}$. Temperatura se consideră constantă.

(Olimpiadă, 1967)

1055 Antena cu priză la pămînt a unui post de radio emisie, are inductanța de 0,4 mH și capacitatea de 225 pF.

1° Care este lungimea antenei?

2° Se știe că legarea unui condensator în serie cu antena are ca efect micșorarea aparentă a lungimii ei. Care este capacitatea echivalentă a antenei, dacă prin legarea condensatorului lungimea ei s-a micșorat de 3 ori?

3° Care sînt lungimea de undă și frecvența fundamentală în cazul 2°;

4° Să se calculeze distanțele între nodurile de tensiune pentru cea de-a cincea armonică, și în cazul 1° și în cazul 2°.

(Olimpiadă, 1967)

1056 Un sistem optic este format din două lentile subțiri convergente L_1 și L_2, centrate pe aceeași axă și aflate la 29 cm una de alta. Prima lentilă ar da singură, pentru un obiect luminos așezat la 60 cm depărtare și perpendicular pe axul principal, o imagine reală situată la 20 cm.

Lentila L_2 are convergența de 10 δ. Așezăm la 40 cm față de prima lentilă a sistemului, perpendicular pe axul principal, un obiect luminos.

1° Să se construiască imaginea și să se determine la ce distanță de prima lentilă se află imaginea definitivă.

2° Alipim lentila L_2 la L_1. Unde se formează imaginea dată de sistem în cazul cînd sistemul se află în aer și apoi în apă, considerînd că corpul luminos nu și-a schimbat poziția ? Se dau : $n_{sticlă}=1{,}5$; $n_{apă}=4/3$.

(Olimpiadă, 1967)

1057 O lentilă biconvexă cu indicele de refracție 1,5 și razele de curbură $R_1=2$ cm și $R_2=4$ cm, este acolată cu alta planconcavă, avînd o rază egală cu R_2 și indicele de refracție 1,7. Să se determine :

1° convergența sistemului.

2° Sistemul optic format este așezat între o rețea optică cu 200 linii pe milimetru și un ecran. Pe rețea cade un fascicul paralel de lumină monocromatică, care formează pe ecran maximul de ordinul 4 la 2 cm față de maximul central. Să se calculeze lungimea de undă a radiației monocromatice și să se arate cărei părți a spectrului aparține.

3° Se lasă fasciculul să cadă pe un corp negru, cu masa 30 g și căldura specifică $418{,}5\frac{J}{kg\cdot grd}$, care se încălzește cu 0,66°C.

Care este numărul de fotoni absorbit de corp ?

(Olimpiadă, 1967)

1058 Nucleul unui element absoarbe un neutron și emite un proton trecînd în radionatriu $^{24}_{11}Na$. Acesta emite particule β cu energia de 1,4 MeV și are timpul de înjumătățire de 15 ore. Neutronii își ating ținta în proporție de 20%. Se cer :

1° ecuațiile reacțiilor nucleare care intervin și structura nucleului final ;

2° numărul perechilor de ioni produși de o particulă β emisă într-o atmosferă de hidrogen, dacă energia de ionizare a acestuia este de 13,6 eV ;

3° variația de temperatură a 500 g apă care absoarbe integral radiațiile β emise de 3 mg radionatriu în timp de 1 min ;

4° radionatriul este utilizat la diagnosticarea unei boli, în care scop se injectează în sîngele bolnavului 1 cm^3 soluție de radionatriu care produce 2 000 dezintegrări pe secundă. După 5 ore, 1 cm^3 din sîngele bolnavului produce 16 dezintegrări pe minut. Care este volumul sîngelui bolnavului ?

5° care este numărul de neutroni necesari pentru a produce radionatriul folosit la injecție ?

Se dau : ln 7 500=8,922 ; ln 6 000=8,691.

(Olimpiadă, 1967)

1059 Dintr-un turn cu înălțimea de 15 m se aruncă oblic în sus, sub un unghi de 45° cu orizontala, un corp greu care atinge înălțimea maximă de 20 m deasupra pămîntului. Să se calculeze :

1° viteza inițială a corpului ;

2° timpul de urcare pînă la înălțimea maximă ;

3° timpul de coborîre de la înălțimea maximă pînă la atingerea solului ;

4° distanța dintre baza turnului și punctul în care mobilul atinge solul ;

5° viteza corpului după 1,5 s de la aruncare.

Se va considera $g=10$ m/s^2.

(Olimpiadă, 1968)

1060 În vîrfurile A, B, C ale unui pătrat $ABCD$, cu latura de 10 cm, se găsesc sarcinile de 8 nC, — 6nC, 8nC. Totul se află în petrol, cu $\varepsilon_r=2$.
Să se calculeze :
1° potențialul în vîrful D ;
2° intensitatea cîmpului electrostatic în vîrful D ;
3° lucrul mecanic produs de cîmpul electrostatic la deplasarea sarcinii de 50 nC din punctul D în centrul pătratului ;
4° în cele 4 vîrfuri fiind plasate sarcini egale cu 50 nC, să se determine ce sarcină q trebuie plasată în centrul pătratului pentru ca cele patru sarcini din vîrfuri să fie în echilibru.

(Olimpiadă, 1968)

1061 Un corp de formă paralelipipedică, cu masa de 10 kg, se poate deplasa pe o suprafață orizontală, coeficientul de frecare fiind 0,2. Acest corp este legat, printr-un fir ce trece peste un scripete, de un vas cilindric de 0,5 kg avînd secțiunea 150 cm² și înălțimea 50 cm. Vasul este suspendat vertical și deschis la partea superioară.
1° Pînă la ce înălțime trebuie să turnăm apă în vas pentru ca sistemul să se miște uniform (frecările la scripete se neglijează) ?
2° Unde se află centrul de greutate al vasului cu apă în situația de la punctul 1° (vasul gol este considerat perfect omogen și forma cilindrică de asemenea este perfectă) ?
3° Umplînd vasul complet cu apă și considerînd inițial sistemul în repaus, care va fi energia cinetică a sistemului după 0,3 s de la pornire ?
4° Care este lucrul mecanic al forței de frecare efectuat în acest interval de timp ?
Se consideră densitatea apei $\rho=10^3$ kg/m³ și $g=10$ m/s².

(Olimpiadă, 1968)

1062 1° Un cub de siliciu, cu dilatația neglijabilă, este suspendat de talerul unei balanțe echilibrată cu o tară. Se cufundă cubul în apă la 0°C și se restabilește echilibrul, așezînd 125 g pe talerul de care este suspendat cubul. Să se determine volumul cubului și muchia sa.
2° Cufundînd cubul în alcool la 0°C, echilibrul se restabilește cu 100 g. Să se determine densitatea alcoolului la 0°C.
3° Cufundînd cubul în alcool la 30°C, echilibrul se restabilește cu 96,8 g. Să se determine coeficientul de dilatație reală al alcoolului.
4° Se înlocuiește cubul de siliciu printr-un cub de zinc avînd aceeași muchie la 0°C. După echilibrare se cufundă cubul de zinc în alcool la 30°. Echilibrul se restabilește cu 97,06 g. Să se determine coeficientul de dilatație liniară al zincului și lungimea muchiei sale la 30°C.
5° Diferența dintre variațiile energiilor interne ale cuburilor de zinc și de siliciu prin încălzire de la 0°C la 30°C fiind de 1 968,75 J, să se afle căldura specifică a siliciului.
Se dau : $c_{Zn}=375$ J/kg·grd ; $c_{Si}=2\,500$ kg/m³ ;
$\rho_{zn}=7\,000$ kg/m³ ; $\rho_{apă}=10^3$ kg/m³.

(Olimpiadă, 1968)

1063 O geamandură de formă cilindrică are înălțimea de 2 m, diametrul bazei de 1 m și masa 225 kg. Cablul care o fixează este alcătuit din 40 fire, fiecare cu secțiunea de 1 mm², lungimea de 10 m, modulul de elasticitate de

$2 \cdot 10^{11}$ N/m² și masa de 80 g. Cînd apa este liniștită cablul este vertical, netensionat. Să se calculeze :

1° unde este linia de plutire a geamandurii ;

2° forța de întindere a cablului cînd apa face valuri care acoperă complet geamandura ;

3° lucrul mecanic de deformare a cablului în cazul de la punctul 2° ;

4° volumul minim al blocului de beton (cu densitatea 2 200 kg/m³) de care este ancorată geamandura. Considerăm blocul îngropat și neglijăm frecările.

(Olimpiadă, 1968)

1064 O găleată cu apă cu fundul perforat este lăsată să cadă liber. Va curge apă din ea, sau nu ? De ce ?

(Olimpiadă, 1968)

1065 Ce fel de mișcare are umbra capului unui om care se mișcă rectiliniu și uniform față de felinar ? De ce ?

(Olimpiadă, 1968)

1066 Într-un cilindru cu piston, așezat orizontal, se găsesc 10 l azot la 27°C și presiunea de $5 \cdot 10^5$ N/m².

1° Se încălzește gazul în mod izocor pînă la triplarea presiunii. Ce cantitate de căldură este necesară ?

2° Se destinde apoi gazul în mod izoterm pînă ce presiunea devine 2/3 din presiunea de la punctul 1°. Care va fi volumul gazului ?

3° Printr-o supapă se lasă să iasă azot din cilindru pînă ce volumul și presiunea ajung la valorile inițiale, iar temperatura la 127°C. Ce masă de gaz a ieșit ?

4° Ce cantitate de căldură trebuie să cedeze gazul, rămas în cilindru la punctul 3°, pentru a se răci izocor pînă la 27°C ? Ce valoare are presiunea în acest caz ?

5° Să se explice diferența dintre cantitățile de căldură absorbită și cedată de gazul din cilindru.

Se dau : masa atomică a azotului, $A = 14$; căldura sa specifică $c_v = 723$ J/kg·grd.

(Olimpiadă, 1968)

1067 Două sfere din substanțe diferite au același volum și aceeași masă ; una este masivă, cealaltă are partea centrală goală. Prin ce experiență se poate dovedi care sferă e masivă și care goală ? De ce ?

(Olimpiadă, 1968)

1068 Un fir subțire de cupru este intercalat într-un circuit cu siguranță fuzibilă. După ce se produce un scurt circuit, firul este găsit rupt și la fiecare capăt cu cîte o mică sferă. De ce ?

(Olimpiadă, 1968)

1069 De ce se folosește curentul alternativ și nu cel continuu, pentru măsurarea rezistenței lichidelor cu puntea Wheatstone și se înlocuiește galvanometrul cu un receptor telefonic ?

(Olimpiadă, 1968)

1070 Siguranţele de la aparatele de radiorecepţie şi televizoare se ard de obicei cînd aparatul începe sau se opreşte din funcţionare şi nu în timpul funcţionării lui. De ce ?

(Olimpiadă, 1968)

1071 Un magnet cade traversînd un inel metalic. Va avea aceeaşi acceleraţie ca în căderea liberă ? De ce ?

(Olimpiadă, 1968)

1072 Patru corpuri, de mase egale cu 1 kg fiecare, sînt legate unul după altul prin fire inextensibile şi pot aluneca pe o suprafaţă orizontală, cu coeficientul de frecare 0,1.
Corpul din faţă este legat cu un fir inextensibil, paralel cu suprafaţa orizontală, trecè peste un scripete fix şi susţine un corp A cu masa de 1 kg, aflat la 15 m deasupra solului. Se consideră $g=10$ m/s^2. Se cer :
1° acceleraţia sistemului ;
2° viteza corpului A în momentul atingerii solului ;
3° durata mişcării corpului A ;
4° forţele care întind fiecare din firele de legătură.

(Olimpiadă, 1969)

1073 Un electron pătrunde cu viteza de $4 \cdot 10^7$ m/s, perpendicular pe liniile cîmpului electrostatic dintre plăcile unui condensator plan, lung de 4 cm, cu distanţa dintre plăci de 1,6 cm, avînd aplicată tensiunea de 910 V. Se neglijează variaţia relativistă a masei cu viteza.
Se cer :
1° forţa ce acţionează asupra electronului între plăcile condensatorului ;
2° forma traiectoriei electronului ;
3° viteza electronului la ieşirea dintre plăcile condensatorului ;
4° deviaţia electronului produsă pe un ecran fluorescent aflat la 10 cm de extremitatea plăcilor condensatorului, perpendicular pe ele ;
5° forma traiectoriei electronului şi raza ei de curbură, dacă el pătrunde într-un cîmp magnetic cu inducţia $9{,}1 \cdot 10^{-4}$ T, aflat în locul condensatorului.
Se dau : $m=9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, $e=1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. Experienţa are loc în vid.

(Olimpiadă, 1969)

1074 O broască de masă m stă pe capătul unei scînduri de lungime l şi masă M, care pluteşte pe o apă liniştită. Se cere :
1° viteza cu care trebuie să sară broasca pe o direcţie care face unghiul α cu orizontala, pentru a ajunge pe capătul celălalt al scîndurii ;
2° înălţimea maximă atinsă.
Se vor neglija frecările dintre scîndură şi apă, precum şi mişcarea scîndurii în plan vertical. Aplicaţie pentru $m=270$ g, $l=1$ m, $M=3$ kg, $\alpha=30°$, $g=10$ m/s^2.

(Olimpiadă, 1969)

1075 Într-un camion se află un vas cu diametrul de 40 cm, umplut cu apă pînă la jumătate. În timpul frînării uniforme pînă la oprire, punctul cel mai înalt al peretelui interior a fost udat la 22 cm deasupra apei. Prin frînare, maşina a parcurs 15 m pînă la oprire. Să se determine viteza iniţială a camionului. Se consideră $g=10$ m/s^2.

(Olimpiadă, 1969)

1076 Un volant, cu raza de 0,4 m şi masa de 0,5 t distribuită pe periferia lui, este supus unui cuplu motor de 80 N.m.
După 30 s acţiunea cuplului motor încetează dar se cuplează instantaneu un mecanism format din manivelă cu contragreutate, bielă şi culisă în plan orizontal (fig. 208). Manivela are lungimea de 5 cm. Se cer:
1° ecuaţia mişcării culisei ştiind că iniţial mecanismul este întins. Se neglijează frecările;
2° dacă $\mu=0{,}1$ şi frecările se produc numai la culisă, după cîte rotaţii şi unde se va opri culisa de 500 g. Se consideră $g=10$ m/s².

(Olimpiadă, 1969)

1077 Să se calculeze randamentul unui motor termic care lucrează după un ciclu format din două izobare (p, $2p$) şi două izocore (V, $2V$). Substanţa de lucru este un gaz perfect.

(Olimpiadă, 1969)

Fig. 208.

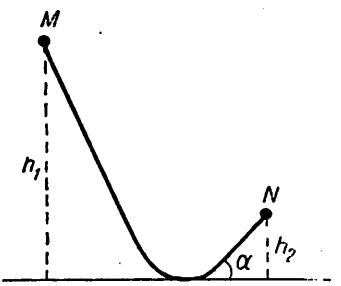


Fig. 209.

1078 Un corp alunecă fără frecare pe o pistă MN ca în figura 209. Punctele M şi N se găsesc la 1,3 m respectiv 0,3 m înălţime deasupra planului orizontal. În N pista se întrerupe făcînd 45° cu orizontala. Dacă $g=10$ m/s², să se calculeze:
1° viteza cu care corpul părăseşte pista;
2° înălţimea maximă la care va ajunge corpul după părăsirea pistei;
3° viteza cu care corpul atinge orizontala;
4° durata mişcării corpului după ce a părăsit pista.

(Olimpiadă, 1969)

1079 Două conductoare paralele, aflate în plan orizontal la 5 cm unul de altul, sînt parcurse în sens contrar de curenţi cu intensitatea de 500 A fiecare. Se cere:
1° valoarea inducţiei magnetice într-un punct C, aflat la 5 cm de fiecare conductor;
2° valoarea forţei electromagnetice, pe unitatea de lungime, ce acţionează asupra unui conductor parcurs de un curent cu intensitatea de 400 A care trece prin punctul C şi este paralel cu ceilalţi doi;
3° sensurile celor 3 curenţi şi masa unităţii de lungime a conductorului ce trece prin C, pentru ca el, fiind lăsat liber în cîmpul magnetic produs de curenţi, să stea în echilibru;
4° ce devine soluţia de la punctul 2° dacă întregul sistem format de cele 3 conductoare parcurse de curenţi este plasat într-un cîmp magnetic exterior, uniform şi paralel cu planul primelor 2 conductoare (discuţie).

(Olimpiadă, 1969)

1080 O spiră circulară fixă, de rază a, este plasată într-un cîmp magnetic uniform a cărui inducție variază după legea $B=B_m \cos \omega t$. Dacă normala la planul spirei face un unghi constant α cu liniile cîmpului magnetic, se cer:

1° expresia t.e.m. indusă în spiră;

2° expresia intensității curentului electric care apare în spiră, dacă ea are rezistența R;

3° sarcina electrică care străbate secțiunea normală a firului din care este făcută spira, între momentele $t_1=0$ și $t_2=\frac{T}{4}$;

4° puterea medie disipată în spira conductoare prin efect Joule. Să se reprezinte grafic variația acestei puteri cu poziția spirei dată de unghiul variabil.

Aplicație numerică: $a=5$ cm, $\alpha=\frac{\pi}{4}$, $\nu=50$ Hz, $B_m=0{,}8$ T, $R=2$ Ω.

(Olimpiadă, 1969)

1081 O baterie de acumulatori alimentează o cuvă cu apă acidulată. La descărcarea bateriei se obține o cantitate de gaz detonant care prin ardere ar furniza 35% din energia cheltuită pentru încărcarea bateriei. Dacă în locul unei cuve cu apă acidulată am lega în serie mai multe asemenea cuve, evident, ar fi necesar un timp mai lung pentru a trece aceeași cantitate de electricitate ca mai înainte.

Dar, după legile lui Faraday, cantitatea de substanță depusă depinde numai de cantitatea de electricitate care a trecut prin electrolit. De aceea, chiar și într-un interval de timp mai lung în fiecare cuvă va apărea aceeași cantitate de gaz detonant ca în prima parte a experienței. Atunci prin arderea întregii cantități de gaz detonant (dezvoltat în toate cuvele) s-ar obține o cantitate de energie mult mai mare decît cea obținută la încărcarea acumulatorilor, ceea ce contrazice legea conservării energiei. Să se explice paradoxul.

(Olimpiadă, 1969)

1082 Fiind iradiat cu neutroni, un nucleu de $^{32}_{16}S$ eliberează un proton și trece în radiofosfor $^{32}_{15}P$, care emite radiații β cu energia de 1,7 MeV și are timpul de înjumătățire de 15 zile. Fiind culese într-un calorimetru cu capacitatea calorică de 10^3 J/kg, radiațiile β emise într-un minut i-au ridicat temperatura cu 81,6°C.

Se neglijează pierderile. Se cer:

1° energia reacției de formare a radiofosforului și felul acestei reacții;

2° cantitatea de sulf care a fost iradiată cu neutroni, știind că atomii de sulf sînt ciocniți în proporție de 1/100.

Se dau: $m_{P_{32}}=31{,}98409$ u, $m_n=1{,}00898$u, $m_{S_{32}}=31{,}98224$ u, $m_p=1{,}00759$ u, 1u$\leftrightarrow$931 MeV, $N=6{,}02\cdot10^{23}$.

(Olimpiadă, 1969)

1083 Un corp de 100 g se aruncă vertical în sus cu viteza de 40 m/s. În același moment, de la înălțimea maximă la care poate ajunge primul corp, cade liber un al doilea corp de 300 g care se ciocnește neelastic cu primul, după care se mișcă împreună.

Să se calculeze:

1° după cît timp de la începutul mișcării se întîlnesc cele două corpuri;

2° la ce înălțime deasupra pămîntului se întîlnesc ele;

3° ce viteză au cele două corpuri după ciocnire;
4° după cît timp ating ele pămîntul și cu ce viteză;
5° ce spațiu străbat ele în ultima secundă a căderii.
Se consideră $g=10$ m/s².

(Olimpiadă, 1970)

1084 Un cilindru, închis la ambele capete și prevăzut cu un piston mobil, conține 40 g oxigen într-un compartiment și 70 g azot în celălalt.
Se dau : lungimea cilindrului 1 m, masa pistonului 24,93 kg, temperatura 27°C, $g=10$ m/s², $M_{O_2}=32$; $M_{N_2}=28$. Să se determine poziția pistonului în următoarele cazuri :
1° cilindrul stă orizontal ;
2° cilindrul stă vertical.

(Olimpiadă, 1970)

1085 Un obiect se află la distanța de 6,25 mm de centrul optic al obiectivului unui aparat optic cu distanța focală de 6 mm. Dacă ocularul are distanța focală 5,1 mm și mărirea liniară egală cu 50, să se afle :
1° mărirea liniară a aparatului ;
2° distanța dintre imaginea dată de obiectiv și imaginea dată de ocular ;
3° distanța dintre centrul optic al obiectivului și centrul optic al ocularului ;
4° distanța dintre centrul optic al obiectivului și imaginea dată de ocular ;
5° lungimea obiectului dacă privit prin aparat lungimea sa virtuală este de 3,6 cm.

(Olimpiadă, 1970)

1086 Un corp de masă m_1 este așezat pe un plan înclinat de unghiul α, la baza lui. Corpul este acționat printr-un fir inextensibil paralel cu planul și trecut peste un scripete fix, de către un alt corp de masă m_2, suspendat la celălalt capăt al firului, la nivelul superior al planului înclinat. Coeficientul de frecare de alunecare a primului corp cu planul este μ, iar planul are lungimea l.
Se lasă liber sistemul și se cer :
1° accelerația sistemului pînă în momentul cînd corpul de masă m_2 atinge planul orizontal ;
2° viteza corpurilor din sistem în acest moment ;
3° accelerația primului corp după oprirea corpului al doilea ;
4° spațiul parcurs din primul corp din acest moment pînă la oprire ;
5° dacă în momentul opririi corpului al doilea firul se rupe, ce energie cinetică are primul corp în momentul cînd revine la baza planului înclinat?
Se dau : $g=10$ m/s² ; $l=2{,}5$ m ; $m_1=8$ kg ; $m_2=12$ kg, $\mu=\frac{\sqrt{3}}{4}$; $\alpha=30°$.

(Olimpiadă, 1970)

1087 Un cilindru se află pe un plan înclinat cu lungimea l și înclinarea α față de orizontală (cilindrul nu alunecă pe plan, ci se rostogolește). Frecările și rezistența aerului se neglijează. Axul cilindrului este tras în sus de un fir inextensibil, paralel cu planul, fir care trece peste un scripete și susține un corp de masă m, aflat la înălțimea h față de sol. Scripetele are axul paralel cu axul cilindrului. Scripetele și cilindrul sînt omogene, de aceeași masă M și aceeași rază R. Lăsîndu-se sistemul liber se cer :
1° accelerațiile corpului, cilindrului și scripetelui în timpul mișcării sistemului;

2° vitezele corpului, cilindrului și scripetelui în momentul cînd corpul atinge solul ;
3° tensiunea în fir între scripete și corp, în timpul mișcării ;
4° cînd corpul atinge solul firul se rupe ; ce distanță va parcurge cilindrul pînă la oprire ?
5° după ruperea firului scripetele continuă să se rostogolească. Ce forță trebuie să acționeze tangențial la janta scripetelui ca să-l oprească după trei rotații ?

Se dau :
$g=10$ m/s², $l=6$ m ; $h=1{,}2$ m ; $R=60$ cm ; $m=12$ kg ; $M=6$ kg ; $\alpha=30°$.

(Olimpiadă, 1970)

1088 Printr-o bobină trece un curent electric descris de ecuațiile : $u=314 \sin 100\ \pi t$; $i=5 \sin\left(100\pi t-\frac{\pi}{3}\right)$. Se cer :

1° valorile elementelor R și L ale bobinei ;
2° ce curent, și cu ce defazaj față de tensiunea la borne, s-ar stabili printr-un condensator cu capacitatea de $50\sqrt{3}\ \mu$F, legat în paralel cu bobina la aceeași sursă ;
3° idem, în serie ;
4° ce ar indica un voltmetru conectat pe rînd la bornele bobinei și condensatorului legate în serie ;
5° ce capacitate ar fi trebuit să aibă condensatorul pentru a se realiza rezonanța de tensiune în circuitul serie ?

(Olimpiadă, 1970)

1089 Într-un ecran vertical se află două mici deschideri la distanța l una de alta, pe aceeași verticală. Pe mediatoarea centrelor celor două deschideri, la stînga ecranului, se află un izvor luminos punctual care emite radiații monocromatice. În dreapta ecranului cu deschideri și paralel cu el se așază un alt ecran E, la distanța D.

1° Să se calculeze lungimea de undă a radiației luminoase, pe baza fenomenului de interferență produs pe ecranul E, cunoscînd interfranja d (distanța dintre două franje luminoase consecutive).
2° Spațiul dintre cele două ecrane se umple cu apă, care are indicele de refracție n. Care este noua valoare a interfranjei ?
3° Se înlătură apa și se acoperă una din deschideri cu o placă din sticlă așezată pe fața dinspre ecranul E. În aceste condiții franja luminoasă centrală se deplasează pe ecranul E spre partea deschiderii acoperite, iar noua ei poziție coincide cu poziția celei de a 20-a franje luminoase de la punctul 1° al problemei. Se cere grosimea lamei de sticlă.
4° Dacă în situația de la punctul 1° se înlocuiește izvorul monocromatic cu altul de lumină albă, ce lățime are primul spectru obținut pe ecranul E?

Se dau : $i=0{,}5$ mm ; $D=1$ m ; $d=1$ mm ; $n_{apă}=1{,}33$; $\lambda_{roșu}=800$ nm ; $\lambda_{violet}=400$ nm ; $n_{sticlă}=1{,}5$.

(Olimpiadă, 1970)

1090 Două puncte materiale A și B, avînd masele m_1 și m_2, se deplasează uniform cu vitezele v_1 și v_2 pe două direcții care fac între ele unghiul α. În momentul inițial punctele se află la distanțele d_1 și d_2 față de intersecția O a celor două direcții. Se cere :

1° să se stabilească condiția de întîlnire a celor două mobile;
2° traiectoria centrului de masă al sistemului format de aceste puncte, pînă la ciocnirea lor perfect elastică;
3° viteza centrului de masă pînă la ciocnire;
4° traiectoria și viteza sistemului după ciocnirea elastică a punctelor;
5° variația energiei sistemului produsă în timpul ciocnirii, ΔW;
6° să se stabilească între care limite variază ΔW în funcție de unghiul α.

(Olimpiadă, 1970)

1091 Considerînd acțiunea vîntului asupra planului pînzei unei bărci, să se arate cum trebuie așezată pînza față de direcția de înaintare a bărcii precum și față de direcția vîntului astfel încît barca să poată înainta „contra vîntului".

(Olimpiadă, 1970)

1092 Un corp cu masa 0,1 kg, suspendat de un resort cu masa neglijabilă, se află în repaus în punctul O. Se acționează asupra sistemului astfel încît el să efectueze oscilații armonice. Cînd corpul se află la 1 cm de O forța elastică din resort are valoarea de 3,6 N.
1° Să se determine perioada de oscilație a acestui pendul elastic.
2° Se consideră punctul O drept originea elongației. La momentul inițial mobilul trece prin O cu viteza de 3 m/s, în sensul pozitiv pe traiectorie. Să se scrie ecuațiile elongației, vitezei și accelerației pendulului.
3° După cît timp de la trecerea mobilului prin O energia cinetică a pendulului este egală cu energia sa potențială?
4° Să se calculeze intervalul de timp după care mobilul trece prima dată prin punctul în care elongația este $y=-3$ cm, mișcarea mobilului făcîndu-se în sens pozitiv (sin $37°=0{,}6$).
5° Se desprinde corpul de resort. Se suspendă de resort un platan de balanță cu masa neglijabilă. Se lasă să cadă pe platan de la înălțimea de 5 cm un corp cu masa de 3,6 kg, care rămîne pe platan. Platanul efectuează oscilații armonice. Să se determine amplitudinea oscilațiilor ($g=10$ m/s^2).

(Olimpiadă, 1970)

1093 Un tub în formă de U, cu secțiunea constantă, are una din ramuri închisă și conține o masă constantă de gaz perfect, limitată de mercur; cealaltă ramură comunică cu atmosfera. La 0°C gazul are volumul V, iar mercurul are același nivel în ambele ramuri. Se încălzește uniform tubul la temperatura t'; volumul gazului devine V'.
Se readuce sistemul la starea inițială și apoi încălzirea gazului se face în alt mod: se încălzește gazul sub presiune constantă lăsînd să curgă mercur prin robinetul R, aflat la partea inferioară a vasului, pînă cînd volumul gazului devine V'. Apoi se încălzește gazul la volum constant turnînd progresiv mercur prin ramura deschisă, pînă se atinge temperatura t'. Să se explice de ce cantitatea de căldură absorbită de transformarea efectuată în prima experiență este mai mare decît cantitatea de căldură absorbită în transformarea efectuată în a doua experiență.

(Olimpiadă, 1970)

1094 Un condensator plan este așezat vertical. Între plăci, în vid, se află un corp punctual avînd masa m și sarcina electrică q. Considerînd corpul în zona în care cîmpul este uniform și aplicînd plăcilor o tensiune constantă se realizează un cîmp electrostatic cu intensitatea E; polaritatea se schimbă

periodic și brusc cu frecvența ν. Să se stabilească depărtarea minimă a plăcilor astfel încît corpul să nu atingă plăcile.

(Olimpiadă, 1970)

1095 Fotonii γ de energie 2,62 MeV dezintegrează deutronii în protoni și neutroni. Protonii sînt observați într-o cameră Wilson, aflată într-un cîmp magnetic cu inducția de 0,4 T ce creează traiectorii cu raza de 15 cm. Se consideră că $m_p = m_n = 1{,}0076$ u. Un proton emis în această dezintegrare, dacă ciocnește un nucleu de $^{7}_{3}Li$ aflat în repaus, îl poate dezintegra în două particule cu energii cinetice egale.

Se cer:

1° ecuațiile reacțiilor nucleare ce se produc;

2° energia de legătură a deutronului;

3° energia cinetică a unei particule α emise;

4° numărul de protoni necesari pentru a obține 8,31 cm^3 de He, la temperatura de 27°C și presiunea de 10 N/m^2, dacă ei ating ținta în proporție de 10%.

Se dau: $m_{Li} = 7{,}0182$ u; $m_\alpha = 4{,}0038$ u; numărul lui Avogadro, $N = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ molecule/mol; constanta gazelor $R = 8{,}31$ J/mol°K.

(Olimpiadă, 1970)

1096 Mecanicul unui tren, care se deplasează uniform cu viteza v_0 printr-un defileu de munte, observă o stîncă în cădere liberă verticală. El apreciază că dacă ar încerca să frîneze pînă la oprire, stînca ar lovi locomotiva, iar dacă și-ar continua uniform mersul, piatra ar lovi ultimul vagon. Știind că lungimea trenului este l și că prin accelerarea trenului stînca a căzut la distanța d în urma acestuia să se calculeze:

1° la ce distanță față de punctul de cădere al stîncii a început mecanicul să accelereze;

2° accelerația trenului;

3° la ce înălțime se afla piatra în momentul trecerii locomotivei pe sub ea.

Aplicație numerică: $v_0 = 72$ km/h; $l = 100$ m; $d = 10$ m; $g = 10$ m/s^2.

(Olimpiadă, 1971)

1097 Se dau: un bec de 100 W, 110 V; un altul de 100 W, 120 V și un reșou de 300 W, 120 V.

1° Cu ajutorul a două rezistoare variabile să se realizeze un montaj în stare de funcționare normală la 220 V și să se calculeze valorile rezistențelor lor precum și energia consumată de sistem în timp de o oră.

2° Pentru a proteja montajul se introduce o siguranță fuzibilă de cupru, a cărei secțiune a fost calculată pentru un curent dublu celui absorbit în mod normal. Pentru cupru rezistivitatea este $1{,}8 \cdot 10^{-8}$ $\Omega \cdot m$, căldura specifică 376,2 J/kg·grd, densitatea $8{,}9 \cdot 10^3$ kg/m^3; se știe de asemenea că siguranța suferă o variație de temperatură de 1 000°C atunci cînd 9/10 din căldura degajată se pierde în timp de o secundă.

Să se calculeze secțiunea siguranței.

(Olimpiadă, 1971)

1098 Se consideră o lentilă convergentă L, urmată de o oglindă plană, perpendiculară pe axa principală a lentilei.

1° Să se construiască mersul unei raze luminoase provenite din focarul F al lentilei. Ce se întîmplă cu această rază dacă oglinda se deplasează paralel cu ea însăși?

2° Să se construiască mersul unei raze de lumină ce provine de la un punct oarecare A, aflat în planul focal al lentilei. Să se deducă caracteristicile imaginii $A'B'$ a unui obiect AB, plasat în planul focal al lentilei.

3° Să se explice cum poate fi folosit acest montaj pentru determinarea distanței focale a unei lentile convergente.

4° Se pune oglinda în planul focal imagine al unei lentile convergente cu distanța focală $f=40$ cm. Punctul A de pe axa principală este situat la 60 cm în fața lentilei.

Să se construiască imaginea unui obiect AB, perpendicular pe axă, utilizînd următoarele raze: BI paralelă cu axa principală și BF trecînd prin focarul obiect.

Să se afle poziția imaginii față de lentilă.

(Olimpiadă, 1971)

1099 De la baza unui plan înclinat cu unghiul α față de orizontală și cu înălțimea h, este aruncat pe plan în sus un corp cu viteza v_0. Coeficientul de frecare pe plan este μ.

Se neglijează frecarea cu aerul. Să se determine:

1° înălțimea maximă atinsă de corp după părăsirea planului înclinat;

2° viteza cu care corpul atinge solul.

Aplicație numerică: $\alpha=45°$; $h=4$ m; $v_0=14$ m/s; $\mu=0{,}2$; $g=10$ m/s^2.

(Olimpiadă, 1971)

1100 Pe un plan înclinat cu unghiul α și lungimea l se află un corp de masă m_1. El este legat cu o sfoară trecută peste un scripete fix și avînd la capăt suspendat un corp de masă m_2. Coeficientul de frecare este μ. Frecarea cu aerul se neglijează.

Să se determine accelerația și timpul cît durează mișcarea pe plan, în fiecare din cele două cazuri posibile.

(Olimpiadă, 1971)

1101 Un balon de sticlă a fost cîntărit succesiv la aceeași temperatură:

a) vidat: $m_1=200$ g;

b) umplut cu aer la presiunea $p_a=1$ atm, $m_2=204$ g;

c) umplut cu gaz la presiunea $p_g=1{,}5\cdot10^5$ N/m^2: $m_3=210$ g.

Să se determine masa moleculară M_g a gazului, știind că pentru aer $M_a=29$.

(Olimpiadă, 1971)

1102 Într-un vas se găsește un volum V_1 dintr-un lichid la temperatura t_1. În lichid se introduce un corp cu un volum V_2 la temperatura $t_2<t_1$.

1° Să se calculeze temperatura finală a sistemului cunoscînd căldura specifică, coeficientul de dilatație și densitățile la 0°C pentru lichid și corp.

2° Dacă S este secțiunea vasului, să se calculeze variația de nivel a lichidului din vas între starea inițială (înainte de introducerea corpului) și starea finală a sistemului. Se neglijează capacitatea calorică a vasului și dilatația lui.

(Olimpiadă, 1971)

1103 Un termocuplu înseriat cu un galvanometru este conectat la borna A și la cursorul C al unui potențiometru. Între bornele A și B ale potențiometrului

este conectat un acumulator cu t.e.m. E (v. fig. 210). Știind că sudura rece, T_0, a termocuplului se află într-un vas cu gheață care se topește și că pentru o poziție C a cursorului curentul prin galvanometru este nul, să se calculeze temperatura T a celeilalte suduri. Între t.e.m. produsă de termocuplu și diferența de temperatură există relația $e=\alpha\Delta t$.

Ce se întîmplă dacă se inversează sursele de încălzire a sudurilor ?

Se dau : $\alpha=5{,}3\cdot10^{-5}$ V/grd ; $E=2$ V ; $R_{AB}=10^4\ \Omega$; $R_{AC}=79{,}5\ \Omega$.

(Olimpiadă, 1971)

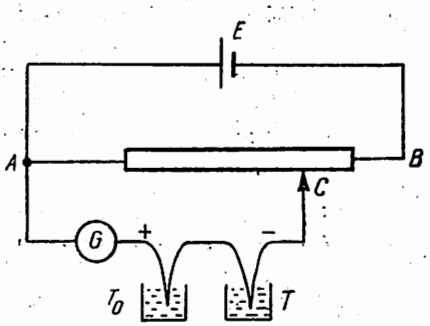


Fig. 210.

1104 La bornele unei surse de t.e.m. alternativă U se conectează în serie o bobină cu inductanța L și un rezistor cu rezistența R. În paralel cu aceasta se montează un condensator variabil înseriat cu un întrerupător K.

Să se exprime valoarea capacității C în funcție de R, L și ω pentru ca intensitatea totală I să nu se modifice prin închiderea sau deschiderea întrerupătorului K.

(Olimpiadă, 1971)

1105 Într-o oglindă sferică concavă, așezată orizontal, se toarnă puțină apă. Oglinda dă inițial o imagine reală a unui obiect, pe un ecran la o distanță de 54 cm de ea. În al doilea caz, cu apă, se apropie ecranul de oglindă și imaginea se prinde din nou la o distanță de 36 cm de oglindă.

Să se determine raza de curbură R a oglinzii precum și distanța obiectului față de oglindă, știind că indicele de refracție al apei este 4/3.

(Olimpiadă, 1971)

1106 Într-o experiență Rutherford s-a observat că la ciocnirea particulelor α, cu energia $E=5$ MeV, de nuclee de Cu, particulele se întorc pe aceeași direcție, cu energia $E'=3{,}9$ MeV.

Să se deducă relația dintre masa M a nucleului de cupru în repaus și masa m a particulei α.

(Olimpiadă, 1971)

1107 Șase bile din fildeș sînt suspendate cu sfori de aceeași lungime de un suport orizontal. Bilele sînt în contact. Se scoate o bilă marginală din poziția de echilibru, astfel ca firul de suspensie să facă cu verticala unghiul α. Apoi bila se lasă liberă. Să se descrie comportarea sistemului de bile după ciocnire. Același lucru cînd s-ar scoate din poziția de echilibru 2, 3,... bile marginale.

(Olimpiadă, 1971)

1108 Se dau : un fir cu plumb ; un vas paralelipipedic care conține o anumită cantitate de lichid ; o riglă gradată și un raportor.

Cum pot fi utilizate aceste obiecte pentru construcția unor dispozitive cu care să se poată măsura accelerația vehiculelor care se mișcă orizontal ?

(Olimpiadă, 1971)

1109 În cabina unui ascensor de masă M este atîrnat un corp de masă m. Ascensorul urcă în mişcare accelerată sub acţiunea unei forţe constante $F>g(M+m)$. La început corpul de masă m se află la înălţimea S deasupra podelei ascensorului.

1° Să se determine acceleraţia ascensorului.

2° Care este tensiunea în firul de care este suspendat corpul ?

3° Dacă firul se rupe brusc, care este acceleraţia ascensorului imediat după aceasta ?

4° După cît timp ajunge corpul de masă m pe podeaua ascensorului ?

(Olimpiadă, 1971)

1110 Pe un plan înclinat care face un unghi α cu orizontala este aşezat un corp A. Ce acceleraţie trebuie imprimată planului, pe direcţia orizontală, pentru ca corpul A să cadă liber pe verticală ?

Aplicaţie : $\alpha=45°$, $g=10$ m/s^2.

(Olimpiadă, 1971)

1111 Într-un vas cu apă pluteşte un bloc de gheaţă. Cum se modifică nivelul apei din vas din cauza topirii gheţii, dacă în blocul de gheaţă a fost inclusă : o bucată de lemn ; o piatră ; o bulă de aer.

(Olimpiadă, 1971)

1112 Se dau : un balon de sticlă astupat cu un dop prin care pătrunde un tub de sticlă în formă de U (cu unul din braţe mult mai scurt) ; un vas cu apă ; un cilindru gradat.

Cum se poate determina cu ajutorul materialelor date diferenţa de temperatură dintre mîini şi aerul din cameră ?

(Olimpiadă, 1971)

1113 1° Un cilindru de volum V conţine ozon la presiunea p_1 şi are greutatea G_1. Se scoate gaz din cilindru la temperatura constantă a mediului ambiant pînă la presiunea p_2 şi greutatea G_2.

Să se calculeze densitatea gazului, la temperatura mediului ambiant şi la presiunea atmosferică normală p_0.

2° În cilindru a mai rămas o masă m de ozon la temperatura T_1. Considerăm că ozonul se transformă în întregime în oxigen. De cîte ori va creşte presiunea în cilindru dacă pentru formarea unei molecule gram de ozon din oxigen trebuie să se cheltuiască o cantitate de căldură q ? Se consideră cunoscute : căldura molară a oxigenului (capacitatea calorică a unei molecule gram de oxigen) $C_v=5/2\ R$, constanta R, masele molare M_1 (ozon), M_2 (oxigen).

3° Se aduce masa de oxigen în condiţii normale de presiune şi temperatură (p_0, T_0). Să se calculeze variaţia energiei interne a gazului pentru următoarele transformări : *a*) la volum constant, presiunea se dublează ; *b*) la presiune constantă, volumul se dublează.

4° Oxigenul este adus la temperatura T. Cilindrul în care se află oxigenul comunică printr-un tub prevăzut cu un robinet cu un recipient plin cu apă la temperatura $T_3=373$°K ($T>T_3$). Se deschide robinetul şi se constată că presiunea finală este $2\ p_0$ şi că rămîne apă lichidă la 373°K. Să se calculeze masa de apă vaporizată şi temperatura T. Se vor considera cunoscute : căldura latentă specifică de vaporizare a apei, l_v şi masa molară a apei M.

(Olimpiadă, 1971)

1114 La extremitatea inferioară a unei tije verticale cu masa neglijabilă mobilă în jurul unui ax orizontal O, este fixată o sferă A cu masa $M=65$ g la distanța $OA=l=2$ cm. Pe această tijă poate fi deplasat, de partea opusă lui A, un cursor B cu masa $m=10$ g.

1° Să se calculeze, în funcție de $OB=x$, distanța $d=OC$ de la axul de rotație la centrul de greutate al sistemului.

2° Să se determine, în funcție de x, lungimea pendulului simplu sincron cu acest pendul fizic, care oscilează în jurul axei O, cît și perioada sa de oscilație. Pentru ce valori ale lui x acest pendul bate secunda ? Se vor presupune corpurile A și B punctuale și $g=\pi^2$ m/s^2.

3° Acest pendul fizic este un metronom care produce un sunet la fiecare jumătate de perioadă. Să se exprime în funcție de x numărul y de sunete produse într-un minut.

(Olimpiadă, 1971)

1115 Într-o cupă de fier cu topitură de azotat de sodiu se introduce balonul de sticlă al unui bec cu filament de wolfram, alimentat [illegible] tensiune corespunzătoare unei funcționări normale. Dacă se leagă prin intermediul unei ramuri de circuit formată dintr-un rezistor, un ampermetru și o baterie, filamentul becului cu cupa de fier, ca în figura 211, se constată : prezența unui curent în circuitul format ; formarea unei oglinzi strălucitoare pe partea inferioară a balonului de sticlă.

Explicați fenomenele care se petrec în timpul acestei experiențe.

Observație : se va ține seama de compoziția sticlei.

(Olimpiadă, 1971)

1116 Pe o masă de lucru se află : un ac magnetic, sîrmă de cupru izolată, un raportor, dispozitive pentru suspensie.

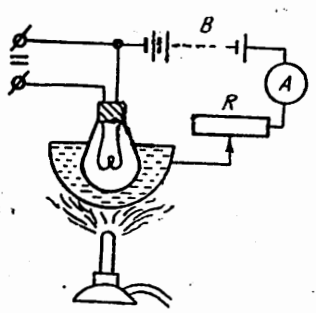


Fig. 211.

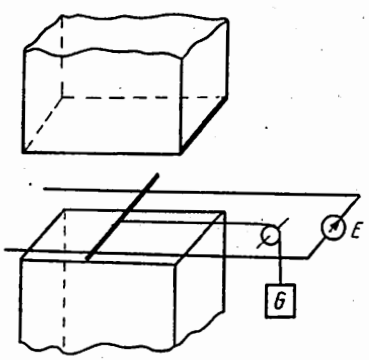


Fig. 212.

Folosind aceste materiale, puse la dispoziție, trebuie să propuneți un aparat pentru măsurarea intensității curentului electric.

Precizați care sînt factorii de care depinde constanta aparatului.

(Olimpiadă, 1971)

1117 Două șine paralele, perfect conductoare, situate într-un plan orizontal la distanța l una de cealaltă sînt legate la una din extremități printr-o pilă electrică de tensiune electromotoare E și rezistență interioară neglijabilă. O bară conductoare de rezistență R, legată printr-un fir subțire izolant, petrecut după un scripete, de o greutate G (v. fig. 212) poate aluneca paralel

cu ea însăşi, într-o direcţie paralelă cu şinele. Ştiind că planul barelor este intersectat normal de liniile de cîmp ale unui cîmp magnetic uniform şi constant în timp, de inducţie B, se cere:

1° Să se determine viteza barei, după ce mişcarea a devenit uniformă.

2° Să se facă, pentru această situaţie, bilanţul puterilor.

Se vor considera neglijabile toate frecările.

(Olimpiadă, 1971)

1118 La trecerea transversală printr-un cîmp magnetic uniform, radiaţiile α emise de o substanţă radioactivă sînt deviate sub forma unui fascicul îngust, în timp ce radiaţiile β sînt deviate sub forma unui fascicul larg (divergent). Să se explice fenomenul şi să se justifice matematic.

(Olimpiadă, 1971)

1119 Un tetraedru din sticlă cu indicele de refracţie n şi latura a este suspendat de un fir prin unul din vîrfurile sale. Pe el cade vertical un fascicul paralel de lumină monocromatică.

Să se deducă ce se observă pe un ecran orizontal aşezat la distanţa a de baza tetraedrului. Se vor neglija eventualele reflexii ale luminii.

Aplicaţie pentru $a=10$ cm, $n=2$.

(Olimpiadă, 1971)

1120 1° Un nucleu de masă M excitat se dezexcită printr-o emisie succesivă, pe direcţii diferite, a doi fotoni γ cu frecvenţele ν_1, ν_2. Să se determine intervalul de valori în care poate fi cuprinsă energia de recul a nucleului.

2° Nucleul excitat provine din capturarea unui neutron de către $^{23}_{11}Na$. Să se scrie ecuaţia de interacţie ştiind că nucleul excitat se dezexcită numai printr-o singură emisie γ.

3° Ştiind că în acest caz lungimea de undă a fotonului γ emis este 0,1 Å, că masa nucleului de sodiu excitat este $M_1=23{,}998$ unităţi atomice de masă şi că energia de legătură a moleculei din care face parte nucleul excitat nu depăşeşte 5 eV, să se stabilească dacă prin recul se rupe molecula.

(Olimpiadă, 1971)

1121 Două condensatoare electrice, de capacităţi C_1, C_2 şi o sursă de curent continuu avînd o tensiune la borne U sînt conectate ca în figura 213. Condensatoarele iniţial neîncărcate, se încarcă prin trecerea repetată a comutatorului din poziţia a în poziţia b şi invers. Să se calculeze tensiunea la bornele condensatoarelor precum şi cantităţile de electricitate acumulate de condensatoare după n manevre complete.

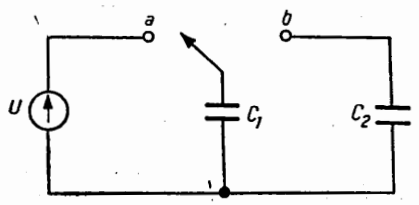


Fig. 213.

(Olimpiadă, 1971)

1122 La marginea unei platforme orizontale situată la înălţimea h faţă de sol, se află în repaus o sferă de masă M. Un proiectil de masă m vine pe o direcţie orizontală cu viteza v_0 şi străpunge sfera prin centru.

1° La ce distanţă faţă de marginea platformei a căzut proiectilul dacă sfera a căzut la distanţa S de aceasta?

2° Ce parte din energia cinetică a proiectilului s-a transformat în căldură în timpul străpungerii sferei?

Rezistența aerului se poate neglija. Calculele se vor efectua pentru următoarele valori numerice: $h=5$ m, $M=200$ g, $m=10$ g, $v_0=500\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $S=20$ m.

(Olimpiada internațională, Varșovia, 1967, Olimpiadă, 1969)

1123 Să se calculeze rezistența între punctele A și B ale unui sistem infinit de rezistențe egale, reprezentat parțial în schema din figura 214.

(Olimpiada internațională, Varșovia, 1967)

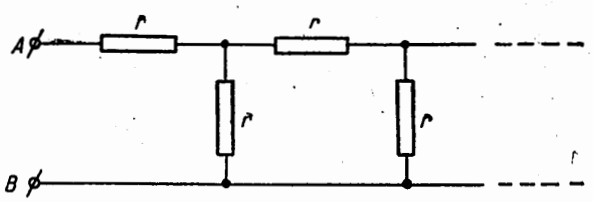


Fig. 214.

1124 Într-un recipient, de volum $V=10$ l, se găsește aer uscat sub presiunea de 760 mm Hg și la temperatura de 0°C (condiții normale). S-au introdus în acest recipient 3 g de apă și s-a încălzit recipientul pînă la temperatura $t=100$°C. Să se determine presiunea în recipient după încălzire. Se va neglija dilatația recipientului.

(Olimpiada internațională, Varșovia, 1967)

1125 Se dau: un calorimetru, o balanță, alice pentru echilibrarea balanței, vase de sticlă, fire conductoare electrice, sursă de curent electric, un întrerupător, termometru, cronometru, petrol și apă. Se consideră căldura specifică a apei cunoscută, $c=4\,185\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$. Să se determine căldura specifică a petrolului neglijînd căldura absorbită de calorimetru. Propuneți o problemă în care să țineți seama și de căldura absorbită de calorimetru. Se dă căldura specifică a calorimetrului, $c'=3\,770\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$.

(Olimpiada internațională, Varșovia, 1967)

1126 Pe un plan înclinat la 30° se află un cilindru omogen de masă 8 kg. De axul cilindrului este legat cu un fir, un corp paralelipipedic cu masa 4 kg. Care este accelerația sistemului? Coeficientul de frecare între corpul paralelipipedic și plan este $\mu=0{,}2$. Se neglijează frecările cilindrului de plan și ax, iar firul este considerat inextensibil.

(Olimpiada internațională, Budapesta, 1968)

1127 Într-un pahar se află un volum de 300 cm³ de toluen la temperatura de 0°C, iar în alt pahar un volum de 110 cm³ de toluen la temperatura de 100°C. Ce mărime va avea volumul total, după amestecarea celor două lichide? Coeficientul volumic de dilatație termică al toluenului este 0,001 grd^{-1}. Se neglijează pierderile de căldură de orice gen.

(Olimpiada internațională, Budapesta, 1968)

1128 Se dă un corp de formă semicilindrică, din sticlă, cu indicele de refracție $\sqrt{2}$. Pe suprafața plană a acestui corp cad raze de lumină sub un unghi de 45°. Razele se află într-un plan perpendicular pe axa cilindrului. Prin ce parte a suprafeței cilindrului vor ieși razele de lumină?

(Olimpiada internațională, Budapesta, 1968)

1129 Fie sistemul mecanic reprezentat în figura 215, care constă din cărucioarele A, B, C avînd masele respectiv $m_1=300$ g, $m_2=200$ g, şi $m_3=1\,500$ g.

1° O forţă orizontală este aplicată căruciorului C şi are mărimea astfel calculată încît cărucioarele A şi B rămîn în repaus relativ faţă de căruciorul C.

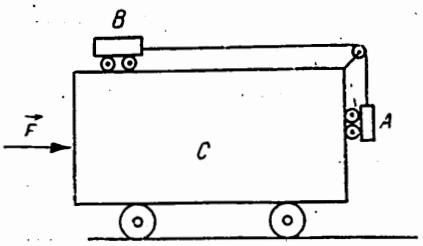


Fig. 215.

a) să se calculeze tensiunea în firul întins între cărucioarele A şi B;

b) să se determine mărimea forţei F.

2° Presupunînd căruciorul C imobil:

a) să se calculeze acceleraţia cărucioarelor A şi B;

b) să se calculeze tensiunea în fir.

În această problemă se vor neglija forţele de rezistenţă şi frecare. Se consideră momentele de inerţie ale scripetelui şi ale roţii fiecărui cărucior ca neglijabile. Se neglijează masa firului.

(Olimpiada internaţională, Brno, 1969)

1130 Într-un calorimetru de cupru de masă m_1 se află o cantitate de apă de masă m_2, temperatura sistemului fiind t_2. În apa din calorimetru se introduce o bucată de gheaţă de masă m_3, cu temperatura t_3 mai mică decît 0°C.

1° Să se determine temperatura şi masele de apă şi gheaţă după ce starea de echilibru a fost atinsă, presupunînd că mărimile m_1, m_2, m_3, t_2, t_3, pot avea orice valoare. Să se stabilească ecuaţiile calorimetrice ale tuturor transformărilor posibile care trebuie luate în consideraţie pentru rezolvarea problemei.

2° Să se determine temperatura şi masele de apă şi de gheaţă pentru următoarele valori: $m_1=1$ kg, $m_2=1$ kg, $t_2=10$°C, $t_3=-20$°C, $m_3=2$ kg.

Se vor neglija pierderile de energie. Se va presupune presiunea atmosferică la valoarea normală. Căldura specifică a cuprului este $c_1=394$ J/kg·grd, căldura latentă de topire a gheţii este $l=334$ kJ/kg, iar căldura specifică a gheţii este $c_3=2{,}1$ kJ/kg·grd.

(Olimpiada internaţională, Brno, 1969)

1131 O sferă mică de masă m, încărcată cu sarcina electrică q, este suspendată la extremitatea unui fir subţire şi izolant. Celălalt capăt al firului este fixat în punctul cel mai de sus al unui inel circular de rază R. Inelul este format dintr-un fir metalic rigid de secţiune neglijabilă şi este aşezat într-un plan vertical. Pe inel este repartizată uniform o sarcină electrică Q de acelaşi semn cu q. Să se determine lungimea r a firului pentru care poziţia finală a sferei, după devierea ei, să se găsească pe axa inelului (în echilibru).

Să se găsească mai întîi soluţia generală a problemei. Apoi, să se găsească soluţia pentru următoarele valori numerice: $Q=q=9\cdot 10^{-8}$ C, $R=5$ cm, $m=1$ g, $\varepsilon_0=8{,}856\cdot 10^{-12}$ F/m; se va neglija masa firului.

(Olimpiada internaţională, Brno, 1969)

1132 Deasupra unui cub din sticlă cu feţele plane şlefuite, avînd latura de 2 cm, se aşază o lamă de sticlă cu feţele plane, aşa fel încît între lamă şi faţa

cubului să se formeze o lamă subțire interferometrică de aer, cu fețe paralele (v. fig. 216). Dacă pe lamă cade perpendicular un fascicul de radiații cu lungimile de undă cuprinse între 400 nm și 1 150 nm și pentru care lama este transparentă, condiția de interferență maximă prin reflexie este îndeplinită numai pentru două lungimi de undă din intervalul indicat și anume, pentru $\lambda_1 = 400$ nm și pentru încă o altă lungime de undă.

1° Să se determine mărimea acestei a doua lungimi de undă.

2° Să se calculeze cu cît trebuie să crească temperatura cubului pentru ca prin dilatația sa, să se producă contactul între lamă și fața cubului.

Coeficientul de dilatație liniară al cubului este $\alpha = 8 \cdot 10^{-6}$ grd^{-1}; indicele de refracție al aerului este $n = 1$. Distanța dintre fața inferioară a cubului și lamă rămîne neschimbată în timpul încălzirii cubului.

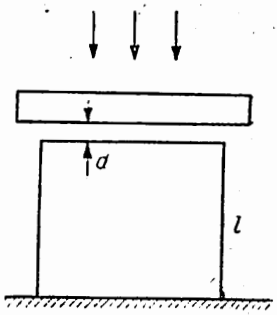


Fig. 216.

(Olimpiada internațională, Brno, 1969)

1133 O planșetă rectangulară destul de lungă, de masă $M = 1$ kg, poate să se deplaseze fără frecare pe o suprafață orizontală bine lustruită. Un cărucior poate glisa cu frecare pe suprafața superioară a planșetei (v. fig. 217, *a*). Extremitatea anterioară a căruciorului se găsește la distanța $L = 50$ cm de extremitatea anterioară a planșetei. Coeficientul de frecare $\mu = 0{,}02$, iar masa căruciorului $m = 100$ g. Un motor suficient de puternic fixat pe cărucior înfășoară un fir pe arborele său, $v_0 = 10 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

În primul caz, cealaltă extremitate a firului este fixată de un suport imobil destul de îndepărtat, exterior planșetei; în al doilea caz ea este atașată la un suport solidar cu planșeta (fig. 217, *b*).

Menținînd planșeta M imobilă, se lasă posibilitatea căruciorului m să se deplaseze cu viteza v_0, după care se eliberează și planșeta.

1° Să se determine în cele două cazuri caracterul mișcării și vitezele de mișcare ale planșetei și căruciorului, în cazul cînd se lasă planșeta liberă.

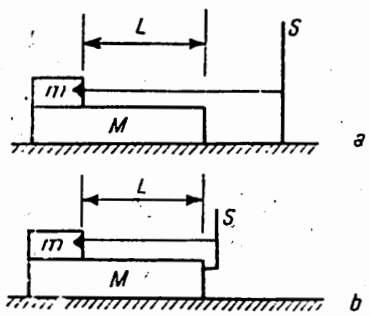


Fig. 217.

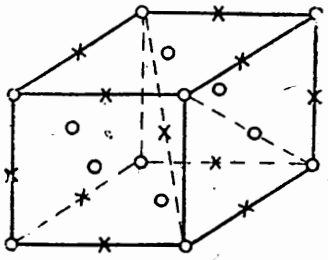


Fig. 218.

2° În cele două cazuri să se determine timpul necesar căruciorului pentru a atinge capătul anterior al planșetei.

(Olimpiada internațională, Moscova, 1970)

1134 O celulă elementară a unui cristal de clorură de sodiu reprezintă un cub. Lungimea muchiei acestui cub este $a = 5{,}6$ Å. Pe figura 218 sînt desenate

poziţiile ocupate de atomii de sodiu (cerculeţe) şi cele ale atomilor de clor (cruciuliţe). Un cristal de clorură de sodiu reprezintă un ansamblu de astfel de celule elementare.

Masa atomică a sodiului este 23 iar a clorului este 35,5. Densitatea clorurii de sodiu este $\rho = 2{,}22 \frac{g}{cm^3}$.

Să se determine masa atomului de hidrogen şi să se dea toate explicaţiile necesare.

(Olimpiada internaţională, Moscova, 1970)

1135 Se dă o sferă metalică de rază $R=29$ cm, cu pereţi foarte subţiri. În interiorul acestei sfere se plasează concentric o sferă metalică de rază $r=10$ cm.

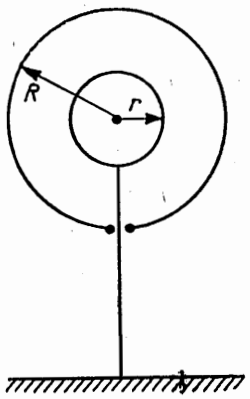


Fig. 219.

Sfera interioară este legată la pămînt printr-un fir conductor destul de lung ce trece printr-un orificiu al sferei exterioare (v. fig. 219).

1° Se comunică sferei exterioare sarcina $Q=10^{-8}$ C. Să se determine potenţialul acestei sfere.

2° Să se determine capacitatea electrică a sistemului astfel obţinut. Să se dea pentru sistem schema electrică echivalentă.

(Olimpiada internaţională, Moscova, 1970)

1136 Un telescop are o oglindă sferică cu raza de curbură egală cu 2 m. Se plasează în focarul principal al acestei oglinzi un receptor de radiaţii avînd forma unui disc. Discul este perpendicular pe axa optică a telescopului.

1° Care trebuie să fie dimensiunile receptorului pentru ca el să capteze tot fluxul de radiaţii reflectat de oglindă ? Dimensiunile transversale ale oglinzii (diametrul calotei sferice) sînt egale cu 50 cm.

2° De cîte ori se micşorează fluxul radiaţiei captate de receptor, dacă dimensiunile calotei se micşorează de 8 ori.

Observaţii: 1. În calcule, pentru valorile mici ale lui x se vor face aproximările $\sqrt{1-x^2} = 1 - \frac{x^2}{2}$.

2. Nu se ţine seama de fenomenul de difracţie.

(Olimpiada internaţională, Moscova, 1970)

1137 Pe masa de lucru se găsesc trei lentile diferite, pe suporturi, un ecran pe care este desenată o figură geometrică, un fir vertical fixat pe suport şi o bandă divizată pentru măsurat lungimi. Numai cu ajutorul acestor piese să se determine distanţele focale precum şi semnul lor. Se cere:

1° să se indice cel puţin două metode de rezolvare, să se facă schemele dispozitivelor indicate şi să se facă schema mersului razelor în fiecare caz;

2° să se dea explicaţiile teoretice şi să se găsească toate formulele necesare pentru calcul;

3° să se efectueze toate măsurătorile şi să se calculeze distanţele focale ale lentilelor;

4° să se facă un referat asupra lucrării efectuate.

Observaţie: în lucrare se vor folosi numai piesele date.

(Olimpiada internaţională, Moscova, 1970)

1138 În lipsa unor elemente galvanice identice au fost conectate în paralel 2 elemente galvanice cu tensiunile electromotoare E_1 și E_2 și rezistențele interioare r_1 și r_2. Ele debitează într-un circuit exterior de rezistență R. Să se afle tensiunea electromotoare E și rezistența internă r a unui element galvanic care debitează în circuitul exterior același curent și să se arate ce relații trebuie să existe între E, E_1 și E_2.

(Concurs de preselecție pentru Olimpiada internațională)

1139 Pe un plan înclinat de unghi $\alpha=0{,}1$ rad este așezat un corp în repaus. Coeficientul de frecare dintre corp și plan este $\mu=0{,}28$. Planul este pus într-o mișcare oscilatorie armonică cu amplitudinea $A=4{,}9$ cm după o direcție conținută în planul înclinat. În ce direcție și cu ce frecvență minimă trebuie să oscileze planul pentru ca corpul să înceapă să alunece pe plan ?

(Concurs de preselecție pentru Olimpiada internațională)

1140 Un cilindru de masă m, rază R și moment de inerție I, este așezat pe un plan înclinat de unghi α. Pe cilindru este înfășurat un fir care merge fără frecare de-a lungul planului înclinat, este trecut peste un scripete și legat la o greutate M care atîrnă liber, ca în figura 220. Care trebuie să fie coeficientul de frecare la lunecare μ minim necesar între cilindru și planul înclinat pentru ca cilindrul să se rostogolească fără lunecare ?

(Concurs de preselecție pentru Olimpiada internațională)

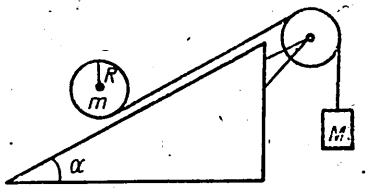


Fig. 220.

1141 Peste un scripete de inerție neglijabilă, care se rotește fără frecări în jurul axei sale orizontale fixe, este trecut un fir. Un capăt al firului este legat la un corp de masă m, iar celălalt capăt este înfășurat peste un tambur de aceeași masă m, de rază R și de moment de inerție I.

1° Să se calculeze accelerația centrului de greutate al tamburului.

2° Cît va fi această accelerație dacă corpul de la celălalt capăt al firului se dezleagă și în locul său se trage de fir în jos cu o forță egală cu greutatea sa mg ?

(Concurs de preselecție pentru Olimpiada internațională)

1142 Un vas de volum $V_1=50$ l, conținînd gaz la temperatura $t=17°C$ și la presiunea normală, este legat printr-un tub scurt cu alt vas de volum $V_2=15$ l, vidat. În tubul de legătură există un ventil care permite trecerea gazului din vasul 1 în vasul 2 numai atunci cînd presiunea din vasul 1 depășește presiunea din vasul 2 cu $\Delta p=88$ cm Hg.

1° Care va fi presiunea în vasul 2 dacă ambele vase sînt încălzite pînă la temperatura $t'=162°C$?

2° Ce fracțiune din masa totală de gaz trece din vasul 1 în vasul 2 în acest caz ?

(Concurs de preselecție pentru Olimpiada internațională)

1143 Să se determine natura impedanțelor Z_1 și Z (figura 221) și raportul care trebuie să existe între ele, pentru ca I_2 să rămînă constant la orice valoare a impedanței Z_2.

(Concurs de preselecție pentru Olimpiada internațională)

1144 Două bobine circulare B_1 și B_2, avînd respectiv numărul de spire $N_1=50$, $N_2=100$ și raze egale $r_1=r_2$, sînt așezate în două plane verticale perpendiculare, care se intersectează după un diametru comun celor două bobine. Bobinele au rezistențele $R_1=200\ \Omega$ respectiv $R_2=40\ \Omega$.

În serie cu bobina B_2 este montată o rezistență R, necunoscută. Cele două bobine sînt alimentate în paralel de o sursă cu t.e.m. E. În centrul comun al celor două bobine se găsește un ac de fier moale, de formă paralelipipedică, prins în două lagăre situate pe diametrul de intersecție a celor două bobine, astfel încît acul de fier este mobil într-un plan orizontal, perpendicular pe planele bobinelor.

Să se determine relația din care se poate deduce rezistența R_1 în funcție de unghiul α cu care deviază acul de fier din poziția inițială.

(Concurs de preselecție pentru Olimpiada internațională)

1145 Suprafața unui vas plin cu lichid este acoperită cu o membrană opacă, subțire, avînd în regiunea centrală o deschidere foarte mică. Vasul este așezat sub cerul liber. Lumina difuză a cerului formează în lichid un con luminos cu vîrful în orificiu. De ce ?

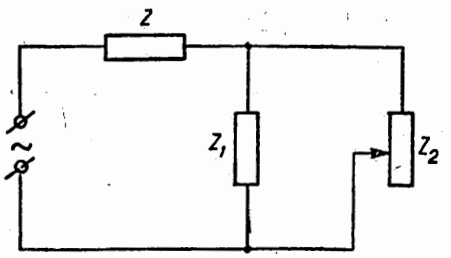


Fig. 221.

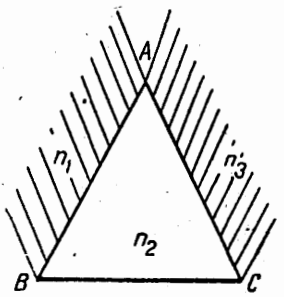


Fig. 222.

Notînd cu h adîncimea lichidului din vas și cu r raza bazei conului luminos, să se determine indicele de refracție relativ al lichidului.

(Concurs de preselecție pentru Olimpiada internațională)

1146 Se dă o prismă ABC (v. fig. 222), indicii de refracție satisfăcînd condiția $n_1<n_2>n_3$. Baza BC este absorbantă (neagră). Să se găsească condiția pe care trebuie să o îndeplinească unghiul refringent A al prismei pentru ca orice rază incidentă pe suprafața AB să poată ieși prin suprafața AC (condiția de emergență).

Să se calculeze valoarea limită a unghiului refringent A_{lim} pentru cazul : $n_1=n_3=1$; $n_2=\frac{3}{2}$.

Se dau : $\sin 40°40'=0{,}66480$; $\sin 40°50'=0{,}66697$.

(Concurs de preselecție pentru Olimpiada internațională)

1147 Deseori se întîmplă că trebuie să încărcăm o sferă (cu picior izolator) de la o mașină electrostatică. În asemenea cazuri putem efectua încărcarea punînd sfera în contact direct cu mașina electrostatică. Deoarece capacitatea sferei este mică în comparație cu cea a mașinii electrostatice, putem considera că potențialul sferei după contact va fi egal cu potențialul V al mașinii electrostatice, iar cantitatea de electricitate rămasă pe sferă va fi $Q=CV$ sau $Q=4\pi\varepsilon RV$, R fiind raza sferei.

Putem efectua însă această operație cu ajutorul unui plan de probă sau a unei sfere mici pe care, cu ajutorul unui mîner izolator o punem în contact cu mașina electrostatică și apoi cu sfera de încărcat. Dacă aceasta din urmă este goală, electricitatea va trece în întregime de pe sfera mică, introdusă în interiorul sferei mari, pe cea mare. În acest caz cantitatea de electricitate transportată va fi $Q=4\pi\varepsilon rV$ (unde r este raza sferei mici). Repetînd operația de n ori cantitatea de electricitate de pe sfera goală va fi $Q_n=4\pi\varepsilon rVn$.

În cazul cînd sfera mare nu este goală, după ce s-a produs contactul dintre cele două sfere, potențialele lor se egalează, iar la depărtarea lor cantitățile de electricitate rămase pe cele două sfere vor fi proporționale cu razele sferelor.

De aici rezultă problema propriu-zisă. Presupunînd că potențialul dat de mașina electrostatică este o mărime cunoscută și constantă V_1, ce se poate măsura cu voltmetrul electrostatic, iar razele sferelor r și R fiind de asemenea mărimi cunoscute, să se calculeze cantitatea de electricitate Q_2 rămasă pe sfera mare după primul contact, precum și potențialul V_2 al acestei sfere.

(Concurs european, Hamburg, 1968)

1148 O locomotivă cu roți motrice, cu diametrul de 2 m, are 4 cilindri identic cu dublu efect, cu diametrul de 48 cm și cursa de 65 cm.

Ei primesc vapori supraîncălziți la 400°C sub presiunea de 150 N/cm².

1° Care va fi puterea dezvoltată de această locomotivă dacă ea funcționează la viteza de 72 km/h fără detentă și care va fi în aceste condiții consumul de apă și de combustibil în timp de o oră, știind că randamentul practic al mașinii este 10% și că puterea calorică a combustibilului este de 31,5 MJ/kg ?

2° Să se calculeze puterea furnizată de vapori la această viteză. Se știe că detenta vaporilor reduce aria diagramei indicatorului Watt la 416 cm²; la funcționarea fără detentă, această diagramă este un dreptunghi cu dimensiunile 32 și 26 cm.

3° Să se determine coeficientul de frecare, știind că trenul nu poate urca o rampă de 3%.

4° Oprind admisia vaporilor și avînd viteza de 7,2 km/h trenul poate urca o pantă de 4 mm pe 1 m. La ce distanță se va opri dacă frecarea este neglijabilă ?

(Concurs european, Hamburg, 1968)

1149 Un volum de aer conține în greutate 23,15% oxigen, 75,5% azot și 1,31% argon. Să se determine :

1° Masa moleculară medie a aerului.

2° Presiunile parțiale ale gazelor componente.

3° Compoziția în volume a aerului.

(Concurs european, Hanburg, 1968)

1150 În punctele A și B se găsesc două sarcini punctiforme $+Q$ și $-Q$ așa cum se vede în figura 223. Lîngă aceste sarcini punctiforme este așezată o rotiță cu 4 brațe, avînd fiecare la capete cîte o biluță încărcată cu sarcini pozitive egale. Se va putea învîrti rotița sau nu ?

(Concurs european de fizică în amintirea lui Einstein ; Hamburg, 1968. Subiectul I (problema 1147), timp de lucru 4 ore ; eliminatoriu. Subiectul II (problemele 1148, 1149, 1150), timp de lucru 4 ore, eliminatoriu. Subiectul III : „Rolul energiei în desfășurarea proceselor mecanice" ; minimum 30 coli. Subiectul IV : „Proiect de instalație de încălzire centrală automată" lucrarea va cuprinde o introducere teoretică, apoi o schiță de ansamblu urmată de note explicative ; se va urmări și un exemplu numeric ; timp de lucru 30 zile.

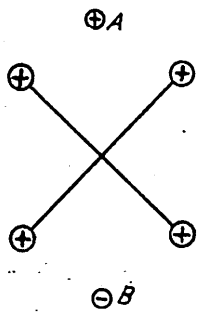


Fig. 223.

1151 Ce cantitate m_0 de gheață cu temperatura $t_0=-10°C$, aflată într-un calorimetru cu echivalentul în apă $A = 0{,}04 \frac{\text{kcal}}{\text{grd}}$, se va topi dacă absoarbe căldura degajată de un corp de alamă cu masa $m=0{,}3$ kg a cărui temperatură inițială era $t=40°C$.

Compoziția alamei este 60% cupru și 40% zinc. Se cunosc : $c_g=0{,}5 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$; $l_g = 80 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$; $c_{Cu} = 0{,}091 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$; $cZ_n = 0{,}093 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$.

(I.P.G.G., 1971)

1152 Două lentile plan convexe identice, alcătuite din sticlă cu indicele de refracție $n=1{,}5$ și cu distanța focală $f=60$ cm sînt centrate pe aceeași axă cu fețele curbe în contact. Se umple intervalul dintre lentile cu un lichid și se constată că distanța focală a sistemului devine $F=150$ cm. Să se determine indicele de refracție a lichidului.

(I.P.G.G., 1971)

1153 Un vehicul cu masa $m=600$ kg pleacă din repaus mișcîndu-se rectiliniu și uniform accelerat pe un drum orizontal pe care-l parcurge într-un minut atingînd viteza de 72 km/oră ; apoi, cu această viteză constantă (72 km/oră), urcă o pantă cu unghiul de înclinare de 30° pe care străbate distanța de 5 km. Coeficientul de frecare are aceeași valoare pe tot parcursul, $\mu=0{,}1$, iar $g=10$ m/s². Se cere :

1° forța de tracțiune pe drumul orizontal ;

2° forța de tracțiune pe pantă ;

3° căldura dezvoltată pe întregul parcurs ;

4° dacă vehiculul este deplasat cu ajutorul unui motor avînd randamentul 0,8 din randamentul unei mașini Carnot funcționînd între temperaturile $t_1=327°C$ și $t_2=27°C$, ce cantitate de combustibil cu puterea calorică $q=4{,}18\cdot10^7$ J/kg consumă motorul pe întregul parcurs.

(Institutul de construcții — București, 1971)

1154 În circuitul din schema prezentată în figura 224, cele două elemente au t.e.m. $E_1=1{,}5$ V, $E_2=1$ V, iar rezistențele valorile $R_1=50\ \Omega$, $R_2=80\ \Omega$, $R=100\ \Omega$. Rezistențele interioare ale celor două elemente sînt neglijabile. Rezistențele sînt confecționate dintr-un material cu rezistivitatea $2\cdot10^{-8}\ \Omega\cdot m$ și coeficientul termic al rezistivității $\alpha=4\cdot10^{-3}\ grd^{-1}$, cu secțiunea 0,1 mm^2. Se cere :

1° intensitatea I a curentului din ramura $A—B$;
2° lungimea firului din care este confecționată rezistența R_1 ;
3° valoarea rezistenței R la temperatura de 500°C ;
4° condiția pentru care nu circulă curent prin elementul E_2.
5° valoarea energiei electrice dezvoltată în rezistența R_1 în timp de 2,5 ore. Să se exprime această energie în kWh.

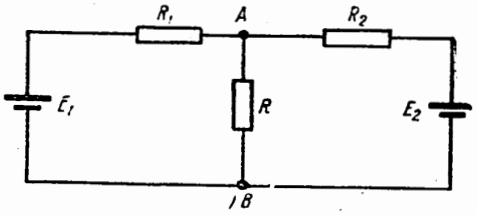


Fig. 224.

(Institutul de construcții — București, 1971)

1155 Un miliampermetru, a cărui rezistență R este egală cu 100 Ω, este așezat într-un circuit electric. Acul său deviază cu 100 diviziuni cînd este parcurs de un curent de 10 mA și se poate admite că deviația este proporțională cu intensitatea curentului ce trece prin aparat. Se așază, în derivație între bornele sale, o rezistență r astfel că acul să devieze cu 100 diviziuni cînd intensitatea curentului din circuitul principal este egală cu 1 A. Se cere :

1° care este valoarea rezistenței r care șuntează aparatul ?
2° se așază în circuitul principal, în paralel între două puncte A și B, de o parte o rezistență r_1 egală cu 20 Ω, de altă parte un motor cu rezistența r_2 egală cu 4 Ω și tensiune contraelectromotoare egală cu 12 V. Să se facă schema montajului.
   a) Motorul fiind blocat, deviația acului miliampermetrului, șuntat cu rezistența r, este egală cu 200 diviziuni. Să se calculeze intensitatea curenților care trec prin r_1 și prin motor.
   b) Cînd motorul funcționează normal, diferența de potențial între punctele A și B este egală cu 20 V. Care este atunci deviația acului aparatului șuntat ?

(A.S.E., 1971)

1156 La bornele unui motor electric se aplică o tensiune de 110 V ; motorul acționează o pompă care ridică apa dintr-un puț la o înălțime de 7,5 m cu un debit de 56 litri pe minut.
Se cere :

1° să se calculeze puterea utilă dezvoltată de pompă ;
2° care trebuie să fie puterea motorului dacă se admite că 10% din energia pe care o furnizează efectiv pompei este pierdută din diverse cauze ;
3° motorul fiind parcurs de un curent de 0,8 A, să se calculeze rezistența sa internă și tensiunea contraelectromotoare ;
4° care este energia electrică pierdută sub formă de căldură în bobinajul motorului în 5 minute ;
5° ce valoare ar lua această energie dacă din cauza unui accident rotorul motorului ar fi blocat ;
6° randamentul instalației.

(A.S.E., 1971)

1157 Două corpuri C_1 și C_2 de mase egale, legate între ele printr-un cablu de lungime $2l$, se află în vîrfurile a două plane înclinate P_1 și P_2 de unghiuri α și β, aflate unul în continuarea celuilalt (vezi figura 225).
Lungimea planului P_1 este l și a lui P_2 este $4l$. Se dau:
$\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$; $\sin\beta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$; $l = 4\sqrt{5}$ m; $g = 10$ m/s²; $m_1 = m_2 = 1$ kg. Se neglijează dimensiunile corpurilor.

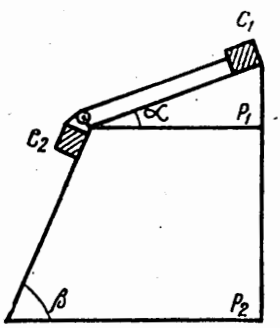


Fig. 225.

Se cere:
1° după cît timp de la pornirea simultană a celor două corpuri, sub acțiunea propriilor greutăți, fără frecare, cablul se întinde;
2° care sînt spațiile parcurse de corpuri în acest timp;
3° care este viteza comună a sistemului format de cele două corpuri, imediat după întinderea cablului;
4° după cît timp de la întinderea cablului, corpurile ajung la baza planului P_2.

(Academia Militară, 1971)

1158 O sferă de sulf cu masa $m = 1$ mg, purtînd sarcina electrică $q = 1$ μC, coboară în vid, pe verticală, de la înălțimea de 10 m. După ce parcurge 5 m, în cădere liberă, sfera străbate un interval spațial de 10 cm, pe care este aplicată o diferență de potențial acceleratoare $U = 50\,000$ V. Apoi, sfera se mișcă în cîmpul gravitațional, pînă la suprafața Pămîntului, unde întreaga ei energie cinetică se transformă în căldură, folosită la încălzirea sferei.
Se dau: temperatura sferei în timpul coborîrii, $t = 70°C$; căldura specifică a stării solide, căldura latentă de topire precum și temperatura de topire a sulfului, respectiv, $c = 0{,}66$ J/g·grd., $L = 37{,}62$ J/g, $t_t = 120°C$.
Să se afle:
1° viteza sferei în momentul intrării în cîmpul electric;
2° energia cinetică a sferei în momentul părăsirii cîmpului electric, precum și variația vitezei ei în cîmpul electric;
3° accelerația sferei cînd se găsește în cîmpul electric;
4° ce cantitate din sfera de sulf se topește.

(Academia Militară, 1971)

1159 O macara electrică ridică un corp cu masa $m = 500$ kg. Corpul pornește din repaus și se deplasează sub acțiunea unei forțe rezultante de 845 N. La început, pe distanța de 2 m, corpul are o mișcare uniform accelerată. După ce parcurge distanța de 2 m, mișcarea devine uniformă timp de 15 s. La o distanță de 4 m înainte de oprire începe frînarea, care determină o mișcare uniform încetinită.
Să se calculeze:
1° înălțimea pînă la care este ridicat corpul;
2° forța de întindere a cablului în timpul mișcării uniforme și în timpul frînării;
3° puterea absorbită de motor de la rețea pe porțiunea corespunzătoare mișcării uniforme, considerînd că macaraua este acționată de un electromotor cu randamentul $\eta = 90\%$, alimentat de la o rețea de 220 V;
4° intensitatea curentului care trece prin motor în timpul mișcării uniforme a corpului ridicat de macara;

5° costul energiei electrice cheltuite pentru ridicarea corpului în zona mișcării uniforme, considerînd că prețul energiei electrice este de 0,30 lei/kWh. Se dă accelerația gravitațională $g=9{,}8$ m/s^2.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1971)

1160 În rețeaua din figura 226 becurile B_1 și B_2 sînt construite pentru o tensiune $U_1=110$ V, iar becul B_3 pentru tensiunea $U_2=220$ V. Puterile becurilor,

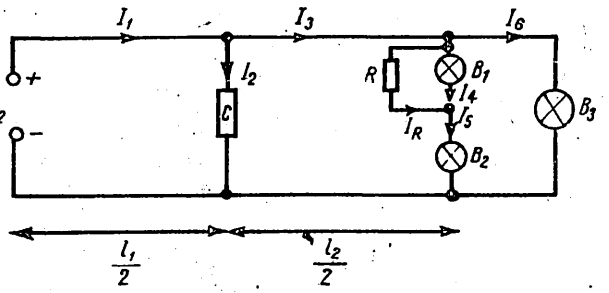


Fig. 226.

la aceste tensiuni, sînt $P_{B_1}=60$ W, $P_{B_2}=100$ W și $P_{B_3}=200$ W, iar puterea consumatorului C este $P_C=500$ W. Se cere:

1° care este rezistența R a unui rezistor care, montat în paralel cu becul B_1, asigură funcționarea normală a celor trei becuri la tensiunile pentru care au fost construite?

2° neglijînd rezistențele firelor de legătură să se calculeze intensitățile I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6 și I_R indicate în figură;

3° puterea dezvoltată în rezistorul R;

4° dacă se iau în considerație rezistențele firelor de legătură, să se calculeze puterea pierdută în aceste fire cu lungimile $l_1=l_2=25$ m, diametrele $D_1=D_2=3$ mm și rezistivitățile $\rho=1{,}75\cdot10^{-8}$ $\Omega\cdot$m.

Se presupune că intensitățile curenților prin fire sînt egale cu cele de la punctul 2°.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1971)

1161 La bornele unei baterii avînd tensiunea electromotoare $E=22$ V și rezistența interioară $r_i=1{,}1$ Ω este conectat ansamblul de rezistoare R_1, R_2, R_3 și R montate ca în figura 227.

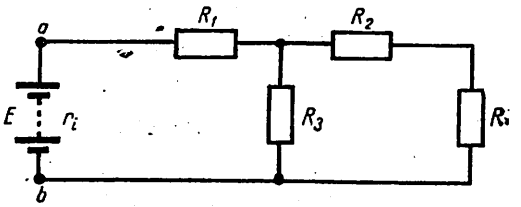


Fig. 227.

Rezistența circuitului conectat la bornele a, b ale bateriei este egală cu R. Puterea în rezistorul R este $P=27{,}5$ W. Se cere să se determine:

1° valoarea rezistenței R, știind că puterea dată de baterie în exterior este maximă;

2° curenții din rezistoarele R_1, R_2, R_3 și R;
3° rezistențele R_1 și R_2 în funcție de rezistența R_3 și domeniul în care poate fi cuprinsă valoarea rezistenței R_3;
4° lungimea și aria secțiunii conductorului rezistorului R, știind că în intervalul de timp $t=10$ s, rezistența R crește cu 0,5% (puterea P rămînînd constantă, pierderile de căldură spre exterior fiind neglijabile, iar temperatura rezistorului R la începutul încălzirii fiind 0°C). Materialul din care s-a confecționat rezistorul R are:
— rezistivitatea $\rho=0{,}02\ \Omega\ mm^2/m$ la temperatura $\theta=0°C$;
— căldura specifică $c=400$ J/kg·grd;
— densitatea $d=8{,}9$ kg/dm^3;
— coeficientul de variație cu temperatura $\alpha=0{,}004$ grd^{-1}.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1971)

1162 Un corp aflat la o înălțime H față de sol parcurge în cădere liberă, fără frecare cu aerul, o distanță h, după care ajunge pe un plan înclinat pe care își continuă mișcarea spre baza acestuia.
Viteza inițială pe planul înclinat este egală cu viteza cu care ajunge corpul pe acest plan.
După parcurgerea planului înclinat corpul își continuă mișcarea pe un plan orizontal pe care se deplasează, pînă la oprire, pe distanța $S=114{,}8$ m. Mișcarea pe planul înclinat și pe planul orizontal se face cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu=0{,}4$.
După oprirea corpului pe planul orizontal se produce o explozie care scindează corpul în 2 părți avînd masele m_1 și m_2 aflate în raportul $m_1/m_2=\frac{1}{2}$.

Datorită exploziei cele 2 părți se deplasează cu frecare, pe planul orizontal, în sensuri contrare. Se presupune că energia degajată în explozie, egală cu $E=86\,400$ J, se regăsește numai ca energie cinetică a celor 2 părți ale corpului. Se cere:
1° distanța h și durata t_0 a căderii libere;
2° viteza v cu care corpul ajunge la baza planului înclinat;
3° înălțimea H;
4° vitezele v_1 și v_2 obținute de fragmente în momentul exploziei;
5° cum variază distanța ΔS dintre cele 2 fragmente în raport cu timpul.
Se dau:
— accelerația gravitațională $g=9{,}8$ m/s^2;
— unghiul de înclinare al planului $\alpha=30°$;
— masa corpului $m=600$ kg;
— viteza cu care corpul atinge planul înclinat $v_0=29{,}4$ m/s.

(Institutul Politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1971)

1163 Într-un vas calorimetric care conține apă la temperatura $t=40°C$ se introduc m_1 grame de gheață la temperatura $t_1=-10°C$ și m_2 grame vapori de apă saturanți la presiunea $p=1$ atm. Se cere:
1° să se determine raportul dintre cantitățile m_1 și m_2 pentru ca la echilibru termic temperatura t să rămînă neschimbată;
2° după realizarea echilibrului termic apa aflată în vas se încălzește cu ajutorul unui arzător de gaz care consumă $D=0{,}02$ grame de gaz pe secundă, randamentul de utilizare al căldurii fiind $\eta=50\%$. Să se determine masa m a apei din vas dacă prin încălzire temperatura sa crește cu $\Delta t=35{,}8°C$, în timpul $\tau=10$ minute;

3° să se determine debitul volumetric D' al gazului combustibil la presiunea $p=1{,}1\cdot10^5$ N/m² și temperatura $\theta=27°C$;
4° să se determine cantitatea de căldură Q' necesară pentru a transforma o cantitate de apă $m'=1$ kg (cu temperatura inițială $t=40°C$) în vapori cu temperatura $t'=120°C$, dacă încălzirea se face izobar, la presiunea $p=1$ atm.

Se dau:
— căldura specifică a apei, $c=4180$ J/kg·grd;
— căldura specifică a gheții, $c_1=2040$ J/kg·grd;
— căldura specifică a vaporilor de apă la presiune constantă, $c_2=1860$ J/kg·grd;
— căldura de topire a gheții, $L_1=3{,}3\cdot10^5$ J/kg;
— căldura de vaporizare a apei la $p=1$ atm, $L_2=2{,}26\cdot10^6$ J/kg;
— puterea calorică a gazului combustibil, $q=5\cdot10^7$ J/kg;
— masa unui kmol de gaz, $M=16$ kg;
— constanta gazelor perfecte, $R=8\,314$ J/kmol·grd.

(Institutul politehnic Gh. Gheorgiu-Dej, 1971)

1164 O undă monocromatică avînd lungimea de undă $\lambda=6\,800$ Å cade pe un ecran E în care sînt practicate 2 fante F_1 și F_2 așezate la distanța $l=2$ mm. Franjele de interferență sînt observate pe un paravan P așezat la distanța L de ecranul E. Se cere:
1° să se calculeze distanța L, astfel încît pe paravanul P primul maxim de interferență să fie la distanța $d=0{,}34$ mm de franja centrală;
2° să se calculeze deplasarea primei franje luminoase atunci cînd paravanul P se deplasează cu distanța $a=0{,}5$ m față de poziția sa inițială;
3° ce grosime e trebuie să aibă o lamă de indice de refracție $n=1{,}56$ care așezată în drumul fasciculului ce iese din fanta F_1 să provoace apariția primei franje luminoase în locul franjei centrale?
4° Considerînd că razele de lumină străbat drumul între P și E prin apă, în care viteza luminii este $v=3/4\ c$, să se calculeze distanța între 2 franje consecutive.

(Institutul politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 1971)

1165 Un electron pătrunde într-un condensator plan de lungime $l=5$ cm sub un unghi $\alpha=\frac{2\pi}{3}$ față de direcția cîmpului electric dintre plăci și iese sub unghiul $\beta=\frac{5\pi}{6}$.

1° Să se calculeze energia cinetică inițială a electronului dacă intensitatea cîmpului electric uniform dintre plăci este $E=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot10^6\frac{V}{m}$.

2° Într-un recipient de volum constant $V=40$ l se află un gaz la presiunea $p_0=3\cdot10^5\frac{N}{m^2}$. Acest gaz este încălzit furnizîndu-i-se o energie egală cu energia inițială a N electroni de tipul celui considerat la punctul 1°. Cunoscînd că astfel temperatura absolută a gazului se dublează, să se calculeze numărul N de electroni.

3° Recipientul de gaz considerat mai sus este în legătură cu un alt recipient, de volum egal, printr-un tub scurt prevăzut cu o supapă de evacuare, care permite trecerea gazului numai din primul recipient în cel de al doilea și numai dacă diferența presiunilor este $\Delta p=7\cdot10^5\frac{N}{m^2}$.

Presupunînd că în urma procesului descris la punctul 2° temperatura finală a gazului este $t_2=27°C$ și considerînd că cel de-al doilea recipient este vidat, să se calculeze presiunea în acesta din urmă după încălzirea ambelor recipiente pînă la temperatura $t_3=127°C$. Se dau: $e=1{,}6\cdot10^{-19}$ C, $c_v=20{,}75\ \frac{kJ}{kmol\cdot grd}$, $R=8{,}3\ \frac{kJ}{kmol\cdot grd}$.

(Facultatea de fizică — București, 1971)

1166 Explicați de ce un corp, aflat într-un vas legat cu o sfoară și rotit, este proiectat și rămîne pe un perete al vasului, în timp ce corpurile dintr-un satelit artificial ce se rotește pe o orbită circulară nu suferă același efect.

(Facultatea de fizică — București, 1971)

1167 Prin ce se caracterizează priza rețelei electrice: energie, tensiune sau curent?

(Facultatea de fizică — București, 1971)

1168 Cu ajutorul oglinzilor lui Fresnel se obține, pe un ecran, o figură de interferență, pentru o radiație monocromatică cu $\lambda=5\,820$ Å.

1° Să se determine numărul de franje luminoase pe centimetru dacă unghiul dintre oglinzi este $\alpha=179°59'$ și sursa de lumină se află în planul ecranului.

2° Să se calculeze numărul de franje pe centimetru, atunci cînd întreg sistemul se introduce în apă $\left(n_{apă}=\frac{4}{3}\right)$.

3° În cazul în care sursa de lumină ar trimite radiații conținînd liniile dubletului de rezonanță al Na ($\lambda_1=5\,890$ Å; $\lambda_2=5\,896$ Å), cît de mare ar fi distanța pe ecran între maximele de interferență ale celor două radiații de ordinul întîi? (Tot sistemul se consideră în continuare în apă.)

(Facultatea de fizică — București, 1971)

1169 O pană netedă de masă M are forma unei prisme cu secțiune triunghiulară, cu unghiurile de la bază θ_1 și θ_2. Pe prismă (pană) se află două corpuri de mase m_1 și m_2, legate între ele printr-un fir inextensibil, care trece peste un scripete fixat pe muchia prismei (unghiului diedru). Masa firului și masa scripetelui sînt neglijabile față de masele m_1, m_2 și M. Întregul sistem se află inițial în stare de repaus. După aceea sistemul este lăsat să se miște liber. Să se calculeze accelerația cu care va luneca pana, știind că ea este așezată pe un plan orizontal absolut neted. Să se exprime accelerațiile relative ale corpurilor față de prismă în funcție de accelerația prismei. Ce relație trebuie să existe între masele m_1 și m_2 pentru ca prisma să rămînă fixă, iar corpurile să lunece pe prismă?

(Olimpiada internațională, Sofia, 1971)

1170 Un vas conține aer la temperatura de 0°C și presiunea $p_0=1{,}334\cdot10^5$ N/m². În vas se află un tub de sticlă vertical cu secțiunea transversală $S=1$ cm². Capătul superior al tubului este închis, iar cel inferior este introdus într-o cuvă (deschisă) cu mercur. Nivelul mercurului din tub are înălțimea $h_0=700$ mm deasupra nivelului orizontal al mercurului din cuvă. Restul

tubului conține hidrogen. Deplasînd un perete al vasului, presiunea aerului scade izoterm pînă la $p_1=8\cdot10^4$ N/m^2, ceea ce face ca coloana de mercur din tub să ia valoarea $h_1=400$ mm. Încălzind după aceea vasul la volum constant, temperatura crește pînă la T_2, iar înălțimea coloanei de mercur devine $h_2=500$ mm. După aceasta se face o destindere izobară a aerului din vas, astfel încît înălțimea coloanei de mercur devine $h=450$ mm. Admițînd că sistemul considerat se află mereu în echilibru termodinamic, să se calculeze :

1° masa de hidrogen ;

2° temperatura T_2 ;

3° presiunea hidrogenului în starea finală.

Densitatea mercurului la temperatura de 0°C este $\rho_0=1{,}36\cdot10^4$ kg/m^3, coeficientul de dilatație în volum al mercurului este $\beta=1{,}8\cdot10^{-4}$ grd^{-1}, constanta gazelor ideale $R=8{,}317\cdot10^3$ J/kmol·grd. Se neglijează dilatarea termică a sticlei și variația nivelului mercurului din cuvă.

Observație : Fie ΔT diferența maximă de temperatură între stările sistemului. Se vor face aproximații considerînd $\beta\Delta T=x\ll1$, de exemplu

$$\frac{1}{1+x}=1-x$$

(Olimpiada internațională, Sofia, 1971)

1171 Să se calculeze energia $W=\frac{1}{2}CU^2$ furnizată de sursele cu tensiunile electromotoare constante E_1, E_2, E_3, E_4 pentru încărcarea condensatoarelor C_1, C_2, C_3, C_4, dacă ele sînt conectate ca în schema din figura 228. Toate

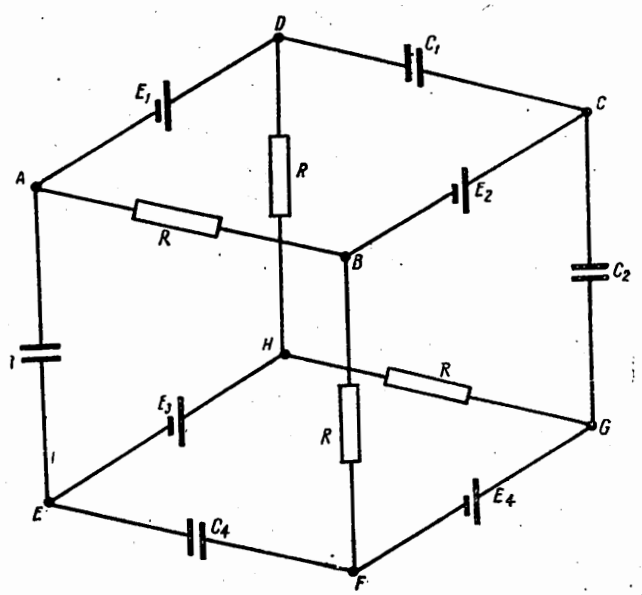


Fig. 228.

rezistențele au aceeași valoare R. Rezistențele interioare ale surselor se neglijează. Ce sarcină va avea condensatorul C_2 dacă punctele H și B se unesc printr-un fir de rezistență neglijabilă (se scurtcircuitează) ?
Valori numerice: $E_1=4$ V, $E_2=8$ V, $E_3=12$ V, $E_4=16$ V, $C_1=C_2=C_3=C_4=C=1$ μF.

(Olimpiada internațională, Sofia, 1971)

1172 În fața unei oglinzi plane verticale se află un acvariu de formă sferică din sticlă subțire, umplut cu apă. Raza acvariului este R, iar distanța dintre centrul său și oglindă este $3R$. Un observator aflat la distanță foarte mare în fața acvariului privește într-o direcție care trece prin centrul acvariului și este perpendiculară pe oglinda plană. În punctul acvariului, diametral opus față de observator (cel mai depărtat de ochiul observatorului), se află un peștișor mic care începe să se deplaseze vertical de-a lungul peretelui acvariului cu o viteză dată v. Cu ce viteză relativă se vor îndepărta în momentul inițial una de alta imaginile peștelui văzute de observator ? Indicele de refracție al apei este $n=4/3$.

(Olimpiada internațională, Sofia, 1971)

1173 Se dau : o sursă de curent, un ampermetru, un voltmetru, un reostat și conductoare pentru conexiuni.
Realizați un montaj cu sursa și aparatele date și faceți măsurători care să vă permită să reprezentați grafic puterea utilă P, dezvoltată în reostat, în funcție de intensitatea curentului I.
Folosind datele din graficul obținut :
1° să se afle rezistența interioară r a sursei de curent ;
2° să se determine tensiunea electromotoare E a sursei ;
3° să se reprezinte grafic puterea utilă P în funcție de rezistența exterioară R;
4° să se reprezinte grafic puterea totală P_1 în funcție de rezistența exterioară R;
5° să se reprezinte grafic randamentul η al sursei date în funcție de rezistența exterioară R.
Observație.
Graficul care reprezintă puterea utilă în funcție de intensitatea curentului trebuie construit folosind cel puțin 30—35 puncte.

(Olimpiada internațională, Sofia, 1971)

1. MIŞCARE UNIFORMĂ ŞI UNIFORM VARIATĂ

1 1° Dacă se notează cu x distanţele autocamioanelor faţă de borna kilometrică 66, atunci:

$$v_1 t = 66 + x, \qquad v_2 t = 66 - x$$

şi de aici:

$$t = \frac{132}{v_1 + v_2} = 2h\ 24\ \text{min}.$$

2° $S = v_1 t' = v_2 (t' + 1)$. Rezultă $S = 150$ km.

2 Dacă se notează cu t timpul scurs de la ora 8 pînă în momentul întîlnirii şi cu t_0 timpul după care a decolat al doilea avion după primul:

$$v_1 t + d = D, \qquad d = v_2 (t - t_0).$$

Se obţine: $v_1 \approx 460 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $t = 353$ s. Se vor întîlni deci la ora 8,5 minute şi 53 secunde.

3 Din relaţiile:

$$v_1 t + v_2 t = d, \qquad t_1 = t_2 + t_3, \qquad v_1 t_1 = v_2 t_2 = d,$$

cu $t = 1$ oră, $t_3 = 27$ minute şi $d = 90$ km, rezultă: $v_1 = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ şi $v_2 = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

4 1° Spaţiul parcurs de bicicletă pînă la pornirea motocicletei este $S_0 = \pi D_1 N_1$. Din momentul plecării motocicletei se parcurg spaţiile $S_1 = v_1 t = \pi D_1 n_1 t$ şi $S_2 = v_2 t = \pi D_2 n_2 t$.
Cum $S_2 = S_0 + S_1$, se obţine:

$$t = \frac{D_1 N_1}{D_2 n_2 - D_1 n_1} = 18\ \text{s}.$$

2° În acest caz:

$$S_0' = \pi D_1 N_2 \text{ şi } t = \frac{\pi D_1 N_3}{v_1} = \frac{N_3}{n_1}.$$

Distanţa între biciclist şi motociclist va fi:

$$S = S_0' + S_1' - S_2' = \pi \left[D_1 N_2 + \frac{N_3}{n_1} (D_1 n_1 - D_2 n_2) \right] = 2\,355\ \text{m}.$$

5 Pentru prima întîlnire din M şi a doua întîlnire din N (fig. 229):

$$\frac{PM}{v_A} = \frac{QM}{v_B}, \quad \frac{PQ - 2}{v_A} = \frac{PQ + 2}{v_B} = 3.$$

Prin rezolvarea sistemului se obţin rezultatele:

$$PQ = 14\ \text{km}, \qquad v_A \approx 1{,}1 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \qquad v_B = 1{,}48 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

6 Va trebui ca lungimea paralelei, $2\pi R\cos\varphi$ (fig. 230), să poată fi parcursă cu viteza v în timpul $\frac{t}{2}$:

$$\cos\varphi=\frac{vt}{4\pi R}=\frac{3}{8\pi}$$

și deci latitudinea $\varphi=\arccos\frac{3}{8\pi}\approx 83°$.

7 Dacă D este distanța inițială între motociclist și zid, atunci:

$$t=\frac{\frac{1}{9}D}{v}=\frac{\frac{17}{9}D}{v_s}.$$

Se obține $v=20\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

8 Pentru un interval de timp Δt capătul bărcii se mișcă din A în B (fig. 231). Dacă v este viteza bărcii, atunci $AB=v\Delta t$. În acest timp, frînghia este trasă pe distanța $OA-OB\approx CA=v_0\Delta t$ (pentru $AC\ll OA$).

Rezultă $v=\frac{v_0}{\cos\alpha}$.

9 Sunetul emis se propagă în toate direcțiile; unda sonoră recepționată de călător s-a reflectat de perete conform legilor reflexiei și a parcurs drumul ABC (fig. 232) în același timp în care trenul a parcurs drumul AC:

$$t=\frac{2AB}{v_s}=\frac{AC}{v},\quad x=\frac{t}{2}\sqrt{v_s^2-v^2}\approx 508\text{ m}.$$

10 Prin aplicarea teoremei lui Pitagora ΔOBC (fig. 233) și ținînd seama că $BM=BD$ și $CD=CN$ ca tangente duse din același punct, se obține $AC=25$ m. Deci, $t=\frac{AC}{v}=5$ s.

11 Conform figurii 234;

$$t=\frac{l-x}{v}+\frac{\sqrt{x^2+a^2}}{v_1}.$$

Soluția poate fi obținută prin punerea condiției de minim, deci anularea primei derivate:

$$\frac{dt}{dx}=0\text{ și din aceasta }x=a\frac{v_1}{\sqrt{v^2-v_1^2}}.$$

12 Se pot da două soluții.

a) Dacă au sensuri contrare, viteza relativă a unui tren față de celălalt este v_1+v_2.

Deci, $t=\frac{2l}{v_1+v_2}\approx 8{,}6$ s, cu $l=125$ m.

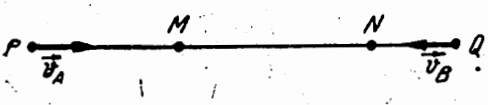


Fig. 229.

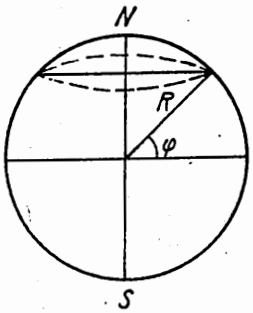


Fig. 230.

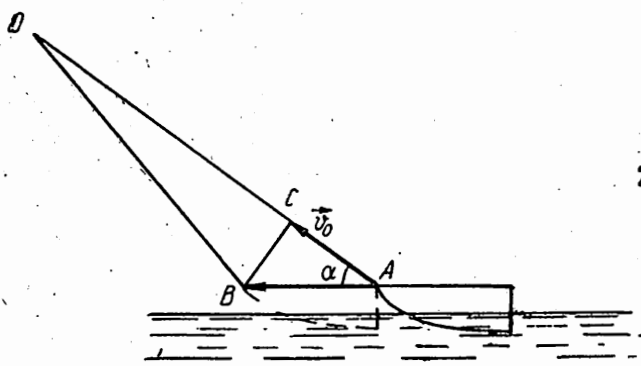


Fig. 231.

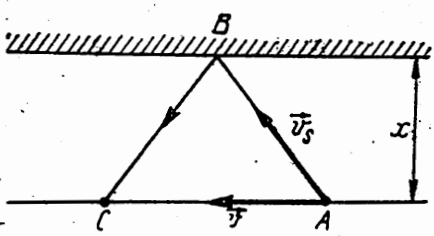


Fig. 232.

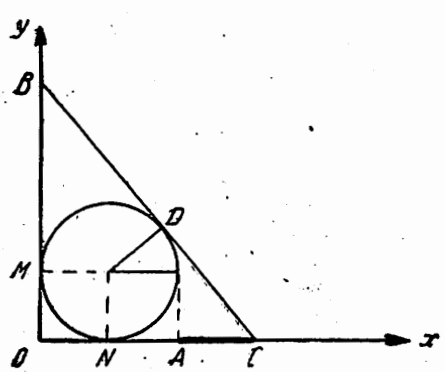


Fig. 233.

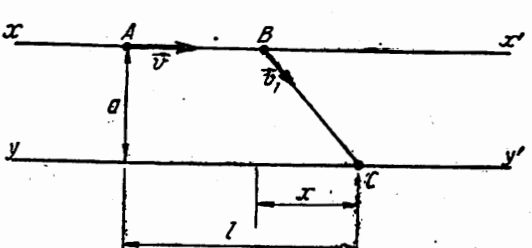


Fig. 234.

b) Dacă au același sens, viteza relativă va fi $v_2 - v_1$ și

$$t' = \frac{2l}{v_2 - v_1} = 60 \text{ s.}$$

13 1° Barca trebuie să plutească astfel încît componenta vitezei $\vec{u}$, paralelă cu malurile, să fie egală cu $-\vec{v}$ (fig. 235). Atunci componenta vitezei $\vec{u}$, perpendiculară pe maluri, va fi $\sqrt{u^2 - v^2}$, iar timpul mișcării $t_1 = \frac{a}{\sqrt{u^2 - v^2}}$. Altfel spus, rezultanta vitezelor $\vec{u}$ și $\vec{v}$ va trebui să fie normală pe maluri.

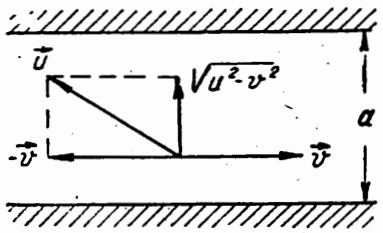


Fig. 235.

2° Viteza bărcii perpendiculară pe maluri este $t_2 = \frac{a}{u}$ (în schimb barca mult deviată de râu).

14 1° Din text rezultă $v_1 = 25 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ și $v_2 = 35 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Notînd $S = 375$ km și $t = 13$ ore, se pot scrie relațiile:

$$t_1 + t_2 = t, \qquad v_1 t_1 + v_2 t_2 = S.$$

Se obține:

$$t_1 = \frac{v_2 t - S}{v_2 - v_1} = 8 \text{ h}, \qquad t_2 = \frac{S - v_1 t}{v_2 - v_1} = 5 \text{ h}.$$

2° Fie v viteza vaporului față de apa stătătoare și v_a viteza apei din râu. Întrucît $v_1 = v - v_a$ și $v_2 = v + v_a$, rezultă $v = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

15 Conform figurii 236:

$$AB^2 = (x_0 - v_1 t)^2 + (y_0 - v_2 t)^2.$$

Egalarea cu zero a primei derivate conduce la soluția

$$t = \frac{x_0 v_1 + y_0 v_2}{v_1^2 + v_2^2} = \frac{12}{13} \text{ s.}$$

Prin urmare, distanța minimă între cele două mobile se obține după timpul 0,92 s; întrucît primul mobil ajunge în originea sistemului după 1,5 s, iar al doilea după 0.66 s, rezultă că distanța minimă corespunde pozițiilor A', B'; mișcîndu-se în continuare, distanța între mobile va crește mereu.

În ceea ce privește raportul $\frac{OA}{OB}$:

$$\frac{OA}{OB} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{x_0 - v_1 t}{y_0 - v_2 t}$$

Într-adevăr, pentru $t = 1{,}5$ s, se obține $\alpha = 90°$; iar pentru $t = \frac{12}{13}$ s, $\operatorname{tg} \alpha' = -1{,}5$, deci $\alpha' = 56°20'$.

16 1° Față de prima particulă considerată ca reper fix, viteza celei de-a doua particule va fi (fig. 237):

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \approx 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ și orientată față de } AB \text{ sub unghiul } \alpha = \text{arc tg}\,\frac{3}{4} \approx 37°.$$

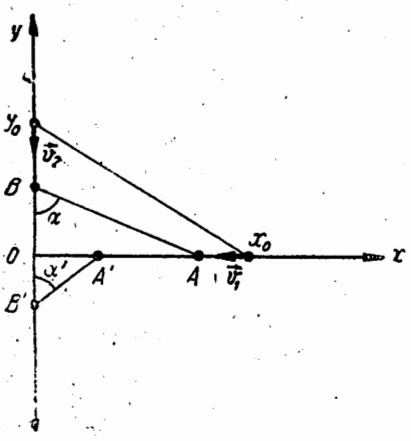


Fig. 236.

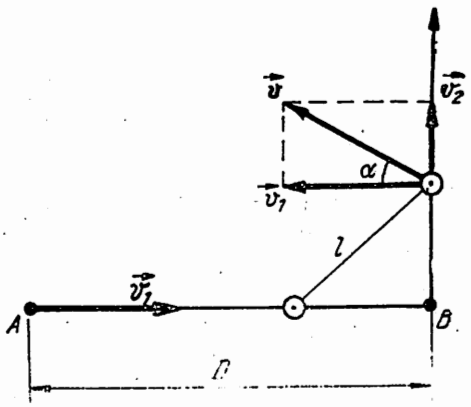


Fig. 237.

2° Fie l distanța dintre particule: $l^2=(D-v_1t)^2+v_2^2\,t^2$. Condiția de minim se obține prin anularea derivatei în funcție de t. Se obține:

$$t = \frac{v_1 D}{v_1^2 + v_2^2} = 1{,}92 \text{ s și } l = \frac{v_2 D}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} = 3 \text{ m}.$$

17 $S=a=S_0$ reprezintă spațiul inițial, parcurs anterior originei timpului ($t=0$). Ecuația vitezei se obține prin derivarea lui S în funcție de t: $v=b+2\,ct+3\,dt^2$. Pentru $t=0$ se obține $b=v_0$.
În fine, printr-o nouă derivare se obține ecuația accelerației $\gamma=2c+6dt$. Rezultă că $2c$ reprezintă valoarea accelerației la momentul inițial, $\gamma_0=2c$, iar $6d$ reprezintă cantitatea cu care crește accelerația în fiecare secundă.

18 Ecuațiile celor două mișcări vor fi:

$$S_1 = -13{,}18t + 1{,}5t^2, \qquad S_2 = 20t + 1{,}36t^2.$$

Ora întîlnirii lor corespunde egalității $S_1=S_2$. Rezultă $t=237$ s; întîlnirea va avea loc la ora 2.

19 Distanța între mobile la momentul inițial este $x_{02}-x_{01}$. Dacă întîlnirea lor are loc după timpul t, atunci:

$$v_1 = a_1 t, \qquad v_2 = a_2 t, \qquad \frac{a_1}{2}\,t^2 - \frac{a_2}{2}\,t^2 = x_{02} - x_{01}.$$

Se obține:

$$\Delta v = v_1 - v_2 = \sqrt{2\,(a_1 - a_2)\;\;(x_{02} - x_{01})}.$$

20 Accelerația cu care se mișcă cilindrul este $a_2 = a\cos\alpha$ (fig. 238). Din ecuația spațiului rezultă:

$$b = \frac{a\cos\alpha \cdot t^2}{2} \text{ și } t = \sqrt{\frac{2b}{a\cos\alpha}}.$$

21 1° $t_1 = \frac{2S_1}{v} = 96$ s; $a_1 = \frac{v^2}{2S_1} = 0{,}13\ \frac{m}{s^2}$.

2° $a_3 = \frac{v}{t_3} = 0{,}25\ \frac{m}{s^2}$.

3° $S = S_1 + vt_2 + \frac{v^2}{2a_3} = 8\,412{,}5$ m

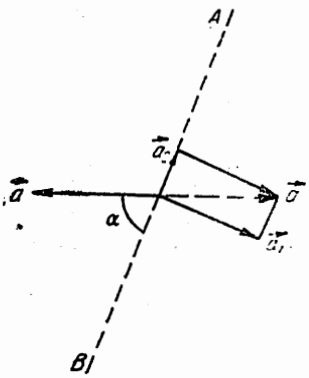


Fig. 238.

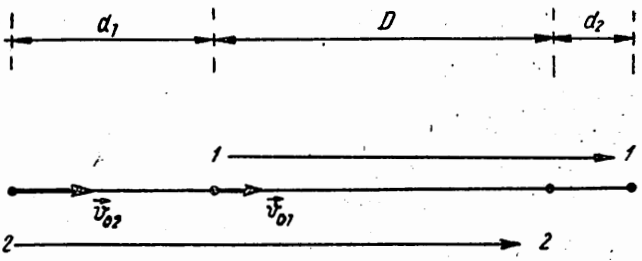


Fig. 239.

22 Conform figurii 239, dacă d_1 este distanța inițială între mașini, iar d_2 distanța finală, atunci:

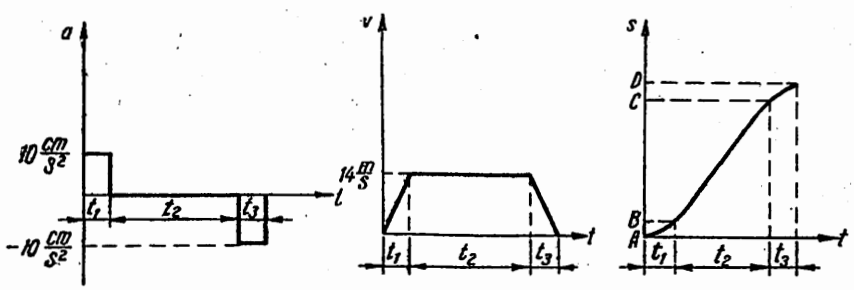
$$\frac{v_{01}^2}{2a_1} = D + d_2, \quad \frac{v_{02}^2}{2a_2} = D + d_1.$$

Se obține $d_1 = 67{,}5$ m.

23 1° Datorită simetriei mișcării, $AB = CD (S_1 = S_3)$ și $t_1 = t_3$. Dacă D este spațiul total, atunci:

$$2S_1 + S_2 = D, \qquad \text{sau} \qquad \frac{v^2}{a} + vt_2 = D,$$

v fiind viteza maximă pe AB, viteză de regim pe BC și inițială pe CD. Rezultă $v \approx 14{,}73\ \frac{m}{s}$.



a) b) c)

Fig. 240.

2° $t = 2t_1 + t_2 = \frac{2v}{a} + t_2 = 18$ min 35 s.

3° $AB = CD = \frac{v^2}{2a} = 1\,085$ m; $BC = vt_2 = 12\,079$ m.

4° Fig. 240 *a*, 240 *b*, 240 *c*.

2. MIȘCARE ÎN CÎMP GRAVITAȚIONAL

24 O linie dreaptă, deoarece ambele cad cu accelerația g. Unghiul de înclinare a dreptei față de orizontală depinde de vitezele tablei și cretei în momentul contactului.

25 $$BC = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = 275{,}3 \text{ m}; \qquad t = \frac{v_2 - v_1}{g} \approx 5 \text{ s}.$$

26 Pentru o rotație a cilindrului, sfera va parcurge în cădere liberă drumul $h = \frac{gt^2}{2}$, egal cu pasul șurubului. Este necesar ca în acest timp firul să parcurgă, prin tragere, distanța $\pi D = \frac{at^2}{2}$. Se deduce $a = \frac{\pi D}{h} g$.

27 Fie t_1 timpul de cădere al pietrei și t_2 timpul de urcare al sunetului:

$$t = t_1 + t_2, \quad h = \frac{1}{2} g t_1^2 = v t_2.$$

Se obține:

$$h = v\left[t + \frac{v}{g} \pm \sqrt{\frac{v}{g}\left(2t + \frac{v}{g}\right)}\right].$$

Convine numai semnul minus, deoarece $h = vt_2 < vt$. Rezultă $h = 101{,}4$ m.

28 $$v = \frac{h}{t - \sqrt{\frac{2h}{g}}} \approx 338 \frac{m}{s}.$$

29 Dacă v este viteza sunetului, atunci $h = vt = \frac{g}{2}(t + \Delta t)^2$. Sistemul admite soluția:

$$h = \frac{v}{g}\left[v - g\,\Delta t \pm \sqrt{v\,(v - 2g\,\Delta t)}\right].$$

30 $$S_1 = \frac{g}{2} t^2; \quad S_2 = \frac{g}{2}(2t)^2 - \frac{g}{2}(t^2) = 3 \cdot \frac{g}{2} t^2;$$

$$S_3 = 5 \cdot \frac{g}{2} t^2 \text{ etc.}$$

Deci

$$\frac{S_1}{1} = \frac{S_2}{3} = \frac{S_3}{5} = \ldots = \frac{S_n}{2n-1}.$$

31 Pentru ultima secundă:

$$\frac{l}{n} = v_0 t + \frac{g}{2} t^2, \text{ cu } v_0 = \sqrt{2g\frac{n-1}{n} l} \text{ și } t = 1.$$

Rezolvarea ecuației conduce la soluția:

$$l = ng\left[\frac{2n-1}{2} \pm \sqrt{n(n-1)}\right].$$

Pentru $n = 1$, spațiul parcurs într-o secundă în căderea liberă trebuie să fie $l = \frac{g}{2}$.

Pentru $n>1$ va trebui ca $l>\frac{g}{2}$, deci semnul din paranteză trebuie să fie plus. În cazul $n=2$ rezultă $l=57{,}1$ m.

Timpul total al căderii va fi $\sqrt{\frac{2l}{g}}$. Pentru $n=2$, se obține $t=3{,}4$ s.

32 1° $l=v_0t+\frac{g}{2}t^2$ cu $t=1$ și $v_0=\sqrt{2g(h-l)}$.

Rezultă $h=\frac{(2l+g)^2}{8g}\approx 145$ m, pentru $k=\frac{1}{3}$.

2° $$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}=5{,}43 \text{ s.}$$

33 1° $S=\frac{g}{2}(t_2^2-t_1^2)=93{,}1$ m, cu $t_2=10$ s și $t_1=9$ s.

2° Timpul de cădere de la înălțimea h este:

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}=20 \text{ s. Deci, } S'=\frac{9}{2}[t^2-(t-1)^2]\approx 191{,}1 \text{ m.}$$

3° Fie d ultima porțiune de drum. Atunci:

$$t'=\sqrt{\frac{2h}{g}}-\sqrt{\frac{2(h-d)}{g}}\approx 0{,}3 \text{ s.}$$

34 Prima picătură străbate spațiul S_1 în timpul $t_1=\sqrt{\frac{2S_1}{g}}$. A doua picătură pornește după $t_0=0{,}5$ s, și în intervalul t_1-t_0 străbate spațiul S_2. Deci, $S=S_1-\frac{1}{2}g(t_1-t_0)^2\approx 9$ m.

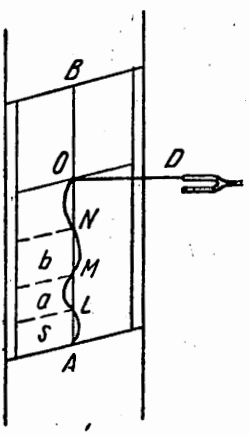


Fig. 241.

35 1° În figura 241, acul descrie dreapta AB pe placa în cădere liberă. Ca diapazonul D în oscilație, A, L, M, N, O reprezintă puncte de intersecție a „sinusoidei" cu verticala. Timpul parcurgerii distanței LN corespunde unei perioade de vibrație a diapazonului. Dacă distanța AO, cuprinde n sinusoide, atunci:

$$T=\frac{1}{n}\sqrt{\frac{2\cdot AO}{g}}.$$

2° Dacă punctul L a trecut prin dreptul acului la momentul t, punctele M și N au trecut la momentele $t+\frac{T}{2}$ și $t+T$:

$S=\frac{1}{2}gt^2$, $a+S=\frac{1}{2}g\left(t+\frac{T}{2}\right)^2$, $b+a+S=\frac{1}{2}g(t+T)^2$.

Eliminînd S și t, se obține:

$$T=2\sqrt{\frac{b-a}{g}}.$$

36 1° În timpul t se parcurge spațiul l_1, iar în $2t$ spațiul l_1+l_2. Cum $\frac{l_1}{l_1+l_2}=\frac{1}{4}$, rezultă că spațiile parcurse sînt proporționale cu pătratele timpurilor respective; aceasta este deci legea căderii libere a corpurilor.

2° Timpul necesar efectuării primelor 52 de oscilaţii va fi $t_1 = \frac{52}{\nu} = 0{,}2$ s.

Din $l_1 = \frac{gt_1^2}{2}$ se obţine $g = 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

3° Cele n oscilaţii se vor efectua în timpul $t' = \frac{n}{\nu} = 0{,}1$ s. Fie t timpul necesar diapazonului ca pornind din origine să atingă punctul C cel mai coborît. Deasupra lui C, la distanţa d, se află punctul B. Deci:

$$\frac{1}{2} gt^2 - \frac{1}{2} g(t - t')^2 = d.$$

Se obţine t=0,2 s, timpul în care diapazonul parcurge spaţiul S=19,6 cm. Punctul B va fi deci la $S - d$=4,9 cm de origine.

37 1° Cînd mişcarea unei picături devine uniformă, rezistenţa aerului egalează greutatea sa: $ksv^2 = mg$. În cele două cazuri $k \cdot \pi r^2 v^2 = mg$ şi $k \cdot \pi r_1^2 \, v_1^2 \frac{m}{n} \, g$. Rezultă $r^2 v^2 = n r_1^2 v_1^2$. Întrucît masele sînt proporţionale cu cuburile razelor, obţinem încă o expresie, $r^3 = n r_1^3$, şi deci $v = \sqrt[6]{n} \, v_1$.

Cum $vt = v_1 t_1$, rezultă $t_1 \approx 3$ minute.

2° Conform primului principiu al termodinamicii (şi neluînd în consideraţie tensiunea superficială):

$$mg \cdot h = mc\Delta t \text{ cu } h = vt. \text{ Rezultă } \Delta t \approx 0{,}03°\text{C}.$$

38 1° $S = \frac{1}{2} gt^2 = 19{,}62$ m, $v = gt = 19{,}62 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2° $R = Kv^2$ şi în momentul atingerii vitezei limită $R = mg$.

Deci, $v_l = \sqrt{\frac{mg}{K}} \approx 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

3° Firul este tras în jos de forţa G şi în sus de forţa R=G. Deci T=2 mg=1 373,4 N.

39 Prin evaporare, picătura îşi micşorează atît volumul cît şi secţiunea transversală. Rezistenţa aerului, proporţională cu r^2 (r — raza picăturii) se micşorează mai încet decît greutatea picăturii, proporţională cu r^3: viteza de mişcare a picăturii se va micşora.

40 1° $v_0 = \sqrt{2gh} = 3{,}92 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2° $d = vt = r\omega \cdot \frac{2v_0}{g}$, $n = \frac{gd}{2lv_0} = 1 \frac{\text{rot}}{\text{s}}$.

3° Parabolă.

41 Viteza maximă din momentul ciocnirii este $\sqrt{2gh}$. Prin ciocnire, viteza sferei îşi schimbă sensul, dar rămîne nemodificată în valoare absolută. În cădere, viteza este considerată negativă, iar în urcare pozitivă (fig. 242).

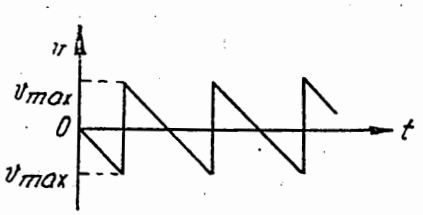


Fig. 242.

42 Timpul căderii primei sfere este $t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \approx 0{,}3$ s, iar a celei de-a doua, $t_2 \approx 0{,}15$ s.

Deci, $\frac{t_2}{t_1} = 0{,}5$. Raportul vitezelor lor maxime este, de asemenea, 0,5 $\left(\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = \frac{1}{2}\right)$.

După cum se vede din graficul vitezelor (fig. 243), timpul minim este $t_0 \approx 0{,}3$ s, a doua sferă putînd să-şi înceapă căderea şi după 0,6 s, 0,9 s, 1,2 s etc.
Timpul t, în cursul căruia vitezele ambelor sfere coincid, este 0,3 secunde, după cum rezultă tot din grafic.

43 Timpul căderii este $t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, iar al urcării

$$t_u = \frac{v_0}{g} = \frac{kv}{g} = k\sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Din $t = t_c + t_u$ se obţine $h = \frac{gt^2}{2(1+k)^2} = 28{,}2$ m.

44 1° $S_1 = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$, $S_2 = \frac{1}{2} gt^2$; $S_1 + S_2 = h$.

Rezultă $t = \frac{h}{v_0} = 3$ s.

2° $S_1 = 132{,}3$ m.

3° $t_1 = 2\frac{v_0}{g} = 12$ s; $t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 6$ s. Primul corp atinge deci pămîntul la 6 secunde după cel de-al doilea.

4° Energii potenţiale egale cu $mgs_1 = 1\,296{,}5$ J; energii cinetice $\frac{1}{2} m(v_0 - gt)^2 = 432{,}2$ J, respectiv $\frac{1}{2} m_2 g^2 t^2 = 432{,}2$ J.

45 $S_1 = h = v_{01}t - \frac{1}{2} gt^2$, $S_2 = v_{02}t + \frac{1}{2} gt^2$, $S_1 + S_2 = \frac{v_{01}^2}{2g}$.

Rezultă:

$$t = \frac{v_{01}^2}{2g(v_{01} + v_{02})} \approx 0{,}9 \text{ s}, \quad h \approx 14 \text{ m}.$$

46 1° Conform figurii 244;

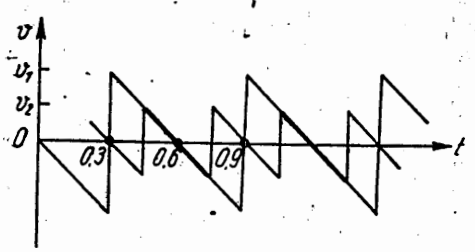


Fig. 243.

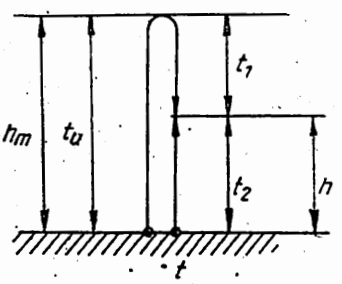


Fig. 244.

$$t_1 + t_2 = t_u = \frac{v_0}{g}, \quad t_u + t_1 = t + t_2,$$

$$\frac{1}{2} gt_1^2 + h = h_m = \frac{v_0^2}{2g}.$$

Se obţine:

$$t_1 = \frac{t}{2} \text{ şi } v_0 = \sqrt{2gh + \frac{g^2 t^2}{4}}.$$

2° Viteza inițială v_0 se obține în acest caz din sistemul de ecuații:

$$S_1 = h = v_0\tau - \frac{1}{2}g\tau^2; \quad S_2 = v_0(\tau - t) + \frac{1}{2}g(\tau - t)^2,$$

$$h + S_2 = \frac{v_0^2}{2g}.$$

47 1° În timpul $t_1 = \frac{v_1}{g} = 2{,}04$ s prima piatră atinge înălțimea maximă $h_1 = \frac{v_1^2}{2g} = 20{,}4$ m, pe cînd cea de-a doua, în timpul $t_2 = t_1 - t = 0{,}04$ s atinge nivelul $h_2 = v_2t_2 - \frac{g}{2}t_2^2 = 99{,}1$ cm. Întrucît $h_1 \gg h_2$, întîlnirea va avea loc în timpul căderii primei pietre.

2° Fie x și y spațiile parcurse pînă în momentul întîlnirii, respectiv, de piatra ce coboară de la înălțimea maximă în timpul t_x și piatra a doua ce urcă în timpul $t_y = t_1 + t_x - t$:

$$x = \frac{1}{2}gt_x^2, \quad y = v_2t_y - \frac{1}{2}gt_y^2.$$

Se adună membru cu membru și se obține:

$$2(x + y) = g(t_x^2 - t_y^2) + 2v_2t_y.$$

Ținîndu-se seama de faptul că $x + y = \frac{v_1^2}{2g}$ și de expresia lui t_y, se elimină t_x și rezultă:

$$t_y = \frac{t(2v_1 - gt)}{2(v_2 - v_1 + gt)} = 0{,}8 \text{ s}; \quad y = 16{,}8 \text{ m}.$$

Pietrele se vor întîlni deci după 2,8 s de la plecarea primei pietre.

48 1° Timpul de ridicare al sferei A la înălțimea maximă este $t_A = \frac{v_A}{g} = 6$ s. Deci, bila B, este aruncată în momentul în care sfera A începe să coboare de la înălțimea maximă $\frac{v_A^2}{2g}$. Fie τ timpul scurs din acest moment pînă la întîlnire:

$$\frac{1}{2}g\tau^2 + \left(v_B\tau - \frac{1}{2}g\tau^2\right) = \frac{v_A^2}{2g} \text{ și } \tau = 4{,}5 \text{ s}.$$

Întrucît timpul de ridicare al sferei B la înălțimea maximă este $t_B = \frac{v_B}{g} = 4$ s, tragem concluzia că cele două sfere se întîlnesc în coborîre, sfera A ajungînd-o din urmă pe B.

Observație: Timpul τ se poate obține și din egalarea ecuațiilor spațiului:

$$v_A(\tau + t) - \frac{1}{2}g(\tau + t)^2 = v_B\tau - \frac{1}{2}g\tau^2.$$

2° $h = v_B\tau - \frac{1}{2}g\tau^2 = 78{,}75$ m.

3° Limita inferioară t_m se obține punînd condiția ca sferele să atingă simultan planul O: $t_m = 2\frac{v_A}{g} - 2\frac{v_B}{g} = 4$ s. Limita superioară t_M corespunde aruncării sferei B în momentul sosirii sferei A pe planul O: $t_M = 2\frac{v_A}{g} = 12$ s.

4° Vitezele în momentul întîlnirii vor fi $v'_A = g\tau$ și $v'_B = g(\tau - t_B)$. Deci:

$$E_A = \frac{1}{2} mAg^2\tau^2 = 40{,}5 \text{ J}; \quad E_B = \frac{1}{2} m_B g^2(\tau - t_B)^2 = 1 \text{ J}.$$

5 Energia cinetică a sferelor se transformă în căldură:

$$Q = \frac{1}{2} m_A v^2_A + \frac{1}{2} m_B v^2_B.$$

Conform legilor calorimetrice $Q = (m_A c_A + m_B c_B + mc)(\theta - t_0)$.
Rezultă $\theta = 21{,}8°C$.

49 Forța ascensională în apă este diferența între forța arhimedică ρVg și greutatea mingii $\rho_m Vg$ (V volumul mingii). Conform legii a doua a dinamicii $\rho_m V \cdot a = Vg(\rho - \rho_m)$ și timpul de urcare pînă la suprafață este:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2}{g}\frac{\rho_m}{\rho - \rho_m}} \approx 0{,}15 \text{ s}.$$

În timpul:

$$t_2 = \frac{v_0}{g} = \frac{at_1}{g} = \sqrt{\frac{2h}{g}\frac{\rho - \rho_m}{\rho_m}} \approx 1{,}35 \text{ s},$$

atinge apoi înălțimea maximă deasupra apei. Deci:

$$t = t_1 + t_2 \approx 1{,}5 \text{ s}.$$

50 1° $v = \sqrt{2gh} = 4\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2° Forța ce frînează mișcarea este $G - F_A$ și $a = g\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho}\right)$, notînd cu ρ_a densitatea apei.

Din:

$$H = vt + \frac{1}{2} at^2 \text{ rezultă } t \approx 0{,}3 \text{ s}.$$

51 1° $h = \frac{v^2}{2a}$, cu $v = \sqrt{2gl}$ și $a = g\left(\frac{\rho_a}{\rho} - 1\right)$,

Deci:

$$h = \frac{l}{\frac{\rho_a}{\rho} - 1},$$

Același rezultat se obține prin aplicarea legii conservării energiei:

$$mgl=(F_A-G)h.$$

2° $t=t_1+2t_2$, cu $t_1=\sqrt{\frac{2l}{g}}$ și $t_2=\frac{v}{a}$. Rezultă

$$t=\sqrt{\frac{2l}{g}}\,\frac{\rho_a+\rho}{\rho_a-\rho}.$$

3° $h=1$ m, $t=1{,}3$ s.

652 1° Piatra descrie traiectoria rezultată din compunerea mișcării uniforme cu viteza v_0 pe direcția x cu mișcarea uniform accelerată de cădere pe verticală:

$$x=v_0t, \qquad y=\frac{1}{2}gt^2.$$

Deci: $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}\approx 2{,}5$ s. Aruncarea orizontală cu viteza v_0 nu influențează deci timpul căderii libere, ci numai forma traiectoriei.

2° $D=v_0t\approx 50$ m.

3° Ecuația traiectoriei se obține prin eliminarea timpului între ecuațiile spațiului. Se obține:

$$y=\frac{g}{2v_0^2}x^2=kx^2, \text{ deci parabolă (fig. 245).}$$

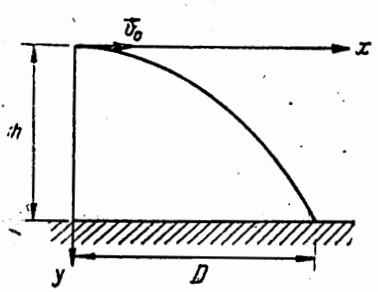


Fig. 245.

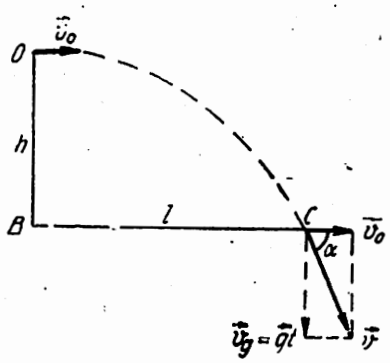


Fig. 246.

653 1° Din ecuația traiectoriei: $v_0=l\sqrt{\frac{g}{2h}}$.

2° Conform figurii 246:

$$v=\sqrt{v_0^2+g^2t^2}=v_0\sqrt{1+\frac{l^2g^2}{v_0^4}}; \qquad \operatorname{tg}\alpha=\frac{lg}{v_0^2}.$$

54 Înlocuind în ecuația traiectoriei $x=S$ și $y=h_0-h$ (fig. 247), se obține:

$$h_0=h+\frac{gS^2}{2v_0^2}.$$

55 Cunoscînd $h=100$ m și $D=3$ km, se obține $v_0=D\sqrt{\frac{g}{2h}}$ și $l=\frac{v_0t}{2}\approx 3{,}3$ m.

56 1° $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}=0{,}62$ s.

2° Viteza inițială v_0 a obiectului coincide cu viteza trenului. Deci, $D=v_0t=20{,}6\ m>l$.

3° $L=Ph=38$ J; $E=L+\frac{mv_0^2}{2}\approx 1{,}17$ kJ.

4° $\operatorname{tg}\alpha=\frac{gt}{v}=0{,}182$.

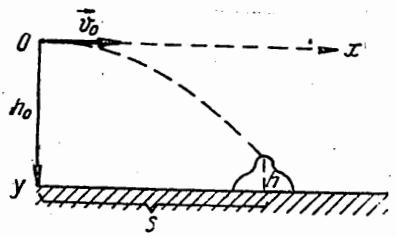


Fig. 247.

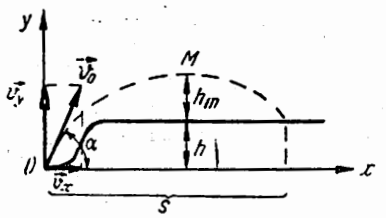


Fig. 248.

57 Din legea conservării energiei:

$$\frac{mv_0^2}{2}+mgh=\frac{mv^2}{2},$$

tragem foarte ușor concluzia că viteza finală nu depinde decît de valoarea vitezei inițiale v_0 și nu de orientarea ei.

58 1° Viteza inițială v_0 prezintă componenta $\vec{v}_0\cos\alpha$ pe axa x și componenta $\vec{v}_0\sin\alpha$ pe axa y (fig. 248). Întrucît în lungul axei y acționează și cîmpul gravitațional, traiectoria va fi rezultatul compunerii mișcării uniforme pe orizontală cu o mișcare uniform încetinită pe verticală. Deci:

$$x=v_0t\cos\alpha:\quad y=v_0t\sin\alpha-\frac{gt^2}{2}.$$

Coordonatele punctului de cădere sînt $x=S$, $y=h$.
Eliminînd timpul, se obține ecuația:

$$\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}S^2-\operatorname{tg}\alpha\cdot S+h=0,$$

din care rezultă S.

2° În punctul M componenta vitezei pe axa y devine nulă (proiectilul se mișcă orizontal):

$$v_y = v_0 \sin \alpha - g t_u = 0.$$

Înlocuind timpul de urcare

$$t_u = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

în ecuația lui y, se obține:

$$h_m = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} - h.$$

3° Proiectilul ajunge în C (fig. 249) cu viteza $v_1 = v_0 - gt \sin \alpha = 0{,}2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ și se ridică la înălțimea $h_1 = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2g} = 5{,}1$ m. Din acest punct, mișcarea se continuă o aruncare oblică.

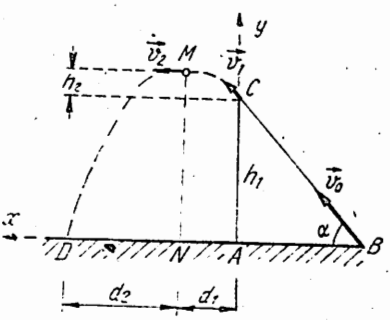


Fig. 249.

u $\vec{v}_{1x}$ și $\vec{v}_{1y}$ componentele vitezei $\vec{v}_1$ după rizontală, respectiv verticală, cu originea A, rezultă ecuațiile mișcărilor pe orizontală:

$$= v_{1x} t_1 = v_1 t_1 \cos \alpha,$$

$$= h_1 + v_{1y} t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = h_1 + v_1 t_1 \sin \alpha - \frac{1}{2} g t_1^2.$$

) (de coordonate x și zero), a doua ecuație conduce la soluția:

$$\frac{1}{g}\left(v_1 \sin \alpha + \sqrt{v_1^2 \sin^2 \alpha + 2gh_1}\right),$$

oluția finală $x = 17{,}47$ cm.

rezultat se poate ajunge și pe altă cale: din C proiectilul ajunge în punctul M în timpul $t_u = \frac{v_1 \sin \alpha}{g}$, se ridică pe verticală cu $h_2 = \frac{v_1^2 \sin^2 \alpha}{2g} = 0{,}51$ mm și simultan se deplasează pe orizontală cu $d_1 = v_1 \cos \alpha \cdot t_u = 1{,}73$ mm.

Din M mișcarea se continuă cu o aruncare pe orizontală cu viteza $v_2 = v_1 \cos \alpha$ de la înălțimea $h = h_1 + h_2$ și atinge planul lui AB în punctul D, deplasat față de M cu distanța $d_2 = v_2 \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx$

$\approx 17{,}58$ cm. Rezultă $AD = d_1 + d_2 \approx 17{,}75$ cm.

4° Notînd unghiul de aruncare cu α, componentele orizontală și verticală ale vitezei în momentul aruncării sînt $v_x = v \cos \alpha$ și $v_y = v \sin \alpha$.

Deoarece ciocnirea bilei cu planul este perfect elastică, componenta verticală a vitezei nu se schimbă în momentul ciocnirii, iar cea orizontală schimbă sensul. Ecuația mișcării bilei pe verticală este de forma $y = v_y t - \frac{1}{2} g t^2$. Punînd condiția $y = 0$, se determină timpul necesar mișcării bilei din momentul aruncării pînă în momentul întoarcerii:

$$t = \frac{2v_y}{g} = \frac{2v \sin \alpha}{g}.$$

În timpul t bila se mișcăpe direcția orizontală pe distanța $2l=v_x t$. Se obține:

$$\sin 2\alpha = \frac{2gl}{v^2}.$$

61 Pentru ca bila să revină în poziția inițială, va trebui să cadă normal pe planul înclinat. Dacă v este viteza de lansare, ecuația traiectoriei este (fig. 250):

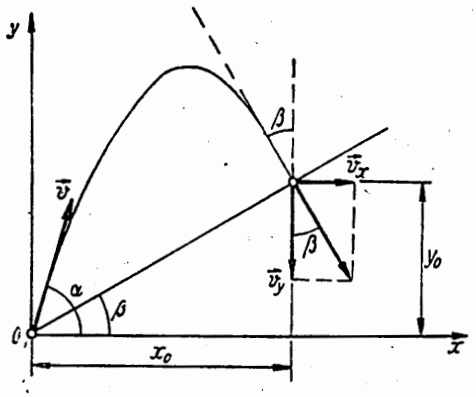


Fig. 250.

$$y = x \operatorname{tg}\alpha - \frac{gx^2}{2v^2\cos^2\alpha}.$$

Punctul de ciocnire are coordonatele x_0 și y_0. Cum $y_0 = x_0 \operatorname{tg}\beta$, abscisa punctului de ciocnire va fi:

$$x_0 = \frac{2v^2}{g}\cos^2\alpha(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta),$$

punct atins după timpul:

$$t_0 = \frac{x_0}{v\cdot\cos\alpha} = \frac{2v}{g}\cos\alpha\cdot(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta).$$

Dar

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{v_x}{-v_y} = \frac{v\cos\alpha}{gt_0 - v\sin\alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha - 2\operatorname{tg}\beta},$$

și de aici:

$$\operatorname{tg}\alpha = 2\operatorname{tg}\beta + \operatorname{ctg}\beta.$$

Se obține $\alpha = 74°$, pentru $\beta = 20°$.

62 Bilă căzînd de la înălțimea $H=AB$, ajunge în B cu viteza $v_0=\sqrt{2gH}$ și se reflectă sub unghiul de incidență $\alpha=15°$ (fig. 251). Timpul de deplasare al bilei din B în E va fi $t = \frac{d}{v_0 \sin 2\alpha}$, cu $d=BD=20$ cm; iar înălțimea DE atinsă de bilă în acest timp:

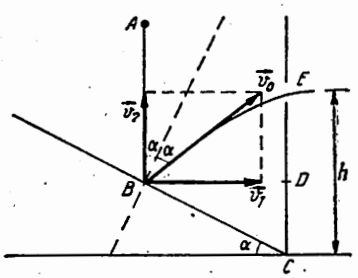


Fig. 251.

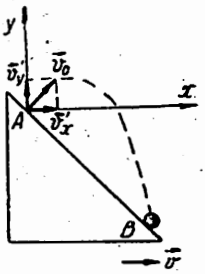


Fig. 252.

$$h - d\cdot\operatorname{tg}\alpha = v_2 t - \frac{1}{2}gt^2 = d\cdot\operatorname{ctg}2\alpha - \frac{gd^2}{2v_0^2\sin^2 2\alpha}.$$

Rezolvînd egalitatea în raport cu v_0^2 rezultă apoi:

$$H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{d^2}{4\sin^2 2\alpha\,[d(\operatorname{ctg}2\alpha + \operatorname{tg}\alpha) - h]} = 30{,}8 \text{ cm}.$$

63 1° Într-un sistem legat de planul înclinat (fig. 252) componentele vitezei sferei în momentul primei ciocniri cu planul înclinat vor fi $v_x = -v$ și $v_y = -\sqrt{2gH}$, iar viteza rezultantă normală pe planul

înclinat și egală cu $v\sqrt{2}$ ($v_x = v_y$). Cu această viteză, dar în sens contrar, sfera își va continua mișcarea după ciocnire pe o parabolă. Ecuațiile mișcării vor fi:

$$x = v_x t = vt \quad \text{și} \quad y = v_y t - \frac{gt^2}{2} = vt - \frac{gt^2}{2}.$$

Deoarece bila cade pe planul înclinat la 45°, rezultă $x = -y$. Se obține $x = \frac{4v^2}{g}$ și $AB = x\sqrt{2} \approx 55$ m.

2° După ciocnirea cu planul, sfera se va mișca uniform accelerat spre baza planului înclinat, în lungul acestuia, cu o viteză inițială egală cu $v\sqrt{2}$.

64 Timpul urcării proiectilului până în locul exploziei este $\tau_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$. Din legea conservării impulsului rezultă că în timpul exploziei ambele părți ale proiectilului au obținut vitezele suplimentare verticale $\vec{v}$ egale în modul și opuse ca sens.

Jumătatea care a obținut în timpul exploziei viteza suplimentară dirijată către pământ ascultă de legea:

$$y = H - \left(vt + \frac{gt^2}{2}\right).$$

Se știe că ea ajunge pe pământ ($y = 0$) după timpul $t = \tau$.

Se poate obține astfel viteza suplimentară verticală v:

$$v = \frac{2H - g\tau^2}{2\tau}.$$

Componenta orizontală v_1 a vitezei celor două jumătăți va coincide însă cu cea a proiectilului inițial. Deci, $v_1 = \frac{l}{\tau_1 + \tau}$. Din ecuația mișcării celei de-a doua jumătăți a proiectilului:

$$y = H + \left(vt - \frac{gt^2}{2}\right),$$

se poate obține timpul $t = \tau_2$ scurs din momentul exploziei până la căderea pe pământ ($y = 0$):

$$\tau_2 = \frac{v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}.$$

Timpul total τ_t al mișcării acestei jumătăți a proiectilului fiind $\tau_t = \tau_1 + \tau_2$, rezultă:

$$L = v_1 \tau_t = \frac{l}{\tau + \sqrt{\frac{2H}{g}}} \cdot \frac{\sqrt{2gH} + \sqrt{v^2 + 2gH} + v}{g}.$$

65 Întrucît schijele au ajuns simultan jos, la sol, rezultă că explozia nu le-a modificat componenta verticală din momentul anterior exploziei, și încă mai mult, componenta $\vec{v_y}$ a vitezei schijei din

stînga, în momentul revenirii la sol, este egală cu componenta $\vec{v}_y$ a vitezei $\vec{v}_0$ de lansare (fig. 253). De asemenea, componenta orizontală $\vec{v}_x$ a vitezei inițiale $\vec{v}_0$ rămîne constantă pînă în momentul exploziei cînd, pentru schija din stînga, își schimbă sensul și devine $\vec{v}'_x$, rămînînd iar constantă pînă în locul revenirii la sol:

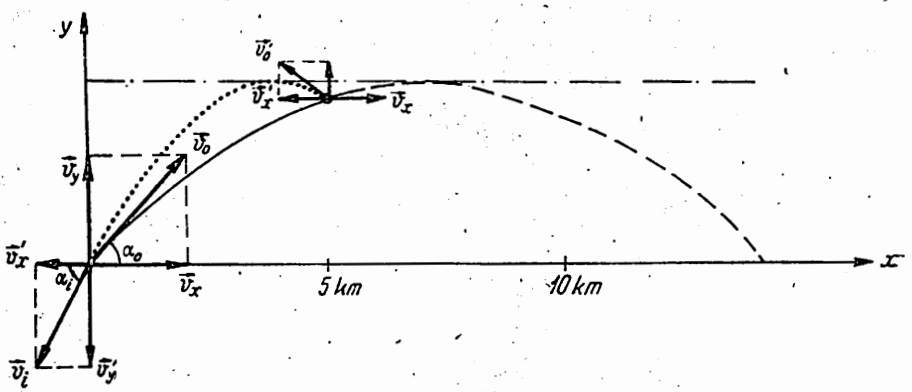


Fig. 253.

$$v'_x = \sqrt{v_l^2 - v_y^2} = \sqrt{v_l^2 - v_0^2 \sin^2 \alpha_0} = 150 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Schija atinge solul sub unghiul de impact α_l:

$$\operatorname{tg} \alpha_l = \frac{v'_y}{v'_x} = \frac{4}{3}.$$

Cu datele obținute se pot scrie ecuațiile traiectoriilor, cea inițială și cea a schijei din stînga:

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha_0} x^2,$$

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha_l - \frac{g}{2v_l^2 \cos^2 \alpha_l} x^2.$$

Eliminînd y rezultă:

$$x = \frac{\operatorname{tg} \alpha_l - \operatorname{tg} \alpha_0}{\frac{g}{2}\left(\frac{1}{v_l^2 \cos^2 \alpha_l} - \frac{1}{v_0^2 \cos^2 \alpha_0}\right)} = 4\,170 \text{ m}$$

și $y = 1\,680$ m, înălțimea la care a avut loc explozia.

3. LEGILE LUI NEWTON. MIȘCARE CU FRECARE

66 Deoarece tot cilindrul se mișcă cu accelerația a (fig. 254):

$$a=\frac{F}{M_{AB}}=\frac{F_C}{M_{CB}} \text{ și } F_C=F\frac{CB}{AB},$$

pentru cilindrul omogen masele fiind proporționale cu lungimile. Tragem concluzia că $F_B=0$.

67 Forța $\vec{F}$ poate avea același sens cu $\vec{P}$ sau sens contrar. Rezultanta lor va fi deci

$R=P\pm F=\frac{P}{g}a$. Se obține:

$$a=g\left(1\pm\frac{F}{P}\right),\ v=g\left(1\pm\frac{F}{P}\right)t.$$

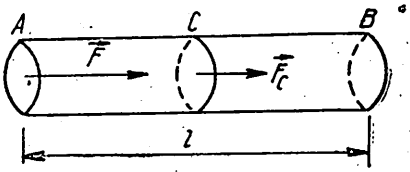


Fig. 254.

68 $F=m(a+g)=m\left(\frac{\sqrt{2gh}}{t}+g\right)\approx 979$ N.

69 1° $v=\sqrt{2gh}\approx 44\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2° Din $(P-F)t=m(v'-v)$ rezultă:

$$v=v'+\frac{(P-F)gt}{P}\approx 74\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

3° $F=\frac{mv}{t}+P=2{,}45$ N.

70 Întrucît pisica se găsește nemișcată față de podea, înseamnă că forța ei de acțiune, echilibrată de reacțiunea barei, este egală numai cu greutatea proprie mg.
Asupra barei acționează deci forțele Mg și mg și, prin urmare:

$$a=g\frac{M+m}{M}.$$

71
$$P=\frac{G+ma}{S}=\frac{m}{S}\left(g+\frac{v-v_0}{t}\right).$$

72
$$F_1=m\left(g+\frac{v}{t}\right)=663{,}6\ \text{N};\ F_2=mg=588{,}6\ \text{N},$$

$$F_3=m\left(g-\frac{v^2}{2S}\right)=401{,}1\ \text{N}.$$

73 *A*. 1° $T_1=Mg=5$ kN. 2° $T=M(g+a)=5{,}75$ kN. 3° $T_3=Mg=5$ kN.

B. 1° $F_1=m(g+a)=11{,}5$ N. $F_2=0$.

74 Inițial pendulul era deviat cu unghiul α ce rezultă din relația

$$\text{tg}\,\alpha=\frac{ma}{mg}=\frac{a}{g}.$$

Prin introducerea lichidului apare o forță arhimedică verticală $F_A=\rho_l V g$ și una orizontală cauzată de presiunea creiată de lichidul în mișcare accelerată, $F_0=\rho_l V a$. Pe orizontală va acționa deci forța $F_f=ma-F_0$ și deci (v. fig. 255):

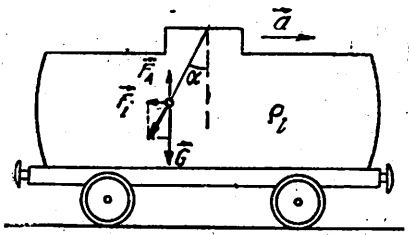


Fig. 255.

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{F_f}{G-F_A} = \frac{a}{g} = \operatorname{tg}\alpha.$$

75 1° $a=\dfrac{F-F_f}{m_2}=0{,}19\,\dfrac{m}{s^2}$ cu $F=\dfrac{1}{10}m_1 g$ și $F_f=m_2 R$.

2° $S=\dfrac{v^2}{2a}\approx 731$ m; 3° $t=\dfrac{v}{a}\approx 86{,}4$ s.

76 Neexistînd frecare, bila își menține poziția de echilibru, deci coordonatele în spațiu, pînă cînd marginea platformei trece de ea; în acest moment, platforma a atins viteza $v_1=\sqrt{2as}$, iar sfera începe să cadă; ea atinge podeaua în timpul $t=\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$, timp în care platforma se deplasează pe distanța $d=v_1 t+\dfrac{1}{2}at^2$. Prin rezolvarea sistemului de ecuații se obține accelerația a și deci:

$$F=m\,\frac{g}{h}\,[d+2s-2\sqrt{s(d+s)}]=3{,}33 \text{ kN}.$$

77 Corpurile se mișcă cu accelerația:

$$a=\frac{G_1-G_2}{m_1+m_2}=g\,\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}.$$

Dacă raportul spațiilor este n, același raport trebuie să existe și între accelerații, deci $g=na$. Se obține:

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{n+1}{n-1}.$$

78 1° Forța ce pune sistemul în mișcare este mg, sistemul prezentînd masa m_1+m_2+m. Prin urmare:

$$a=g\,\frac{m}{2m_1+m},\quad x=\frac{1}{2}at^2=78{,}4 \text{ cm},\quad v=at=78{,}4\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

2° $a'=g\,\dfrac{(m_2+m')-(m_1+m)}{2m_1+m+m'}$, $x_1=x+\dfrac{v^2}{2a'}=146{,}7$ cm.

3° $t'=t+\dfrac{v}{a'}+\sqrt{\dfrac{2x_1}{a'}}=6{,}2$ s; $v''=\sqrt{2a'x_1}=1{,}15\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

79

$$a_1=g\,\frac{m_1+m_2}{2m+m_1+m_2},\qquad x_1=\frac{1}{2}a_1 t_1^2=28{,}8 \text{ cm},$$

$$a_2=g\,\frac{m_1}{2m+m_1},\qquad x_2=x_1+v_1(t_2-t_1)+\frac{1}{2}a_2(t_2-t_1)^2$$

cu $v_1=a_1 t_1=57{,}6\,\dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$. Rezultă $x_2=98{,}4$ cm.

80 1° $a = g\dfrac{m}{2M_1+m}$, $x=\dfrac{1}{2}at^2=38{,}4$ cm.

2° După timpul t, viteza sistemului era $v=at=38{,}4\,\dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$, Mişcarea devine apoi uniform încetinită, datorită rezistenţelor R:

$$S'=vt'-\frac{1}{2}a't'^2, \quad R=2M_1\cdot a'=\frac{4M_1}{t^2}(vt'-S')=1{,}38 \text{ mN}.$$

81 Suprasarcina m urcă cu acceleraţia:

$$a_1=g\frac{M-M'-m}{M+M'+m}=1{,}96\,\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}, \text{ în timpul } t_1=\sqrt{\frac{2l}{a_1}}\approx 0{,}63 \text{ s},$$

şi coboară cu acceleraţia:

$$a_2=g\frac{M+m-M'}{M+m+M'}=3{,}92\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

în timpul t_2 dat de ecuaţia $l=vt_2+\dfrac{1}{2}a_2t_2^2$, cu $v=\sqrt{2a_1l}$. Se obţine $t_2=0{,}23$ s şi $t=t_1+t_2=0{,}86$ s.

82 Notînd cu T tensiunea din fir (fig. 256) şi cu a acceleraţia căpătată de cele două corpuri faţă de lift, se pot scrie ecuaţiile de mişcare ale celor două corpuri:

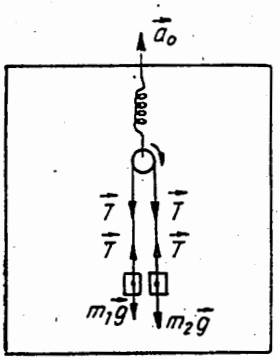


Fig. 256.

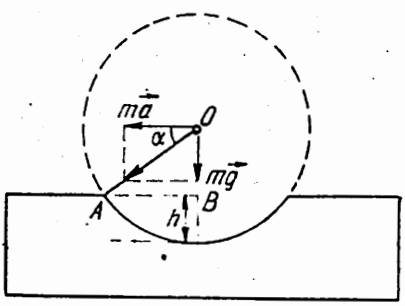


Fig. 257.

$$a+a_0=\frac{T-G_1}{m_1}, \quad a-a_0=\frac{G_2-T}{m_2}.$$

Se obţine:

$$T=\frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}(a_0+g)=2{,}64 \text{ N}.$$

Indicaţia dinamometrului va fi deci $F=2T=5{,}28$ N.

83 Mişcarea sistemului este uniform accelerată cu acceleraţia:

$$a=g\frac{m_1}{M+m+m_1}.$$

Asupra sferei acţionează şi greutatea $\vec{mg}$ şi forţa de inerţie $\vec{ma}$ (fig. 257); dacă rezultanta acestora este plasată deasupra razei OA, sfera va ieşi din groapă. Conform figurii, utilizînd şi triunghiul OAB:

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{g}{a}=\frac{R-h}{\sqrt{R^2-(R-h)^2}}.$$

Va fi necesară deci condiția:

$$\frac{g}{a} < \frac{R-h}{\sqrt{R^2-(R-h)^2}},$$

$$m_1 > (M+m)\frac{\sqrt{h(2R-h)}}{R-h-\sqrt{h(2R-h)}}.$$

Observație: h trebuie să satisfacă condiției

$$R-h > \sqrt{h(2R-h)}, \text{ deci } h < R\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right).$$

84 Corpul de masă M se va mișca în jos având o accelerație aproape egală cu g. Corpul de masă m se va mișca în sus cu accelerația $a \approx 2g$, determinînd în fir o tensiune $T \approx 3\,mg$. Dinamometrul indică forța $F \approx 6\,mg \approx 60$ N.

85 1° Considerînd că primul corp se mișcă în jos și notînd cu T tensiunea în firul ce-l susține (fig. 258) cu a_1 și a_2 accelerațiile celor două corpuri și aplicînd legea a II-a a lui Newton, se obțin ecuațiile:

$$m_1 g - T = m_1 a_1; \qquad 8T - m_2 g = m_2 a_2.$$

Întrucît durata mișcării este aceeași pentru ambele greutăți, rezultă:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a_1}{a_2} = 8,$$

S_1 și S_2 fiind distanțele străbătute de corpuri.

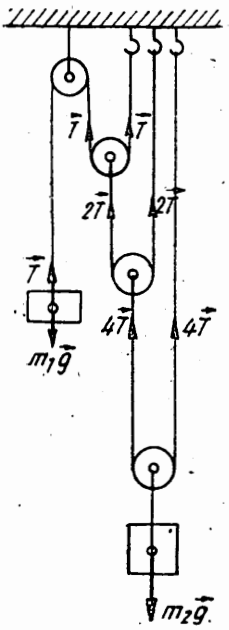


Fig. 258.

Rezolvînd sistemul de ecuații, rezultă:

$$a_1 = 8g\frac{8m_1-m_2}{64m_1+m_2}, \quad a_2 = g\frac{8m_1-m_2}{64m_1+m_2}.$$

2° Sistemul de corpuri va rămîne în echilibru cînd $a_1 = a_2 = 0$, deci pentru $m_2 = 8\,m_1$.

86 Considerînd că sistemul se mișcă spre stînga:

$$a = \frac{F_1\cos\alpha_1 - F_2\cos\alpha_2 - \mu[(m_1+m_2)g - F_1\sin\alpha_1 - F_2\sin\alpha_2]}{m_1+m_2}$$

87 Conform figurii 259, *a*: $F_1 + \mu F_2 = G$, cu $F_1 = F\sin\alpha$ și $F_2 = F\cos\alpha$. Se obține:

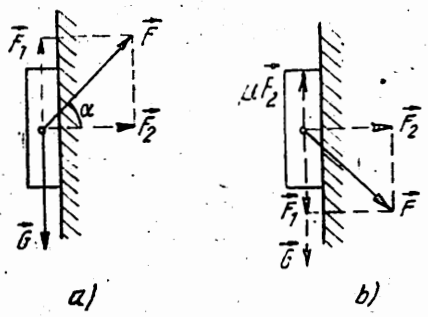


Fig. 259.

$$F = \frac{G}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha} = 54{,}5 \text{ N}.$$

Dacă însă forța F acționează sub unghiul α, dar ca în figura 259, *b*: $F_1 + G = \mu F_2$ și

$$F = \frac{G}{\mu\cos\alpha - \sin\alpha},$$

trebuind să fie satisfăcută condiția $\mu > \operatorname{tg}\alpha$. În cazul $\alpha=45°$, nu va fi posibilă decît prima variantă.

88 Forța F trebuie să învingă forța de inerție ma cît și forța de frecare μG:

$$F=m\left(\frac{2S}{t^2}+\mu g\right)=210 \text{ N}.$$

89 1° $t_1=\dfrac{mv}{F-F_f}=90$ s;

2° $S_2=\dfrac{v^2}{2a}=\dfrac{mv^2}{2F_f}=9$ m.

3° $t_2=\dfrac{mv}{F_f}=18$ s; $t=t_1+t_2=108$ s; $S=\dfrac{vt_1}{2}+\dfrac{vt_2}{2}=54$ m.

90 1° $v_1=\dfrac{2S_1}{t_1}=66{,}6\dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$; $v_2=\dfrac{m_1v_1}{m_2}=41{,}66\dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$;

2° $S_2=\dfrac{v_2^2}{2a}=\dfrac{v_2^2t_1}{2v_1}\approx 39$ cm;

3° $\mu=\dfrac{a}{g}=0{,}022$.

4° $d=\left(v_1t-\dfrac{1}{2}at^2\right)+\left(v_2t-\dfrac{1}{2}at^2\right)=86{,}11$ cm.

91 Sistemul este asemănător celui din figura 10.

1° $S_1=\dfrac{1}{2}a_1t^2=3{,}26$ m, cu $a_1=g\dfrac{P}{P+G}$.

2° $S_2=\dfrac{1}{2}a_2t^2=1{,}63$ m, cu $a_2=g\dfrac{P-\mu G}{P+G}$.

92 1° Mișcarea este uniform accelerată, cu accelerația:

$$a=g\frac{m_2-\mu m_1}{m_2+m_1}=2{,}45\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

2° $t=\sqrt{\dfrac{2h}{a}}=3$ s.

3° $a=0$, deci $m_2=\mu m_1=10$ kg.

93 1° $a=\dfrac{2\mu F}{m}=0{,}5\dfrac{\text{m}}{s^2}$.

2° $S=\dfrac{v^2}{2a}=16$ m.

3° Pentru ca roata să alunece și să nu se rotească, este necesar ca momentele celor două forțe de frecare între sabot și roată (F_m) și de frecare între roată și asfalt $\left(\mu'\dfrac{G}{2}\right)$ să fie egale. Brațele fiind egale, rezultă: $F_m=800$ N.

4° $S'=\dfrac{v^2}{2\mu g}=2$ m.

94 Forța de tracțiune F trebuie să învingă forța de frecare dintre cărămizi. Luînd în considerație și tensiunea T din firul ce reține cărămida superioară, forța normală ce va crea forța de frecare este $G-T\cos\alpha$ (fig. 260). Deci:

$$F=T\sin\alpha=\mu(G-T\cos\alpha)$$

$$F=\frac{\mu mg}{1+\mu\operatorname{ctg}\alpha}=7{,}28\ \text{N}.$$

95 Dacă masa lanțului pe unitatea de lungime este δ, atunci masa totală este δl. Forța ce pune lanțul în mișcare este diferența între greutatea porțiunii ce atîrnă, $x\delta g$, și forța de frecare cu suprafața de sprijin de pe masă, $\mu(l-x)\delta g$. Rezultă:

$$a=g\frac{x(1+\mu)-\mu l}{l},\ \text{liniar crescătoare cu } x.$$

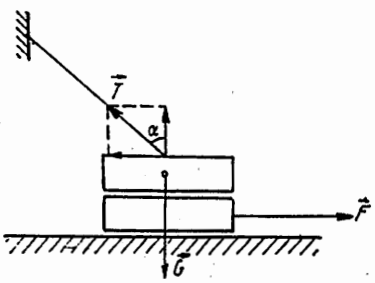


Fig. 260.

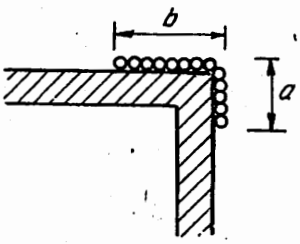


Fig. 261.

Lanțul se va pune în mișcare, dacă:

$$x>\frac{\mu}{1+\mu}\,l.$$

96 Se măsoară lungimile a și b ale celor două porțiuni de lanț, verticală, respectiv orizontală (fig. 261), din momentul în care lanțul se pune în mișcare.

Dacă δ este greutatea lanțului pe unitatea de lungime, rezultă $a\delta=\mu b\delta$ și $\mu=\frac{a}{b}$.

97 1° Proiectilul se va mișca pe platformă uniform încetinit cu accelerația de frînare $a_1=\mu_1 g$, iar vagonetul începe să se miște, antrenat de forța de frecare, cu accelerația $a_2=\frac{\mu_1 mg}{M}$ (ambele față de sol). Ecuațiile mișcărilor vor fi:

$$v_1=v_0-\mu_1 gt \qquad (1) \qquad\qquad S_1=v_0 t-\frac{1}{2}\mu_1 gt^2 \qquad (2)$$

$$v_2=\frac{\mu_1 mg}{M}t \qquad (3) \qquad\qquad S_2=\frac{1}{2}\frac{\mu_1 mg}{M}t^2 \qquad (4)$$

Alunecarea proiectilului pe platforma vagonetului va înceta în clipa cînd viteza sa și a vagonetului față de șine vor deveni egale. Ambele se vor deplasa în continuare cu o mișcare uniformă. Acest timp τ_1 se determină prin egalarea relațiilor (1) și (3):

$$\tau_1=\frac{v_0}{\mu_1 g}\frac{M}{m+M}=8\ \text{s}.$$

Spațiile străbătute în acest timp de proiectil și vagonet, față de sol, vor fi:

$$D_1=\frac{v_0^2}{2\mu_1 g}\frac{M(2m+M)}{(m+M)^2},\ \text{respectiv}\ D_2=\frac{v_0^2}{2\mu_1 g}\frac{Mm}{(m+M)^2},$$

iar spațiul parcurs de proiectil prin alunecare pe suprafața vagonetului:

$$D=D_1-D_2=\frac{v_0^2}{2\mu_1 g}\frac{M}{m+M}=100\ \text{m}.$$

2° Deoarece pentru oprirea proiectilului este necesară o lungime a vagonetului de 100 m, în acest caz proiectilul părăsește platforma după timpul τ_2 obținut din egalitatea:

$$v_0\tau_2-\frac{1}{2}\mu_1 g\frac{m+M}{M}\tau_2^2=L.$$

Rezultă $\tau_2=4{,}42$ s și $v_1=13{,}95\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ viteza la părăsirea platformei.

3° Între proiectil și vagonet va exista aceeași forță de frecare și mișcarea lui va asculta tot de ecuațiile (1) și (2). Alta este însă accelerația mișcării vagonetului, deoarece el va fi accelerat ca și pînă acum de forța $\mu_1 mg$, dar frînat de forța $\mu_2(m+M)g$.
Accelerația vagonetului va fi deci:

$$a_2'=\mu_1 g\frac{m}{M}\left[1-\frac{\mu_2}{\mu_1}\left(1+\frac{M}{m}\right)\right],$$

timpul de oprire a proiectilului:

$$\tau_3=\frac{v_0}{g(\mu_1-\mu_2)}\cdot\frac{M}{m+M}=9{,}6\ \text{s}$$

și viteza lor finală în acel moment:

$$v=v_0\frac{m-\frac{\mu_2}{\mu_1-\mu_2}M}{m+M}=1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

După oprirea proiectilului, sistemul se mișcă în continuare uniform încetinit cu accelerația $\mu_2 g$, oprindu-se după 2,4 s pe distanța 1,2 m.

98 1° Prin creșterea vitezei trenului (apariția bruscă a unei accelerații).

2° Trenul parcurge distanța l din momentul desprinderii vagoanelor pînă la închiderea admisiei vaporilor (AC pe fig. 262) și distanța d din acest moment pînă la oprirea în D. Vagoanele desprinse în A au parcurs pînă la oprirea în B distanța S. Distanța căutată este $BD=x=l+d-S$.

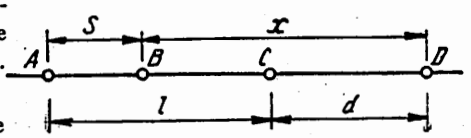


Fig. 262.

Fie F forța de tracțiune a locomotivei, ce echilibrează în mișcarea uniformă forța de frecare $F_f=\mu G$. Dacă greutatea trenului se micșorează cu G' (greutatea vagoanelor desprinse), forța ce frînează mișcarea trenului scade la valoarea $F_f'=\mu(G-G')<F$ și trenul își va crește viteza de la v_0 la v pe distanța l.
Utilizînd teorema energiei cinetice, se obține:

$$\frac{1}{2}\frac{G-G'}{g}(v^2-v_0^2)=\mu G'l.$$

Luînd în considerație și faptul că pe porțiunile S și d mișcarea este uniform încetinită cu accelerația de frînare μg, rezultă:

$$\frac{v_0^2}{2\mu g}=S \text{ și } \frac{v^2}{2\mu g}=d$$

și, în final,

$$x=l\,\frac{G}{G-G'}=300 \text{ m}.$$

99 După un interval de timp Δt foarte scurt, în care s-a proiectat apa cu masa Δm, mașina capătă viteza Δv. Conservarea impulsului cere ca:

$$\Delta m\cdot u=M\cdot\Delta v.$$

Accelerația mișcării va fi:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{u}{M}\cdot\frac{\Delta m}{\Delta t},$$

iar forța de reacție:

$$F_r=Ma=u\,\frac{\Delta m}{\Delta t}.$$

Dar

$$\Delta m=\rho\Delta V=\rho Su\Delta t$$

și

$$F_r=u^2\rho S.$$

Această forță este echilibrată de forța de frecare:

$$F_f=\mu Mg \text{ și deci } \mu=\frac{u^2\rho S}{Mg}.$$

100 Barca din mijloc nu-și modifică viteza, deoarece impulsurile imprimate sacilor ($\overrightarrow{mu}$) sînt egale și de sens contrar. Barca din față (de masă M) își va mări viteza, deoarece impulsul primit, $m(\vec{v}+\vec{u})$, are același sens ca viteza posedată $\vec{v}$. Aplicînd legea conservării impulsului, se obține:

$$v_1=\frac{Mv+m(v+u)}{M+m}=10{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Barca din urmă primește un impuls $m(\vec{v}-\vec{u})$ dar de același sens cu $\vec{v}$ (pentru $v>u$):

$$v_2=\frac{Mv+m(v-u)}{M+m}=9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

101 Sub acțiunea forței de frecare $f=\mu mg$, corpul se va mișca cu accelerația $a=\mu g$. Dacă lungimea căruciorului este suficient de mare încît corpul să nu cadă de pe el, vitezele căruciorului și ale corpului vor deveni egale cu v după timpul:

$$t=\frac{v}{\mu g}, \text{ cu } v=\frac{M}{M+m}\,v_0,$$

obținută prin aplicarea legii conservării impulsului.
În acest timp, corpul și căruciorul vor parcurge spațiile:

$$s_1=\frac{v^2}{2\mu g}, \text{ respectiv } s_2=\frac{v}{\mu g}\cdot\frac{v_0+v}{2}.$$

Corpul nu va cădea de pe cărucior, dacă lungimea acestuia va fi $l \geqslant s_2 - s_1$:

$$l \geqslant \frac{v_0^2}{2\mu g} \cdot \frac{M}{M+m}.$$

102 1° Fie masa inițială a vagonului M și a proiectilelor m_1, m_2, m_3...
Din legea conservării impulsului aplicată în cazul tragerii primului proiectil (fig. 263):

$$Mv=(M-m_1)v'-m_1c,$$

rezultă

$$\frac{m_1}{M}=\frac{v'-v}{v'+c}=k,$$

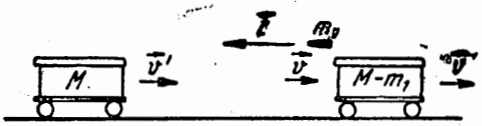


Fig. 263.

un raport constant k între masa proiectilului și masa vagonului dinaintea tragerii.
Prin urmare:

$$m_1=kM,$$
$$m_2=k(M-m_1)=kM(1-k),$$
$$m_3=k(M-m_1-m_2)=kM(1-k)^2,$$

masele proiectilelor formînd o progresie geometrică cu primul termen kM și rația $1-k$. În general:

$$m_n=m_1(1-k)^{n-1}. \qquad (2)$$

2° Utilizînd (1), (2) și expresia $v=v'-\mu gl$ rezultă:

$$\frac{m_n}{m_1}=\left(\frac{v+c}{v+c+\mu gl}\right)^{n-1}$$

și

$$\mu=\frac{v+c}{gl}\left[\sqrt[n-1]{\frac{m_1}{m_n}}-1\right]=0{,}0675.$$

3° Se obține $v'=29{,}77\ \frac{m}{s}$ și $s=v'l-\frac{1}{2}\mu gl^2=596{,}55$ m.

4. MIȘCARE PE PLAN ÎNCLINAT

103 Din $AC=\frac{1}{2}gt^2\cdot\cos\alpha=2R\cos\alpha$ (fig. 264) se obține:

$$t=2\sqrt{\frac{R}{g}},$$

independent de α.
Rezultă și o altă concluzie: mobilele ce pornesc simultan din punctele A, C, D etc., fără viteză inițială, pe coardele AB, CB, DB etc. sosesc în punctul B în același timp.

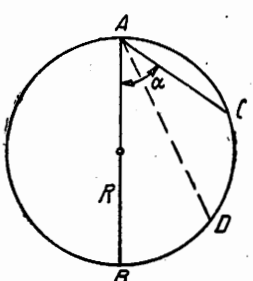


Fig. 264.

104
$$t=\sqrt{\frac{2l}{g\sin\alpha}}=2\sqrt{\frac{b}{g\sin 2\alpha}},$$

expresie ce trece prin minim pentru $\sin 2\alpha=1$, deci $\alpha=45°$.

105 Fie H piciorul perpendicularei coborîte din C pe AB (v. fig. 264). În acest punct:

$$v_1=\sqrt{2g\cdot AH}.$$

În C:

$$v_2=\sqrt{2a\cdot AC}=\sqrt{2g\cos\alpha\,\frac{AH}{\cos\alpha}}=v_1.$$

În concluzie, viteza nu depinde de traiectorie, ci numai de diferența de nivel.

1° Dacă l este lungimea pendulului, perioada oscilației simple va fi:

$$T=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Timpul t_1 necesar mobilului pentru a parcurge AC este același cu cel necesar căderii libere pe distanța $2l$ (v. concluzia de la problema 103):

$$t_1=2\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Raportul cerut este, prin urmare, $\frac{\pi}{2}$.

2° Dacă α este unghiul de înclinație a tangentei AD față de orizontala AB, atunci:

$$AD=\frac{1}{2}gt_2^2\sin\alpha=l\cdot\operatorname{tg}\alpha.$$

Rezultă:

$$t_2=\sqrt{\frac{l}{g}}\sqrt{\frac{2}{\cos\alpha}}$$

și al doilea raport va fi $\frac{\pi}{2}\sqrt{2\cos\alpha}\approx\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$.

107 1° $G_n=mg\cos\alpha=42{,}43$ N, $G_p=mg\sin\alpha=24{,}5$ N.

2° $a=g\sin\alpha=4{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

3° $t=\sqrt{\frac{2l}{g\sin\alpha}}=1{,}7$ s.

4° $v=at=8{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

5° $E_c=\frac{1}{2}mv^2=173{,}4$ J.

108 1° $v_1=\sqrt{v^2+2gS\sin\alpha}\approx 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2° $t_1=\frac{v_1-v}{g\sin\alpha}\approx 14$ s.

3° $a_2=g\sin\alpha-\frac{F}{M}$. $v_2=\sqrt{v^2+2a_2S}$, $t_2=\frac{v_2-v}{g\sin\alpha-\frac{F}{M}}=17{,}4$ s.

109 1° Fie l lungimea sforii, L și h lungimea, respectiv înălțimea planului înclinat. Sistemul se va pune în mișcare cu accelerația

$$a_1=\frac{mg\sin\alpha}{2m},$$

până cînd căruciorul B ajunge și el la capătul de sus al planului înclinat, în timpul $t_1=\sqrt{\frac{2l}{a_1}}$. În acel moment, căruciorul A a ajuns la mijlocul planului înclinat (cu lungimea L) și posedă viteza $v_1=\sqrt{a_1 L}$ (ca și B).

Mișcarea continuă apoi cu accelerația $a_2=g\sin\alpha$.

Cărucioarele ajung la baza planului cu vitezele:

$$v_A=\sqrt{v_1^2+gL\sin\alpha}=\sqrt{\frac{3}{2}gL\sin\alpha}=2{,}42\ \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_B=\sqrt{v_1^2+2gL\sin\alpha}=\sqrt{\frac{5}{2}gL\sin\alpha}=3{,}13\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

și ating punctul N după timpurile t_A, respectiv t_B, considerate de la începutul mișcării:

$$t_A=t_1+\frac{v_A-v_1}{a_2}\approx 3{,}82\ \text{s},$$

$$t_B=t_1+\frac{v_B-v_1}{a_2}=4{,}55\ \text{s}.$$

Mișcarea se va continua apoi uniform pe planul orizontal NM, cu vitezele v_A, respectiv v_B, pînă la momentul $t=6$ s. Spațiile străbătute pînă în acest moment, pe planul orizontal vor fi:

$$S_A=v_A(t-t_A)=5{,}27\ \text{m},$$

$$S_B=v_B(t-t_B)=4{,}53\ \text{m}.$$

2° Fie t_x timpul scurs din momentul în care căruciorul A părăsește punctul N, pînă în momentul cînd este ajuns de căruciorul B.

Ecuațiile spațiului vor fi:

$$d_A=v_A t_x,\quad d_B=v_B[t_x-(t_B-t_A)]$$

și de aici:

$$t_x=v_B\frac{t_B-t_A}{v_B-v_A}=3{,}22\ \text{s}$$

și

$$d_A=d_B=7{,}8\ \text{m}.$$

110 1° Din ecuațiile vitezei:

$$v=v_0+at\quad\text{și}\quad v_1=v_0+at_1,$$

cu $a=g\sin\alpha$, se obține $\alpha\approx\arcsin 0{,}1$.

2° $s=v_0 t+\frac{1}{2}at^2=7{,}5$ m.

3° Asupra corpului acționează din partea apei (densitatea ρ_a) forța arhimedică $\left(\frac{m}{\rho}\rho_a g\right)$ și, ca urmare:

$$a'=g\left(1-\frac{\rho_a}{\rho}\right)\sin\alpha'=a,$$

$$\alpha'\approx\arcsin 0{,}171,\quad s'=s.$$

111 Accelerația de frînare va fi $a=\frac{v^2}{2s}$ și deci coeficientul de frecare între mobil și planul de mișcare $\mu=\frac{v^2}{2gs}$.

Pe planul înclinat mișcarea rămîne uniformă, cu condiția ca forța de frecare să fie echilibrată de componenta greutății paralelă cu planul înclinat:

$$\mu G\cos\varphi=G\sin\varphi,\quad \operatorname{tg}\varphi=\frac{v^2}{2gs}.$$

Unghiul φ poartă denumirea de unghi de frecare.

112 Mișcarea este frînată de componenta greutății paralelă cu planul ($G\sin\alpha$) și de forța de frecare ce depinde de componenta greutății normale pe plan ($G\cos\alpha$). Rezultă deci:

$$G(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)=m\frac{v_0-v}{t}$$

și

$$t=\frac{v_0-v}{g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}\approx 5{,}1\text{ s.}$$

113 1° $F=mg(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)=14{,}9$ N.

2° La coborîre, forța de frecare are sens opus componentei greutății paralele cu planul

$$t=\sqrt{\frac{2l}{g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}}=8{,}72\text{ s.}$$

114 1° $t_1=\frac{v_0}{g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}=6{,}08$ s.

2° $S=\frac{v_0^2}{2a}=121$ m.

3° $t_2=t_1+\sqrt{\frac{2s}{g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}}=14{,}8$ s.

4° $v=\sqrt{2gs(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}=27{,}85\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

5° $E_c=\frac{1}{2}mv^2\approx 19{,}4$ J.

115 1° $F>mg(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)$, deci corpul urcă.

2° $F=mg(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)\approx 400$ N.

3° $L=Fl=16{,}4$ kJ.

116 1° Dacă forța de frecare este mai mare decît componenta greutății paralelă cu planul înclinat: $\varphi<\operatorname{arc\,tg}\mu$.

2° $v=\sqrt{2gH(1-\mu\operatorname{ctg}\alpha)}$, $t=\sqrt{\frac{2H}{g\sin\alpha(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}}$.

3° $E=F_f\cdot\frac{H}{\sin\alpha}=\mu mgH\operatorname{ctg}\alpha$.

4° Spațiul parcurs pe plan pînă la oprire va fi:

$$S=\frac{v^2}{2g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}$$

și deci

$$h=H\frac{\sin\alpha-\mu\cos\alpha}{\sin\alpha+\mu\cos\alpha}=0{,}33\text{ m}.$$

117 Fie f_1 forța de frecare între roțile automobilului și planșetă și $f_2=\mu_2(M+m)g\cos\alpha$ forța de frecare între planșetă și plan:

$$mg\sin\alpha+f_1=ma,$$

$$f_1\geqslant f_2+Mg\sin\alpha$$

Rezultă:

$$a\geqslant g\left(1+\frac{M}{m}\right)(\sin\alpha+\mu_2\cos\alpha).$$

Accelerația automobilului este deci independentă de μ_1, adică de coeficientul de frecare dintre automobil și planșetă, dar realizabilă numai cu condiția:

$$\mu_1\geqslant\frac{f_1}{mg\cos\alpha}=\frac{m(a-g\sin\alpha)}{mg\cos\alpha}=\mu_2+\frac{M}{m}(\operatorname{tg}\alpha+\mu_2).$$

Altfel, roțile vor patina și platforma nu va urca, sau chiar va coborî.

118 1° $mg-Mg\sin\alpha=(m+M)a$, $\alpha=30°$.

2° Fie β unghiul planului în acest caz. Din condiția:
$Mg\sin\beta-mg=(m+M)a$ rezultă $\sin\beta>1$, deci imposibil.

O accelerație mai mică însă, este posibil de obținut, pentru $\beta>\arcsin\frac{7}{8}$.

3° Rezolvînd ecuația de la punctul 1° cu $a=4{,}9\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, se obține $\gamma=-\arcsin\frac{1}{16}$ (v. fig. 265)

119 1° $a=g\sin\alpha=\frac{g}{2}$, $\alpha=30°$.

2° Forța de frecare trebuie să reprezinte un sfert din valoarea componentei greutății paralele cu planul P.

Rezultă

$$\mu=\frac{\operatorname{tg}\beta}{4}\text{ și }a=g(\sin\beta-\mu\cos\beta)=\frac{g}{2};$$

$$\beta=\arcsin\frac{2}{3}\approx 42°.$$

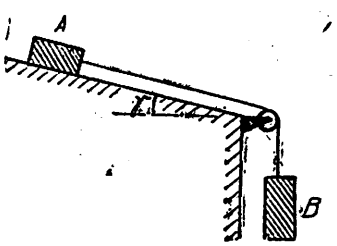


Fig. 265.

3° $a=\frac{g(\sin\theta-\cos\theta)}{2}=\frac{g}{2}$, $\theta=90°$ (v. fig. 265 pentru $\gamma=0$).

120 Sistemul nu alunecă spre stînga, dacă:

$$m_1g\sin\alpha_1-\mu m_1g\cos\alpha_1\leqslant m_2g\sin\alpha_2+\mu m_2g\cos\alpha_2$$

și nu alunecă spre dreapta, dacă:

$$m_2g\sin\alpha_2-\mu m_2g\cos\alpha_2\leqslant m_1g\sin\alpha_1+\mu m_1g\cos\alpha_1.$$

Sistemul rămîne în repaus, dacă raportul maselor satisface inegalităţii:

$$\frac{\sin\alpha_2-\mu\cos\alpha_2}{\sin\alpha_1+\mu\cos\alpha_1}\leqslant\frac{m_1}{m_2}\leqslant\frac{\sin\alpha_2+\mu\cos\alpha_2}{\sin\alpha_1-\mu\cos\alpha_1}.$$

Dacă se utilizează unghiul de frecare φ, expresia capătă forma:

$$\frac{\sin(\alpha_2-\varphi)}{\sin(\alpha_1+\varphi)}\leqslant\frac{m_1}{m_2}\leqslant\frac{\sin(\alpha_2+\varphi)}{\sin(\alpha_1-\varphi)}$$

şi, ţinînd seama şi de faptul că $\alpha_1+\alpha_2=\frac{\pi}{2}$,

$$\operatorname{tg}(\alpha_2-\varphi)\leqslant\frac{m_1}{m_2}\operatorname{tg}(\alpha_2+\varphi),$$

$$0{,}338\leqslant\frac{m_1}{m_2}\leqslant 0{,}879.$$

121 Din condiţia de echilibru

$$G\sin\beta=\mu G\cos\beta+G\sin\alpha+\mu G\cos\alpha$$

se obţine

$$\operatorname{tg}\frac{\beta-\alpha}{2}=\mu=\operatorname{tg}\varphi,$$

cu φ unghiul de frecare. Deci, $\beta-\alpha=2\varphi$.

122 1° $v=\sqrt{2gh\left(1-\mu\frac{d}{h}\right)}$, 2° $l=\frac{v^2}{2\mu g}=\frac{h}{\mu}-d$.

3° $mg\sin\alpha=\mu' mg\cos\alpha$, $\mu'=\frac{h}{d}$.

123 1° $a=3{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. 2° $v=8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

3° $S=\frac{v\left(t-\frac{v}{a}\right)}{2}=12$ m. 4° $\mu_2=\frac{v^2}{2gS}=0{,}27$.

124 1° $v_1=gt\sin\alpha$. 2° $v_2=\sqrt{v_1^2-2\mu gS}$.

3° $h=\frac{v_2^2}{2g}$. 4° $Q=\mu mg\cdot S$.

125 1° Panta AB va fi parcursă în timpul $t_1=\sqrt{\frac{2l_1}{g\sin\alpha}}=5{,}3$ s, ciclistul atingînd în B viteza

$v_1=\sqrt{2gl_1\sin\alpha}=26{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

În C viteza lui a scăzut la valoarea $v_2=\sqrt{v_1^2-2gl_2\sin\alpha}$, porţiunea BC fiind parcursă în timpul:

$$t_2=\frac{v_1-v_2}{g\sin\alpha}=3{,}3\text{ s}.$$

În fine, $t_3=\frac{l_3}{v_2}\approx 1$ s şi deci timpul total $t=9{,}6$ s.

2° Viteza limită (uniformă) apare la egalarea forței active cu rezistența la înaintare:

$$mg \sin \alpha = 1{,}6\ Sv^2, \text{ pentru } v \approx 22{,}3 \frac{\text{m}}{\text{s}} < v_1.$$

Din B, neglijînd rezistența aerului, ar putea parcurge în continuare distanța maximă pînă la oprire $l = \frac{v_2}{2g \sin \alpha} \approx 51\ \text{m} < l_2$.

126 1° *a*) Dacă planul este deplasat spre stînga (fig. 266), asupra corpului va acționa spre dreapta forța de inerție $F = ma$. Condiția ridicării uniforme va fi:

$$F_p = G_p + \mu(F_n + G_n),$$

din care rezultă:

$$a_1 = g \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} \approx 9{,}2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

b) Condiția coborîrii uniforme va fi $G_p = F_p + \mu(G_n + F_n)$

și $a_1 = g \frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} \approx 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

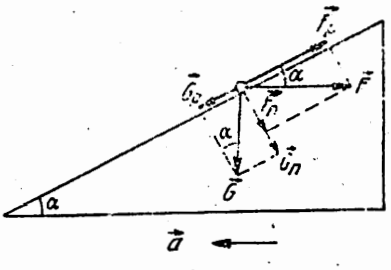


Fig. 266.

2° Pentru a sta în echilibru:

$$\mu G_n + \mu F_n \geqslant F_p - G_p,$$

sau, după prelucrare,

$$h^2 \geqslant l^2 \frac{\left(1 - \frac{\mu g}{a}\right)^2}{(1+\mu^2)\left(1 + \frac{g^2}{a^2}\right)}.$$

Pentru a foarte mare rezultă:

$$h \geqslant \frac{l}{\sqrt{1+\mu^2}}.$$

127 Pe planele înclinate dinamometrul indică o forță egală cu componenta normală a greutății, $F = P \cos \alpha \approx 8{,}7$ N (componenta paralelă este echilibrată de forța de inerție). Pe planul orizontal $F' = P = 10$ N.

5. ENERGIE ȘI PUTERE. CONSERVAREA ENERGIEI MECANICE

128 În ambele cazuri, pompele efectuează același lucru mecanic, deoarece de fiecare dată se pompează aceeași cantitate de apă la aceeași înălțime.

129 Pentru încălzirea sferei aflate pe suport este necesară mai multă energie, deoarece prin creșterea dimensiunilor, datorită încălzirii, centrul de greutate al sferei se ridică și duce la creșterea energiei sale potențiale, iar în cazul sferei atîrnate centrul de greutate coboară prin încălzire.

130 Poziția cea mai stabilă a sistemului corespunde energiei potențiale minime. Centrul de greutate al cartofilor se va găsi în poziția cea mai joasă, cînd porțiunea de jos a căldării este cea mai îndesată. O astfel de așezare se va produce în cazul scuturării căldării, cînd cartofii mai mici trec printre cartofi mai mari și se adună în partea de jos. În acest caz, deasupra apar cartofii cei mai mari.

131 Fie D_1 distanța parcursă după admisia vaporilor pînă cînd se aplică frînele și D_2 distanța parcursă în continuare pînă la oprire: $D_1+D_2=D=400$ m.

Accelerația de frînare pe prima porțiune este $a_1=\frac{g}{100}$ și produce scăderea vitezei de la v_0 la $v=\sqrt{v_0^2-2a_1D_1}$.

Pentru a doua porțiune:

$$\frac{mv^2}{2}=D_2\left(\frac{G}{100}+\frac{G}{8}\right).$$

Rezolvînd sistemul celor trei ecuații, se obține $D_2=128$ m.

132 1° $v=\sqrt{2gh}=20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2° $t=\frac{v}{g}=2$ s.

3° $v_1=gt_1$, $E_c=\frac{1}{2}mv_1^2=20$ J.

4° $h_1=\frac{1}{2}gt_1^2$, $E_p=mg(h-h_1)=60$ J.

133 1° Arcul comprimat posedă de fiecare dată aceeași energie și o cedează bilelor sub formă de energie cinetică:

$$E_1=E_2=E_3=E_4+E_5,\quad \text{cu}\quad m_2=2m_1\ \text{și}\ m_3=3m_1.$$

În ultimul caz, $v_4=v_5$, dar bila cu masa m_1 va obține numai $\frac{1}{3}$ din energia totală.

Prin urmare:

$$E_1:E_2:E_3:E_4:E_5=1:1:1:\frac{1}{3}:\frac{2}{3}.$$

2° Înlocuind expresiile energiilor cinetice, reiese:

$$v_1^2=2v_2^2=3v_3^2=v_4^2+2v_5^2;$$

deci, $v_1=\sqrt{2}\,v_2=\sqrt{3}\,v_3$ și, întrucît $v_3=v_4=v_5$, se obține:

$$v_1:v_2:v_3:v_4:v_5=1:\frac{1}{\sqrt{2}}:\frac{1}{\sqrt{3}}:\frac{1}{\sqrt{3}}:\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

3° Energiile cinetice ale bilelor se transformă în energii potențiale la înălțimile maxime h. Rezultă:

$$h_1:h_2:h_3:h_4:h_5=1:\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{3}:\frac{1}{3}.$$

134 1° Din teorema energiei cinetice:

$$G=\frac{2gL}{v^2-v_0^2}=8\ \text{kN}.$$

$$a=\frac{v-v_0}{t}=\frac{P}{L}(v-v_0),$$

$$S=\frac{v^2-v_0^2}{2a}=\frac{L}{P}\cdot\frac{v+v_0}{2}=125\ \text{m}.$$

Observație: $\frac{v+v_0}{2}$ reprezintă viteza medie v_m. Deci, $s=v_m \cdot t$.

3° $F=\frac{P}{v_m}=\frac{L}{S}=1\,200$ N.

135 1° $F=\frac{P_1}{\pi Dn}=976{,}6$ N. 2° $\eta=\frac{P_2}{P_1}\approx 85\%$.

136 1° $P=\frac{L}{t}=\pi Dn(G_2-G_1)=12{,}5$ W.

2° $L=Pt=3$ kJ.

137 1° $F=\frac{m_1 g}{2}=2{,}5$ kN. 2° $t=\frac{m_1 gh}{P}=400$ s.

3° $v=\sqrt{2gh_1}=14{,}1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 4° $F=\frac{1}{2}m_2\left(\frac{v^2}{2h_2}+g\right)=375$ N.

138 1° $t=\frac{v_0}{\mu g}=3{,}8$ s, $d=\frac{v_0^2}{2\mu g}=15{,}5$ m.

Ultima relație se poate obține sau din formula lui Galilei, considerînd accelerația de frînare μg, sau din teorema energiei cinetice, considerînd lucrul mecanic $F_f d=\mu G d$.

Observație. Dealtfel, pornind de la formula lui Galilei:

$$v^2=v_0^2+2aS,$$

prin multiplicarea termenilor cu m se obține tocmai teorema energiei cinetice:

$$\frac{mv^2}{2}-\frac{mv_0^2}{2}=FS.$$

2° $P=\mu G\ \frac{v_0}{2}=840$ W.

139 1° $v_M=\frac{P}{\mu mg}=12{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2° Pentru $v<v_M$ mișcarea este accelerată și trebuie învinsă și forța de inerție ma:

$$P=(\mu mg+ma)v,$$

$$a_1=\frac{P}{mv_1}-\mu g\approx 1{,}1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2},\quad a_2=0{,}022\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

140 1° $S=\frac{v_0^2}{2g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}\approx 2\,134$ m.

2° $P=Fv_0=mgv_0(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)\approx 5$ MW.

141 1° $L=Pt=24$ MJ. 2° $F+\frac{L}{S}=50$ kN.

3° Din $F=mg(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)$ și pentru $\cos\alpha\approx 1$ (panta mică), rezultă:

$$\sin\alpha=\frac{F}{mg}-\mu=0{,}004.$$

142 Se pot da două soluții, după cum apa se pompează prin partea inferioară a rezervorului sau se varsă de sus în rezervor. În primul caz rezultă:

$$P = \frac{V\rho gh}{\eta t} = 16{,}4 \text{ kW}.$$

143 $P = \eta Q \rho g h = 686$ kW.

144 1° Fie $h = 1$ m, $H = 4$ m. Totul se petrece ca și cum întreaga masă a apei ar fi concentrată în centrul său de greutate, deci la distanța $\frac{h}{2}$ de fundul bazinului.

Lucrul mecanic efectuat va fi deci:

$$L = \frac{mg\left(H + \frac{h}{2}\right)}{\eta} = \frac{\rho g S}{\eta} h\left(H + \frac{h}{2}\right) = 1\,653{,}75 \text{ kJ},$$

cu ρ densitatea apei și η randamentul pompei.

2° Puterea pompei variază de la

$$P_0 = \frac{L_0}{t} = \frac{\rho g Q H}{\eta} = 490 \text{ W}, \text{ la } P_f = \frac{L_f}{t} = \frac{\rho g Q}{\eta}(H + h) = 612{,}5 \text{ W},$$

cu $Q = \frac{V}{t}$ debitul volumetric.

145 $P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{v_0^2 - v^2}{2} \frac{\Delta m}{\Delta t}$,

în care Δm este masa unui volum ΔV de lichid:

$$\Delta m = \rho \cdot \Delta V = \rho S v_m \Delta t \text{ cu } v_m = \frac{v_0 + v}{2}.$$

Deci:

$$P = \frac{1}{4} \rho S (v_0^2 - v^2)(v_0 + v).$$

146 1° Lucrul mecanic cheltuit pentru ridicarea apei trebuie să învingă atît greutatea apei cît și pe cea a găleții și lanțului. Considerînd masa lanțului plasată în centrul de greutate, greutatea lanțului acționează numai pe distanța $h/2$.

Obținem, prin urmare:

$$L = (V\rho g)h + G_0 h + (m_0 hg) \cdot \frac{h}{2} = 4\,281{,}6 \text{ J}.$$

2° Din egalitatea momentelor față de axul arborelui:

$$F \cdot \frac{D}{2} = (V\rho g + G_0 + m_0 hg) \frac{d + d_0}{2},$$

rezultă $F = 43{,}7$ N.

3° Dacă găleata este goală și lanțul înfășurat:

$$F' \cdot \frac{D}{2} = G_0 \frac{d + d_0}{2} \text{ și } F' = 20{,}83 \text{ N}.$$

4° Avînd randamentul $\eta = 0{,}75$, se obține $t = \frac{L}{\mu P_0} = 76{,}8$ s.

147 1° Primul termen din expresia forței trebuie să reprezinte forța de frecare cu solul, iar al doilea termen, forța de frecare cu aerul. Considerînd $\cos\alpha \approx 1$ și $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, rezultă:

a) $P_1 = (350 + 2v^2)v$.

b) $P_2 = (350 \cos\alpha + mg \sin\alpha + 2v^2)v = (950 + 2v^2)v$.

c) $P_3 = (350 \cos\alpha - mg \sin\alpha + 2v^2)v = (250 + 2v^2)v$.

Cele trei moduri de variație a puterii sînt reprezentate în figura 267.

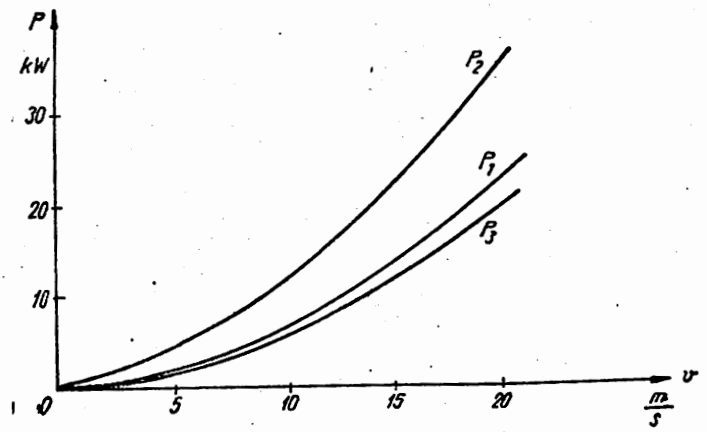


Fig. 267.

2° Din expresiile lui P_1 și P_2 și, de asemenea, din grafic rezultă

$$v_1 = 18{,}2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_2 = 13{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

3° $v_3 = \sqrt{\frac{1}{2}(mg \sin\alpha - 350 \cos\alpha)} = 11{,}18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

148 Fie ca lungimea firului să se micșoreze cu valoarea l; pentru aceasta se efectuează lucrul mecanic Tl, iar energia potențială a sistemului va crește cu $\frac{3}{2} Pl$.

Conform legii conservării energiei, $Tl = \frac{3}{2} Pl$ și deci $T = \frac{3}{2} P$.

149 În momentul atingerii planului orizontal, sfera de la capătul din dreapta posedă viteza v, iar cea din mijloc $\frac{v}{2}$. Se aplică legea conservării energiei:

$$mgl + mg \frac{l}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{8}$$

și se obține

$$v = 2\sqrt{\frac{3}{5} gl}.$$

150 1° Conform figurii 268 : $E=mgh=mgd\ (1-\cos\alpha)$ și deci :

$$\cos\alpha=1-\frac{E}{mgd}=0{,}9986.$$

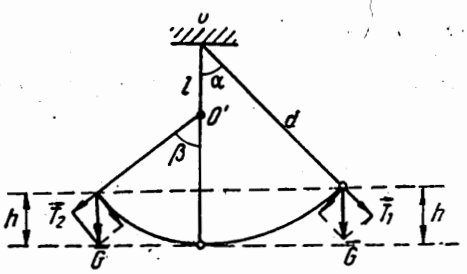


Fig. 268.

2° Energia se conservă și deci sfera se va ridica tot la înălțimea h. Rezultă:

$$\cos\beta=\frac{d\cos\alpha-l}{d-l}=0{,}998.$$

3° $T_1=mg\cos\alpha=978{,}6$ N, $T_2=mg\cos\beta=978$ N, $T_1\approx T_2$.

151 În momentul în care corpul trece prin poziția de echilibru, în conformitate cu legea conservării energiei :

$$mgl=\frac{mv^2}{2}.$$

După trecerea prin această poziție totul se petrece ca și cum accelerația cîmpului gravitațional ar fi $g+a$. Deci:

$$\frac{mv^2}{2}=m(g+a)h,$$

unde h este înălțimea maximă la care se ridică bila față de punctul interior al traiectoriei, într-un sistem de referință legat de punctul de suspensie. Rezultă:

$$\cos\alpha=\frac{l-h}{l}=\frac{a}{g+a}.$$

152 Fie momentul în care leagănul se află în poziția extremă din stînga. Centrul de greutate al sistemului om-leagăn se află la înălțimea H_1 față de pămînt, iar energia potențială a sistemului este egală cu mgH_1 (m este masa sistemului). Dacă în acest moment omul se ghemuiește, energia potențială a sistemului scade cu valoarea $mgh\cos\alpha$ (h este distanța între centrele de greutate ale sistemului în cele două cazuri, α unghiul dintre leagăn și verticală) și este egală cu $mg(H_1-h\cos\alpha)$ — figura 269.

În momentul în care leagănul va trece prin poziția de echilibru, sistemul va avea energia cinetică $\frac{mv^2}{2}$ și energia potențială mgH_2 (H_2 fiind înălțimea de la pămînt la centrul de greutate al sistemului).

Din legea conservării energiei rezultă:

$$mg(H_1-h\cos\alpha)=\frac{mv^2}{2}+mgH_2.$$

Dacă în acest moment, omul își îndreaptă din nou corpul, el efectuează un lucru mecanic. Energia potențială a sistemului, deci și energia totală, va crește cu mgh și va deveni:

$$\frac{mv^2}{2} + mgH_2 + mgh.$$

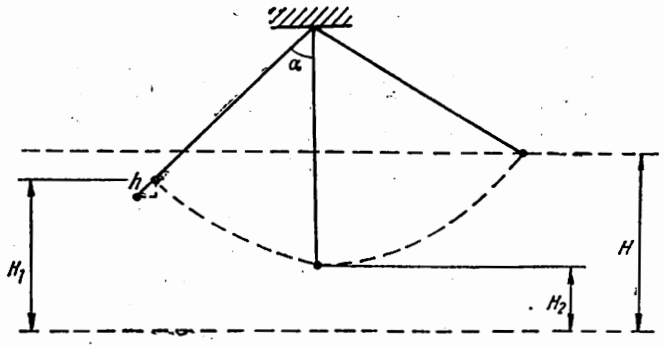


Fig. 269.

În momentul în care leagănul atinge poziția extremă în dreapta, sistemul va avea energia potențială:

$$mgH = \frac{mv^2}{2} + mgH_2 + mgh.$$

Comparînd această ecuație cu prima, se obține:

$$H = H_1 + h(1 - \cos\alpha) > H_1.$$

În felul acesta, dacă omul se ghemuiește în momentul în care căruciorul trece prin pozițiile cele mai ridicate și se îndreaptă cînd trece prin poziția de echilibru, amplitudinile leagănului vor crește datorită lucrului mecanic efectuat de om.

153 1° Dopul zboară cu viteza V, iar eprubeta cu viteza $v = \frac{mV}{M}$, conform legii conservării impulsului, iar energia cinetică inițială minimă a eprubetei trebuie să fie egală cu energia potențială maximă. Rezultă:

$$V = 2\frac{M}{m}\sqrt{gl}.$$

2° În acest caz, în punctul superior al diametrului vertical viteza v_1 a eprubetei va fi diferită de zero, astfel încît:

$$Mg = \frac{Mv_1^2}{l}.$$

Aplicînd din nou legea conservării energiei, se obține:

$$\frac{Mv_2^2}{2} = Mg \cdot 2l + \frac{Mv_1^2}{2}$$

și

$$V' = \frac{M}{m}\sqrt{5gl}.$$

154 1° Variația energiei potențiale a corpului, $P \cdot \frac{l}{2} \operatorname{tg} \alpha$ (fig. 270), este egală cu lucrul mecanic cheltuit pentru învingerea forței de frecare ce se opune mișcării lăzii:

$$\mu Q \cdot l \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right).$$

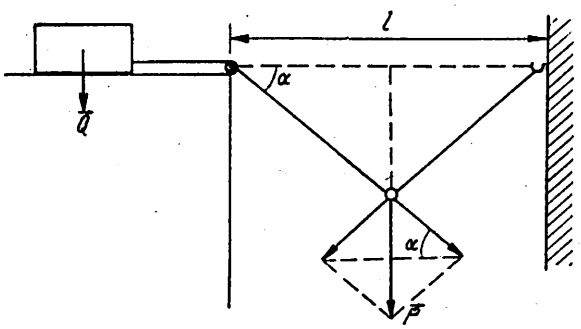


Fig. 270.

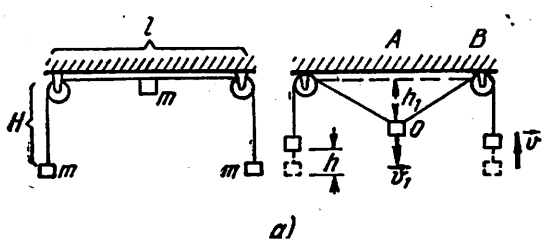
Exprimînd tangenta în funcție de $\cos \alpha$ și egalînd cele două expresii, se obține:

$$\cos \alpha = \frac{1 - \left(\frac{P}{2\mu Q} \right)^2}{1 + \left(\frac{P}{2\mu Q} \right)^2} = 0{,}6$$

și $\alpha = 53°$.

2° Distanța minimă D se obține din diferența lungimilor firului, în pozițiile finală și inițială:

$$D = l \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right) = 6{,}67 \text{ m}.$$



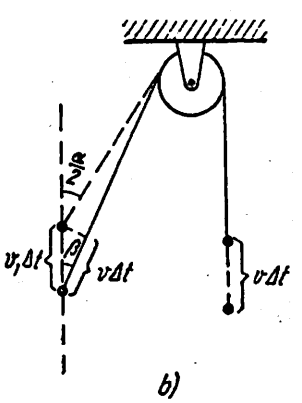


Fig. 271.

155 Lipsind frecările, se va scrie legea conservării energiei (față de firul orizontal) — figura 271, *a*:

$$-2mgH = 2 \cdot \frac{mv^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} - 2mg(H - h) - mgh_1.$$

Se obține:

$$v^2+\frac{v_1^2}{2}+2gh-gh_1=0,$$

fiind necesar să se exprime h și h_1 în funcție de l și α:

$$h=OB-AB=\frac{l}{2}\left(\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}-1\right),$$

$$h_1=\frac{l}{2}\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}.$$

Rămîne de stabilit încă o relație între v și v_1. Să observăm în acest scop (fig. 271, *b*) mișcarea corpurilor într-un interval de timp Δt foarte mic (astfel încît să putem considera vitezele constante în acest interval): corpurile laterale urcă pe distanța $v\Delta t$, iar cel din mijloc coboară pe distanța $v_1\Delta t$. Cu aproximația $\beta=\frac{\alpha}{2}$ se obține:

$$v=v_1\cos\frac{\alpha}{2}.$$

Calculele conduc la rezultatele: $v=63\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$, $v_1=126\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

6. CIOCNIRI

156 Viteza sferei în momentul trecerii prin A (fig. 272) va fi:

$$v=\sqrt{2gh}=\sqrt{2gl(1-\cos\varphi)}.$$

Întrucît sfera se oprește după ciocnire, rezultă că suma impulsurilor sferei și proiectilului este zero. Se obține:

$$v_p=v\frac{M}{m}=400\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

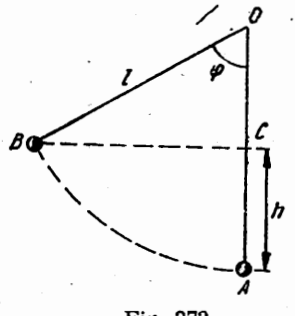


Fig. 272.

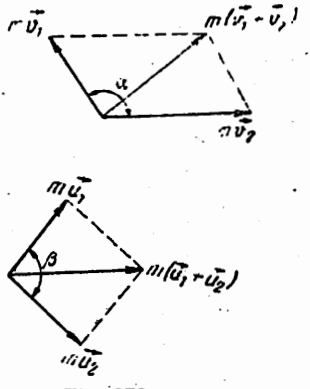


Fig. 273.

157 1° Spațiul este parcurs cu o mișcare uniform încetinită, cu accelerația $a=\frac{F_f}{m_1}=\mu g$,

$$S_1=v_0t_1-\frac{1}{2}at_1^2=42\ \text{m}\ \text{și}\ v_1=v_0-at_1=4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2° Se aplică legea conservării impulsului și se obține:

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = 1 \frac{m}{s}.$$

3° Accelerația de frînare rămîne tot a:

$$S = \frac{v^2}{2a} = 0{,}5 \text{ m}.$$

158 Din legile conservării impulsului și a energiei rezultă (fig. 273):

$$\vec{mv_1} + \vec{mv_2} = \vec{mu_1} + \vec{mu_2},$$

$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2}.$$

Relațiile se reduc la forma:

$$\vec{v_1} + \vec{v_2} = \vec{u_1} + \vec{u_2} \qquad v_1^2 + v_2^2 = u_1^2 + u_2^2.$$

Prima relație, utilizînd teorema lui Pitagora generalizată, se mai poate scrie:

$$v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 v_2 \cos\alpha = u_1^2 + u_2^2 + 2u_1 u_2 \cos\beta.$$

În final:

$$\cos\beta = \frac{v_1 v_2}{u_1 u_2} \cos\alpha.$$

159 În momentul cînd deformația este maximă, bilele se mișcă ca una singură. Fie v_3 viteza lor comună. Folosind legea conservării impulsului:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_3$$

și legea conservării energiei:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v_3^2}{2} + E_p,$$

se obține:

$$E_P = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)^2.$$

160 Ciocnirea este neelastică, datorită faptului că bila este deformabilă. După ciocnire, barele vor avea viteza comună:

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Lucrul mecanic cheltuit pentru deformare este egal cu diferența energiilor cinetice finale și inițiale:

$$L = \Delta E = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_1^2.$$

Întrucît pentru același h se obține $v_2 = v_1$, rezultă că turtirea este identică în ambele cazuri. Dar prin ridicarea masei mai mari se cheltuie un lucru mecanic mai mare și deci este mai avantajos să se folosească drept ciocan masa mai mică și cealaltă drept nicovală.

Randamentul operației, în cazul ridicării masei m_2 va fi:

$$\eta = \frac{\frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_2^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} = \frac{1}{1 + \frac{m_2}{m_1}}.$$

161 1° Din compunerea vectorială a impulsurilor $\vec{H}_1 = m_1\vec{u}$ și $\vec{H}_2 = m_2\vec{v}$ rezultă impulsul particulei rezultante:

$$H = (m_1 + m_2)V = \sqrt{H_1^2 + H_2^2 + 2H_1H_2 \cos \alpha},$$

$$V = \frac{\sqrt{m_1^2u^2 + m_2^2v^2 + 2m_1m_2uv \cos \alpha}}{m_1 + m_2}.$$

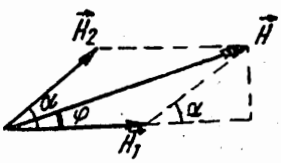


Fig. 274.

2° Conform figurii 274:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{m_2 v \sin \alpha}{m_1 u + m_2 v \cos \alpha}.$$

3° $\Delta E = \frac{1}{2} m_1u^2 + \frac{1}{2} m_2v^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = \frac{m_1m_2}{2(m_1 + m_2)}(u^2 + v^2 - 2uv \cos \alpha)$.

162 Conform legilor conservării impulsului și energiei:

$$m_2v_2 = (m_1 + m_2)V$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = (m_1 + m_2)gh.$$

Rezultă:

$$h = \frac{m_2^2 v^2}{2g(m_1 + m_2)^2}; \quad \cos \alpha = 1 - \frac{h}{l}; \quad \alpha \approx 2°.$$

163 Fie v_1 și v_2 vitezele înainte de ciocnire și u viteza comună imediat după ciocnirea neclastică. Legile conservării impulsului și energiei (v. fig. 275) dau:

$$m_2v_2 - m_1v_1 = (m_1 + m_2)u,$$

$$\frac{m_1 + m_2}{2} u^2 = (m_1 + m_2)gh,$$

$$\frac{m_1v_1^2}{2} = m_1 gh_1; \quad \frac{m_2v_2^2}{2} = m_2 gh_2.$$

Din ultimele două relații se obține:

$$v_1^2 = 4gl \sin^2 \frac{\alpha_1}{2}, \quad v_2^2 = 4gl \sin^2 \frac{\alpha_2}{2}.$$

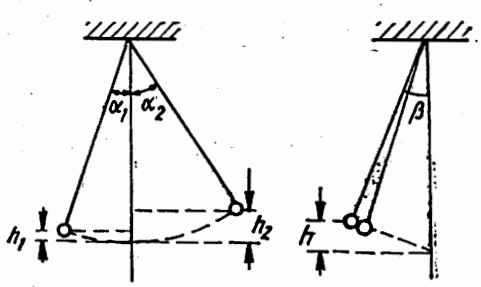


Fig. 275.

Rezultă:

$$\sin \frac{\beta}{2} = \frac{m_2 \sin \frac{\alpha_2}{2} - m_1 \sin \frac{\alpha_1}{2}}{m_1 + m_2}.$$

β fiind independent de l.

164 1° $F=\frac{mv^2}{2d}=10{,}67$ kN.

2° Pentru obstacolul fix $u'=u=0$ și $v'=kv$:

$$\Delta E=\frac{1}{2}mv^2(1-k^2)=1\,456 \text{ J}.$$

165 1° Căzînd de la înălțimea H, posedă în momentul primei ciocniri viteza $v_1=\sqrt{2gH}$; începe să urce cu viteza $v_1'=kv_1$ și revine pe placă la a doua ciocnire cu aceeași viteză; după a doua ciocnire capătă viteza $v_2'=k^2v_1$ și se ridică la înălțimea

$$h=\frac{v_2'^2}{2g}=\frac{H}{4}. \text{ Rezultă } k=\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

2° $h=\frac{H}{2^n}$, $n=6$.

166 Fie u_1 și u_2 vitezele sferelor m_1 și m_2 după ciocnire. Conform legilor conservării impulsului și energiei (ciocnire perfect elastică):

$$m_1v_1+m_2v_2=m_1u_1+m_2u_2,$$

$$\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2}=\frac{m_1u_1^2}{2}+\frac{m_2u_2^2}{2},$$

sau încă:

$$m_1(v_1-u_1)=m_2(u_2-v_2),$$

$$m_1(v_1^2-u_1^2)=m_2(u_2^2-v_2^2).$$

Prin împărțire termen cu termen apare legătura între viteze: $v_1+u_1=u_2+v_2$. Se obțin acum ușor vitezele finale:

$$u_1=\frac{(m_1-m_2)v_1+2m_2v_2}{m_1+m_2},$$

$$u_2=\frac{(m_2-m_1)v_2+2m_1v_1}{m_1+m_2}.$$

Întrucît $v_2=0$, rezultă:

$$u_1=v_1\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2} \text{ și } u_2=v_1\frac{2m_1}{m_1+m_2}.$$

Bila m_2 lovește bila m_3 cu viteza u_2 și-i imprimă viteza:

$$u_3=u_2\frac{2m_2}{m_2+m_3}=v_1\frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)(m_2+m_3)}.$$

Observație. Maximul lui u_3 se obține pentru $m_2=\sqrt{m_1m_3}$, prin diferențiere în raport cu m^2 și egalare cu zero.

Dacă $m_1=m_2$, rezultă $u_1=v_2$, și $u_2=v_1$, sferele schimbîndu-și vitezele între ele. Pentru $v_2=0$, se obține $u_1=0$: după ciocnire prima sferă se oprește, iar cea de-a doua se va mișca cu viteza primei sfere înainte de ciocnire; pentru $m_1=m_2=m_3$, după ciocnire primele două sfere vor rămîne în repaus, iar a treia va căpăta viteza v_1.

167 1° Din $S_1-S_2=\frac{g}{2}(t+1)^2-\frac{g}{2}t^2=93{,}1$ m, rezultă $t=9$ s, timpul în care cade cea de-a doua greutate pînă la întinderea firului.

2° În momentul premergător întinderii firului, cele două greutăți au vitezele v_1 și v_2 diferite. Cînd firul se întinde, greutățile își vor schimba vitezele între ele ca și în cazul ciocnirii centrale (v. problema 166).

Spațiul total parcurs în timpul t' de cea de-a doua greutate va fi deci:

$$S=\frac{g}{2}t^2+v_1(t'-t)+\frac{g}{2}(t'-t)^2=735{,}3 \text{ m, cu } v_1=g(t+1).$$

168 În primul moment al întinderii firului, sfera de jos are viteza $v_0=\sqrt{2gl}$, după care sferele își vor schimba vitezele între ele, ca și în cazul ciocnirii centrale elastice: sfera de jos continuă mișcarea cu accelerația g, dar fără viteză inițială, iar sfera de sus începe mișcarea tot cu accelerația g, dar cu viteza inițială v_0. Firul începe să se strîngă, după un timp sferele se vor ciocni și-și schimbă iarăși vitezele între ele; firul se va întinde din nou și fenomenul se continuă.

La momentul inițial al întinderii firului, centrul de greutate al sistemului se află la distanța $\frac{l}{2}$ și are viteza $\frac{v_0}{2}$, spațiul străbătut de el calculîndu-se din relația:

$$S=\frac{l}{2}+\frac{v_0}{2}t+\frac{g}{2}t^2,$$

timpul t fiind considerat din momentul întinderii firului. Pînă la prima ciocnire va trece timpul $\frac{l}{v_0}$, iar pînă la următoarea $\frac{l}{v_0}+2\frac{l}{v_0}$, timpul total pînă la a n-a întîlnire fiind:

$$t=\frac{l}{v_0}+\frac{2l}{v_0}(n-1).$$

iar spațiul parcurs:

$$S=l\left(n^2+\frac{1}{4}\right).$$

169 Componenta după verticală a vitezei sferei în momentul primei ciocniri cu placa și timpul de cădere se determină din formulele:

$$v_0=\sqrt{2gh},\quad t_0=\sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Timpul ridicării (și recăderii) este proporțional cu componenta verticală kv_0 a vitezei v după primul contact. Timpul primei sărituri va fi deci:

$$t_1=2\cdot\frac{kv_0}{g}=2kt_0,$$

al celei de-a doua $t_2=2k^2t_0$, al celei a n-a, $t_n=2k^nt_0$, iar cel total:

$$t=t_0+t_1+\ldots+t_n+\ldots=t_0+2t_0(k+\ldots+k^n+\ldots)=t_0+t_0\frac{2k}{1-k}=t_0\frac{1+k}{1-k},$$

considerînd suma ca o progresie geometrică infinită descrescătoare cu rația $k<1$. Rezultă:

$$l=V_0t=V_0\sqrt{\frac{2h}{g}}\frac{1+k}{1-k}.$$

170 Rezultanta forțelor este egală cu 6 N și se află pe suportul și în sensul forței de 5 N. Accelerația sferei este egală cu $1{,}5\ \frac{m}{s^2}$.

171 Vectorul $\overrightarrow{A_1B_1}$ este echivalent vectorilor $\overrightarrow{A_1A}$ și $\overrightarrow{AB_1}$, iar $\overrightarrow{A_2B_2}$ echivalent vectorilor $\overrightarrow{A_2A}$ și $\overrightarrow{AB_2}$. Înlocuind cei doi vectori dați prin perechile de componente și observînd că $\overrightarrow{A_1A}$ și $\overrightarrow{A_2A}$ sînt egali și opuși ca sens, se va obține $\vec{R}=2\overrightarrow{AB}$.

172 Tensiunile $\vec{T}$ din fire sînt egale cu $\vec{Q}$. Dacă 2θ este unghiul format de segmentele AB și BC atunci:

$$P = 2Q\cos\theta \text{ și } \frac{P}{Q} = \frac{\sqrt{4a^2 - d^2}}{a}.$$

173 În lungul firelor vor acționa cele trei greutăți:

$$G_1 = \frac{\pi}{6} d_1^3 \rho_1 g, \quad G_2 = G_3 = \frac{\pi}{6} d_2^3 \rho_2 g,$$

punctul M rămînînd în echilibru în acea poziție în care rezultanta forțelor $\vec{G}_2$ și $\vec{G}_3$ devine egală și de sens contrar forței $\vec{G}_1$ (fig. 276):

$$G_1^2 = 2G_2^2(1+\cos 2\alpha),$$
$$d_1^3 \rho_1 = 2 \cdot d_2^3 \rho_2 \cos\alpha$$
$$\cos\alpha = 0{,}1069, \quad \text{iar } \alpha = 83°52'.$$

Punctul M va fi plasat deci pe normala coborîtă din A, la o mică distanță l de latura BC:

$$l = \frac{a}{2}\operatorname{ctg}\alpha = 1{,}89 \text{ cm}.$$

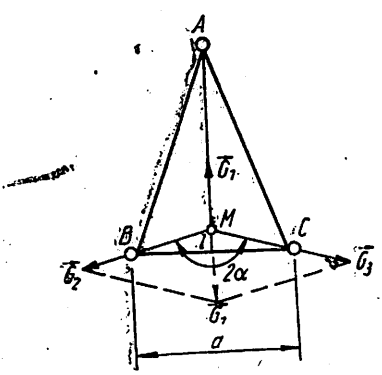
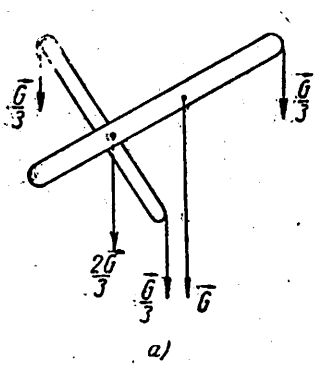


Fig. 276.



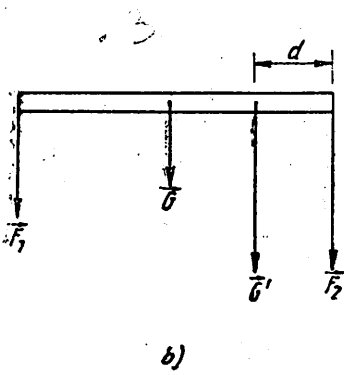


Fig. 277.

174 1° Se consideră momentele forțelor față de centrul de greutate. Întrucît în punctul de sprijin al pîrghiei acționează forța $\frac{2\vec{G}}{3}$ (fig. 277, *a*) brațul ei va fi jumătate din brațul forței $\frac{\vec{G}}{3}$ de la capătul grindei. Pîrghia va fi plasată deci la 1 m de capătul din stînga al grindei.

2° Se vor descompune forțele $\vec{G}$ și $\vec{G}'$ în componentele $\vec{G}_1$ și $\vec{G}_2$, respectiv $\vec{G}_1'$ și $\vec{G}_2'$ ce acționează la cele două capete (fig. 277, *b*):

$$G_1=G_2=\frac{G}{2}, \quad G_1'=G'\frac{d}{l}, \quad G_2'=G'\frac{l-d}{l}.$$

Rezultă:

$$F_1=G_1+G_1'=950 \text{ N}, \quad F_2=G_2+G_2'=1\,950 \text{ N}.$$

175 Se vor descompune forțele paralele $\vec{G}$, $\vec{G}_1$ sin 45° și $\vec{G}_2$ (fig. 278, *a*) în componentele ce acționează în punctele *A* și *C* (fig. 278, *b*):

$$G'=\frac{G}{3}, \quad G''=\frac{2G}{3},$$

$$G_1'=\frac{\sqrt{2}}{6}G_1, \quad G_1''=\frac{2\sqrt{2}}{3}G_1,$$

$$G_2'=\frac{2}{3}G_2, \quad G_2''=\frac{1}{3}G_2.$$

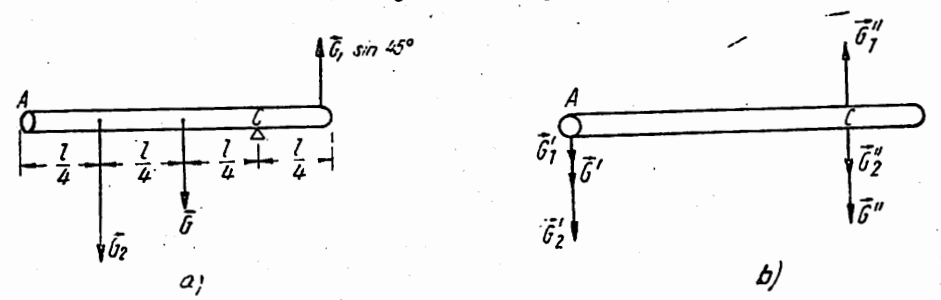


Fig. 278.

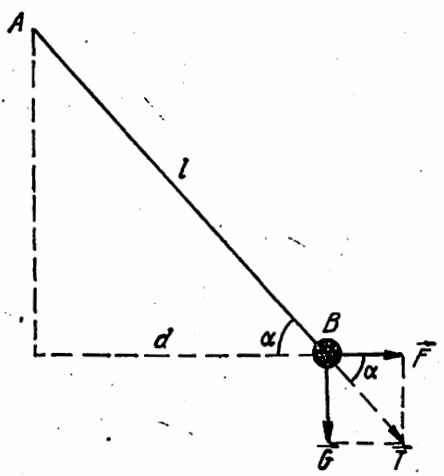


Fig. 279.

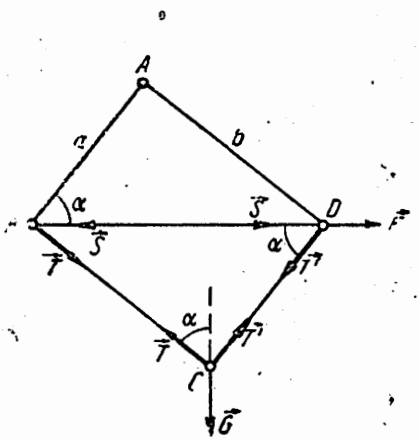


Fig. 280.

Rezultă forța de apăsare asupra reazemului *C*:

$$F=G''+G_2'-G_1' \approx 168 \text{ N}.$$

176 Conform figurii 279: $F=mg \operatorname{ctg}\alpha=0{,}82$ N, $T=G\cos\alpha=1{,}37$ N.

177 Se vor scrie condițiile de echilibru în punctele *C*, *B* și *D* (fig. 280):

$$T=G\cos\alpha, \qquad T'=G\sin\alpha;$$

$$T=S\sin\alpha; \qquad T'=(P+S)\cos\alpha.$$

Rezultă :

$$S = G\frac{a}{b}\,, \quad P = G\left(\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right).$$

178 Fie $\vec{R}$, $\vec{S}$ și $\vec{T}$ tensiunile în vergeaua b, respectiv firele a și c. Rezolvînd pe verticală și orizontală, pentru echilibru, se obține :

$$R = S\sin\alpha = T\cos\alpha.$$
$$S\cos\alpha = mg, \qquad T\sin\alpha = xg.$$

Rezultă $x = m.\ \mathrm{tg}^2\alpha$.

179 1° Conform figurii 281 :

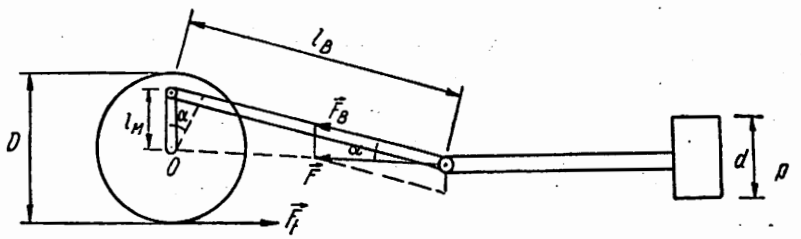


Fig. 281.

$$F_B = \frac{F}{\cos\alpha} = \frac{\pi d^2 p l_B}{4\sqrt{l_B^2 - l_M^2}} = 27{,}16 \text{ kN}.$$

2° Din egalitatea momentelor forțelor $\vec{F}_B$ și $\vec{F}_t$ față de punctul O se obține :

$$F_t \cdot \frac{D}{2} = F_B \cdot l_M \cos\alpha \text{ și } F_t = 11{,}6 \text{ kN}.$$

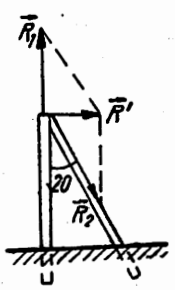


Fig. 282.

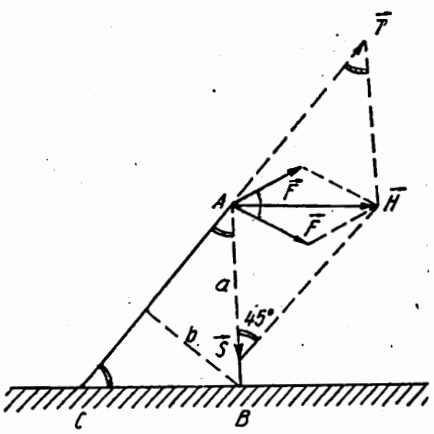


Fig. 283.

180 Cele opt forțe de cîte 600 N, fiind paralele, dau o rezultantă $R = 4\,800$ N. Asupra stîlpului vor acționa deci două forțe de 4 800 N, ce fac între ele un unghi de 150°, echivalente cu forța

$$R' = \sqrt{R^2 + R^2 + 2R^2\cos 150} \approx 2\,500 \text{ N}.$$

În proptea acționează deci forța (fig. 282) :

$$R_2 = \frac{R'}{\sin 20^\circ} = 7\,340 \text{ N}.$$

181 1° $H=2F\cos 30°=\sqrt{3}$ kN. Direcția orizontală (fig. 283).

2° $S=H\operatorname{ctg}45°=F\sqrt{3}=\sqrt{3}$ kN.

$$T=\frac{H}{\sin 45}=F\sqrt{6}=\sqrt{6}\text{ kN}.$$

3° $M_H=aH=8\,650$ N·m, $M_T=bT=aT\sin 45°=8\,650$ N·m$=M_H$.

Momentul rezultantei ($\vec{H}$) trebuie să fie egal cu suma momentelor componentelor ($\vec{S}$ și $\vec{T}$). Dar momentul forței $\vec{S}$ este nul față de B și, ca urmare, momentele forțelor $\vec{H}$ și $\vec{T}$ trebuie să fie egale, ceea ce a și rezultat.

182 Din figura 284 rezultă condițiile de echilibru:

$$Qa_2=Rb_2 \quad \text{și} \quad Qb_1=Fa_1,$$

se obține

$$F=R\frac{b_1b_2}{a_1a_2}=14\text{ N și }F'=\frac{F}{\eta}=20\text{ N}.$$

183 Fie l_A și l_B lungimile celor două brațe, m masa corpului și $m_B=3{,}5$ kg, $m_A=4{,}5$ kg:

$$ml_A=m_Bl_B, \qquad ml_A=m_Al_A.$$

Se obține raportul brațelor $\frac{l_A}{l_B}=\sqrt{\frac{m_B}{m_A}}$.

Masele cîntărite ulterior vor fi:

$$M_1=2\frac{l_B}{l_A}=2{,}26\text{ kg și }M_2=2\frac{l_A}{l_B}=1{,}76\text{ kg},$$

masa reală totală a mărfii cumpărate fiind $M_1+M_2=4{,}02$ kg (în loc de 4 kg).

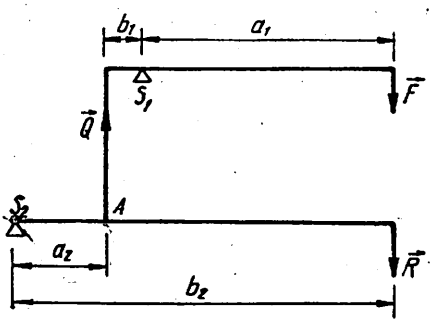


Fig. 284.

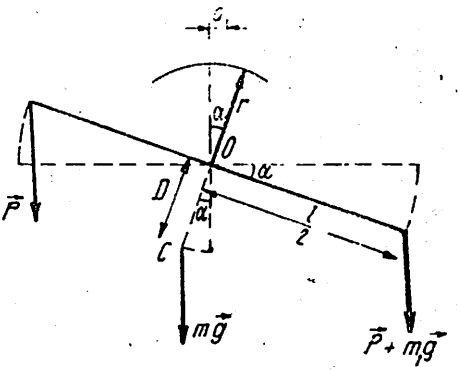


Fig. 285.

184 Din condiția de echilibru a balanței (fig. 285):

$$P\frac{l}{2}\cos\alpha+mg\,D\sin\alpha=(P+m_1g)\frac{l}{2}\cos\alpha,$$

se obține:

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{m_1l}{2m\,D}\approx\frac{3d}{r}\text{ și }D=0{,}44\text{ mm}.$$

185 Din egalitatea momentelor față de punctul de suspensie:

$$l_2 = l_1 \frac{G_1}{G_2} = l_1 \frac{d_1^2 h_1}{d_2^2 h_2} = 16 \text{ cm},$$

față de fir și de aceeași parte cu el.

186 Față de muchia ce trece prin O (fig. 286):

$$F \cdot 2l = G_1 \frac{l}{2} + G_2 \frac{l}{2}$$

și deci $F=10$ N, independent de pozițiile cuburilor.

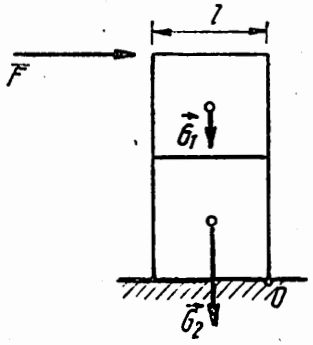


Fig. 286.

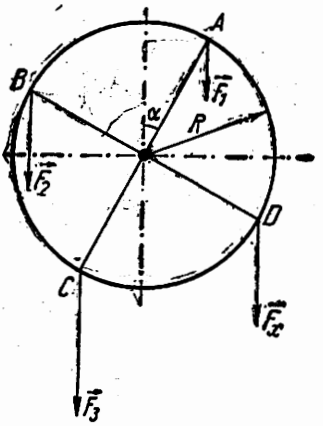


Fig. 287.

187 Pentru poziția de echilibru (fig. 287):

$$F_1 R \sin\alpha + F_x R \cos\alpha = F_2 R \cos\alpha + F_3 R \sin\alpha.$$

Rezultă $F_x=3{,}73$ N.

188 1° $F=G-P=536$ N, cu $P=150$ N.

2° $F=G-P\sin\alpha=580{,}25$ N (fig. 288, *a*).

3° Față de punctul O (fig. 288, *b*): $hP\cos\alpha = \dfrac{d}{2}(G - P\sin\alpha)$. Se obține $d \geqslant 0{,}43$ m.

189 Grinda se află în echilibru atunci cînd rezultanta forțelor ce acționează asupra ei și momentul rezultant al acestora sînt fiecare zero.

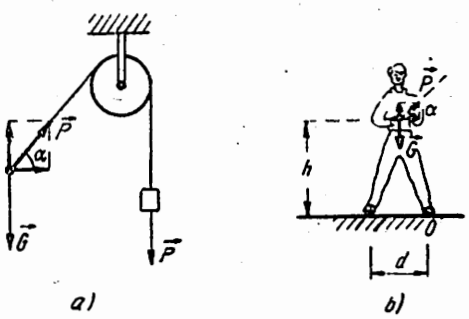


Fig. 288.

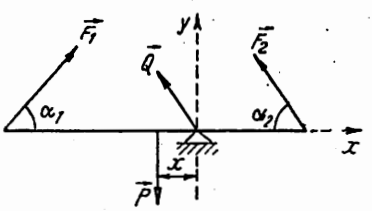


Fig. 289.

Proiectînd pe orizontală și verticală (fig. 289), se obține:

$$F_1 \cos\alpha_1 - Q_x - F_2 \cos\alpha_2 = 0,$$
$$F_1 \sin\alpha_1 + Q_y + F_2 \sin\alpha_2 - P = 0.$$

Cu Q_x și Q_y din relațiile de mai sus rezultă:

$$Q=\sqrt{Q_x^2+Q_y^2}.$$

Din expresia momentelor forțelor:

$$F_2\left(\frac{l}{2}-x\right)\sin\alpha_2+Px-F_1\left(\frac{l}{2}+x\right)\sin\alpha_1=0$$

se determină

$$x=l\,\frac{F_1\sin\alpha_1-F_2\sin\alpha_2}{2(P-F_1\sin\alpha_1-F_2\sin\alpha_2)}.$$

190 Față de o axă ce trece prin punctul O, axă perpendiculară pe planul figurii (fig. 290), suma momentelor forțelor de reacțiune $\vec{N}_1$ din partea planului orizontal, $\vec{N}_2$ din partea peretelui și forței $\vec{T}$ din partea sforii asupra bazei, va fi zero pentru orice valoare a lui $\vec{T}$. Momentul greutății barei față de această axă este însă diferit de zero și bara va cădea indiferent de valoarea tensiunii $\vec{T}$.

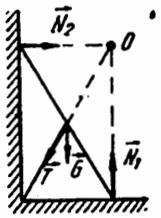


Fig. 290.

191 În figura 291 sînt notate reacțiunile $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ ale punctelor de sprijin, forțele de frecare $F_{f1}=\mu_1 F_1$ și $F_{f2}=\mu_2 F_2$, precum și greutatea G.

Din condiția ca rezultanta tuturor forțelor să fie zero rezultă $G=F_1+F_{f2}$ și $F_{f1}=F_2$; de asemenea condiția echilibrării momentelor față de punctul A:

$$G\cdot\frac{l}{2}\cos\alpha=F_2 l\sin\alpha+F_{f2}\cdot l\cos\alpha.$$

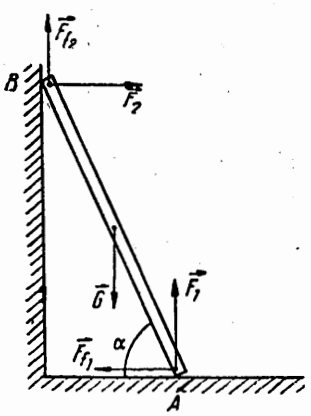


Fig. 291.

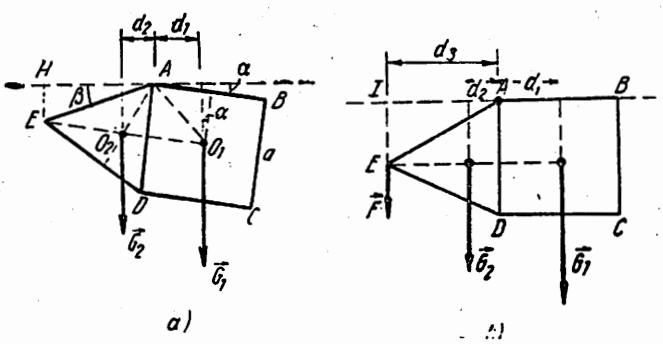


Fig. 292.

Utilizînd cele cinci expresii de mai sus, se obține:

$$\mu_1\mu_2\cos\alpha+2\mu_1\sin\alpha-\cos\alpha=0.$$

Se observă că pentru $\mu_1=0$ echilibrul nu este posibil $\left(\text{se exclude cazul } \alpha=\frac{\pi}{2}\right)$.

192 1° Poziția de echilibru se obține egalînd momentele forțelor active $\vec{G}_1$ și $\vec{G}_2$ față de punctul A (fig. 292, *a*):

$$G_1 d_1=G_2 d_2,$$

relație ce trebuie să conțină unghiul α:

$$G_1 \frac{a\sqrt{2}}{2} \sin (45-\alpha) = G_2 \frac{a\sqrt{3}}{3} \sin (60-\beta).$$

Întrucît:

$$\alpha+\beta=30°,\ G_1=ea^2\rho g,\ G_2=e\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\rho g,$$

se obține:

$$2\sqrt{2} \sin (45-\alpha)=\sin (30+\alpha)$$

și $\operatorname{tg} \alpha=0{,}524$, $\alpha=27°38'$.

2° Momentul rezultant trebuie să fie nul prin acțiunea forței $\vec{F}$, astfel încît $\alpha=0$ (fig. 292, *b*)

$$Fd_3+G_2d_2-G_1d_1=0$$

$$F\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}+e\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\rho g\frac{a\sqrt{3}}{6}-ea^2\rho g\frac{a}{2}=0,$$

$$F=\frac{\sqrt{3}}{5}ea^2\rho g=147{,}39 \text{ N}.$$

3° $L=F(EI-EH)=F[a \sin 30-a \sin (30-\alpha)]=81$ J.

193 1°, *a*) Conform figurii 293, *a*: $P_1d_1-P_2d_2=0$. Deci:

$$P_1l_1 \cos \alpha=P_2l_2 \cos (55°-\alpha)$$

și $\operatorname{tg} \alpha=0{,}959$, pentru $\alpha=43°50'$.

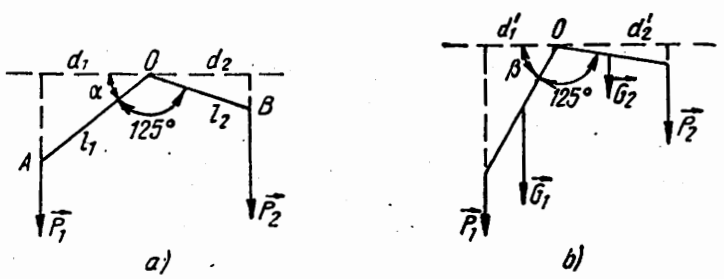


Fig. 293.

b) Condiția de echilibru se modifică (fig. 293, *b*):

$$P_1d_1'+G_1\frac{d_1'}{2}-P_2d_2'-G_2\frac{d_2'}{2}=0.$$

Deci:

$$\left(P_1+\frac{G_1}{2}\right)l_1 \cos \beta=\left(P_2+\frac{G_2}{2}\right)l_2 \cos (55°-\beta),$$

cu:

$$G_1=l_1\frac{\pi d^2}{4}\rho g \text{ și } G_2=l_2\frac{\pi d_2}{4}\rho g.$$

Se obține $\operatorname{tg}\beta=1{,}543$, pentru $\beta=57°3'$

2° Cunoscînd turația $n=12\,\frac{\text{rot}}{\text{min}}$, se obține viteza unghiulară:

$$\omega=2\pi n=1{,}256\,\frac{\text{rad}}{s}$$

și vitezele liniare ale extremităților A și B:

$$v_A=OA\cdot\omega=0{,}879\,\frac{\text{m}}{\text{s}},\quad v_B=OB\cdot\omega=0{,}375\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

194 Asupra pietrei A acționează în centrul său de greutate C forța $\vec{G}$ și asupra capătului $\vec{M}$ forța $\frac{G}{2}$ din partea pietrei B (fig. 294). Pentru ca piatra A să nu se răstoarne, trebuie îndeplinită inegalitatea momentelor față de punctul de rotație N:

$$G\cdot PN\geqslant\frac{G}{2}\cdot MN.$$

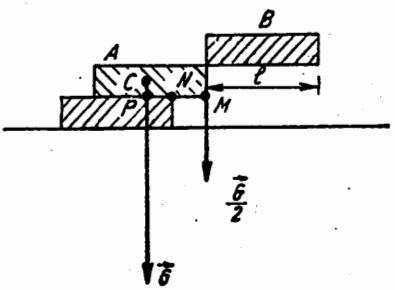


Fig. 294.

Cum $PM=\frac{l}{2}$, rezultă $MN\leqslant\frac{l}{3}$, iar lungimea întregului pod $L\leqslant\frac{11}{3}l$.

195 În poziția de echilibru, firul CP este perpendicular pe bara AB, în lungul lui acționînd forța mg. Dacă θ este unghiul format de AC și CP, din egalitatea momentelor forțelor față de puctul A rezultă:

$$Mg\cdot a\cos\theta=mg\cdot b\sin\theta,$$

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{Ma}{mb},\quad AP=b\sin\theta=\frac{M}{\sqrt{\frac{m^2}{a^2}+\frac{M^2}{b^2}}}$$

196 1° Din egalitatea momentelor față de punctul de sprijin F:

$$T\cdot AF\sin 30°=mg\cdot FB\text{ și }T=490\text{ N}.$$

2° Daca φ este unghiul format de $\vec{R}$ cu AB, rezultantele forțelor ce acționează pe verticală, respectiv orizontală, vor fi nule:

$$R\sin\varphi=mg+T\cos 60°=539\text{ N}.$$

$$R\cos\varphi=T\cos 30°=424\text{ N}.$$

și $R=686$ N.

197 1° $T_{AB}=mg\cdot\operatorname{tg}\alpha=339$ N.

$$T_{AC}=\frac{mg}{\cos\alpha}=392\text{ N}.$$

2° $T_{AC}=2\,T_{AB}$, $\quad\sin\alpha'=\frac{1}{2}$, $\quad\alpha'=30°$.

198 Pentru ca mosorul să nu înceapă să alunece de-a lungul peretelui, trebuie ca atît rezultanta forțelor ce acționează asupra sa cît și momentul rezultant față de o aceeași axă să fie nule (fig. 295):

$$Mg - T\cos\alpha - F_f = 0, \qquad T\sin\alpha - N = 0, \qquad -Tr + F_f R = 0, \qquad F_f = \mu N$$

Rezultă:

$$\sin\alpha \geqslant \frac{r}{\mu R}, \qquad T \geqslant \frac{Mg}{\frac{r}{R} + \cos\alpha}.$$

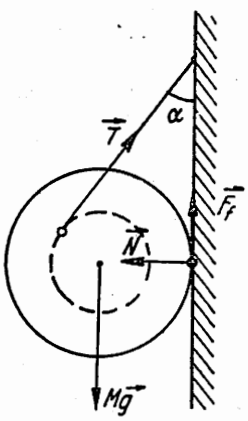
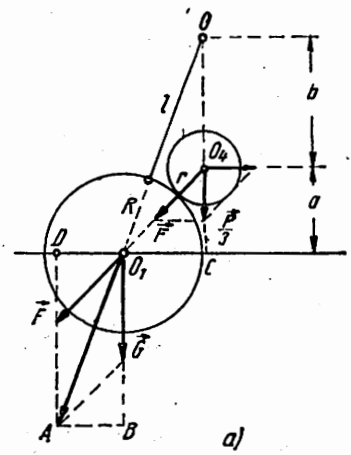


Fig. 295.



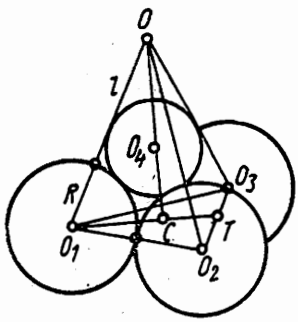


Fig. 296.

199 Sfera mică va cădea în momentul în care cele trei sfere mari, deși se ating, nu mai exercită nici o presiune una asupra alteia. Această situație apare atunci cînd rezultanta greutății sferei mari G și a componentei $\vec{F}$ a greutății $\frac{\vec{P}}{3}$ va acționa pe direcția firului de suspensie (fig. 296, *a*).

Asupra fiecărei sfere mari acționează cîte o treime din greutatea sferei mici $\vec{P}$ și întrucît $\Delta FO_1D = \Delta ABG$, rezultă $FD = \frac{P}{3} = BG$; iar din asemănarea triunghiurilor ABO_1 și O_1CO se obține:

$$\frac{\frac{P}{3}}{G} = \frac{a}{b} \quad \text{și condiția} \quad P \geqslant 3G\,\frac{a}{b}.$$

Pentru a obține forma finală a condiției, trebuie exprimat raportul $\frac{a}{b}$ în funcție de razele sferelor și lungimea firului.

Centrele O_1, O_2 și O_3 ale celor trei sfere mari formează un triunghi echilateral cu latura $2R$ (fig. 296, *b*) și înălțimea $O_1T = R\sqrt{3}$. Sferile constituie o piramidă cu laturile $R + l$ și înălțimea OC. Punctul C împarte înălțimea triunghiului în raportul 2 la 1: $O_1C = \frac{2\sqrt{3}}{3}R$. Centrul O_4 a sferei mici se află pe înălțimea piramidei.

Rezultă:

$$a = \sqrt{(R+r)^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}R\right)^2} = 4{,}78 \text{ cm},$$

$$b = \sqrt{(R+l)^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}R\right)^2} - \sqrt{(R+r)^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}R\right)^2} = 6{,}3 \text{ cm}.$$

În final se obține $P \geqslant 22{,}76$ N.

Observație: dacă $r \leqslant O_1C - R = 1{,}5$ mm, sfera mică va cădea pentru orice valoare a greutății P.

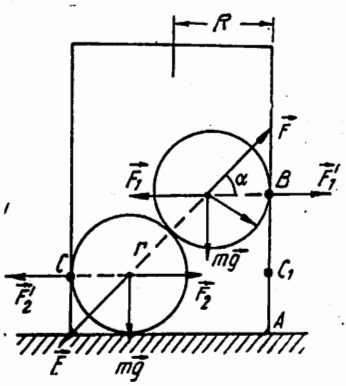


Fig. 297.

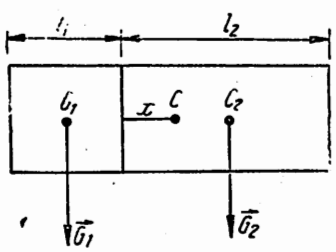


Fig. 298.

200 Asupra sferei superioare acționează forța $\vec{F}_1$ (fig. 297) din partea peretelui cilindrului și forța $\vec{F}$ din partea sferei inferioare, pe direcția centrelor. Din condiția de echilibru se obține $F_1 = F\cos\alpha$ și $F\sin\alpha = mg$. În conformitate cu legea a treia a lui Newton, asupra cilindrului va acționa în punctul B forța $F_1' = F_1 = mg\operatorname{ctg}\alpha$. Examinînd ulterior și sfera inferioară, rezultă că și în punctul C va acționa o forță $F_2' = mg\operatorname{ctg}\alpha$.

Pentru răsturnarea cilindrului în jurul punctului A, ecuația momentelor are forma:

$$F_1' \cdot AB > F_2' \cdot AC_1 + Mg \cdot R$$

sau

$$m \cdot BC_1 \cdot \operatorname{ctg}\alpha > MR, \quad \frac{M}{m} < \frac{2r\cos\alpha}{R}$$

și cum

$$\cos\alpha = \frac{R-r}{r}, \text{ raportul maxim este } \frac{M}{m} = 2\left(1 - \frac{r}{R}\right).$$

201 Fie x distanța de la sudură la centrul de greutate C al întregii plăci (fig. 298), punct prin care trebuie să treacă axa:

$$G_1\left(\frac{l_1}{2} + x\right) = G_2\left(\frac{l_2}{2} - x\right),$$

$$\gamma_1 l_1^2 h\,(l_1 + 2x) = \gamma_2 l_1 l_2 h\,(l_2 - 2x).$$

Se obține

$$x = \frac{\gamma_2 l_2^2 - \gamma_1 l_1^2}{2(\gamma_2 l_2 + \gamma_1 l_1)} = 2{,}8 \text{ mm},$$

independent de grosimea h.

202 Dacă centrul de greutate se află la distanța x în dreapta punctului C, rezultă:

$$Pa = Gx \text{ și } G(c - x) = Qb.$$

Se obține

$$G = \frac{Pa + Qb}{c}, \quad x = \frac{Pac}{Pa + Qb}.$$

203 1° Fie l_1 și l_2 distanțele de la centrul de greutate la cele două greutăți de la capete:

$$G_1 l_1 = G_2 l_2 \text{ și } l_1 + l_2 = 12 \text{ m}.$$

Se obține $l_1 = 7$ m, $l_2 = 5$ m.

2° Fie S_1 și S_2 distanțele parcurse de corpuri până la întîlnire:

$$t = \frac{S_1}{v_1} = \frac{S_2}{v_2} \text{ și } S_1 + S_2 = 12 \text{ m}.$$

Se obține $S_1 = 4$ m, $S_2 = 8$ m.

3° Centrul de greutate se deplasează uniform cu viteza:

$$v = \frac{l_1 - S_1}{t} = 1{,}5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

204 Totul se comportă ca și cum în centrul de greutate O_1 al discului înlăturat ar fi aplicată vertical în sus o forță $\vec{G}_1$ ce echilibrează greutatea acestuia (fig. 299). Dacă O' este noul centru de greutate, atunci:

$$\frac{G}{S} = \frac{G_1}{S_1} \text{ și } G_1\left(\frac{R}{2} + x\right) = Gx. \text{ Se obține } x = \frac{R}{6}.$$

205 Trebuie cunoscută poziția centrului de greutate O al plăcii $ABCE$. Se va nota cu x distanța acestuia față de AD, cu S_0 și G_0 suprafața, respectiv greutatea plăcii inițiale $ABCD$ și cu S_1 și G_1 suprafața, respectiv greutatea triunghiului ADE. Se pot scrie relațiile:

$$\frac{S_1}{S_0} = \frac{b}{2a}, \quad G_1 = \frac{b}{2a - b} G, \quad G_0 = \frac{2a}{2a - b} G,$$

$$G_0 \frac{a}{2} = Gx + G_1 \frac{b}{3},$$

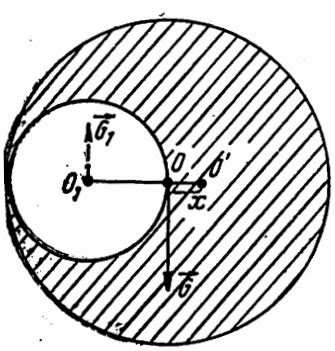


Fig. 299.

centrul de greutate al triunghiului fiind plasat la distanța $\frac{b}{3}$ de AD. Ultima relație prezintă egalitatea momentelor rezultantei și componentelor față de axa AD.

Se obține:

$$x = \frac{3a^2 - b^2}{3(2a - b)}$$

și din egalitatea momentelor forțelor G și X față de punctul E:

$$X = \frac{3a^2 - 6ab + 2b^2}{3b(2a - b)} G.$$

206 1° Greutatea triunghiului ABC este plasată în O (fig. 300), iar în centrul de greutate O' al triunghiului XBC acționează o forță egală și de sens contrar greutății acestuia. În plus, greutățile sînt proporționale cu suprafețele, deci cu a, b, și, respectiv, $a-b$ pentru $ACXB$.

Se va nota cu x distanța centrului de greutate căutat față de BC și se vor scrie momentele celor trei forțe față de BC:

$$k(a-b)\cdot x = ka\cdot a - kb\cdot b.$$

Rezultă:

$$x = a + b = \frac{1}{3}AD + \frac{1}{3}XD = \frac{2}{3}DY.$$

Y fiind mijlocul lui AX.

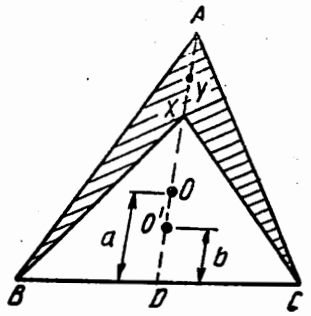


Fig. 300.

2° În acest caz, $x = 3$, $b = \frac{1}{2}AD$, punctul X fiind la jumătatea lui AD.

207 În cazul de față este foarte ușor de aplicat metoda analitică. Se va considera un corp rigid al cărui centru de greutate C prezintă coordonatele X, Y și Z într-un sistem tridimensional (fig. 301, *a*). Conform definiției centrului de greutate, efectul greutății totale Mg a corpului rigid este identică cu a ansamblului de greutăți a corpului rigid. Momentul greutății totale față de axele de coordonate trebuie să fie deci egal cu suma momentelor greutăților particulelor ce constituie ansamblul.

$$MgX = \Sigma m_i g x_i \text{ sau } X = \frac{\Sigma m_i x_i}{\Sigma m_i}$$

și

$$Y = \frac{\Sigma m_i y_i}{\Sigma m_i}, \quad Z = \frac{\Sigma m_i z_i}{\Sigma m_i}.$$

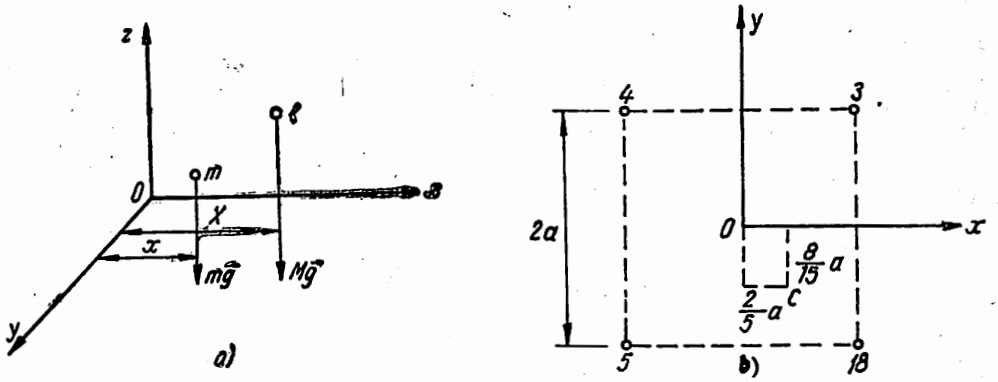


Fig. 301.

Se va obține (fig. 301, *b*):

$$X = \frac{3(a) + 4(-a) + 5(-a) + 18(a)}{3+4+5+18} = \frac{2}{5}a,$$

$$Y = \frac{3a + 4a - 5a - 18a}{30} = -\frac{8}{15}a,$$

$$d = \sqrt{X^2 + Y^2} = \frac{2}{3}a.$$

208 Pentru minutar, respectiv orar:

$$\omega_m = \frac{\alpha}{t} = \frac{2\pi}{3\,600}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \qquad \omega_0 = \frac{\omega_m}{12}.$$

În cazul cînd sînt în prelungire, minutarul s-a rotit în plus cu π radiani ($\alpha_m = \alpha + \pi$):

$$t = \frac{\pi}{\omega_m - \omega_0} \approx 12\text{ h }32\text{ min }48\text{ s}.$$

209 În cazul mișcărilor în același sens, biciclistul de pe circumferința interioară îl ajunge pe celălalt, efectuînd o rotație în plus:

$$\alpha_1 = \alpha_2 + 2\pi, \quad \omega_1 - \omega_2 = \frac{2\pi}{t_1}.$$

În cazul mișcărilor în sens contrar:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 2\pi, \quad \omega_1 + \omega_2 = \frac{2\pi}{t_2}.$$

Rezultă:

$$\omega_1 = \pi\left(\frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_1}\right) = \frac{\pi}{40}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}},$$

$$\omega_2 = \pi\left(\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1}\right) = \frac{\pi}{60}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

$$v_1 = \omega_1 R_1 = 7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}, \qquad v_2 = \omega_2 R_2 = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$a_1 = v_1\omega_1 = 0{,}55\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \qquad a_2 = v_2\omega_2 = 0{,}26\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

210 Din figura 302 se observă ușor că în timp ce mobilul M descrie jumătate din cercul A, mobilul P descrie cercul B cu perioada $T_p = \frac{T}{2}$.

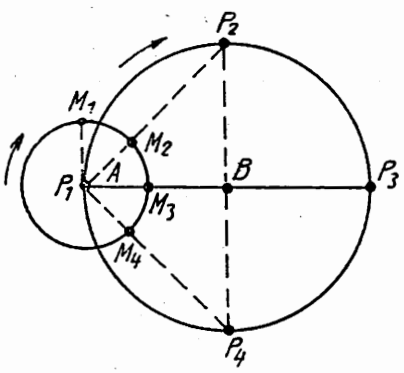


Fig. 302.

Deci:

$$v_p = b \cdot \omega_p = \frac{4\pi b}{T}$$

și

$$ap = v_p\omega_p = \frac{16\pi^2 b}{T^2}.$$

211 Dacă t_1 și t_2 reprezintă intervalele de timp în care sferele ating discul, atunci:

$$\sqrt{\frac{2d_2}{g}} = \sqrt{\frac{2d_1}{g}} + \frac{\alpha}{\omega}.$$

Rezultă:

$$g = \frac{8\pi^2 n^2}{\alpha^2}\left(\sqrt{d_2} - \sqrt{d_1}\right)^2 \approx 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

212 Acceleraţia normală a_n, sau centripetă, apare prin acţiunea forţei centripete ce modifică direcţia vectorului viteză.

Acceleraţia tangenţială a_t apare în cazul mişcării variate şi reprezintă variaţia valorii vitezei în unitatea de timp. În această mişcare variată vor exista ambele acceleraţii şi ele se compun ca niste vectori. Deci (fig. 303):

$$a_t = \sqrt{a^2 - a_n^2},\ \operatorname{tg}\alpha = \frac{a_n}{a_t}.$$

213 Se obţine: $\varepsilon = \frac{\omega_0}{t} = \frac{2\pi\nu_0}{t} \approx 1\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$, $N = \frac{\omega_0^2}{4\pi\varepsilon} = \frac{\nu_0 t}{2} = 75$ rotaţii.

214 Forţa ce acţionează asupra apei va fi rezultanta greutăţii şi a forţei centrifuge. Ea va fi perpendiculară pe suprafaţa apei, mesei, ca şi pe planul aripilor (fig. 304). Şi întrucît planul aripilor formează unghiul $\alpha = \operatorname{arc\,tg}\frac{v^2}{Rg} \approx 51°$ cu suprafaţa apei din lac, acelaşi unghi va fi format şi de suprafaţa apei din pahar cu suprafaţa apei din lac.

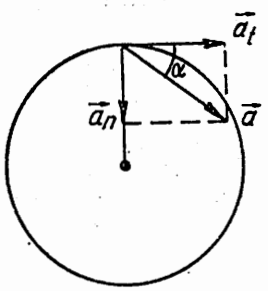


Fig. 303.

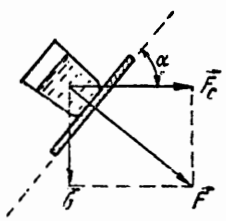


Fig. 304.

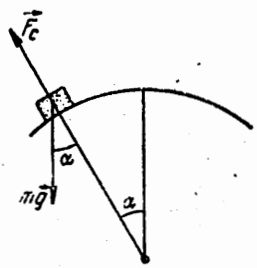


Fig. 305.

215 Prin echilibrarea forţei centrifuge cu componenta greutăţii pe direcţia razei (fig. 305) se obţine

$$v = \sqrt{gR\cos\alpha}.$$

Viteza trebuie deci să varieze proporţional cu $\sqrt{\cos\alpha}$.

216 Pentru echilibru este suficient ca rezultanta forţei centrifuge şi a greutăţii bilei să fie normală pe tub (fig. 306)

$m\omega^2 r = mg\operatorname{ctg}\theta,\ r = \lambda\sin\theta$

şi deci:

$$\omega = \frac{1}{\sin\theta}\sqrt{\frac{g\cos\theta}{\lambda}}.$$

217 Dacă bara ar fi mobilă în jurul punctului de fixare, poziţia sa ar coincide cu direcţia rezultantei forţei centrifuge şi a greutăţii bilei. În cazul de faţă (fig. 307):

$$F = m\sqrt{\omega^4 l^2\sin^2\varphi + g^2}$$

şi face cu verticala unghiul φ_1 ce poate fi determinat din relaţia

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{\omega^2 l\sin\varphi}{g}.$$

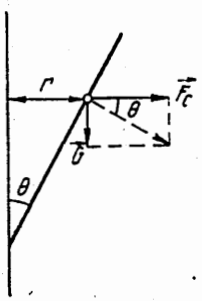


Fig. 306.

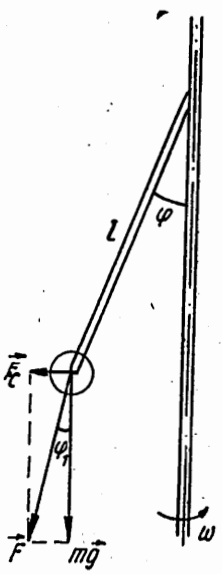


Fig. 307.

218 1° Mobilul se va deplasa de pe cerc în momentul în care rezultanta forței centrifuge și a greutății va deveni tangentă la cerc (fig. 308):

$$\cos\varphi = \frac{Fc}{G} = \frac{v^2}{Rg} = \frac{2h}{R} = 2(1 - \cos\varphi)$$

și deci:

$$\cos\varphi = \frac{2}{3}.$$

2° Din C ecuațiile mișcării vor fi:

$$x = vt\cos\varphi, \quad y = vt\sin\varphi + \frac{1}{2}gt^2.$$

Pentru $y = R\cos\varphi$ va rezulta $x = BA = \frac{4}{27}(\sqrt{23} - \sqrt{5})R \approx 0{,}38R$ și deci $OA = R\sin\varphi +$

$$+ BA \approx 1{,}18\ R$$

3° $Ec = mgR$.

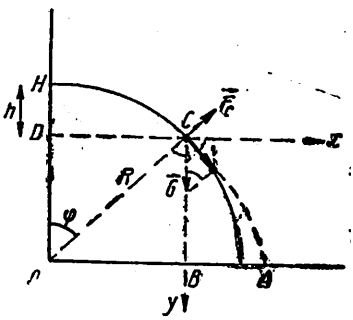


Fig. 308.

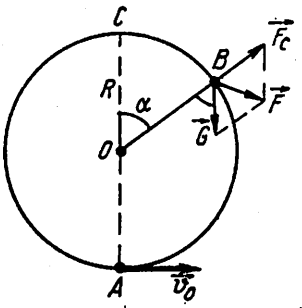


Fig. 309.

219 1° Prin aplicarea legii conservării energiei:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgR\,(1 + \cos\alpha) + \frac{mv^2}{2},$$

cu condiția $F_c = G\cos\alpha$ rezultă:

$$v_0 \geqslant \sqrt{Rg\,(2 + 3\cos\alpha)}.$$

2° Conform figurii 309:

$$F = \sqrt{F_c^2 + G^2 - 2F_cG\cos\alpha}$$

cu

$$F_c = \frac{mv^2}{R} \text{ și } v^2 = v_0^2 - 2gR\,(1 + \cos\alpha)$$

3° $F = F_c - G = \frac{G}{4}$, cu $Fc = \frac{m\,(v_0^2 - 4gR)}{R}$. Rezultă: $v_0 \geqslant \sqrt{\frac{21}{4}gR} \approx 25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

220 $T = mg\,(3 - 2\cos\alpha)$, $\alpha = 120°$.

221 1° Va trebui ca $F_c \geqslant G$. Rezultă $\nu \geqslant \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} \approx 0{,}4\,\frac{\text{rot}}{\text{s}}$.

2° $T = F_c + G = m\,(4\pi^2\nu^2 l + g) \approx 750$ N.

222 În punctul superior $F_c = G$ și viteza minimă va fi $v_m = \sqrt{lg} \approx 3{,}14\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

În punctul inferior, viteza este maximă:

$$v_M = \sqrt{v_m^2 + 4lg} \approx 7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

De asemenea:

$$T = F_c \pm G\cos 60° = \frac{m}{}\,[v_m^2 \pm 2gl\,(1 + \cos 60°)] \pm mg\cos 60° \approx \begin{cases} 44\ \text{N} \\ 34{,}2\ \text{N}. \end{cases}$$

223 *a*) Componenta $\vec{G}_1$ a greutății $\vec{G}$ constituie forța centripetă (fig. 310):

$$m\omega^2 R = G \cdot \operatorname{tg}\alpha, \; f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{h}}.$$

b) Se obține același rezultat dacă se pune condiția ca momentul rezultant al forțelor ce acționează asupra bilei să fie nul: $GR - F_c H = 0$.

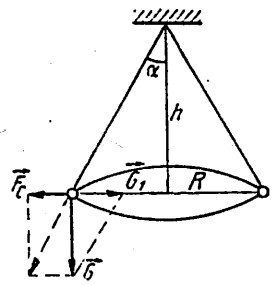


Fig. 310.

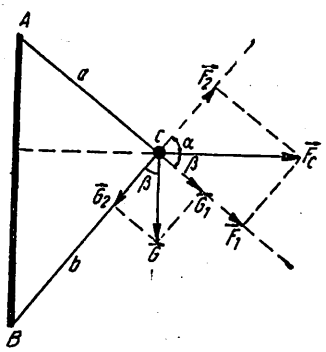


Fig. 311.

224 Fie $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ componentele forței centrifuge $\vec{F}_c$, iar $\vec{G}_1$ și $\vec{G}_2$ componentele greutății bilei (fig. 311). Rezultă:

$$F_{AC} = F_1 + G_1 = F_c \cos\beta + G \sin\beta,$$
$$F_{BC} = F_2 - G_2 = F_c \sin\beta - G \cos\beta,$$

primul rupîndu-se deci firul superior AC. Întrucît:

$$F_c = m\omega^2 \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}},$$

se obține:

$$\omega = \sqrt{\frac{R(a^2+b^2) - mga\sqrt{a^2+b^2}}{mab^2}} = 10\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

225 Față de ascensor sfera se află în stare de imponderabilitate și asupra ei nu acționează decît forța centrifugă inerțială, echilibrată de tensiunea din fir. Sfera va descrie un cerc cu raza l, al cărui plan este înclinat cu unghiul α față de axa verticală. Poziția în spațiu depinde de poziția sferei în momentul în care ascensorul începe să cadă liber (fig. 312, *a*) și corespunde planului format de fir cu vectorul viteză.

Pentru un observator imobil față de pămînt, traiectoria are forma unei spirale (fig. 312, *b*).

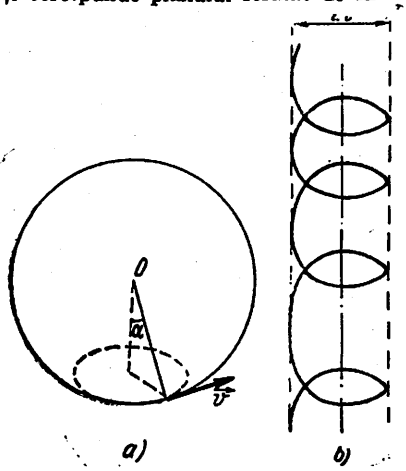


Fig. 312.

226 Din figura 313 rezultă:

$$T = \frac{mv^2}{l} + G\cos\alpha,$$

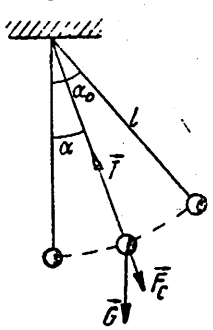


Fig. 313.

cu $v^2=2gl(\cos\alpha-\cos\alpha_0)$ obținut prin aplicarea legii conservării energiei.
Rezultă:

$$T=mg(3\cos\alpha-2\cos\alpha_0).$$

227 Dacă omul rămîne în repaus față de platformă, atunci (v. fig. 314):

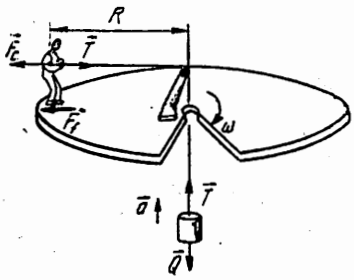


Fig. 314.

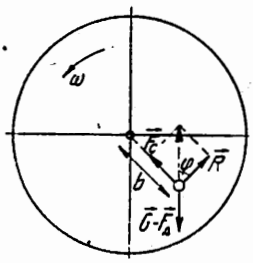


Fig. 315.

$\frac{P}{g}\omega^2R+F_f=T$ cu $T=Q+\frac{Q}{g}a$ și $F_f\leqslant\mu P$. Se obține:

$$a\leqslant\frac{P}{Q}(\omega^2R+\mu g)-g.$$

228 Sfera se află în echilibru sub acțiunea a patru forțe: greutatea sferei $G=\frac{4}{3}\pi r^3\rho g$, forța arhimedică $F_A=\frac{4}{3}\pi r^3\rho_a g$ din partea apei, rezistența din partea lichidului în mișcare $R=kr\omega b$ ce acționează tangent la cercul de rază b pe care este plasată sfera în poziția de echilibru (fig. 315) și forța arhimedică centrifugală $F_c=\frac{4}{3}\pi r^3\rho_a\omega^2 b$.

Rezultă:

$$\varphi=\operatorname{arc\,tg}\frac{F_c}{R}=\operatorname{arc\,tg}\frac{4\pi r^2\rho_a\omega}{3k}=64°30'.$$

$$\cos\varphi=\frac{R}{G-F_A}\text{ și }b=\frac{4\pi r^2g(\rho-\rho_a)\cos\varphi}{3k\omega}=6{,}19\text{ cm}.$$

Bila de lemn, prezentînd o densitate $\rho'<\rho_a$, va fi în echilibru în cadranul II.

229 1° $v=gt\sin\alpha=20\frac{\text{m}}{\text{s}}$. 2° $S=\frac{1}{2}gt^2\sin\alpha=200$ m.

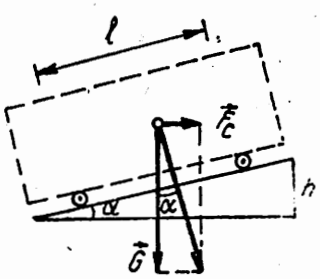


Fig. 316.

3° $\alpha=\operatorname{arc\,tg}\frac{v^2}{Rg}=45°$

230 1° $F_c=\frac{mv^2}{R}=10$ kN.

2° Rezultanta forței centrifuge și a greutății trebuie să cadă normal pe planul șinelor (fig. 316).

Se obține:

$h\approx l\frac{v^2}{Rg}=7{,}5$ cm.

3° $F_f=F_c$, $\mu=\frac{v^2}{Rg}=0{,}05$.

231 1° $F_c=F_f$, $v=\sqrt{\mu Rg}=5\sqrt{10}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2° Dacă momentul forței centrifuge față de roată devine mai mare decît momentul greutății (rezultanta forțelor iese în afara bazei de sprijin), se produce rostogolirea, deci pentru:

$$v=\sqrt{\frac{Rgl}{2h}}=27{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

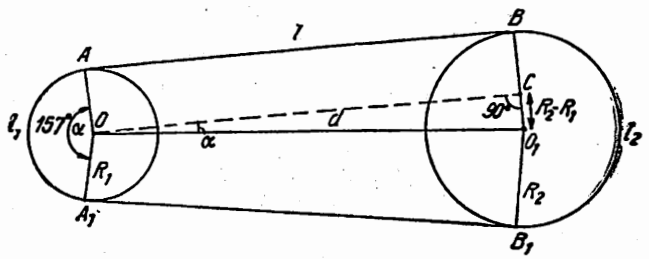


Fig. 317.

3° Evident, prima I

232 a) $D_2=\frac{D_1}{l}=35$ cm.

b) Din OO_1C (fig. 317) rezultă:

$l=\sqrt{d^2-(R_2-R_1)^2}=1{,}24$ m și lungimea curelei $L=2l+l_1+l_2=3{,}24$ m,

în care $l_1=\alpha R_1=157\cdot\frac{2\pi}{360}\cdot 5=13{,}7$ cm și $l_2=(2\pi-\alpha)R_2=0{,}62$ m.

233 1° Din sistemul de ecuații:

$$\frac{R}{r}=\frac{n_2}{180},\frac{R+2}{r+3}=\frac{360}{225},\frac{R+5}{r+8}=\frac{360}{240},$$

se obține $R=70$ cm, $r=42$ cm și $n_2=300\,\frac{\text{rot}}{\text{min}}$.

2° $n_2'<n_2$.

9. ATRACȚIE UNIVERSALĂ. SATELIȚI

234 Forța de tracțiune F va învinge forța de inerție și forța de atracție dintre planetă și navă:

$$F=m\left(a+k\frac{M}{r^2}\right).$$

235 Condiția dată este valabilă numai pentru punctele de pe ecuator, nava cosmică rotindu-se într-un plan ecuatorial. Perioada de rotație a navei trebuie să coincidă cu cea a Pămîntului (23 de ore 56 min) și deci:

$$v=\frac{2\pi r}{T}=\sqrt[3]{\frac{2\pi g_0}{T}\,r_0^2}=3{,}865\,\frac{\text{km}}{\text{s}};\ r\approx 53\,000\text{ km}.$$

236 1° $\omega=\frac{v}{r+h}\approx 10^{-3}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$. 2° $T=\frac{2\pi}{\omega}=1$ h 44 min 40 s.

3° $a_c=\frac{v^2}{r+h}=\omega v=7{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. 4° $N=\frac{t}{T}\approx 13{,}7$.

237 Forța centrifugă pe orbita de rază R echilibrează greutatea:

$$\frac{mv^2}{R}=mg\frac{r^2}{R^2}.$$

Deci:

$$v=r\sqrt{\frac{g}{R}}=6{,}4\,\frac{\text{km}}{\text{s}}\ \text{și}\ T=\frac{2\pi R}{v}\approx 2\text{ h }38\text{ min }42\text{ s}.$$

238 1° Dacă r este raza Pământului, se pot scrie relațiile:

$$\frac{mv^2}{r+h}=mg_0\frac{r^2}{(r+h)^2},\qquad v=\frac{2\pi(r+h)}{T}.$$

Se obține:

$$h=\sqrt[3]{\frac{g_0T^2r^2}{4\pi^2}}-r=573\text{ km}.$$

2° $v\approx 7{,}7\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$.

239 Forța centripetă ce acționează asupra Lunii, $\frac{4\pi^2}{T^2}mR_L$, este chiar forța cu care Pământul o atrage — mg, g fiind accelerația gravitațională la nivelul Lunii:

$$g=g_P\frac{R_P^2}{R_L^2},$$

g_P accelerația gravitațională la suprafața Pământului, R_P și R_L raza Pământului, respectiv a orbitei Lunii.
Rezultă:

$$g_P=\frac{4\pi^2}{T^2}\cdot 60^3R_P\approx 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

cu $R_P=6\,400$ km.

240 Accelerațiile căderii libere pe Pământ și Lună vor fi:

$$g_P=k\frac{M_P}{R_P},\qquad g_L=k\frac{M_L}{R_L^2}.$$

Rezultă:

$$G_L=mg_P\frac{M_L}{M_P}\frac{R_P^2}{R_L^2}=117{,}1\text{ N}.$$

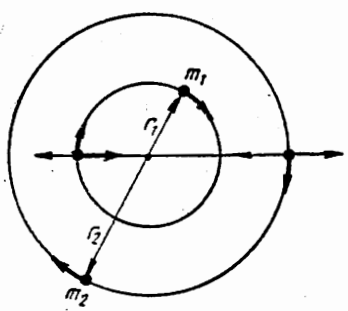


Fig. 318.

241 Mișcarea va fi circulară (fig. 318), forțele centripete fiind egale cu forțele de atracție universală. Conform legilor a doua și a treia a lui Newton:

$$\frac{m_1r_1}{T_1^2}=\frac{m_2r_2}{T_2^2}.$$

Distanța $l=r_1+r_2$ rămînind constantă, rezultă $T_1=T_2=T$ și deci:

$$r_1=\frac{m_2}{m_1+m_2}l,\ r_2=\frac{m_1}{m_1+m_2}l.$$

De asemenea, din egalitatea:

$$\frac{km_1m_2}{l^2}=m_1\omega^2r_1\ \text{rezultă}\ T=2\pi\sqrt{\frac{l^3}{k(m_1+m_2)}},$$

k fiind constanta atracției universale.

Dacă $m_1 \gg m_2$, din $m_1 r_1 = m_2 r_2$ rezultă $r_2 \gg r_1$; cu alte cuvinte, steaua mare se roteşte aproape pe loc, în vreme ce steaua mică se roteşte pe un cerc cu raza $r_2 \approx l$.

242 Echilibrul, evident nestabil, se obţine din condiţia ca rezultanta forţelor să fie plasată pe direcţia unei raze, deci normală la cerc. Conform figurii 319:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_2}{F_1} = \frac{b}{a} \cdot \frac{\overline{MA}^2}{\overline{MB}^2},$$

cu $MA = 2R \cos \alpha$ şi $MB = 2R \sin \alpha$.

Rezultă:

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt[3]{\frac{b}{a}}$$

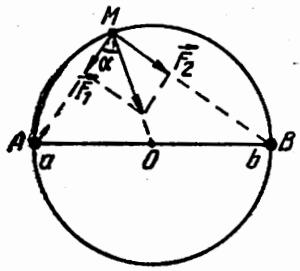


Fig. 319.

243
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{k \frac{m}{r^2}}{k \frac{M}{R^2}} = \frac{m}{M} \cdot \frac{R^2}{r^2},$$

R şi M raza, respectiv masa Pământului.

244 1° Lucrul mecanic nu se poate calcula din expresia $L = mgh$, deoarece g scade cu altitudinea.

Vom împărţi înălţimea h în porţiuni mici AB, BC... (fig. 320) şi vom accepta că pe fiecare acţionează forţe egale cu media geometrică a forţelor ce acţionează în punctele extreme intervalului.

Deci:

$$L_1 = k \frac{mM}{r_0 r_1} (r_1 - r_0),$$

$$L_2 = k \frac{mM}{r_1 r_2} (r_2 - r_1) \text{ etc.}$$

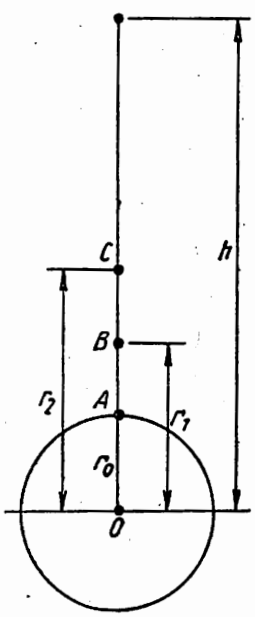


Fig. 320.

Lucrul mecanic total va fi:

$$L = L_1 + L_2 + \ldots + L_n =$$

$$= kmM \left[\frac{r_1 - r_0}{r_0 r_1} + \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} + \ldots \right] =$$

$$= kmM \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right) = mg_0 r_0^2 \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_0 + h} \right) =$$

$$= mg_0 r_0 \frac{h}{r_0 + h} = 3{,}76 \cdot 10^6 \text{ J}.$$

2° Rezultatul se obţine însă rapid prin integrare:

$$L = \int_{r_0}^{r_0+h} G \cdot dr = kmM \int_{r_0}^{r_0+h} \frac{dr}{r^2} = kmM \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_0 + h} \right).$$

Observaţie: expresia

$$\frac{kM}{r} = V$$

poartă denumirea de potenţial gravitaţional şi are o semnificaţie analogă cu potenţialul electric. Prin urmare:

$$L = m(V_1 - V_2).$$

245 Forța de interacțiune dintre sfera scobită și punctul material m plasat la o distanță $d > R$, se poate calcula ca diferența forțelor de acțiune dintre sfera plină și punctul m, pe de o parte și masa corespunzătoare scobiturii și punctul m, pe de altă parte.

1° Fie mai întîi cazul în care punctul m se află de partea scobiturii (fig. 321):

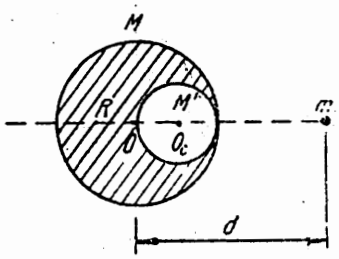


Fig. 321.

$$F_1 = k\frac{Mm}{d^2}, \qquad F_2 = k\frac{M'm}{\left(d-\frac{R}{2}\right)^2},$$

cu $M' = \frac{M}{8}$. Deci:

$$F = F_1 - F_2 = kMm\,\frac{7d^2 - 8dR + 2R^2}{8d^2\left(d-\frac{R}{2}\right)^2}.$$

2° Dacă punctul m se află în partea opusă scobiturii:

$$F = kMm\,\frac{7d^2 + 8dR + 2R^2}{8d^2\left(d+\frac{R}{2}\right)^2}.$$

3° Pentru $d < R$, rezolvarea pe baza schemei de mai sus nu mai este corectă.

10. MIȘCAREA DE ROTAȚIE A CORPULUI RIGID

246 1° Dacă se presupune masa scripetelui neglijabilă:

$$a_1 = g\,\frac{m_3}{2m_2 + m_3}, \qquad v_1 = \sqrt{2a_1 s} = 1{,}34\,\frac{\text{m}}{\text{s}},$$

viteza scripetelui fiind tocmai viteza v_1 a sistemului. Prin urmare:

$$\omega_1 = \frac{v_1}{R} = 13{,}4\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Luînd în considerație și masa scripetelui, rezultă că o parte din energia cedată de suprasarcină servește la creșterea energiei cinetice a mișcării de rotație a scripetelui. Pentru evaluarea energiei cinetice a scripetelui trebuie să privim discul ca un sistem de puncte materiale cu masele $m_1, m_2, \ldots$, și vitezele liniare $v_1, v_2, \ldots$, corespunzătoare razelor de mișcare $r_1, r_2, \ldots$ față de axa comună de rotație. Energia cinetică totală de rotație a sistemului, la un anumit moment, va fi:

$$E_r = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \ldots = \frac{1}{2}\omega^2\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2.$$

Suma $\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$, care depinde numai de modul de repartiție a maselor în jurul axei de rotație, se notează cu I și poartă denumirea de moment de inerție a sistemului în raport cu axa de rotație. Deci:

$$E_r = \frac{1}{2}I\omega^2,$$

o expresie asemănătoare celei pentru energia cinetică de translație $\frac{1}{2}mv^2$

Momentul de inerție I se calculează pentru sisteme curent întrebuințate (cilindru, sferă, cerc etc.), iar expresiile lor se găsesc în tabele. În cazul de față, $I=\frac{m_1R^2}{2}$.

Energia cinetică totală va fi deci:

$$\frac{1}{2}(2m_2+m_3)v^2+\frac{1}{2}I\frac{v^2}{R^2}=\frac{1}{2}\left(2m_2+m_3+\frac{I}{R^2}\right)v^2$$

și totul se petrece ca și cum masa întregului sistem ar fi $2m_2+m_3+\frac{I}{R^2}$. Prin urmare:

$$a_1'=g\frac{m_3}{2m_2+m_3+\frac{m_1}{2}}\approx 0{,}85\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\text{ și }\omega_1'=\frac{\sqrt{2a_1'S}}{R}=13\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

2° Accelerația gravitațională $\vec{g}$ prezintă în lungul planului înclinat componenta $\overrightarrow{g\sin\alpha}$. Deci, asupra firului din stînga acționează forța $mg\sin\alpha$, iar asupra celui din dreapta, forța $(m_2+m_3)g$. Rezultă

$$a_2=g\frac{m_2+m_3-m\sin\alpha}{m_2+m_3+m}\approx 3{,}12\frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

$$\omega_2=\frac{\sqrt{2a_2S}}{R}\approx 25\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

și

$$a_2=g\frac{m_2+m_3-m\sin\alpha}{m_2+m_3+m+\frac{m_1}{2}}\approx 3\frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

$$\omega_2'=\frac{\sqrt{2a_2'S}}{R}\approx 24{,}4\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

247 Centrul de greutate al maselor m_1 și m_2 (fig. 322) se află în A $\left(MA=\frac{2}{3}MN\right)$, iar al sistemului în S $(PS=SA)$. Masele m_1, m_2, m_3 se află față de centrul de rotație S la distanțele $r_1=\frac{\sqrt{19}}{6}m$, $r_2=\frac{\sqrt{13}}{6}m$, $r_3=\frac{\sqrt{7}}{6}m$, valori ce se obțin luînd în considerație triunghiurile dreptunghice MSB, NSB și PSD. Rezultă:

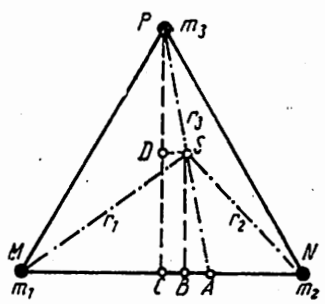


Fig. 322.

$$E=\frac{1}{2}\omega^2(m_1r_1^2+m_2r_2^2+m_3r_3^2)=144{,}6\text{ J}.$$

248 1° $E_c=mgh=3{,}92$ J.

2° E_c este suma energiilor cinetice ale masei m și ale roții, a cărei masă M poate fi presupusă concentrată în jantă. Deci:

$$mgh=\frac{1}{2}(m+M)v^2.$$

Rezultă:

$$v=1{,}56\frac{\text{m}}{\text{s}}\text{ și }\omega=\frac{v}{R}=5{,}24\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Același rezultat se obține cunoscînd momentul de inerție $I=MR^2$ al coroanei bicicletei (geanta)

$$mgh=\frac{mv^2}{2}+\frac{I\omega^2}{2}.$$

3° $$a=g\frac{m}{M+m}=\frac{v^2}{2h}=61{,}2\,\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}.$$

249 Din expresia energiei cinetice totale a sistemului:

$$E=\frac{mv^2}{2}+\frac{I\omega^2}{2}=\frac{1}{2}\left(m+\frac{M}{2}\right)v^2.$$

Se observă că totul se petrece ca și cum masa echivalentă sistemului ar fi $m+\frac{M}{2}$.

Deci:

$$a=g\frac{m}{m+\frac{M}{2}},$$

$$t=\frac{R\omega}{a}=\frac{\pi Rn(2m+M)}{mg}=4\text{ s}.$$

2° Din expresia accelerației se obține $\frac{M}{m}=18$.

250 1° Energia cinetică de rotație posedată de volan în momentul suprimării cuplului motor este:

$$E_r=\frac{1}{2}I\omega^2=2\pi^2mr^2n^2.$$

Numărul N de rotații efectuate pînă la oprire va fi $N=\frac{E_r}{E}=68$.

2° Pentru $\frac{N}{2}$ rotații, cele două forțe F ce formează cuplul C_a își vor deplasa punctul de aplicație pe distanța: $\frac{N}{2}\cdot 2\pi r$. Deci:

$$E_r=2\pi rFN=\pi NC_a \text{ și } C_a=\frac{E}{\pi}=63{,}7\text{ N.m}.$$

251 Fie $M=m_1+m_2$ și momentele de inerție $I_1=\frac{m_1(R^2+r^2)}{2}$ și $I_2=\frac{m_2r^2}{2}$. Conform legii conservării energiei:

$$MgH=\frac{Mv^2}{2}+\frac{I_1\omega^2}{2}+\frac{I_2\omega^2}{2}$$

cu $v=r\omega$. Rezultă:

$$\omega=\sqrt{\frac{4(m_1+m_2)gH}{m_1(3r^2+R^2)+3m_2r^2}}=\sqrt{\frac{4gH[R^2d+r^2(l-d)]}{R^2d(2r^2+R^2)+3r^4(l-d)}}=85{,}2\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

252 În mișcarea de translație, legea impulsului se scrie sub forma $F\cdot\Delta t=m\Delta v$, iar legea conservării impulsului stabilește faptul că dacă nu intervine nici o forță exterioară, suma impulsurilor tuturor părților componente ale unui sistem rămîne constantă ($\Sigma mv=\text{const.}$). Dacă se trece la mișcarea de rotație, prin înmulțirea ambilor membri ai legii impulsului cu r, raza de mișcare, se va obține impulsul de rotație:

$$Fr\Delta t=mr\Delta v \quad \text{sau} \quad M\Delta t=mr^2\Delta\omega=I\Delta\omega=\Delta(I\omega).$$

În mod corespunzător se poate trage concluzia că, dacă nu intervine vreun moment rotitor exterior M, atunci produsul între momentul de inerție al sistemului și viteza sa unghiulară ($I\omega$ — denumit moment cinetic) rămîne constant.*

În cazul de față, înainte și după ridicarea temperaturii, trebuie satisfăcută egalitatea $\omega_0 r_0^2=\omega r^2$. Și cum $r=r_0(1+\alpha t)$, rezultă:

$$\omega=\frac{\omega_0}{(1+\alpha t)^2}\approx\frac{\omega_0}{1+2\alpha t}\approx\omega_0(1-2\alpha t).$$

11. MIȘCARE OSCILATORIE

253 1° Dacă un punct material este supus simultan la două vibrații de aceeași pulsație și pe aceeași direcție (vibrații paralele):

$$y_1=a_1\sin(\omega t-\varphi_1), \qquad y_2=a_2\sin(\omega t-\varphi_2),$$

elongația punctului va fi în orice moment dată de suma elongațiilor pe care le-ar avea punctul supus acțiunii izolate a fiecărei vibrații:

$$y=y_1+y_2=(a_1\cos\varphi_1+a_2\cos\varphi_2)\sin\omega t-(a_1\sin\varphi_1+a_2\sin\varphi_2)\cos\omega t,$$

expresie ce se poate scrie simplu sub forma:

$$y=A\sin\omega t-B\cos\omega t.$$

Întrucît se pot găsi întotdeauna un număr a și un unghi φ care să satisfacă sistemului de ecuații:

$$A=a\cos\varphi, \qquad B=a\sin\varphi,$$

rezultă:

$$y=a\sin(\omega t-\varphi),$$

vibrația rezultantă fiind tot sinusoidală, dar cu amplitudinea:

$$a=\sqrt{A^2+B^2}=\sqrt{a_1^2+a_2^2+2a_1a_2\cdot\cos(\varphi_1-\varphi_2)}$$

și faza finală inițială dată de:

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{B}{A}=\frac{a_1\sin\varphi_1+a_2\sin\varphi_2}{a_1\cos\varphi_1+a_2\cos\varphi_2}.$$

Cazuri particulare în funcție de diferența de fază:

1° Oscilațiile în fază ($\varphi_1-\varphi_2=0$): $a=a_1+a_2$.

2° Oscilațiile în opoziție de fază ($\varphi_1-\varphi_2=\pi$): $a=a_1-a_2$ ($a=0$ pentru $a_1=a_2$, punctul rămînînd în echilibru).

---

* Pe baza acestei legi se poate explica modul în care un patinator își poate modifica viteza de efectuare a piruetei prin simpla strîngere sau întindere a brațelor, sau de ce săritorul de la trambulină în timpul saltului în aer îndoaie genunchii pentru a-și mări viteza de rotație, sau faptul că pisica, făcînd cu coada o mișcare circulară, corpul ei se va roti în sens contrar și se va situa în poziția corectă, căzînd totdeauna în picioare etc.

3° Oscilațiile în cuadratură de fază $\left(\varphi_1-\varphi_2=\frac{\pi}{2}\right)$: $a=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$.

2° Fie un punct material legat în mijlocul a două resorturi de exemplu, perpendiculare între ele. Elongațiile punctului după cele două direcții vor fi:

$$x=a\sin\omega t, \qquad y=b\sin(\omega t-\varphi).$$

Pentru a obține ecuația curbei pe care se mișcă punctul, se va elimina timpul între aceste două ecuații:

$$\frac{y}{b}=\frac{x}{a}\cos\varphi-\sin\varphi\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}},$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{2xy}{ab}\cdot\cos\varphi=\sin^2\varphi.$$

Traiectoria va fi deci o elipsă, dar poate degenera într-un cerc $\left(\varphi=\frac{\pi}{2},\ a=b;\ x^2+y^2=a^2\right)$ sau într-o dreaptă $\left(\varphi=0,\ \varphi=\pi:\ y=\pm\frac{b}{a}x\right)$.

254 1° $\Delta x=|x_1-x_2|=\left|a\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)\right|$ este maxim și egal cu a pentru $\omega t+\frac{\pi}{6}=(2k+1)\frac{\pi}{2}$, deci pentru $t=3\,600\left(\frac{1}{3}+k\right)$ secunde.

2° Se va pune $\Delta x=\frac{a}{4}(-1+\sqrt{5})=a\sin\frac{\pi}{10}$ (din expresia laturii decagonului convex).

255 1° $a=4$ cm; $2\pi\nu=20\pi$ și $\nu=10$ Hz; $T=0{,}1$ s.

2° $\lambda=vT=25$ cm. Ecuația de mișcare a extremității A a coardei este $x=a\sin 2\pi\frac{t}{T}$. Un punct oarecare M al acestei coarde, aflat la distanța d de extremitatea A, repetă oscilațiile din A cu o întîrziere $\frac{d}{v}$. Elongația în M la timpul t este deci aceeași cu elongația în A la timpul $t-\frac{d}{v}$:

$$x=a\sin\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{d}{v}\right)=a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d}{\lambda}\right),$$

$$x=4\sin 2\pi(10t-2{,}5)\text{ cm}.$$

3° $\Delta\varphi=\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{d_2-d_1}{v}=1{,}6\cdot 360°$, deci diferență de fază de 216°.

256 Vom caracteriza resortul prin constanta lui elastică k. Sub acțiunea primei greutăți, resortul se va alungi cu $\Delta l_1=\frac{mg}{k}=\frac{l_0}{ES}mg$. Ulterior pentru jumătatea de sus, de lungime aproximativ egală cu $\frac{l_0}{2}$, $\Delta l_2=\frac{l_0}{2ES}mg=\frac{\Delta l_1}{2}$. Lungimea părții inferioare a resortului rămînînd neschimbată, rezultă că alungirea totală va fi $\frac{3}{2}\Delta l_1=\frac{3}{2}\frac{mg}{k}$.

257 Cele două perioade vor fi:

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \text{ și } T_2=2\pi\sqrt{\frac{m+\Delta m}{k}}, \text{ cu } k=\frac{\Delta m\cdot g}{\Delta l}.$$

Din:

$$T_2^2-T_1^2=4\pi^2\frac{\Delta l}{g}, \text{ rezultă } \Delta l=2{,}73 \text{ cm}.$$

258 Asupra fiecărui resort va acționa forța $\frac{G}{4}$ și deci:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{4k}}\approx 0{,}25 \text{ s, iar } \nu=\frac{1}{T}\approx 4 \text{ Hz}.$$

Se poate trage concluzia că la montarea resorturilor în paralel constanta elastică echivalentă este egală cu suma constantelor elastice ale resorturilor.

259 Căruciorul va fi adus la rezonanță dacă timpul de trecere între două adînciturі vecine $\left(t=\frac{l}{v}\right)$ va fi egal perioadei proprii de oscilație a resorturilor $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}\left(k\approx 500\frac{N}{m}\right)$.

Rezultă: $v=\frac{l}{T}=0{,}47\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

260 Prin manifestarea inerției și a forțelor elastice din resort, mișcarea devine oscilatorie armonică. Dacă la momentul inițial sferele se găsesc la distanțele S_1 și S_2 față de centrul de greutate al sistemului (fig. 323), atunci $\frac{S_1}{S_2}=\frac{m_2}{m_1}$.

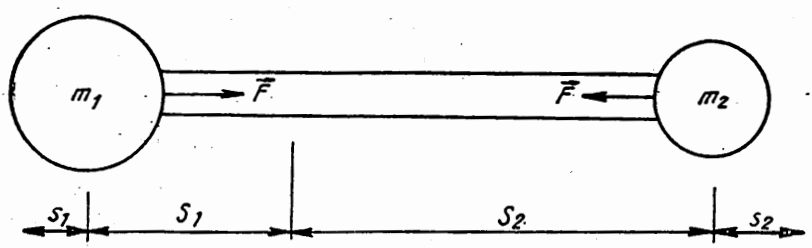


Fig. 323.

Conform legii lui Hooke, alungirile vor fi proporționale cu lungimile inițiale: $\frac{s_1}{s_2}=\frac{S_1}{S_2}$, forțele elastice F fiind aceleași. Deci:

$$T=2\pi\sqrt{m_1\frac{s_1}{F}}=2\pi\sqrt{m_2\frac{s_2}{F}}.$$

Dacă alungirea totală a resortului este $\Delta l=s_1+s_2$, atunci:

$$s_1=\frac{m_2}{m_1+m_2}\Delta l, \quad s_2=\frac{m_1}{m_1+m_2}\Delta l$$

și

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\cdot\frac{\Delta l}{F}}\approx 0{,}65 \text{ s}.$$

261 Forța elastică este proporțională cu elongația și în expresia lucrului mecanic trebuie să apară forța medie. Amplitudinea mișcării va fi $A=\frac{2L}{F}=4$ cm, constanta elastică $k=\frac{F}{A}=28{,}75\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$, iar perioada $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\approx 0{,}052$ s.

Ecuația de mișcare capătă forma:

$$x=A\sin\frac{2\pi}{T}\cdot t=4\sin 120\,t\ \text{(cm)}$$

262 1° Lucrul mecanic necesar alungirii suplimentare va fi egal cu diferența lucrurilor mecanice pentru întinderea totală x și pentru prima întindere x_1:

$$L=\frac{F_1+F_2}{2}x-\frac{F_1}{2}x_1=\frac{1}{2}(kx^2-kx_1^2)=\frac{k}{2}(x+x_1)(x-x_1),$$

$$L=\frac{1}{2}(2F_1+F_2)(x-x_1)=18\ \text{J}.$$

2° Sau $L=F_{med}\cdot\Delta x=\left(F_1+\frac{F_2}{2}\right)\Delta x=18$ J.

263 Din ecuația elongației $y=A\sin\omega t$, rezultă ecuația vitezei $v=\frac{dy}{dt}=A\omega\cos\omega t$.

Eliminînd timpul între aceste două ecuații rezultă $v=\omega\sqrt{A^2-y^2}$. Deci:

$$E_c=\frac{1}{2}m\omega^2(A^2-y^2)=0{,}9\ \mu\text{J}.$$

$$E_p=\frac{F}{2}y=\frac{1}{2}m\omega^2y^2=1{,}6\ \mu\text{J}.$$

264 Corpul poate fi deplasat din starea de repaus O, fără a reveni singur în poziția inițială, pînă la o distanță x (punctul O' fig. 324) pentru care forța de frecare F_f echilibrează forța elastică F_e: $x=\frac{\mu mg}{k}=0{,}8$ cm. Deplasat la distanța S_0 (punctul A), amplitudinea mișcării ar fi $O'A$ și corpul ar putea ajunge în stînga punctului O pînă în $B(O'B=O'A=3$ cm). Revenind din B către O, în punctul O'' cele două forțe F_f și F_e își fac din nou echilibru ($OO''=0{,}8$ cm). Noua amplitudine este deci $BO''=1{,}4$ cm și corpul poate ajunge numai pînă în punctul C, în dreapta lui O la 0,6 cm.

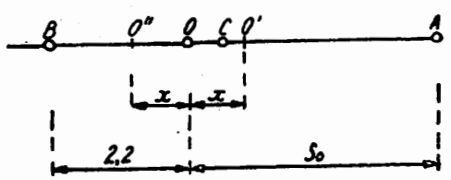


Fig. 324.

265 1° $k=\frac{F}{\Delta l}=100\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

2° Mișcarea este uniform accelerată cu accelerația:

$$a=g\frac{G_1-G_2}{G_1+G_2}=1{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Tensiunea în fir va fi:

$$T_f=G_1-m_1a=\frac{2G_1G_2}{G_1+G_2},$$

iar lungimea resortului în timpul mișcării:

$$l=l_0+\frac{T_f}{k}=23{,}42 \text{ cm}.$$

3° $T=2\pi\sqrt{\frac{G}{gk}}=0{,}4$ s.

12. PENDUL

266 $$T_0=\frac{24\cdot 3\,600}{24\cdot 3\,600+7}\text{ s},\qquad T=\frac{24\cdot 3\,600}{24\cdot 3\,600-9}\text{ s}$$

și

$$\alpha=\frac{1}{\Delta t}\left[\frac{l}{l_0}-1\right]=\frac{1}{\Delta t}\left[\frac{T^2}{T_0^2}-1\right]=1{,}8\cdot 10^{-5}\text{ grd}^{-1}.$$

267 1° $l_0=\frac{gT_0^2}{4\pi^2}\approx 99{,}5$ cm.

2° $\frac{T}{T_0}=\sqrt{\frac{l}{l_0}}=\sqrt{1+\alpha\,\Delta t}=1{,}00018$. Va rămîne în urmă zilnic cu

$$24\cdot 3\,600\,(\sqrt{1+\alpha\,\Delta t}-1)=15{,}5 \text{ s}.$$

3° Fie corpurile de mase M și m plasate la distanțele l și $d=\frac{l}{2}$, iar tija înclinată sub unghiul α față de verticală (fig. 325). În momentul în care tija va face cu verticala unghiul β, ea va avea o viteză unghiulară:

$$\omega=\sqrt{\frac{2g\,(Ml+md)}{M^2l^2+md^2}(\cos\beta-\cos\alpha)},$$

obținută prin aplicarea legii conservării energiei și considerînd

$$\omega=\frac{v_1}{l}=\frac{v_2}{d}.$$

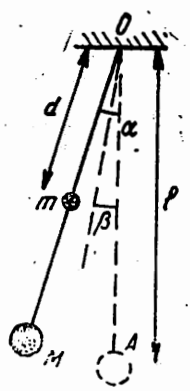


Fig. 325.

Un pendul matematic de lungime l' ar fi avut viteza unghiulară:

$$\omega'=\sqrt{\frac{2g}{l'}(\cos\beta-\cos\alpha)}.$$

Alegînd l' astfel încît $\omega=\omega'$, rezultă:

$$l'=\frac{M^2l^2+md^2}{Ml+md}\text{ și }T'=2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}\cdot\frac{4M+m}{4M+2m}}<T.$$

Pentru ca $T'=2$ s, cu $l=l_0(1+\alpha\Delta t)$, trebuie plasat un corp cu masa:

$$m=4M\frac{\pi^2l-g}{2g-\pi^2l}\approx 0{,}88 \text{ g}.$$

268 1° Perioada devine $T'=\pi\left(1+\frac{h}{R}\right)\sqrt{\frac{l}{g_0}}=T\left(1+\frac{h}{R}\right)>1$s, datorită variației accelerației gravitaționale cu altitudinea. Într-o zi ceasul va rămîne în urmă cu $24\cdot 3\,600\,\frac{h}{R}=27$ s.

'Va fi necesar ca raportul între lungimea tijei și accelerația gravitațională să rămînă același ca și la suprafața Pămîntului:

$$\frac{l'}{g}=\frac{l}{g_0} \text{ și deci } \Delta t=\frac{1}{\alpha}\left[\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2}-1\right].$$

Rezultă $t'=t-\Delta t=14{,}8°C$.

269 1° Pentru ecuator ($\lambda=0$), $g_e=9{,}781\,\frac{m}{s^2}$. În cazul încetării mișcării de rotație a Pămîntului, accelerația gravitațională crește cu valoarea accelerației $a_c=\frac{4\pi^2 R}{T^2}=3{,}385\,\frac{cm}{s^2}$, datorită forței centrifuge $\left(g'_e=9{,}851\,\frac{m}{s^2}\right)$. Perioada va fi 0,998 s.

2° $T=\infty$ pentru $g'_e=a'_c=4\pi^2(N\nu)^2R=N^2a_c$.
Se obține $N\approx 17$.

3° La pol ($\lambda=90°$), $g_p=9{,}83\,\frac{m}{s^2}$. Pendula merge cu 3 min 40 s avans în 24 de ore.

270 Totul se petrece ca și cum accelerația g ar crește cu $\frac{F}{m}$. Prin urmare:

$$T=\pi\sqrt{\frac{l}{g+\frac{F}{m}}} \text{ și } m=7{,}88\ g.$$

271 În cele două cazuri:

$$T_1=\pi\sqrt{\frac{l}{g-\frac{Eq}{m}}}=1{,}065 \text{ s și } T_2=\pi\sqrt{\frac{l}{g+\frac{Eq}{m}}}=0{,}866 \text{ s.}$$

Rezolvînd sistemul, rezultă $E=50\,\frac{kV}{m}$ și $g=9{,}8\,\frac{m}{s^2}$.

272 Cele două pendule trec simultan prin poziția verticală după cîte 298 secunde. Pendula efectuează deci 298 oscilații simple, iar pendulul cu sfera 299 oscilații simple în 298 secunde. Deci:

$$\frac{298}{299}=\pi\sqrt{\frac{l}{g+\gamma}} \text{ și } \gamma=2{,}61\,\frac{m}{s^2}.$$

Se va obține $F=m\gamma=2{,}12$ mN.

273 1° $v=\sqrt{2gl(1-\cos\theta_0)}=5{,}47\,\frac{cm}{s}$.

2° $\frac{T_0}{T}=\sqrt{\frac{g+\gamma}{g}}=10$. Rezultă $\gamma=970\,\frac{m}{s^2}$ și $F=2{,}91$ N.

3° $T_f=\frac{mv^2}{l}+m(g+\gamma)\cos\theta=2m(g+\gamma)(\cos\theta-\cos\theta_0)+m(g+\gamma)\cos\theta=$

$=m(g+\gamma)(3\cos\theta-2\cos\theta_0)=2{,}94$ N.

274 1° $x=\frac{gT^2}{\pi^2}\cdot\frac{\cos\alpha-\cos\beta}{1-\cos\beta}=41$ cm (v. problema 150, punctul 2°), cu $T=1$ s.

2° $T'=\pi\sqrt{\frac{l-x}{g}}=T\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1-\cos\beta}}=0{,}76$ s.

275 1° $T'=2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g\cos\alpha}}=\frac{T}{\sqrt{\cos\alpha}}\approx 0{,}6$ s (v. problema 127),

2° $T=0{,}5$ s.

276 1° $E=\frac{mv^2}{2}=\frac{H}{2m}=2{,}89$ J,

2° $a_m=g\sin\alpha_m$, $g=\frac{a_m}{\sin\alpha_m}\approx 9{,}8\ \frac{m}{s^2}$.

3° Conform legii conservării energiei:

$$\frac{H^2}{2m}=mgl\,(1-\cos\alpha_m) \quad \text{și} \quad l=7\text{ m}.$$

4° $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, $k=\frac{mg}{l}=2{,}45\ \frac{N}{m}$, cu respectarea condiției de izocronism.

13. ACUSTICA

277 La fiecare rotație a discului, aerul pătrunde de 60 de ori prin disc și se produc deci 60 de vibrații. Frecvența sunetului va fi

$$\nu=Nn=2\,000\text{ Hz, iar }\lambda=\frac{v}{\nu}=17\text{ cm}.$$

278 1° $\nu=\frac{348}{2}=174$ Hz și $\lambda=1{,}95$ m.

2° Viteza de propagare a undelor longitudinale se poate determina utilizînd formula lui Newton:

$$v=\sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

în care E este modulul de elasticitate al lui Young, iar ρ densitatea mediului elastic. Pentru coarde vibrante modulul de elasticitate se înlocuiește cu tensiunea coardei, $\frac{F}{S}$, F fiind forța ce întinde coarda, iar $S=\pi r^2$ secțiunea coardei:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}},$$

μ fiind masa pe unitatea de lungime a coardei.

Coarda vibrează astfel încît $l=\frac{\lambda}{2}$. Rezultă

$$\nu=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\mu}}.$$

Prin urmare:

$$l=l'\frac{\nu'}{\nu}=1{,}25\text{ m}.$$

270 1° $F=4\nu^2l^2S\rho=408{,}11$ N.

2° $v = \lambda\nu = 2l\nu = 348 \frac{m}{s}$.

3° $\nu' = \nu \frac{l}{l'} \sqrt{\frac{F'}{F}} = 1\,305$ Hz.

280 Electromagnetul deviază firul de două ori într-o perioadă și, ca urmare, frecvența coardei va fi dublă față de cea a curentului alternativ. Amplitudinea ventrului format la mijlocul coardei va avea valoarea maximă posibilă atunci cînd frecvența f a curentului alternativ este pe jumătate din frecvența ei proprie ν, deci pentru :

$$f = \frac{1}{2ld} \sqrt{\frac{F}{\pi\rho}} = 45{,}45 \text{ Hz}$$

De asemenea, $T = \frac{1}{f} \approx 0{,}02$ s și $\lambda = \frac{v}{\nu} = 3{,}77$ m.

281 1° Pentru armonica a doua ($\nu'=2\nu$), $P'=20$ N, iar pentru armonica a treia $P''=45$ N.

2° $\mu = \frac{P}{4\nu^2 l^2} = 125 \frac{mg}{m}$.

282 1° Pentru tubul deschis $L = \frac{\lambda}{2}$ și $\nu = \frac{v}{2L} = 110$ Hz, iar pentru tubul închis $L = \frac{\lambda}{4}$ și $\nu' = 55$ Hz.

2° $T = 4\nu^2 L'^2 Sd \approx 7{,}86$ N și $T' \approx 1{,}96$ N.

3° $T_1 = 4T$, $T_2 = 9T$, $T_1' = 9T'$, $T_2' = 25T'$ (tuburile închise dau numai armonice impare).

283 Sunetul înregistrat prezintă intensitatea maximă în punctele nodale, acolo unde variația presiunii este maximă. Observatorul va auzi sunetul întărit atunci cînd în dreptul său se formează un nod. Prin urmare, distanța d dintre el și perete trebuie să fie un multiplu de $\frac{\lambda}{2}$. Notînd cu $\lambda_1 = 4l_1$ și $\lambda_2 = 4l_2$ lungimile de undă corespunzătoare celor două poziții ale pistoanelor, rezultă :

$$d = k\frac{\lambda_1}{2} = (k+30)\frac{\lambda_2}{2}$$

și $d=120$ m.

Observatorul va percepe maximele de intensitate pentru pozițiile pistonului distanțate cu $\frac{1}{3}$ cm.

284 1° Pentru tuburi de aceeași lungime, frecvența sunetului emis de tubul deschis ν_d este octava sunetului emis de tubul închis ($\nu_d = 2\nu_i$). Armonicile de ordinul patru fiind $4\nu_d$, respectiv $7\nu_i$, raportul lor este $\frac{8}{7}$ (tubul închis prezintă numai armonice impare).

2° Pentru tubul deschis:

$$\nu = \frac{nv}{2L} = \frac{2}{L} v_0 \sqrt{1+\alpha t} = 265{,}4 \text{ Hz},$$

iar pentru cel închis:

$$\nu' = \frac{(2n-1)v}{4L} = \frac{7v}{4L} = \frac{7}{8}\nu = 232{,}2 \text{ Hz}.$$

285 1° $g = a\,\dfrac{2M+m}{m} = \dfrac{2S}{l^2}\left(2\,\dfrac{M}{m}+1\right) = 9{,}76\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

2° Frecvența proprie de rezonanță a tubului va fi egală cu a diapazonului dacă $l' = \dfrac{v}{4\nu} = 50$ cm.

Această lungime se obține după timpul:

$$t = \sqrt{\frac{2(l-l')}{a}} = 15 \text{ s}.$$

286 Dacă noile frecvențe devin ν_1, respectiv $\nu_2 < \nu_1$, ecuațiile celor două oscilații vor fi:

$$x_1 = a \sin [2\pi(\nu_2 + \Delta\nu)t] \text{ și } x_2 = b \sin (2\pi\,\nu_2 t).$$

Între ele va exista o diferență de fază $\Delta\varphi = 2\pi\Delta\nu \cdot t$, care variază cu timpul. Oscilațiile vor fi în fază (sunet întărit) la intervalele de timp Δt pentru care $\Delta\varphi = 2\pi$, deci pentru $\Delta t = \dfrac{1}{\Delta\nu}$, frecvența bătăilor fiind:

$$n = \frac{1}{\Delta t} = \nu_1 - \nu_2.$$

Dar

$$\nu_1 = \frac{v'}{2l},\ \nu_2 = \frac{v}{2\,(l+\Delta l)},\quad l = \frac{v}{2\nu}.$$

Rezultă

$$v' = v\left[\frac{n}{\nu} + \frac{v}{v + 2\nu\Delta l}\right] = 274{,}35\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

287 Se recunoaște că este vorba de tubul lui Kundt, utilizat pentru determinarea vitezei sunetului în solide sau gaze.

1° *a*) $\lambda = 2 \cdot 6{,}95 = 13{,}9$ cm, $\nu = \dfrac{v_0\sqrt{1+\alpha t}}{\lambda} \approx 2\,460$ Hz.

b) $v' = v\,\dfrac{\lambda'}{\lambda} = v\,\dfrac{2l'}{\lambda} = 4\,416\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ (l' este lungimea vergelei).

2° În acest caz $\lambda' = l'$ și frecvența se dublează.

3° Pentru gaz metan $v_1 = \dfrac{v}{\sqrt{d}}$ și $\lambda_1 = \dfrac{\lambda}{\sqrt{d}}$, deoarece frecvența rămîne constantă. Distanța între ventre devine aproximativ 10 cm.

288 Vitezele fiind diferite, sunetele ajung cu o diferență de fază. Dacă $t_1 - t_2 = (2k+1)\,\dfrac{T}{2} = \dfrac{2k+1}{2\nu}$ se va obține un minim. Dacă însă $t_1 - t_2 = \dfrac{k}{\nu}$, se va obține un maxim.

Utilizînd și relațiile:

$$t_1 = \frac{l}{v} \text{ și } t_2 = \frac{l}{v\sqrt{1+\alpha t}},$$

se pot obține temperaturile pentru care sunetul trece prin maxime și minime, dînd lui k diferite valori întregi.

289 1° Într-un punct M aflat la distanța x față de diapazonul D_2 (fig. 326), vibrațiile ce interferează au expresiile

$$y_1 = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d-x}{\lambda}\right) \text{ și } y_2 = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{1}{3}\right).$$

Vibrația rezultantă va fi:

$$y = y_1 + y_2 = 2a \cos 2\pi\left(\frac{2x-d}{2\lambda} + \frac{1}{6}\right) \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} - \frac{1}{6}\right).$$

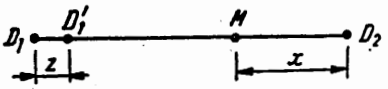


Fig. 326.

Mișcarea se va efectua cu amplitudinea maximă posibilă $2a$ (ventru) în punctele ce satisfac condiției:

$$\left[\cos 2\pi\left(\frac{2x-d}{2\lambda} + \frac{1}{6}\right)\right] = 1 \text{ sau}$$

$$x = \frac{d}{2} + \frac{\lambda}{2}\left(k - \frac{1}{3}\right),$$

k fiind un număr întreg pozitiv, negativ sau zero.

Întrucît $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{6}{5}$ m, iar $d=10$ m, se va obține $x=0$ pentru $k=-8$, diapazonul D_2 ocupînd locul unui ventru, celelalte se vor afla deci la distanța $k\frac{\lambda}{2} = k\frac{3}{5}$ m de acesta, iar între ventre sînt plasate nodurile.

Observație. Deoarece diapazonul D_1 este în avans cu $\frac{T}{3}$ față de diapazonul D_2, el se poate substitui, fără a schimba cu nimic starea vibratorie, cu un diapazon D_1', identic și în fază cu D_1, dar deplasat spre D_2, cu o distanță z pe care unda ar parcurge-o în timpul $\frac{T}{3}$, deci $z = \frac{2}{5}$ m. Mijlocul O al distanței $D_1' D_2 = \frac{48}{2}$ m va trebui să fie un ventru. Distanța $OD_2 = \frac{24}{5}$ m este divizibilă cu $\frac{3}{5}$ și de aici concluzia că ventrele se găsesc distanțate cu $\frac{3}{5}$ m, pornind din D_2.

2° Diapazonul D_2 este inițial în avans cu $\frac{2}{3}T'$. Pentru a pierde acest avans vor fi necesare $20 \cdot \frac{2}{3} = \frac{40}{3}$ secunde și, în acest moment oscilațiile vor fi în fază. Fenomenul de bătăi ce ia naștere va prezenta în continuare perioada de 20 secunde.

290 În punctul M plasat la distanțele d_1 și d_2 față de sursele S, respectiv S', ecuațiile vibrațiilor ce interferează vor fi $y_1 = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda}\right)$, $y_2 = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda}\right)$ și vibrația punctului se efectuează după legea:

$$y = y_1 + y_2 = 2a \cos \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_1 - d_2}{2\lambda}\right).$$

Se observă că amplitudinea acestei mișcări este

$$A = 2a \cos \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda},$$

iar locurile punctelor ce corespund unei aceleiași valori a amplitudinii sînt suprafețe hiperbolice date de ecuația $d_2-d_1=$constant. Hiperbolele cu amplitudine maximă vor fi definite de relația $d_2-d_1=n\lambda$.

Prin urmare:

$n\lambda=1{,}07$ cm și $(n+12)\lambda=2{,}03$ cm.

Rezultă $\lambda=0{,}8$ mm și $v=\lambda\nu=9{,}28\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

291 În fiecare punct al traiectoriei sale avionul constituie o sursă de unde sonore, raza corespunzătoare suprafeței sferice a frontului de undă fiind proporțională cu timpul cît se propagă dintr-un punct dat.

Frontul de undă comun al undelor elementare la un moment dat va fi suprafața laterală a conului al cărui vîrf este avionul (fig. 327).

În timpul în care avionul parcurge distanța $AB=v_x t$, sunetul emis din A va străbate distanța $AC=vt=AB\sin\varphi$. Se obține $v_x=2\,448\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

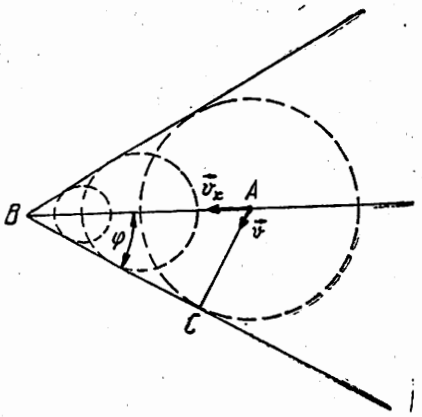


Fig. 327.

14. FLUIDE. GENERALITĂȚI

292 Dacă bucata de gheață era fără cavități, nivelul apei din vas nu s-ar fi schimbat. Dar volumul apei obținute ca rezultat al topirii bucății de gheață, însumat cu volumul corpului nedizolvat în apă, va fi mai mic decît volumul apei care s-ar fi format la topirea bucății omogene de gheață; deci volumul apei din vas scade, deși masa blocului de gheață este aceeași în cele două cazuri.

293 Ca urmare a unei compresibilități foarte reduse a apei, variația volumului apei cu ΔV (volumul glontelui) poate duce la distrugerea vasului.

Dealtfel, fluidele sînt caracterizate prin module de compresibilitate E, definite ca raportul între variația presiunii și variația relativă a volumului:

$$\Delta p=E\frac{\Delta V}{V}.$$

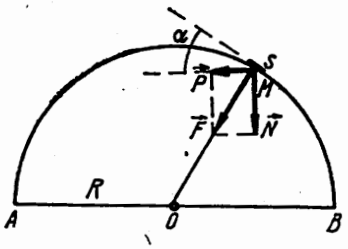
Rezultă deci:

$$\frac{\Delta p_2}{\Delta p_1}=\frac{E_2}{E_1}.$$

Și cum pentru apă $E_2=5\,\frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$, iar pentru aer $E_1=0{,}1\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$, se poate trage concluzia că în rezervorul cu apă apare, în comparație cu cel cu aer, o presiune suplimentară de 50 000 de ori mai mare.

294 Se va considera o secțiune meridiană a emisferei (fig. 328) și pe aceasta un punct M în jurul căruia se ia un element de suprafață s, destul de mic pentru ca el să se confunde cu planul tangent în punctul M.

Forța suportată de s este reprezentată printr-o forță $F=Hs$ normală pe emisferă, H fiind valoarea presiunii atmosferice. Componenta paralelă $\vec{P}$ a forței $\vec{F}$ se anulează cu componenta egală și de sens contrar ce acționează într-un punct simetric cu M, în raport cu diametrul vertical.



ig. 32.

Forța necesară ridicării va fi deci egală și de sens contrar cu suma componentelor $\vec{N}$ pentru toate elementele în care s-a descompus suprafața emisferei. Se poate scrie:

$$F=H(s_1\cos\alpha_1+s_2\cos\alpha_2+\ldots)=\pi R^2H,$$

deoarece fiecare termen din paranteză reprezintă proiecția elementului s pe baza emisferei iar suma este egală cu suprafața cercului de bază.

Observație. Se obține același rezultat, pe baza legii a III-a a lui Newton, calculînd forța necesară pentru a „dezlipi" planul orizontal de emisfera fixă

295 În cazul unei mișcări uniforme, presiunea în punctul A va fi $p_1=\rho gh$. În cazul mișcării cu accelerația a, în punctul A apare o presiune suplimentară $p_2=\frac{m_1a}{S}=\rho al$. Deci:

$$p=\rho(gh+al).$$

296 Presiunea aerului din găleată rămîne neschimbată, deși volumul aerului din găleată se micșorează. Întrucît valoarea presiunii atmosferice nu se schimbă, diferența dintre nivelul apei din exteriorul și interiorul găleții va rămîne aceeași. În timpul scăderii temperaturii, găleata se cufundă deci mai mult în apă.

297 Din asemănarea triunghiurilor CAP și CMQ (fig. 329) se obține $MQ=12$ cm și $MN=42$ cm. Utilizînd expresia volumului trunchiului de con rezultă $m_{Hg}=167{,}66$ kg și $m_a=37{,}15$ kg.

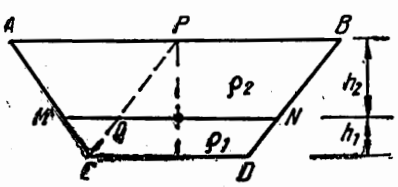


Fig. 329.

De asemenea, $F=Sg(\rho_1h_1+\rho_2h_2)=1{,}77$ N.

298 1° $F'=F+G_h\approx 1\,243$ N cu $h=EP-GP'$.

2° Dacă se înlocuiesc forțele F și F' prin coloane de apă de greutăți echivalente, apa s-ar ridica la aceeași înălțime H în cele două tuburi:

$$H=PE+\frac{F}{S\rho g}=P'G+\frac{F'}{S\rho g}.$$

Prin urmare:

$$F_t=\rho gS(AC+II)=0{,}33 \text{ MN}.$$

299 Apăsarea pe fundul vasului va crește cu valoarea greutății discului $G=10{,}87$ N. Apăsarea totală asupra pereților laterali se determină considerînd presiunea hidrostatică medie:

$$F=\frac{\rho gh}{2}\quad S=\frac{1}{2}\rho gl\,h^2,$$

L fiind lățimea peretelui și h înălțimea coloanei de lichid. Înainte de introducerea discului de fier, mercurul avea înălțimea $h=3{,}47$ cm. Introducerea discului echivalează cu adăugarea unei cantități suplimentare de mercur, de aceeași masă cu a discului și care ar mări înălțimea coloanei de mercur din vas cu $l=0{,}57$ cm. Apăsarea asupra pereților laterali va crește deci cu:

$$\Delta F=\frac{1}{2}\rho gL[(h+l)^2-h^2]=3{,}4 \text{ N}.$$

300 În poziția de echilibru:

$$dgx = d'gh' + dgh,$$

dgh fiind presiunea atmosferică. Rezultă:

$$x = h + h'\frac{d'}{d}.$$

301 La ridicarea tubului interior la înălțimea $h \leqslant \frac{H}{2}$, el se va umple în întregime cu mercur, iar mercurul din tubul exterior coboară pe aceeași distanță. Forța necesară pentru ridicarea țevii la înălțimea $\frac{H}{2}$ se mărește în acest fel proporțional cu înălțimea ridicării, de la zero la valoarea γHS. Forța medie pe acest drum este egală cu $\frac{1}{2}\gamma HS$, iar lucrul mecanic $L_1 = \frac{1}{4}\gamma H^2 S$. La ridicarea mai departe a tubului va apărea vidul lui Torricelli și forța necesară ridicării rămîne egală cu γHS. Lucrul mecanic efectuat pînă la scoaterea completă a tubului interior din mercur și răspîndirea mercurului în cel exterior este deci $L_2 = \gamma HS(l - H)$, iar lucrul mecanic total $L = \gamma HS\left(l - \frac{3}{4}H\right)$.

302 1° Pentru menținerea pistonului la înălțimea h este necesară o forță F_1 îndreptată vertical în sus și egală cu suma greutății pistonului și a coloanei de mercur de înălțimea h egală cu $\frac{1}{4}\gamma HS$.

Se obține $F_1 = 11{,}1$ N.

2° Considerînd forța medie, rezultă:

$$L = \frac{1}{2}(F_1 + F_2)(H - h) = 12{,}13 \text{ J}.$$

303 Se vor nota cu indicele 1 și 2 mărimile corespunzătoare pistonului mic, respectiv mare. Rezultă:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{F_2 n l_2}{t}}{P_1} = \frac{F_2 l_1}{P_1} \cdot \frac{S_1}{S_2} \cdot \frac{n}{t} \text{ și } \frac{n}{t} = 90\,\frac{\text{apăsări}}{\text{min}}.$$

304 $L_2 = 6Fd_2\frac{D_2^2}{D_1^2} = 15{,}36$ kJ și $P = \frac{L_2}{t} = 85{,}33$ W.

305 1° $\rho_{Hg} g \cdot \Delta h_1 = \rho_{apă}\, g h_{apă}$ și $\Delta h_1 = 2$ cm.

2° $\Delta h_2 = h_e \frac{\rho_e}{\rho_{Hg}} = 1{,}44$ cm.

3° Conform figurii 330:

$$\rho_q h_q = \rho_{Hg} g \cdot \Delta h_3 + \rho_a g h_a.$$

Se obține $\Delta h_3 \approx 12{,}2$ mm.

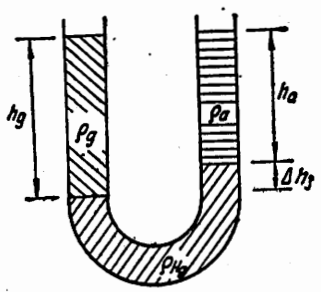


Fig. 330.

306 Fie H presiunea atmosferică, P presiunea vaporilor saturanți, p presiunea ce ia naștere datorită fenomenelor moleculare (adeziunea coeziune, tensiune superficială etc.) iar $h\gamma$ presiunea hidrostatică, cu indicii a pentru apă și m pentru mercur. În stare de ponderabilitate:

$$H + P_a + p_a + h_a\gamma_a = H + P_m + p_m + h_m\gamma_m,$$

iar în stare de imponderabilitate:

$$H_a + P_a + p'_a = H_m + P_m + p'_a .$$

Întrucît $P_a > P_m$, ar putea apărea o mică deplasare a lichidelor în sensul braţului ce cuprinde mercurul. Totul depinde însă de modul în care s-ar modifica aspectul fenomenelor moleculare

307 Dacă N este raportul secţiunilor celor două tuburi, rezultă că la coborîrea nivelului mercurului cu o unitate în tubul AB, coloana înaintează în AC cu N unităţi. Diferenţa nivelurilor pe verticală variază deci cu $1+N\sin\alpha$. În concluzie, la o variaţie a presiunii cu $1+N\sin\alpha$ torr (mm), coloana în AC variază cu N mm, sau altfel, la o variaţie a presiunii cu un torr, variaţia lungimii coloanei va fi:

$$\frac{N}{1+N\sin\alpha} = 4{,}76 \text{ mm} = 1 \text{ diviziune.}$$

Limita superioară a presiunii ce poate fi măsurată corespunde punctului A:

$$H_s = H + \frac{\dfrac{l}{K}}{\dfrac{N}{1+N\sin\alpha}} = 865 \text{ torr,}$$

iar cea inferioară punctului C:

$$H_i = H - \frac{\dfrac{l}{K}}{1+N\sin\alpha} = 655 \text{ torr.}$$

După atingerea acestei limite, mercurul va ieşi prin extremitatea C. O scădere în continuare a coloanei din AB cu x unităţi va corespunde curgerii prin C a unei mase de mercur $m = \frac{1}{4}\pi D^2 x\rho$.

Dacă M este masa totală scursă (în grame), presiunea atmosferică va fi:

$$h = H_i - \frac{M}{m} = 655 - \frac{M}{106{,}75} \text{ torr,}$$

pentru $x = 1$ mm.

308 1° $\Delta p = \rho gh = 49 \dfrac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ şi $P_i = H + \rho gh \approx 0{,}15 \dfrac{\text{MN}}{\text{m}^2}$, presiunea atmosferică avînd valoarea

$$H = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

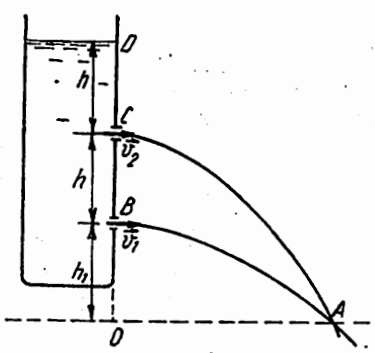


Fig. 331.

2° $v = \sqrt{2gh} \approx 9{,}9 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

3° Debitul volumetric $Q_v = \dfrac{V}{t} = Sv \approx 2\,970 \dfrac{\text{cm}^3}{\text{s}}$.

309 Cu notaţiile din figura 331:

$$v_1 = \sqrt{4gh}, \quad v_2 = \sqrt{2gh},$$

$$OA = v_1\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = v_2\sqrt{\frac{2(h_1+h)}{g}}.$$

Se obţine $h_1 = 25$ cm, $OA \approx 71$ cm, $OD = 75$ cm.

310 Din legea lui Bernoulli $v = \sqrt{\dfrac{2\Delta p}{\rho}} = 45{,}43 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

311 Utilizînd legea lui Bernoulli:

$$p_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=p_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2$$

și relațiile:

$$p_1-p_2=p, \qquad Q_v=S_1v_1=S_2v_2,$$

rezultă:

$$v_1=\sqrt{\frac{2p}{\rho\left[\frac{S_1^2}{S_2^2}-1\right]}}=3{,}65\ \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad Q_v=S_1v_1=114{,}6\ \frac{}{\text{s}}.$$

312 1° Asupra sferei acționează rezistența aerului kv^2 și greutatea proprie G. Tija pendulului va lua întotdeauna direcția rezultantei acestora. Prin urmare:

$$kv^2=G\ \text{tg}\ \alpha \text{ și } kv_l^2=G,$$

v_l fiind viteza limită. Rezultă $v=v_l\sqrt{\text{tg}\ \alpha}=10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2° $v'=7{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ și $v''=13{,}16\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

3° Se va mări greutatea G, fără modificarea razei, la valoarea $G'=4G$, înlocuind materialul sferei prin altul de 4 ori mai dens.

313 În absența sferei de plumb, suprafața apei are forma unei suprafețe sferice al cărei centru coincide cu centrul Pămîntului. Presupunem apoi că masa apei dezlocuite prin introducerea sferei se solidifică (îngheață). În acest caz nu se observă nici o schimbare a suprafeței libere a apei. Presupunem mai departe că densitatea sferei de apă solidificată crește pînă la densitatea plumbului. Asupra particulei de lichid aflată în punctul B (fig. 332) acționează greutatea proprie îndreptată spre centrul pămîntului și forța de atracție exercitată de sfera de plumb, îndreptată spre centrul sferei. Suprafața lichidului în punctul B trebuie să fie perpendiculară pe rezultanta celor două forțe de mai sus, adică lichidul deasupra sferei de plumb se ridică și formează un

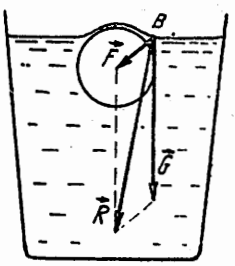


Fig. 332.

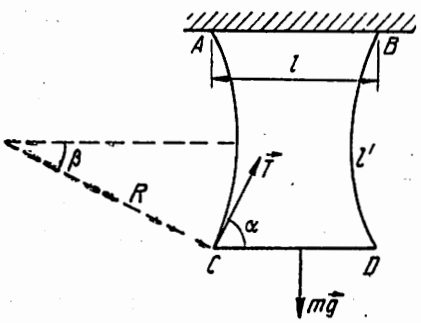


Fig. 333.

menisc convex. În cazul unei sfere de lemn, suprafața lichidului deasupra acestei sfere va coborî, formînd un menisc concav.

314 Tubul se detașează în momentul în care greutatea sistemului întrece tensiunea superficială. Deci, $\sigma\cdot 2l=(m+m')g$ și $\sigma=26{,}6\ \frac{\text{mN}}{\text{m}}$ (membrana prezintă două fețe).

315 Dacă T este tensiunea în fir, atunci (v. fig. 333)

$$2\sigma l=mg-2T\ \sin\ \alpha=mg-2T\ \cos\ \beta.$$

Şi cum $T=2\sigma R$, se obţine:

$$\sigma=\frac{mg}{2\left(l+2R\cos\frac{l'}{2R}\right)}=28{,}45\,\frac{\text{mN}}{\text{m}}.$$

316 Picăturile se desprind în momentul în care greutatea proprie G egalează tensiunea superficială ce acţionează la periferia orificiului de scurgere ($2\pi r\sigma$). Rezultă deci:

$$\sigma=\frac{G}{2\pi r}=\frac{\rho gV}{2\pi rn},\quad \sigma_1=\frac{\rho_1 gV}{2\pi rn_1}.$$

V fiind volumul lichidului scurs, acelaşi în cele două determinări. Se va obţine:

$$\sigma_1=\sigma_0\frac{\rho_1 n}{\rho n_1}$$

317 Din legea lui Jurin rezultă:

$$\sigma=\frac{1}{4}h_1d_1\rho g=21{,}88\,\frac{\text{mN}}{\text{m}},\quad r_2=\frac{d_1h_1}{2h_2}\approx 0{,}6\text{ mm},\quad r_3=0{,}45\text{ mm}.$$

318 Din legea lui Jurin pentru denivelare capilară

$$h=\frac{2\sigma}{\rho rg}\text{ sau }\rho gh=\frac{2\sigma}{r}$$

se poate trage concluzia că lichidul se ridică în tubul capilar pînă la înălţimea h pentru care presiunea hidrostatică ρgh reuşeşte să echilibreze presiunea pe suprafaţa curbă a meniscului, presiune ce are expresia $\frac{2\sigma}{r}$ şi poartă denumirea de formula lui Laplace. Ascensiunile în cele două capilare diferă atît pentru apă cît şi pentru petrol, din cauza diametrelor diferite. Rezultă deci:

$$h_1-h_2=\frac{2\sigma_0}{\rho_0 g}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right),$$

$$h_1'-h_2'=\frac{2\sigma}{\rho g}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

Se obţine:

$$\sigma=\sigma_0\frac{\rho(h_1'-h_2')}{\rho_0(h_1-h_2)}.$$

319 Presiunea aerului în interiorul baloanelor de săpun este egală cu $p=p_0+2\frac{2\sigma}{R}$ factorul 2 intervenind, deoarece pelicula are două suprafeţe, una exterioară şi una interioară.
Se observă că presiunea aerului va fi mai mare în interiorul balonului de rază mai mică şi, ca urmare, aerul din acest balon va trece în balonul mai mare. Balonul cel mic se va micşora deci iar cel mare va creşte.

320 1° Presiunea aerului în interiorul fiecărei bule este p_0+p', p' fiind presiunea suplimentară sub suprafaţa curbă iar p_0 presiunea atmosferică. Pentru realizarea echilibrului celor două bule este necesar ca presiunea aerului în interiorul lor să fie aceeaşi, adică $p_0+p_1'=p_0+p_2'$. Rezultă:

$$\frac{r_1}{r_2}=\frac{\sigma_1}{\sigma_2},$$

2° Echilibrul bulelor nu poate fi stabil, deoarece modificarea dimensiunilor uneia din ele duce fie la dispariția totală, fie la mărirea ei.

321 Picătura rezultată va avea un volum egal cu suma volumelor picăturilor componente. În schimb, suprafața va fi mai mică decît suma suprafețelor acestor picături. După cum se știe, la întinderea membranei lichidului se efectuează un lucru mecanic (fig. 334).

$$L=F\cdot\Delta b=\sigma\, a\Delta b=\sigma\Delta S,$$

ΔS reprezentînd creșterea suprafeței membranei. Invers, la strîngerea membranei, o parte din energia potențială a acesteia se va elibera sub formă de căldură.

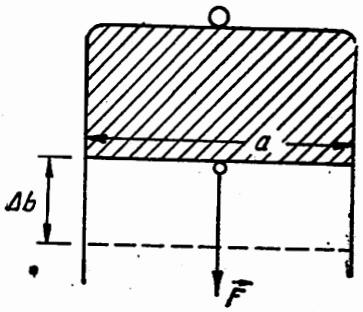


Fig. 334.

În cazul de față:

$$\Delta S=2\cdot 4\pi r^2-4\pi R^2=4\pi r^2\,(2-\sqrt[3]{4}).$$

unde r este raza picăturilor mici, iar $R=r\sqrt[3]{2}$ raza picăturii mari. Și cum $Q=mc\Delta t=\sigma\Delta S$, va rezulta:

$$\Delta t=\frac{3\sigma}{dc\sigma}(2-\sqrt[3]{4})=1{,}65\cdot 10^{-4}\,°\text{C}.$$

15. LEGEA LUI ARHIMEDE

322 1° Forța arhimedică este egală cu greutatea volumului de apă dezlocuit de sferă:

$$F_A=\left(V_i+\frac{m}{\rho}\right)\rho_a g=73{,}5\ \text{N}.$$

2° $F_{asc}=F_A-G=7{,}35$ N.

3° $t=\sqrt{\frac{2h}{a}}=\sqrt{\frac{2mh}{F_{asc}}}=3{,}8$ s.

323 1° $F=F_{asc}=(\rho_a-\rho)\,Vg=270$ N.

2° $a=g\left(\frac{\rho_a}{\rho}-1\right)$ și $t=\sqrt{\frac{2H}{a}}\approx 1$ s.

3° Forța arhimedică ce acționează asupra volumului V' cufundat în apă echilibrează greutatea totală:

$$V'\rho_a g=V\rho g \text{ și } h'=\frac{\rho}{\rho_a}=10{,}5\ \text{cm}.$$

324 Un corp plutește astfel încît raportul între volumul părții cufundate și cel total să fie egal cu raportul densităților corpului, respectiv lichidului (v. problema 323). Gheața avînd densitatea 900 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, rezultă că deasupra apei gheața are înălțimea de 0,9 m.

Aceasta trebuie să fie și lungimea frînghiei.

325 Cubul de latură a se scufundă pe porțiunea x dată de condiția de echilibru $G=\rho_a g a^2 x$. Dar (fig. 335):

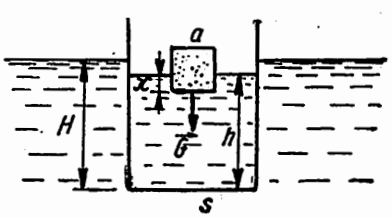


Fig. 335.

$$a^2x=s(h-h_0) \text{ și deci } h=h_0+\frac{G}{\rho_a g s}.$$

În ceea ce privește acum cilindrul, variația greutății sale va fi compensată prin mărirea forței arhimedice:

$$G=\rho_a g s(H-H_0) \text{ și deci } H=H_0+\frac{G}{\rho_a g s}.$$

326 Volumul exterior al balonului este sensibil egal cu cel al apei care-l umple, $\frac{M}{\rho_a}$. La echilibru

$$m+m_m=\frac{V}{2}\rho_a \text{ sau } m+\rho_m \cdot V_m=\frac{M}{2}$$

$$V_m=\frac{M-2m}{2\rho_m}(1+\alpha t)=35{,}2 \text{ cm}^3.$$

327 1° Greutatea conului de platină $m_p g$ este echilibrată de forța arhimedică $\rho_m g\,(V-v)$ și greutatea mg de pe platan:

$$m_p=\rho_m\left(\frac{m_p}{\rho_p}-v\right)+m.$$

Volumul v al conului mic rămas deasupra mercurului rezultă ca fiind $v=168$ cm³. Și cum

$$\sqrt[3]{\frac{V}{v}}=\frac{l}{l'}$$

se deduce lungimea generatoarei conului mic $l'\approx 7{,}1$ cm.

2° $m'=m_p-\rho_m V=m_p\left(1-\frac{\rho_m}{\rho_p}\right)=3{,}67$ kg.

328 Din relațiile:

$$m_{apă}=m_{aer}\left(1-\frac{D_{apă}}{D}\right) \text{ și } m_1=m_{aer}\left(1-\frac{D'}{D}\right),$$

ezultă:

$$D=5\cdot 10^3\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ și } D'=0{,}8\cdot 10^3\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

329 Densitatea ρ a amestecului va fi:

$$\rho=\frac{m_A+m_B}{V}=\frac{\rho_A V_A+\rho_B V_B}{\frac{135}{136}(V_A+V_B)}=\frac{136}{135}\,\frac{\rho_A\frac{V_A}{V_B}+\rho_B}{\frac{V_A}{V_B}+1}.$$

Și cum

$$\frac{H-h}{H}=\frac{\rho_x}{\rho}, \text{ rezultă } \rho_x=1{,}12\cdot 10^3\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

330 Din valoarea forței arhimedice în apă rezultă că volumul corpului este $V=10$ cm³, iar din valorile corespunzătoare în acid sulfuric și amestec se obține densitatea acidului $\rho_{acid}=1{,}87\cdot 10^3\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ și a amestecului $\rho=1{,}6\cdot 10^3\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Dacă nu ar exista contracție, densitatea amestecului ar trebui să fie

$$\rho' = \frac{3\,\rho_{apă} + 5\,\rho_{acid}}{8} = 1{,}54 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Prin urmare are loc o contracție.

331 $$G_a = mg\left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) = mg\left(1 - \frac{\rho_0'}{\rho_0}\,\frac{1+\gamma t}{1+kt}\right).$$

332 Forța ascensională va fi mai mică decît forța arhimedică $\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_a g$, datorită greutății gazului conținut $\frac{4}{3}\pi R^3 \rho g$, și a greutății aerostatului $4\pi R^2 \delta \left(\delta = 0{,}25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}\right)$.

Se va obține $\rho = 1{,}12 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Dacă V_{aer} este volumul aerului, iar V_H al hidrogenului din amestec, pentru a obține densitatea ρ, rezultă:

$$\rho_a V_a + \rho_H V_H = \rho(V_a + V_H)$$

și de aici $\frac{V_a}{V_H} \approx 6$. Volumul de aer va fi deci de 6 ori mai mare decît cel de hidrogen.

333 1° Volumul dezlocuit de apă este 30 cm³ și deci masa areometrului este 30 g.
În lichidul de densitate ρ, din tijă rămîne deasupra porțiunea x:

$$(V - sx)\rho = m \quad \text{și} \quad x = 6 \text{ cm}.$$

2° În acest caz, masa areometrului este $m' = 20{,}7$ g, iar volumul de apă dezlocuit 20,7 cm³. Din tijă se scufundă numai 0,7 cm.

334 Fie m masa areometrului, V și v volumul total pînă la diviziunea zero, respectiv volumul fiecărei diviziuni a tijei.
În apă, areometrul se scufundă pînă la diviziunea zero și, ca atare, $m = V\rho_a$.
Pentru soluția sărată cu densitatea ρ_s se poate scrie relația $(V - 15\,v)\rho_s = m$, iar în cazul laptelui curat cu densitatea ρ și a celui diluat ce prezintă densitatea ρ':

$$(V - 5v)\rho = m \quad \text{și} \quad (V - 2{,}2\,v)\rho' = m.$$

Rezolvînd sistemul, rezultă $\rho = 1\,036 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ și $\rho' = 1\,015 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Dacă V_a reprezintă volumul de apă adăugat volumului V_1 de lapte cu densitatea ρ ce a redus densitatea la valoarea ρ', se poate scrie:

$$V_a\rho_a + V_1\rho = (V_a + V_1)\rho'$$

și se obține $\frac{V_a}{V_1} = 0{,}714$. Presupunînd $V_1 = 1$ l, se poate trage concluzia că s-au adăugat 714 cm³ de apă la litrul de lapte.

335 În aer, cele două sfere de volum V și V' au aceeași masă, $V\rho = V'\rho'$. Introduse în lichid, masele aparente devin $V(\rho - d)$, respectiv $V'(\rho' - d)$. Notînd cu x și y lungimile brațelor pîrghiei, la echilibru rezultă egalitatea momentelor:

$$V(\rho - d)x = V'(\rho' - d)y$$

și de aici:

$$\frac{x}{y} = \frac{\rho}{\rho'} \cdot \frac{\rho' - d}{\rho - d} = 0{,}56.$$

336 În aer se echilibrează de fapt greutățile aparente:

$$m_P - V_P\rho_{aer} = m_a - V_a\rho_{aer}.$$

Rezultă de aici greutatea reală a platinei:

$$G_P = G_a \frac{1-\frac{\rho_{aer}}{\rho_a}}{1-\frac{\rho_{aer}}{\rho_P}} = 0{,}2699 \text{ N}.$$

În vid, greutatea G_a' a corpului de alamă va trebui să fie egală cu G_P.

337 Fie M și m masele absolute ale celor două sfere și V, respectiv v, volumele corespunzătoare, $\Delta m = 1{,}25$ g și $m_s = 8{,}5$ kg.

Rezultă sistemul de ecuații:

$$M - m = \Delta m, \qquad M + m_s - V\rho_{apă} = m - v\rho_{apă}.$$

Dacă presiunea aerului devine p în loc de $p_0 = 760$ torr, densitatea aerului devine $\rho = \rho_0 \frac{p}{p_0}$ și deci:

$$M - V\rho = m - v\rho, \text{ pentru } p \approx 86 \text{ torr}.$$

338 Atîta timp cît vergeaua stă nemișcată, asupra ei acționează două forțe: greutatea $\vec{G}$ și forța arhimedică $\vec{F}_a$, îndreptată vertical în sus. Întrucît vergeaua este omogenă, punctele de aplicație ale acestor forțe coincid.

Forța rezultantă este îndreptată vertical în sus, și în consecință, în primul moment, accelerația vergelei este îndreptată vertical în sus.

Imediat ce este lăsată liberă, apare și o altă forță, de rezistență din partea lichidului. Descompunem rezultanta greutății și forței arhimedice în două componente: forța $\vec{F}_1$ de-a lungul vergelei și forța $\vec{F}_2$ perpendiculară pe vergea (fig. 336). Sub acțiunea forțelor $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ vergeaua va căpăta o viteză după direcțiile fiecărei forțe de acțiune, atîta timp cît forța de rezistență din partea lichidului $F = \eta l v$ (η un coeficient de viscozitate, l — dimensiunea liniară a vergelei, v — viteza cu care se mișcă vergeaua) nu echilibrează forța ce mărește viteza. Deoarece vergeaua este lungă și subțire, dimensiunile ei liniare pe direcțiile de acțiune ale forțelor $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ vor diferi mult între ele. Prin urmare, chiar la valori mici ale vitezei pe direcția de acțiune a forței $\vec{F}_2$, rezistența va echilibra această forță. Pe direcția de acțiune a forței $\vec{F}_1$ vergeaua va căpăta însă o viteză mare. Din această cauză, cu ochiul liber se pare că vergeaua iese la suprafață sub unghiul de 45° față de orizontală, deși, riguros vorbind, ea va ieși sub un unghi ceva mai mare.

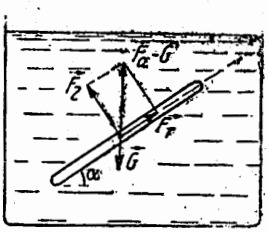


Fig. 336.

339 Ambele vor indica dezechilibru. Volumele sferelor sînt egale, dar forța arhimedică din partea apei este mai mare și brațul balanței cu sfera introdusă în petrol va coborî.

În conformitate cu legea a treia a dinamicii, va interveni și acțiunea sferei asupra lichidului în care

este cufundată și indirect asupra talerului cîntarului. Ca urmare, talerul cîntarului ce conține vasul cu petrol se va ridica, iar cel ce conține vasul cu apă va coborî (fig. 337).

340 Iată ordinea operațiilor:

1° se măsoară cu rigla diametrul vasului și înălțimea coloanei de apă;

2° se măsoară diametrul sferei (utilizînd o fîșie de hîrtie) și i se calculează volumul total;

3° se lasă sfera să plutească în apa din vas și se măsoară creșterea înălțimii coloanei de apă, obținîndu-se astfel prin calcule volumul porțiunii de sferă cufundat în apă;

4° aplicînd legea lui Arhimede, se obține masa sferei, egală cu masa volumului de apă dezlocuit;

5° împărțind masa sferei la volumul ei, se determină densitatea materialului din care este confecționată.

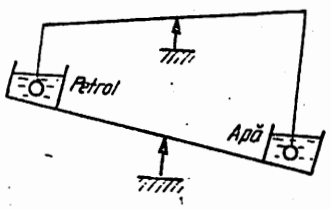


Fig. 337.

341 Se pot utiliza și lichide în care sarea nu se dizolvă, petrol și benzină de exemplu, a căror densitate trebuie cunoscută.

342 Forța arhimedică nu crește: ridicarea lichidului este echivalentă cu o scădere a greutății lui specifice (dacă numărul sferelor cufundate crește de la n la n', iar volumul unei sfere este V atunci $\gamma nV=\gamma' n'V$).

16. LEGILE GAZELOR

343 Conform legii transformării izoterme (fig. 338):

$$p_0(V_0-V_x)=p(V-V_x) \text{ și } V_x=1{,}67 \text{ cm}^3.$$

Procedeul se poate utiliza pentru stabilirea volumului real al materialelor poroase (un burete de exemplu), dar în loc de seringă cu piston trebuie utilizată o incintă etanșă, de exemplu, un tub cu închidere prin mercur.

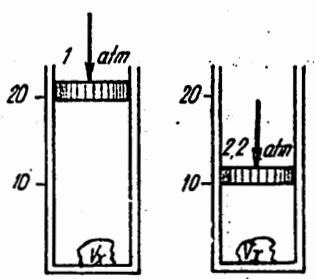


Fig. 338.

344 Volumul aerului se reduce la $\pi r^2(h-x)$, iar presiunea crește la valoarea $p_0+\frac{mg}{\pi r^2}$. Conform legii lui Boyle și Mariotte:

$$\pi r^2 h\cdot p_0=\pi r^2(h-x)\cdot\left(p_0+\frac{mg}{\pi r^2}\right).$$

Se obține $x=12$ cm.

345 Sub acțiunea presiunii p, mercurul se va ridica în tubul cu secțiunea s pe distanța x, iar în cuva de secțiune $S-s$ va coborî pe distanța y, astfel încît $xs=y(S-s)$. Scriind și legea lui Boyle-Mariotte:

$$ls\cdot H=(l-x)s\cdot(nH-x-y),$$

se poate rezolva sistemul în funcție de x (dacă H este luat în torri, x și y se vor trece în milimetri).

Pentru $S\gg s$, variația nivelului mercurului din cuvă devine neglijabilă și ecuația ia o formă mai simplă.

346 Conform legii lui Boyle-Mariotte $p_0(V+ls)=pV$. Și cum $p+2l=p_0+x\,\frac{\rho_{apă}}{\rho_{Hg}}$, eliminînd p se obține $x=146$ cm.

Observație. Dacă p se va exprima în $\frac{N}{m^2}$, presiunea coloanei de mercur de înălțime $2l$ trebuie scrisă $\rho_{Hg} \cdot 2l$, luînd unitățile corespunzătoare în *SI*. Considerînd însă p în cm Hg (sau în mm Hg) se poate scrie presiunea coloanei de mercur ca fiind egală cu $2\ l$, l fiind exprimat în centimetri (respectiv în mm Hg).

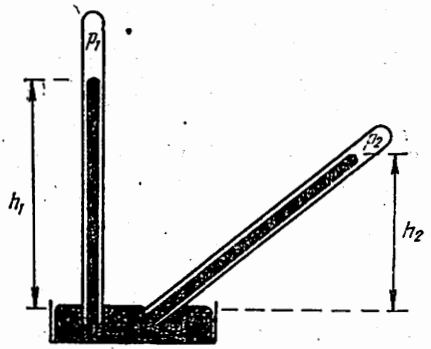


Fig. 339.

347 În primul caz, $H=h_1+p_1$ (v. observația de la problema 346), p_1 fiind presiunea aerului din camera barometrică (fig. 339).
În al doilea caz, $H=h_2+p_2=h_2+np_1$.
Rezultă:

$$H=\frac{nh_1-h_2}{n-1}.$$

348 Fie p presiunea atmosferică, p_1 și p_2 presiunile inițială și finală din camera barometrică:

$$p=H+p_1=H-h+p_2.$$

Dacă masa aerului ar fi rămas constantă cînd lungimea camerei barometrice a devenit $l+\frac{l}{n}=\frac{n+1}{n}\,l$, presiunea aerului ar fi devenit $\frac{n}{n+1}\,p_1$; în realitate ea s-a dublat și $p_2=\frac{2n}{n+1}\,p_1$.
Se obține:

$$p=H+h\,\frac{n+1}{n-1}.$$

349 În primul moment, presiunea ce acționează din interior asupra orificiului inferior al pipetei este superioară celei exterioare. Scurgerea va înceta atunci cînd presiunea aerului interior micșorată prin curgerea mercurului, plus presiunea coloanei de mercur rămas, vor fi echilibrate de presiunea atmosferică.
Fie l lungimea pipetei, h adîncimea de introducere a pipetei în mercur, x lungimea coloanei de aer în momentul întreruperii curgerii și H presiunea atmosferică:

$$(l-h)H=x[H-(l-x)].$$

Se obține:

$$x=-\frac{H-l}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{(H+l)^2-4Hh}=\frac{1}{2}\left[\sqrt{H^2+l^2}-H+l\right]=14{,}5\text{ cm}.$$

Remarcă. Dacă pipeta ar fi fost complet introdusă în mercur, deci pentru $h=l$, atunci $x=0$, pentru toate valorile lui l mai mici decît H.

350 Fie ρ densitatea mercurului, h' distanța verticală ce separă nivelul lichidului de brațul NP, z distanța de la capacul AB la nivelul lichidului în momentul încetării scurgerii și p presiunea corespunzătoare a aerului din vas ($Hl=pz$) (H și p reprezintă și înălțimea coloanelor de mercur corespunzătoare). Scurgerea încetează atunci cînd presiunea exercitată asupra unei secțiuni a brațului NP de la dreapta la stînga $[\rho gH-dg(h+h')]$ va egala presiunea exercitată de la stînga la dreapta $[\rho gp-dg(h'+z-l)]$.
Eliminînd p, se obține ecuația:

$$dz^2+(H\rho-hd-ld)z-\rho lH=0,$$

din care rezultă z.

351 Din sistemul de ecuații (fig. 340):

$$V_1=2V_2,\quad V_1'=3V_2',\quad V_1+V_2=V_1+V_2',$$

$$HV_1=p_1V_1',\quad HV_2=p_2V_2',$$

se obține:

$$p_1=\frac{8}{9}H \quad \text{și} \quad p_2=\frac{4}{3}H.$$

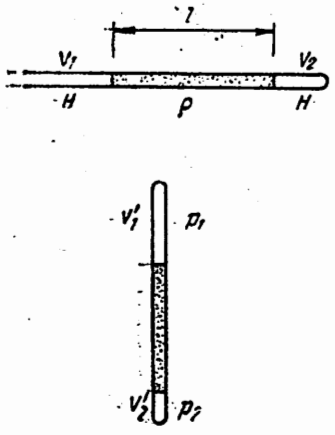


Fig. 340.

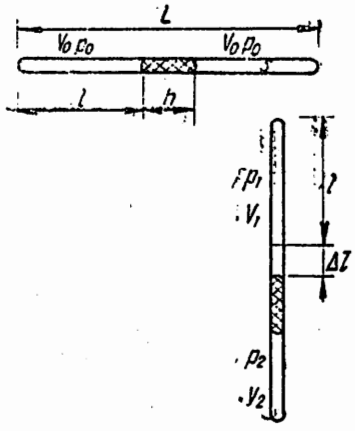


Fig. 341.

Și cum

$$p_1+\rho gh=p_2, \text{ rezultă } h=\frac{4H}{9\rho g}\approx 33{,}7 \text{ cm}.$$

352 Conform figurii 341:

$$p_0V_0=p_1V_1 \text{ sau } p_0l=p_1(l+\Delta l),$$

$$p_0l=p_2(l-\Delta l)=(p_1+\rho gh)\,(l-\Delta l),$$

$$l=\frac{L-h}{2}.$$

Rezultă:

$$p_0=\frac{\rho gh}{\Delta l(L-h)}\left[\frac{(L-h^2)}{4}-(\Delta l)^2\right]=4{,}83\cdot 10^4\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

353 1° Schimbarea de stare a gazului prin răsturnarea tubului poate fi considerată izotermă. Dacă ρ este densitatea mercurului, S secțiunea tubului și p_0 presiunea atmosferică, atunci:

$$(p_0+\rho gh)\,(l-h)S=(p_0-\rho gx)\,(l-x)S$$

și neglijînd termenul în x^2, pentru $x\ll l$:

$$x=h\,\frac{p_0-\rho g(l-h)}{p_0+\rho gl}=3{,}5 \text{ cm}.$$

2° Mercurul se va scurge complet din tub ($x=0$), pentru

$$l\geqslant\frac{p_0+\rho gh}{\rho g}=95 \text{ cm}.$$

354 Gazul suferă transformare ɔcoră (fig. 342):

$$\frac{p_0+\rho g\frac{L}{2}}{T}=\frac{p_0-\rho g\frac{L}{2}}{T_1},$$

de unde:

$$T_1=T\frac{p_0-\rho g\frac{L}{2}}{p_0+\rho g\frac{L}{2}}.$$

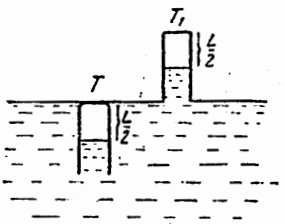


Fig. 342.

Cazul este posibil pentru $p_0 > \frac{\rho g L}{2}$.

355 1° Presiunea parțială p_a a aerului, dacă se presupune că el ocupă singur întreaga capacitate a celor două baloane, este:

$$p_a=\frac{p_1V_1}{V_1+V_2}$$

și la fel pentru hidrogen:

$$p_H=\frac{p_2V_2}{V_1-V_2}.$$

Conform legii amestecurilor (legea lui Dalton), presiunea totală p este egală cu suma presiunilor parțiale: $p=p_a+p_H=763$ torr.

2° Ținînd seama de variația densității cu presiunea:

$$m_a=V_1\rho_0\frac{p_1}{H}=6{,}5\text{ g}, \qquad m_H=V_2d_H\rho_0\frac{p_2}{H}=0{,}54\text{ g}.$$

356 În primul stadiu, presiunea aerului este x, iar a hidrogenului $H-x$.

Făcînd vid, presiunea parțială a aerului devine $p_a=\frac{x^2}{H}$, a hidrogenului

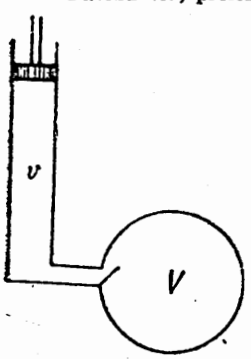


Fig. 343.

$p_H=H-\frac{x^2}{H}$ iar masele corespunzătoare

$$m_a=V\rho_0\frac{p_a}{H},\ m_H=Vd_H\rho_0\frac{p_H}{H}.$$

Ținînd seama de valoarea raportului acestora, se obține:

$$\frac{x^2}{d_H(H^2-x^2)}=\frac{1}{1\,000}\text{ și } x=6{,}2\text{ mm}.$$

357 Cînd pistonul se află la începutul cursei, în poziția superioară (fig. 343), corpul pompei se umple cu aer la presiunea H. Coborînd pistonul, aerul pătrunde în recipient sub presiunea $H'=H\frac{v}{V}$. Conform legii lui Dalton, presiunea în recipient devine $H+H\frac{v}{V}$, iar după n curse:

$$p=H\left(1+n\frac{v}{V}\right).$$

Din expresia masei aerului conținut rezultă

$$p=\frac{mH}{V\rho_0}.$$

Se obține:

$$n=\frac{1}{v}\left(\frac{m}{\rho_0}-V\right)=12{,}6 \quad \text{și} \quad p=2\,204 \text{ torr}=2{,}9 \text{ atm.}$$

358 Deoarece starea inițială a gazului din vas este diferită de starea finală (masa gazului se reduce simțitor), nu se poate aplica legea Boyle-Mariotte decît pentru cursele pistonului.
Pentru prima cursă a pistonului $p_0V=p_1(V+V_0)$;
pentru a II-a cursă $p_1V=p_2(V+V_0)$;
pentru a III-a cursă $p_2V=p_3(V+V_0)$ etc.
Exprimînd presiunile p_1, p_2 și p_3 în funcție de p_0, se obține:

$$p_1=\frac{p_0V}{V+V_0}, \qquad p_2=\frac{p_0V^2}{(V+V_0)^2}, \qquad p_3=\frac{p_0V^3}{(V+V_0)^3} \text{ etc.}$$

După a n-a cursă a pistonului, presiunea în vas va fi:

$$p_n=\frac{p_0V^n}{(V+V_0)^n}.$$

Prin logaritmare se obține

$$n=\frac{1}{\log\dfrac{V+V_0}{V}}.$$

359 Prin ridicarea temperaturii, volumul hidrogenului crește de la V la V', greutatea hidrogenului rămas în volumul V micșorîndu-se cu P. Dacă m' este masa totală din volumul V', iar m cea din volumul V, atunci:

$$\frac{V'}{V}=\frac{m'}{m} \text{ sau } \frac{V'-V}{V}=\frac{m'-m}{m},$$

$$\text{cu } m'-m=\frac{P}{g}, \quad V'=V\frac{T_2}{T} \text{ și } m=\rho V=\rho_0\frac{T_0}{T_2}V.$$

Rezultă

$$V=\frac{P}{\gamma_0}\frac{T_1T_2}{T_0(T_2-T_1)} \approx 1\,010 \text{ m}^3.$$

360 1° Volumele parțiale sînt:

$V_0=\dfrac{m}{2d_0\rho_0}=3{,}56$ dm³ și $V_H=\dfrac{m}{2d_H\rho_0}=56{,}04$ dm³, iar volumul total $V_t=59{,}6$ dm³.

2° Volumul V redus la temperatura t_0 va fi

$$V'=\frac{V}{1+\alpha(t-t_0)}$$

și deci

$$p'=\frac{pV_t}{V'}=6\,189 \text{ torr}=8{,}1 \text{ atm.}$$

361. Conform legii lui Dalton, presiunea amestecului gazos va fi $p=p_1'+p_2'+p_3'$, în care p_1', p_2' și p_3' sînt presiunile parțiale ale gazelor, presiuni pe care le-ar exercita fiecare gaz aflat singur în volumul $V=V_1+V_2+V_3$.

Deci

$$p_1V_1=p_1'V,\quad p_2V_2=p_2'V,\quad p_3V_3=p_3'V,$$

$$p=\frac{p_1V_1+p_2V_2+p_3V_3}{V_1+V_2+V_3}.$$

362 Legea amestecurilor de gaze se exprimă prin relația:

$$\frac{p_1V_1}{T_1}+\frac{p_2V_2}{T_1}=\frac{pV}{T_2},$$

în care $p=H-x$, x fiind înălțimea coloanei de mercur.
Se obține $x=206$ mm.

363. Masa oxigenului în stare lichidă, $Vd_l\rho_{apă}$, trebuie să fie egală cu cea din starea gazoasă.

$$Vd_l\rho_{apă}=Vd_g\cdot\frac{\rho_{aer}}{1+\alpha\Delta t}\cdot\frac{p}{H},$$

ρ_{aer} fiind densitatea aerului în condiții normale. Rezultă $p=2\,081$ atm.

364 Dacă p este presiunea finală, iar x deplasarea picăturii de lichid în sensul de la B spre A:

$$\frac{HV_A}{T}=\frac{p(V_A-Sx)}{T_A},\qquad\frac{HV_B}{T}=\frac{p(V_B+Sx)}{T_B}.$$

Se obține:

$$x=\frac{V_AV_B(T_B-T_A)}{S(V_AT_A+V_BT_B)}=240\text{ cm}.$$

365 Presiunea finală p_2 din balon va fi

$$p_2=\frac{p_1V_1T_0}{VT_1}=p_1\frac{T_0}{T_1}\frac{V_B+Sl}{V_B+S(l-x)}$$

și trebuie să satisfacă egalității $p_2+x=H$. Soluția sistemului este $x\approx6$ cm.

366

$$\frac{p(V-V_x)}{T_0}=\frac{(p+\Delta h)(V_1-V_x)}{T}.$$

Rezultă: $V_x=156\text{ cm}^3$; $\rho\approx1{,}25\cdot10^3\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

367 Din ecuația gazelor perfecte

$$\frac{pV}{T}=\frac{p_0V_0}{T_0}.$$

prin împărțire cu m, se obține:

$$\frac{pV}{mT}=\frac{p_0}{\rho_0T_0}\qquad\text{și}\qquad T=T_0\frac{\rho gh\rho_0V}{mp_0}=315°\text{K}$$

sau $t=42°$C.

368 În fenomenul de transformare a stării gazului se schimbă toți parametrii de stare, rămînînd constantă doar masa m a gazului (fig. 344):

$$\frac{p_0 LS}{T} = \frac{\left(p_0 + \frac{1}{3}\rho g L\right)\frac{1}{3} LS}{T_1}$$

și deci

$$T = T_1 \frac{3p_0}{p_0 + \frac{1}{3}\rho g L}.$$

369 Pentru compartimentul din stînga, respectiv dreapta:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_1' V_1'}{T_1'}; \qquad p_2 V_2 = p_2' V_2'.$$

Pistonul rămîne în echilibru cînd $p_1' = p_2'$. Și cum

$$V_1' = V_1 + \Delta V; \quad V_2' = V_2 - \Delta V \quad \text{și} \quad T_1' = 2T.$$

rezultă:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_1'(V_1 + \Delta V)}{2T_1}, \qquad p_2 V_2 = p_1(V_2 - \Delta V).$$

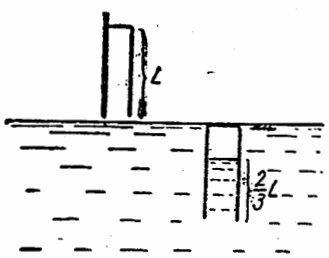


Fig. 344.

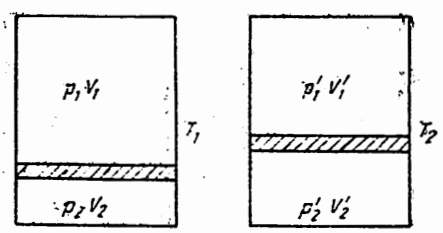


Fig. 345.

Rezolvînd sistemul, se obține creșterea de volum a compartimentului din stînga:

$$\Delta V = \frac{(2p_1 - p_2) V_1 V_2}{2p_1 V_1 + p_2 V_2}.$$

370 Volumul ocupat de tot gazul rămîne neschimbat în timpul mișcării pistonului (fig. 345):

$$V_1 + V_2 = V_1' + V_2' \qquad (1)$$

Diferența dintre presiunile exercitate pe fețele pistonului rămîne constantă:

$$p_2 - p_1 = p_2' - p_1'. \qquad (2)$$

Deoarece deasupra și dedesubtul pistonului se află aceeași masă de gaz, la aceeași temperatură din ecuația de stare rezultă:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \qquad \text{și} \qquad p_1' V_1' = p_2' V_2'.$$

La sfîrșit, întrucît mișcarea pistonului nu schimbă masa și natura gazului, se poate scrie:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_1' V_1'}{T_2}. \qquad (3)$$

Înlocuind cu datele problemei, se obține:

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{p_2}{p_1}=n, \qquad \frac{V_1'}{V_2'}=\frac{p_2'}{p_1'}=x. \tag{4}$$

Înlocuind (4) în (1) și (2):

$$V_1\left(1+\frac{1}{n}\right)=V_1'\left(1+\frac{1}{x}\right), \qquad p_1(n-1)=p_1'(x-1).$$

Înmulțind termen cu termen:

$$p_1V_1(n-1)\left(1+\frac{1}{n}\right)=p_1'V_1'(x-1)\left(1+\frac{1}{x}\right)$$

și ținînd seama de (3), se va putea scrie:

$$(x-1)\left(1+\frac{1}{x}\right)=\frac{T_1}{T_2}(n-1)\left(1+\frac{1}{n}\right).$$

Rezultă $x=1+\sqrt{2}$.

371 Din starea inițială în starea finală volumul ri presiunea rămîn constante. Se modifică numai masa hidrogenului (v. și problema 367):

$$\Delta m=V(\rho_1-\rho_2)=V\rho_H\frac{p}{p_0}T_0\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)=1{,}34\ \text{g}.$$

372 Presiunea internă este suma presiunilor vaporilor de apă p_a și a hidrogenului p_H:

$$p=p_a+p_H=H-\rho_a gh.$$

Masa hidrogenului conținut va fi

$$m=\rho_0\frac{p_H}{H}\cdot\frac{T_0}{T}V=\rho_0V\frac{T_0}{T}\left(1-\frac{\rho_a gh+p_a}{H}\right)=1{,}25\ \text{mg}.$$

373 Conform legii lui Dalton, presiunea p a amestecului gazos va fi egală cu suma presiunilor parțiale ale gazelor ce alcătuiesc amestecul, $p=p_1+p_2$.
Dacă V este volumul vasului, ecuațiile de stare vor fi

$$p_1V=\frac{m_1}{\mu_1}RT, \qquad p_2V=\frac{m_2}{\mu_2}RT.$$

$$pV=\left(\frac{m_1}{\mu_1}+\frac{m_2}{\mu_2}\right)RT$$

și

$$\rho=\frac{m_1+m_2}{V}=\frac{p(m_1+m_2)}{\left(\frac{m_1}{\mu_1}+\frac{m_2}{\mu_2}\right)RT}=1{,}37\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

374 1° Din enunț: $V_t=Sl_t$, $p_t=40$ torr, $T_t=280°\text{K}$, $H_1=700$ torr, $V_1=Sl_1$, $l_1=16$ cm. Presiunea atmosferică reală este

$$H_1'=H_1+p_1=H_1+\frac{p_tV_t}{V_1}=H_t+p_t\frac{l_t}{l_1}=735\ \text{torr}.$$

2° $H_1' = H_2 + p_t \frac{T_0}{T_t} = 759$ torr.

3° $H_3' = H_3 + p_t \frac{T}{T_t} \frac{l_1}{l_2} = 730$ torr.

375 La fiecare cursă a pistonului în recipient se introduce o masă m de aer luată de pompă din mediul exterior. Dacă M este masa aerului ce trebuie pompat, numărul de curse efectuate va fi

$$n = \frac{M}{m} = \frac{M_2 - M_1}{m},$$

unde M_1 este masa aerului din cameră înainte de începerea pompării, iar M_2 masa aerului din recipient după terminarea pompării. Masele M_1, M_2 și m se pot determina din ecuația de stare

Pentru aerul din recipient înainte de pompare:

$$p_0 \frac{V}{2} = \frac{M_1}{\mu} RT,$$

pentru aerul din recipient după pompare:

$$pV = \frac{M_2}{\mu} RT,$$

pentru aerul luat de pompă din atmosferă:

$$p_0 V_0 = \frac{m}{\mu} RT.$$

Rezultă:

$$n = \frac{V(2p - p_0)}{2p_0 V_0}.$$

376 Să considerăm o masă m de gaz închis într-un cilindru cu piston mobil. În procesul izobar, cantitatea de căldură Q_p absorbită de gaz provoacă nu numai încălzirea lui cu $\Delta t°$, ci și efectuarea unui lucru mecanic de mărire a volumului ($\Delta V = S\Delta l$). În procesul izocor, cantitatea de căldură Q_v absorbită ridică doar temperatura gazului cu $\Delta t°$ și ca atare $Q_v < Q_p$ și deci $c_v < c_p$.
Surplusul

$$Q = Q_p - Q_v = mc_p\Delta t - mc_v\Delta t$$

a dus la efectuarea unui lucru mecanic.

$$L = p_0 S\Delta l = p_0\Delta V = p_0 V_0 \alpha\Delta t = \frac{m}{M} R\Delta t.$$

Dacă se lucrează în Sistemul Internațional de unități, va rezulta:

$$\frac{L}{Q} = \frac{p_0\alpha}{\rho_0(c_p - c_v)} = \frac{R}{M(c_p - c_v)} = 1.$$

Dacă se întrebuințează însă caloria ca unitate de măsură pentru cantitatea de căldură, atunci

$$\frac{L}{Q} = J, \quad \text{cu} \quad J = 4{,}19 \frac{\text{joule}}{\text{calorie}}.$$

377 Cantitatea de căldură furnizată este folosită pentru efectuarea unui lucru mecanic legat de creşterea volumului aerului cît şi pentru mărirea energiei interne a aerului.

Pentru n moli:

$$Q=L+nC_v\Delta t,$$

cu

$$L=F\Delta l=p_t\Delta V=\left(p+\frac{P_l}{S}\right)\Delta V,$$

$$\Delta V=V'-V=V\frac{T'}{T}-V=\frac{V}{T}\Delta t,$$

$$n=\frac{p_tV}{RT}.$$

Deci

$$Q=\frac{V}{T}\left(p+\frac{P_l}{S}\right)\left(1+\frac{C_v}{R}\right)\Delta t\approx 394\text{ J}.$$

378 Transformarea este izocoră:

$$\frac{p_2}{T_2}=\frac{p_1}{T_1}\quad\text{şi}\quad\frac{T_2-T_1}{T_1}=\frac{t_2-t_1}{T_1}=\frac{p_2-p_1}{p_1}.$$

Deci

$$Q=mc_v(t_2-t_1)=mc_vT_1\left(\frac{p_2}{p_1}-1\right)\approx 609\text{ kJ}.$$

379 Se ştie că diferenţa celor două cantităţi de căldură este egală cu lucrul efectuat în destinderea izobară:

$$L=P_1(V_2-V_1)=Q_1-Q_2.$$

Pentru transformarea izobară:

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\text{ şi }V_2-V_1=\frac{V_1(T_2-T_1)}{T_1}.$$

Deci

$$Q_1-Q_2=\frac{P_1V_1}{T_1}(T_2-T_1).$$

Pentru ultima transformare izotermă, $P_1V_1=PV$.

Rezultă:

$$V=\frac{T_1(Q_1-Q_2)}{P(T_2-T_1)}=43{,}5\text{ dm}^3.$$

380 Prin încălzirea izobară volumul creşte pînă la valoarea:

$$V_2=V_1\frac{T_2}{T_1}.$$

Prin aceasta se efectuează lucrul mecanic

$$L=p_1(V_2-V_1)=\frac{p_1V_1}{T_1}(T_2-T_1),$$

Aducînd aerul în condițiile normale (T_0=273°K, p_0=760 orr), este evidentă relația:

$$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_0V_0}{T_0} \quad \text{cu} \quad V_0=\frac{m}{\rho_0}$$

și ρ_0 densitatea aerului în condiții normale.

Rezultă

$$L=\frac{p_0m}{T_0\rho_0}(T_2-T_1)=\frac{p_0m}{T_0\rho_0}\Delta T=57{,}5 \text{ J}.$$

Observație. Sau $\frac{p_1V_1}{T}=\frac{m}{M}R$, cu $M=\frac{21\cdot32+79\cdot28}{100}$, fără a mai recurge la ρ_0.

381 Presiunea nu rămîne constantă și lucrul mecanic se va calcula prin însumarea lucrurilor mecanice efectuate pe mici deplasări pe care se poate presupune $p\approx$constant. Reprezentarea grafică a transformării este dată în figura 346. În cazul cînd cilindrul se află în vid, lucrul mecanic este dat de aria suprafeței *DABC*, iar în cazul real, de aria suprafeței *EAB*. Se va împărți suprafața *DABC* în zece trapeze, de exemplu (cu cît sînt mai multe, cu atît precizia este mai mare), cu bazele valorînd cîte 25 cm³. Deoarece pentru starea inițială p_0V_0=50 J, se poate întocmi un tabel cu presiunile corespunzătoare diferitelor volume, astfel încît $p_0V_0=p_1V_1=p_2V_2=\ldots=$constant:

Vcm³	500	475	450	425	400	375	350	325	300	275	250
$p\frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$	10	10,5	11,1	11,7	12,5	13,3	14,3	15,3	16,6	18,2	20

Ariile celor zece trapeze, în unități de lucru mecanic, vor fi:

$$S_1=25\frac{10+10{,}5}{2}\text{ N}\cdot\text{cm}=2{,}56 \text{ J}.$$

$$S_2=25\frac{10{,}5+11{,}1}{2}\text{ N}\cdot\text{cm}=2{,}7 \text{ J}.$$

S_3=2,85 J, S_4=3,03 J, S_5=3,22 J, S_6=3,45 J,

S_7=2,7 J, S_8=3,98 J, S_9=4,35 J, S_{10}=4,77 J,

iar aria totală $S=L$=33,6 J.

Pentru presiunea externă normală $\left(H\approx0{,}1\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}\right)$ lucrul mecanic va fi $L'=L-S_{DEBC}$=8,6 J.

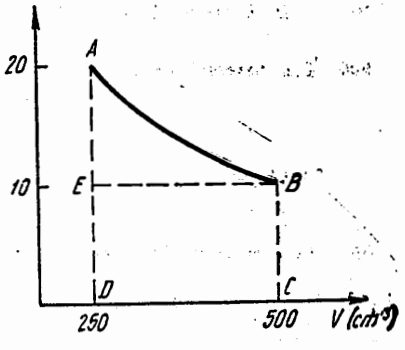


Fig. 346.

Observație. Cunoscînd noțiunea de integrală, lucrul mecanic se calculează și exact, și rapid:

$$L=\int_{V_0}^{V}pdV=p_0V_0\int_{V_0}^{V}\frac{dV}{V}=p_0V_0\cdot\ln\frac{V}{V_0}=34{,}65 \text{ J}.$$

Se observă că prin metoda elementară utilizată s-a ajuns la o aproximație de 3%.

382 În sistemul de axe p, T dreptele ce unesc punctele A și B cu O vor fi izocore (fig. 347). Dreapta AB nu trece prin originea sistemului și deci trecerea de la starea A la starea B nu este trecere izocoră.

Din ecuația de stare a gazelor perfecte reiese că panta izocorei este proporțională cu $\frac{1}{V}$ și ca atare $V_B > V_A$.

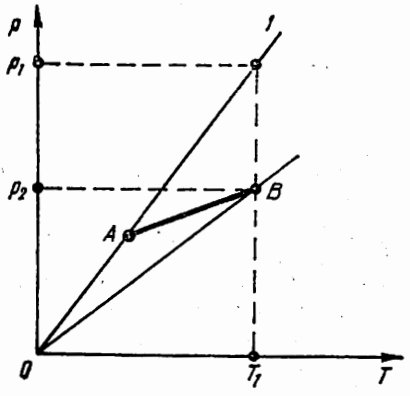


Fig. 347.

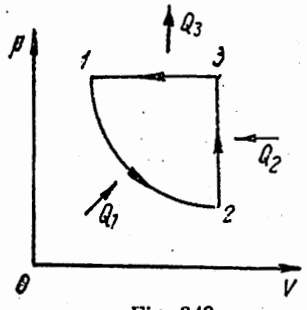


Fig. 348.

Răspunsul poate fi argumentat și altfel (v. figura 347) : dacă schimbarea stării gazului ar fi avut loc după izocora 1, atunci la temperatura T_1 gazul ar fi avut presiunea p_1 ; el are în schimb în B, la aceeași temperatură T_1, o presiune $p_2 < p_1$ și ca urmare un volum $V_2 > V_1$.

383 Graficul căutat este reprezentat în figura 348. Cînd gazul trece prin starea 1 în starea 2 și apoi în 3, primește căldura din exterior. Cînd trece din starea 3 în starea 1, gazul cedează căldură.

17. DILATAȚIA CORPURILOR

384 Prin încălzire uniformă, raza discului va crește tot atît cît lungimea arcului. Unghiul α nu se schimbă.

385 Din sistemul de ecuații :

$$l_{01} + l_{02} = l_0,$$

$$l_{01}(1+\alpha_1 t) + l_{02}(1+\alpha_2 t) = l_t,$$

se obține

$$l_{01} = 1 \text{ m} \quad \text{și} \quad l_{02} = 2 \text{ m}.$$

386 Diametrul la 80°C va avea valoarea $d = d_0(1+\alpha\Delta t) = 5{,}004$ cm, cu 40 microni mai mare.

387 1° $l_0(1+\alpha_1 t) = l_0'(1+\alpha_2 t)$,

$$t = \frac{l_0' - l_0}{l_0\alpha_1 - l_0'\alpha_2} = 420°\text{C}.$$

2° $V_0(1+3\alpha_1 t) = V_0'(1+3\alpha_2 t)$,

$$t = \frac{V' - V_0}{3(V_0\alpha_1 - V_0'\alpha_2)} = \frac{l_0' - l_0}{3(l_0\alpha_1 - l_0'\alpha_2)} = 140°\text{C}.$$

388 1° Fie ρ_0 densitatea mercurului la 0°C. Volumul apei introduse în tub este $V=\frac{m-m'}{\rho_0}$, iar volumul mercurului ieşit, $\Delta V=\frac{m''}{\rho_0}$, măsoară creşterea volumului ca urmare a îngheţării apei. Prin urmare, dilatarea unui cm^3 de apă în urma îngheţării va fi:

$$\Delta V=V\frac{m''}{m-m'}=0{,}089\ cm^3.$$

2° Un cm^3 de apă la 0°C se transformă deci într-un volum de gheaţă de 1,089 cm^3. Volumele sînt invers proporţionale cu densităţile şi deci

$$\rho_g=\rho_a\frac{V_a}{V_g}=918\frac{kg}{m^3}.$$

389 Maximul densităţii corespunde temperaturii ce anulează derivata $\frac{d\rho}{dt}$. Rezultă $t\approx -21°C$.

390 $\Delta l=l_0\alpha\Delta t=l_0\alpha\frac{Q}{mc}=\frac{\alpha Q}{S_0\rho c}=3$ cm.

391 Fie $AB=h$ şi $A'B=H$ (fig. 349). Deci:

$$\frac{R}{r}=\frac{H}{h}=1+\frac{1}{185}\ \text{şi}\ \frac{1}{3}\pi r^2h(1+\gamma t)=\frac{1}{3}\pi R^2H.$$

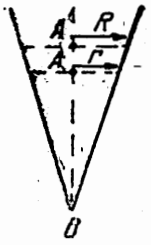


Fig. 349.

Se obţine $t=90°C$.

392 1° Răcirea sticlei va provoca reducerea dimensiunilor cilindrului şi lichidul se va ridica deasupra semnului de marcare. Cînd temperatura lichidului va deveni egală cu t_2, nivelul său va coincide cu semnul de marcare.

În cazurile 2° şi 3° nivelul lichidului va fi final deasupra, respectiv sub semnul de marcare.

393 Fie V_0 volumul unui lichid conţinut la 0°C într-un vas gradat în unităţi de volum şi Δ dilataţia absolută a unităţii de volum la t°C.

Dacă vasul nu ar suferi nici o dilatare prin trecerea de la 0°C la t°C, volumul ocupat de lichid ar fi:

$$V=V_0(1+\Delta).$$

Notînd prin δ dilataţia aparentă a unităţii de volum a aceluiaşi lichid, volumul V' citit la t°C pe vasul dilatat, va fi:

$$V'=V_0(1+\delta).$$

Dar, fiecare unitate de volum a vasului valorează $1+k$ la t°C, k fiind dilataţia cubică a materialului din care este confecţionat vasul. Volumul lichidului este deci în realitate:

$$V'(1+k)=V_0(1+\delta)(1+k).$$

Identificînd prima cu ultima expresie şi neglijînd produsul δk faţă de ceilalţi termeni, rezultă:

$$\Delta=\delta+k.$$

Dilataţia absolută este deci sensibil egală cu suma dilataţiei aparente şi a dilataţiei vasului.

394 Dacă se notează cu V_0 volumul metalului la 0°C și cu ρ densitatea mercurului, se poate scrie:

$$V_0\rho_0 g=P \quad \text{și} \quad V_0(1+3\alpha t)\rho g=P'.$$

Întrucît,

$$\frac{\rho}{\rho_0}=\frac{1}{1+\gamma t}, \quad \text{rezultă} \quad \frac{P'}{P}=\frac{1+3\alpha t}{1+\gamma t}$$

și $\gamma=1{,}8\cdot10^{-4}$ grd^{-1}.

395 Fie ρ_0 și d_0 densitățile corespunzătoare corpului solid și lichidului la 0°C. În ambele cazuri, masa corpului este egală cu masa volumului de lichid dezlocuit:

$$V\rho_0=(V-v)d_0=V(1+\gamma t)\frac{d_0}{1+kt}.$$

Rezultă:

$$t=\frac{\frac{v}{V}}{k\left(1-\frac{v}{V}\right)-\gamma}=25°\text{C}.$$

396 Fie x numărul de diviziuni căutat, γ și k coeficienții dilatației absolute a mercurului respectiv sticlei.

Volumul mercurului la temperatura t va fi egal celui al conteinerului la aceeași temperatură:

$$V(1+\gamma t)=(V+xv)(1+kt),$$

$$x=\frac{V}{v}(\gamma-k)t=\frac{V}{v}\alpha_1 t=0{,}462.$$

397 Volumul mercurului ce iese din vas va fi diferența între volumele la t°C ale mercurului și vasului:

$$v=V_0(1+\gamma_{Hg}t)-V_0(1+\gamma_s t)=\frac{m_{Hg}}{\rho_{Hg}}\cdot t(\gamma_{Hg}-\gamma_s)\approx 0{,}77 \text{ cm}^3.$$

398 1° Volumele cilindrului, platinei și mercurului la temperatura t vor fi:

$$V=V_0(1+kt)=\left(\frac{m'}{\rho'}+\frac{m''}{\rho''}\right)(1+kt),$$

$$V'=V_0'(1+\lambda t)=\frac{m'}{\rho'}(1+\lambda t),$$

$$V''=V''(1+\mu t)=\frac{m''}{\rho''}(1+\mu t).$$

Punînd condiția $V=V'+V''$, rezultă:

$$\frac{m'}{m''}=\frac{\rho'}{\rho''}\cdot\frac{\mu-k}{k-\lambda}.$$

2° Condiția este satisfăcută pentru $\mu>k>\lambda$, justă în cazul fierului, mercurului și platinei.

399 Fie la 0°C: x înălțimea mercurului și S secțiunea tubului de lungime l.

La t°C volumul mercurului devine $xS(1+\gamma_{Hg}t)$, secțiunea tubului $S\left(1+\frac{2}{3}\gamma_s t\right)$ și mercurul va ocupa înălțimea y. Deci:

$$xS(1+\gamma_{Hg}t)=yS\left(1+\frac{2}{3}\gamma_s t\right)$$

și

$$y=x\frac{1+\gamma_{Hg}t}{1+\frac{2}{3}\gamma_s}\approx x\left[1+\left(\gamma_{Hg}-\frac{2}{3}\gamma_s\right)t\right].$$

Distanța de la extremitatea superioară a tubului la centrul de greutate al coloanei de mercur va fi:

$$l\left(1+\frac{1}{3}\gamma_s l\right)-\frac{y}{2},$$

distanță ce trebuie să rămînă aceeași pentru două temperaturi oarecare

$$l\left(1+\frac{1}{3}\gamma_s l\right)-\frac{x}{2}\left[1+\left(\gamma_{Hg}-\frac{2}{3}\gamma_s\right)t\right]=$$

$$=l\left(1+\frac{1}{3}\gamma_s t'\right)-\frac{x}{2}\left[1+\left(\gamma_{Hg}-\frac{2}{3}\gamma_s\right)t'\right].$$

Ecuația conduce la soluția:

$$x=\frac{2}{3}\,l\,\frac{\gamma_s}{\gamma_{Hg}-\frac{2}{3}\gamma_s}=10{,}5\text{ cm}.$$

400 Fie V volumul rezervorului pînă la diviziunea zero și v volumul unei diviziuni. Volumul mercurului încălzit la 100°C va fi

$$V(1+100\gamma_m)=V+100\,v.$$

din care rezultă $V=6\,480\,v$.
Lichidul introdus ulterior posedă la 20°C volumul $V\,(1+20\,\gamma)$, ridicîndu-se pînă la diviziunea x și ocupînd volumul real:

$$(V+xv)(1+20\,\gamma_s).$$

Deci:

$$V(1+20\,\gamma)=(V+xv)(1+20\,\gamma_s)$$

și $x=50$ diviziuni.

401 Fie v volumul măsurat la 0°C, cuprins între două diviziuni consecutive. Cînd tija este complet introdusă în vaporii de apă, volumul ocupat de mercurul de deasupra diviziunii 35 este:

$$v(100-35)(1+100\,\gamma_s)$$

răcit la 0°C, acest volum ar fi:

$$\frac{v(100-35)(1+100\,\gamma_s)}{1+100\,\gamma_{Hg}}.$$

Încălzit la 10°C devine:

$$\frac{v(100-35)\,(1+100\gamma_s)\,(1+10\gamma_{Hg})}{1+100\gamma_{Hg}}.$$

şi ocupă în tub o porţiune $xv(1+10\gamma_s)$, x fiind numărul de grade ocupat deasupra diviziunii 35. Deci:

$$\frac{v(100-35)(1+100\gamma_s)(1+10\gamma_{Hg})}{1+100\gamma_{Hg}} = xv(1+10\gamma_s)$$

şi $x=64{,}1$. Temperatura indicată va fi deci $35+64{,}1=99{,}1°C$, corecţia nefiind neglijabilă.

402 Problema constă în a găsi la 0°C înălţimea H_0 a unei coloane de mercur de aceeaşi masă ca şi H la t°C. Fie ρ_0 şi ρ densităţile mercurului la aceste două temperaturi. Atunci $H_0\rho_0=H\rho$ şi $H_0=\frac{H}{1+\alpha t}$.

Dar la temperatura experienţei, fiecare diviziune a riglei devine $1+kt$ şi înălţimea H va deveni în realitate $H(1+kt)$.

Rezultă:

$$H_0=H\frac{1+kt}{1+\alpha t}\approx H[1+(k-\alpha)t].$$

18. CALORIMETRIE, TRANSFORMĂRI DE STARE

403 Din figura 350 se observă că deasupra liniei NN', temperaturile Fahrenheit sînt mereu mai mari decît cele Celsius. Între liniile NN' şi PP' temperaturile Celsius sînt negative, iar cele Fahrenheit pozitive.

Sub linia PP' ambele devin negative. Numărul de grade indicat de termometrul Fahrenheit este la început mai mic decît cel al termometrului Celsius. Şi cum gradul Celsius este mai mare decît cel Fahrenheit, este posibilă existenţa unei coincidenţe pentru o temperatură Fahrenheit negativă. Se ştie că 100 de grade Celsius sînt echivalente cu 180 grade Fahrenheit, sau că 1°C valorează $\frac{9}{5}$°F. De la N la Q sînt x grade Celsius, iar de la N' la Q', $32+x$ grade Fahrenheit.

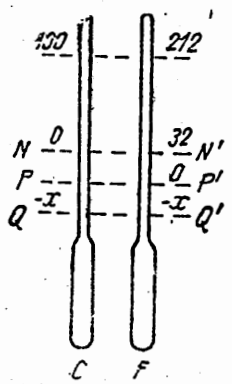


Fig. 350.

Deci:

$$\frac{9}{5}x=32+x \quad \text{şi} \quad x=40,$$

temperatura comună fiind $-40°$.

404 1° Din 50 kg cărbune, 15 kg (30%) se consumă pentru a acoperi pierderile de căldură prin tavan, iar restul de 35 kg (70%) pentru a acoperi pierderile prin pereţi. Dacă se dublează grosimea pereţilor, pierderea se reduce la jumătate, economisindu-se 17,5 kg de cărbune.

2° Diferenţa de temperatură creşte de la 15°C la 18°C, deci consumul de cărbune creşte şi el în raportul $\frac{18}{15}$: în primul caz cu 10 kg, iar în cazul doi cu 7,5 kg.

405 Conform legii lui Newton:

$$Q=\alpha\cdot S\cdot\Delta T\cdot t,$$

cantitatea de căldură cedată de un corp cu suprafaţa S este proporţională cu diferenţa între temperatura sa şi a mediului ambiant şi cu timpul în care se efectuează schimbul de căldură.

Coeficientul de proporționalitate α poartă denumirea de coeficient al transmisiei de căldură. Concluzia va fi în favoarea celei de-a doua variante.

406 $$Q=\frac{mc\Delta t}{\eta}=\frac{V\rho c\Delta t}{\eta}=746{,}6\ \text{kJ}\quad(\eta=0{,}9)$$

407 $$Q=mc\Delta t=V_0\rho_0 c\Delta t=\frac{\Delta v}{\gamma\Delta t}\rho_0 c\Delta t=156{,}7\ \text{J}.$$

408 Din sistemul de ecuații:

$$V_1+V_2=V,\qquad \rho V_1\cdot c(t_1-\theta)=\rho V_2\cdot c(\theta-t_2),$$

se obține

$$V_1=250\ \text{l}\qquad\text{și}\qquad V_2=300\ \text{l}.$$

409 $$M\lambda+Mc(T-\theta)=M_1c_1(\theta-t_0)+M_2\lambda_2+M_2c_2(\theta-t_0)$$

și

$$\theta=\frac{M(\lambda+cT)+M_1c_1t_0+M_2(c_2t_0-\lambda_2)}{Mc+M_1c_1+M_2c_2}.$$

410 1° $m_1(\theta-t_1)=m_2(t_2-\theta)$ și $\theta=40°\text{C}$.

2° Dacă x este capacitatea calorică necunoscută:

$$(m_1c+x)\ (\theta'-t_1)=m_2c(t_2-\theta')$$

și $x=279\ \dfrac{\text{J}}{\text{grd}}$.

411 Cantitatea de căldură absorbită de calorimetru, spirale și toate accesoriile este echivalentă cu cea absorbită de $M=2{,}21$ g de apă, între aceleași limite de temperatură.

Prin urmare:

$$(m_1+M)c_1\Delta t'=(m_2c_2+Mc_1)\Delta t''$$

și

$$c_2=1{,}77\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}.$$

412 Temperatura finală θ va fi dată de ecuația calorimetrică

$$\rho Vc_a(\theta-t_0)=mc_{Hg}(t-\theta)$$

și este egală cu 6,3°C.

Presiunea finală din vas devine:

$$p=p_0(1+\alpha\theta)\approx 777{,}5\ \text{torr}.$$

413 Fie m masa zăpezii umede și m_z masa zăpezii din amestec:

$$(m_{Fe}c_{Fe}+m_ac_a)\ (t_0-\theta)=m_z\lambda+mc_a\theta.$$

Rezultă $m_z\approx 0{,}61$ kg; deci 39% apă.

414 1° Se poate deduce căldura specifică a bismutului, considerînd cunoscută căldura latentă de topire a gheții $\left(\lambda_g=334\ \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right)$ și considerînd temperatura finală a bismutului și apei formate egală cu 0°C:

$$m_bc_bt_b=m_a\lambda_g\ \text{și}\ c_b\approx 0{,}125\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}.$$

2° Se poate deduce căldura latentă de solidificare (topire) a bismutului:

$$m_b'(\lambda_b + c_b t_b) = m_a' \lambda_g \text{ şi } \lambda_b \approx 55 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}.$$

415 Fie x masa care trebuie să îngheţe şi y masa celeilalte părţi care trebuie să se vaporizeze:

$$x(ct_1 + \lambda_g) = y[c(t_v - t_1) + \lambda_v], \quad x + y = m.$$

Se obţine $x = 0{,}8$ kg şi $y = 0{,}2$ kg.

416 Avînd o temperatură de fierbere mai mică decît a apei, alcoolul se evaporă primul şi poate fi separat de apă.
Vaporii de alcool sosesc în refrigerent la temperatura t, se condensează şi îşi micşorează temperatura la t_2:

$$m[\lambda + c(t - t_2)] = m_a c_a (t_2 - t_1).$$

Se obţine $m_a \approx 357$ kg.

417 1° Fie debitul masic $Q_m = \frac{m}{t}$ şi t timpul necesar:

$$(m_c c_c + m_g c_g)(\theta - t_g) + m_g \lambda_g = Q_m t c_a t_a.$$

Rezultă $t \approx 21$ min 19 s.

2° $(m_c c_c + m_g c_g)(\theta - t_g) + m_g \lambda_g + (m_c c_c + m_g c_a)\theta = Q_m t' c_a (t_a - \theta)$ şi $t' \approx 29$ min 56 s.

418 Dacă Q_m este debitul masic şi t timpul necesar topirii gheţii:

$$m_g \lambda_g = Q_m t(\lambda_v + 100\, c)$$

şi $t = 20$ min 1 s.

Cantitatea de apă la sfîrşitul experienţei va fi:

$$m_g + Q_m t \approx 900 \text{ g}.$$

419 1° $m_v = \dfrac{m_g[c_g(0 - t_g) + \lambda_g + c_a\theta - gh] - (m_c c_c + m_a c_a)(t_a - \theta)}{\lambda_v + c_a(t_v - \theta)} = 144{,}2$ g.

2° $m_g g h' = m_g[\lambda_g + c_g(0 - t_g) + c_a t_a]$ şi $h' \approx 43$ km (!).

420 O parte din apă se evaporă şi produce îngheţarea părţii rămase. Deci:

$$x\lambda_v = (m - x)\lambda_g$$

şi $\frac{x}{m} = 0{,}118$, evaporîndu-se 11,8% din apa cuprinsă în vas, iar restul transformîndu-se în gheaţă, care continuă ulterior să se transforme în vapori (sublimare), „evaporarea" gheţii nefiind un fenomen lent (de amintit de exemplu, uscarea rufelor îngheţate iarna).

421 Aducînd gheaţa de la -10°C la 0°C şi apoi topind-o, se cedează acesteia cantitatea de căldură:

$$mc_g \cdot 10 + m\lambda_0.$$

Dacă gheaţa se transformă în apă la -10°C şi apoi îşi ridică temperatura pînă la 0°C, ea absoarbe cantitatea de căldură $m\lambda_x + mc_a \cdot 10$.
Întrucît prin ambele procedee se transformă masa m de gheaţă în apă a 0°C, cantităţile de căldură necesare trebuie să fie identice. Rezultă $\lambda_x \approx 313 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

422 Fie Q_v debitul volumic și m masa unei picături:

$$\eta Q_v t \cdot q = m\lambda_g \quad \text{și} \quad t = 0{,}15 \text{ s.}$$

423 $P = \frac{Q}{t} = \frac{2m_c g}{t} = 2{,}3$ MW.

424 $\eta = \frac{m_g[c_g(0-t_g)+\lambda_g+c_a\theta]}{mq}$ și $m = 96{,}9$ kg.

425 $m = \frac{m_v[c_a(100-t_a)+\lambda_v]}{\eta q} = 75{,}5$ kg.

19. TRANSFORMAREA ENERGIEI MECANICE ÎN CĂLDURĂ

426 Energia potențială a greutăților ridicate la înălțimea h se cheltuie pentru a învinge frecarea în interiorul calorimetrului (Q) și rezistențele exterioare calorimetrului (L_R), greutățile păstrînd o parte sub formă cinetică (E_c):

$$2Mgh = j\frac{Q}{n} + L_R + E_c,$$

$Q = M_a c \Delta t$ fiind cantitatea de căldură totală obținută în calorimetru după n operații. Dacă pentru Q se alege ca unitate de măsură caloria, bilanțul energetic are forma de mai sus. În Sistemul Internațional de unități, Q se măsoară în jouli și j nu mai are semnificație. Experiența lui Joule rămîne însă în actualitate, deoarece permite stabilirea legăturii între joule și calorie, unitate încă foarte utilizată în știință și tehnică.

În a doua parte a experienței, prin înfășurarea firelor pe tambur în sens invers, masele M își fac echilibru: una poate să urce și alta să coboare. Plasînd suprasarcina m deasupra sarcinei aflate în poziția maximă superioară, sistemul devine asemănător unei mașini Atwood. Deci:

$$mgh = L_R + E_c + \frac{1}{2}mv^2.$$

Utilizînd cele două relații, se obține:

$$j = \frac{n}{M_a c \Delta t}\left[(2M-m)gh + \frac{1}{2}mv^2\right] \approx 4{,}19 \frac{\text{joule}}{\text{calorie}}.$$

427 1° $Q = F_f \cdot N\pi D = 3\,416$ kJ. 2° $\Delta t = \frac{Q(1-\eta)}{mc} \approx 32{,}7$°C.

3° $P = \frac{Q}{t} \approx 28{,}4$ kW.

428 $P = \frac{L}{t} = \frac{Q}{t(1-\eta)} = \frac{mc\Delta t}{t(1-\eta)} = 56{,}25$ kW.

429 $\Delta t = \frac{v^2}{2c} = 3\,600\,000$°C.

430 Încălzirea apei se explică prin ciocnirea ei cu solul și cu apa din jurul bazei căderii de apă, transformîndu-se energia cinetică în căldură. Rezultă:

$$\Delta t = \frac{gh}{c} = 0{,}28\text{°C}.$$

431 $\eta\frac{mv^2}{2} = mc\Delta t$ și $\Delta t = \frac{\eta v^2}{2c} = 33{,}45$ °C, cu $\eta = 0{,}836$.

432 Parcurgînd distanța S, trenul își ridică centrul de greutate pe distanța $h=S\sin\alpha$. Prin urmare s

$$Q=\frac{mv^2}{2}-mgh=5{,}9\ \text{MJ}.$$

433 1° $\omega=2\pi n=31{,}4\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $v=l\omega=31{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2° Mișcarea devine uniform încetinită, cu viteza inițială v.

3° Corpul M revine la nivelul punctului de lansare cu viteza v și după parcurgerea în continuare a spațiului $S=60$ m atinge viteza $v_1=\sqrt{v^2+2gS}$. Prin oprire își ridică temperatura cu

$$\Delta t=\frac{v_1^2}{2c}\approx 10°\text{C}.$$

434 1° $v_B=\sqrt{2aS}=\sqrt{2S\frac{F+G}{m}}\approx 7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2° În momentul ciocnirii, viteza corpului este $v=v_B+gt$.

Deci:

$$mc\Delta t=\frac{mv^2}{2}-mgh$$

și

$$\Delta t=\frac{v^2-2gh}{2c}\approx 0{,}72°\text{C}.$$

435 1° Scripeții se vor roti în sensul trigonometric cu aceleași viteze și accelerații unghiulare ε, dar cu accelerații liniare diferite:

$$a_1=\frac{\Delta v_1}{\Delta t}=\frac{\Delta(r_1\omega_1)}{\Delta t}=r_1\frac{\Delta\omega_1}{\Delta t}=r_1\varepsilon$$

și $a_2=r_2\varepsilon$. Se va scrie condiția de echilibru a momentelor greutăților G_1 și G_2 și a forțelor de inerție m_1a_1 și m_2a_2 corespunzătoare:

$$(G_1-m_1a_1)r_1=(G_2+m_2a_2)r_2,$$

din care rezultă:

$$\varepsilon=g\frac{m_1r_1-m_2r_2}{m_1r_1^2+m_2r_2^2}.$$

Se pot obține apoi vitezele în momentul ciocnirii:

$$v_1=\sqrt{2a_1h_1}\approx 3{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_2=\sqrt{2a_2h_2}=\sqrt{2a_2h_1\frac{r_2}{r_1}}\approx 36\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

și temperaturile finale:

$$\theta_1=\frac{v_1^2}{2c}\approx 0{,}05°\text{C},\quad \theta_2\approx 5°\text{C}.$$

2° $H=\frac{v_2^2}{2g}=64{,}8$ m.

436 1° $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g \sin^2\alpha}} \approx 2s$. 2° $v_B = \sqrt{2gh} = 14 \frac{m}{s}$.

3° $v_C = \sqrt{v_B^2 - 2aS} = \sqrt{v_B^2 - 2g \sin \alpha \cdot \frac{h}{\sin \beta}} = 7{,}55 \frac{m}{s}$ şi $t_2 = \frac{v_B - v_C}{g \sin \beta} \approx 1{,}3$ s.

4° $\Delta t = \frac{2v_c^2}{5c} \approx 0{,}18°C$.

437 $h = \frac{c(t_t - t_0) + \lambda}{\eta g} = 10{,}5$ km.

438 1° $\frac{1}{2} Mv^2 = V\rho(c\Delta t + \lambda)$ şi $M = 1{,}58 \cdot 10^{-14}$ kg.

2° $n = \frac{M}{m} = 175 \cdot 10^{14}$ electroni.

439 $v = \sqrt{\frac{2}{\eta}[c(t_2 - t_1) + \lambda]} \approx 400 \frac{m}{s}$.

440 1° $E_c = \frac{1}{2} m (v_0^2 - 2gh) = 6\,100$ J.

2° $\Delta t = \frac{E_c}{mc} \approx 264°C$.

3° $v = \sqrt{2(ct_t + gh)} \approx 989 \frac{m}{s}$.

441 Viteza proiectilului în momentul ciocnirii este $v = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$; cantitatea de căldură obținută prin transformarea energiei cinetice va fi $Q = \frac{1}{4} mv_0^2 = \frac{\pi}{24} \rho d^3 v_0^2 = 357{,}7$ J.

Cantitatea de căldură necesară pentru atingerea temperaturii de topire este $Q_1 + mc_t t_t = 242{,}56$ J diferența $Q - Q_1$ putînd aduce în stare lichidă o masă $m' = \frac{Q - Q_1}{\lambda} = 5{,}5$ g < m.

442 Da.

443 1° $\frac{1}{2} mv_0^2 = \mu mg \cdot S$ şi $S = 1\,020$ m.

2° $\Delta t = \frac{\mu mgS}{V\rho_a c_a} = 0{,}93°C$.

444 $Q = L = \mu F \cdot N \cdot \pi D = 1\,004{,}8$ kJ şi $t = t_0 + \frac{Q}{2mc} \approx 82{,}8°C$.

445 Se aplică legile conservării impulsului și energiei:

$$Mv_0 = (m + M)v,$$

$$\frac{Mv_0^2}{2} = \frac{(m + M)v^2}{2} + Q.$$

Rezultă:

$$Q = \frac{1}{2} \frac{Mm}{M + m} v_0^2.$$

446 Din legile conservării impulsului și energiei:

$$mv_1 - mv_2 = 2mv,$$

$$\frac{1}{2}(mv_1^2 + mv_2^2) - mv^2 = 2mc\Delta t,$$

se obține

$$\Delta t = \frac{(v_1 + v_2)^2}{8c}.$$

20. TRANSFORMAREA CĂLDURII ÎN LUCRU MECANIC

447 $\eta = \dfrac{P \cdot t}{mq}$ și $m = 4\,655$ kg.

448 1° $Q_1 = m_1 c_1 = 7{,}77$ MJ ; $Q_2 = 18{,}6$ MJ ; $Q_3 = 11{,}5$ MJ.

2° $\eta_1 = \dfrac{L}{Q_1} \approx 35\%$; $\eta_2 \approx 14\%$; $\eta_3 \approx 23\%$.

3° $\eta = \dfrac{L}{E} \approx 93\%$.

În concluzie, căldura este o energie de calitate inferioară, fără capacitate mare de transformare. Ea se transformă greu în celelalte forme de energie, o mare parte din ea pierzîndu-se fără utilizare. În schimb, energia calorică apare ușor din alte energii. Dimpotrivă energia electrică (chimică, mecanică) este energia de calitate superioară cu randament de transformare aproape de 100%.

449 Puterea utilă $P_u = 100$ kW reprezintă $\eta = 25\%$ din puterea consumată. Restul, $\Delta P = P_c - P_u = \dfrac{P_u}{\eta} - P_u = P_u \cdot \dfrac{1-\eta}{\eta}$, contribuie la încălzirea apei:

$$mc\Delta\theta = P_u t \frac{1-\eta}{\eta}$$

$m \approx 4\,300$ kg.

450 1° $P = \dfrac{pS \cdot 2l}{T} = \dfrac{1}{2}\pi p d^2 l n = 117.75$ kW.

2° $Q = \dfrac{Pt}{\eta} \approx 1{,}18$ MJ.

451 1° $\eta = \dfrac{P\frac{S}{v}}{mq}$ și $v \approx 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2° $t = \dfrac{S}{v} \approx 12$ h.

452 1° $Q_u = \eta mq = 315$ MJ.

2° $v_m = \dfrac{P_m}{Mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} \approx 36 \dfrac{\text{km}}{\text{h}}$.

3° $S = v_m \cdot t = v_m \dfrac{Q_u}{P_m} \approx 4\,300$ m.

453 Fie P_1 puterea absorbită de dinam şi η_1 randamentul maşinii termice:

$$P = \eta P_1 = \eta\eta_1 \frac{mq}{t} = \eta \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot \frac{mq}{t}$$

şi $m \approx 27$ kg.

454 $L = \eta\eta_t Q = \eta mq \left(1 - \dfrac{T_2}{T_1}\right) \approx 0{,}88$ GJ.

455 1° $\eta = 1 - \dfrac{T_2}{T_1} \approx 19\%$, $Q = \dfrac{Pt}{\eta} \approx 5\,263$ J, $S = \dfrac{60\,Q}{Q_0} \approx 7{,}9$ m².

2° $m = \dfrac{3\,600\,Q}{c(100 - t_3) + \lambda} = 7{,}3$ kg.

456 1° $P = 2pSln = 150$ kW.

2° Masa vaporilor admişi într-o cursă simplă este $m_0 = \rho Sl$.
În timpul $t = 60$ minute se consumă o masă de vapori $M = 2\,m_0 nt = 2\,808$ kg, timp în care maşina eliberează o energie $E = Pt = 150$ kWh.
Pentru 1 kWh se consumă deci o masă $\dfrac{M}{E} \approx 18{,}7 \dfrac{\text{kg}}{\text{kWh}}$.

3° $\eta = \dfrac{\dfrac{E}{M}}{Q} = 7{,}4\%$.

4° $\eta_t = 1 - \dfrac{T_2}{T_1} \approx 31\%$.

457 1° Lucrul mecanic este dat de aria diagramei:

$$AD \frac{AB + CD}{2} = 870 \text{ mm}^2.$$

Variaţia de presiune de $580 \dfrac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ este repezentată de AD, unui milimetru din ordonată corespunzîndu-i deci $20 \dfrac{\text{kN}}{\text{m}^2}$.

Variaţia de volum $\dfrac{\pi D^2 l}{4} = 35\,343$ cm³ este reprezentată de CD, unui milimetru din abscisă corespunzîndu-i $\dfrac{35\,343}{50}$ cm³. Prin urmare, 1 mm² de arie din trapez corespunde la 14,12 joule, iar lucrul mecanic total va fi de aproximativ 12,28 kJ.

2° $P = Ln = 20{,}46$ kW.

458 1° Suma lucrurilor mecanice în transformările izobare BC și DA (de variație a volumului) este:

$$L=p'(V'-V)+p(V-V')=(p'-p)\ (V'-V)=1\,000\ \text{J}.$$

2° Din ecuațiile transformărilor izocore (AB și CD) și izobare (BC și DA) se obține:

$$T_B=T_A\frac{p'}{p}=600°\text{K},$$

$$T_C=T_B\frac{V'}{V}=900°\text{K}\ ;\qquad T_D=T_C\frac{p'}{p}=450°\text{K}.$$

Aerul primește deci căldură în transformările AB și BC:

$$Q_{AB}=mc_v(T_B-T_A)=\epsilon\, V\rho_0\frac{T_0}{T_A}(T_B-T_A)\approx 4\,995\ \text{J},$$

$$Q_{BC}=c_p V\rho_0\frac{T_0}{T_A}(T_C-T_B)\approx 7\,044\ \text{J}$$

și cedează căldură în transformările CD și DA: $Q_{CD}\approx 7\,492$ J, $Q_{DA}\approx 3\,547$ J.

3° Pe întreg ciclul aerul primește deci cantitatea de căldură $Q=1\,000$ J și efectuează un lucru mecanic egal.

21. ELECTROSTATICĂ

459 În primul caz:

$$F_1=\frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon l^2}.$$

După contact sferele vor avea sarcini egale cu $\frac{Q_1+Q_2}{2}$ și

$$F_2=\frac{(Q_1+Q_2)^2}{4\pi\varepsilon l^2}.$$

Rezultă $Q_1^2-2{,}5\ Q_1Q_2+Q_2^2=0$. Notînd $\frac{Q_1}{Q_2}=x$, se obține $x^2-2{,}5\ x+1=0$, ecuație ce admite soluțiile 2 și $\frac{1}{2}$, soluții ce formează în realitate una singură.

460 Sferele A și B se încarcă fiecare cu $\frac{Q}{2}$, iar ulterior sferele B și C vor poseda sarcinile $\frac{Q}{4}$. Deci, $Q_A=\frac{Q}{2}$, $Q_B=Q_C=\frac{Q}{4}$. Fie d distanța între sferele A și C și x distanța între A și B:

$$F_{AB}=F_{BC}\ \text{ sau }\ \frac{Q^2}{8x^2}=\frac{Q^2}{16(d-x)^2}.$$

Rezultă $x=d(2-\sqrt{2})$.

461 Pentru poziția de echilibru, momentele forței coulombiene F_c și greutății G vor fi egale (fig. 351),

$$F_c \cdot l \cos \alpha = G \cdot l \sin \alpha.$$

Rezultă:

$$Q = 4\, l \sin \alpha \sqrt{\pi \varepsilon m g \cdot \operatorname{tg} \alpha} \approx 93 \text{ nC}.$$

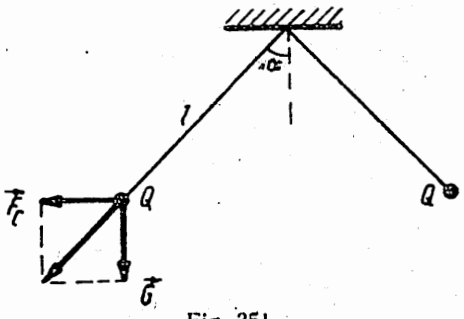


Fig. 351.

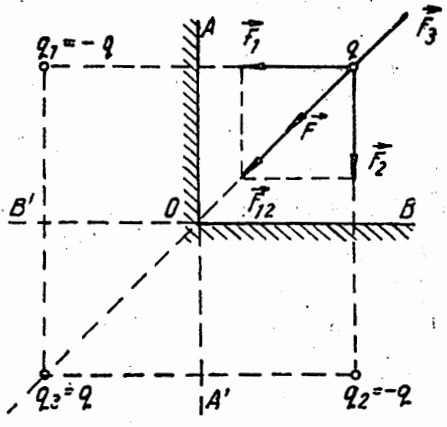


Fig. 352.

462

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{F_c'}{G} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon r^2 G} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon (2l \sin \alpha_1)^2 G}.$$

După pierderea unei părți din sarcina electrică:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{F_c'}{G} = \frac{(xQ)^2}{4\pi\varepsilon (2l \sin \alpha_2)^2 G}.$$

Rezultă:

$$x = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1}} = 0{,}54.$$

Se pierde deci 46% din sarcina inițială.

463 Se știe că pentru două sarcini punctiforme egale și de semne contrare, planul de simetrie este un plan echipotențial. Deci, cîmpul stabilit între un plan conductor (care este o suprafață echipotențială) și o sarcină punctiformă este identic cu cel stabilit între două sarcini punctiforme egale și de semne contrare, plasate la o distanță dublă față de cea existentă între plan și sarcina dată.

În cazul de față (fig. 352), sistemul echivalent, este compus din sarcinile q_1, q_2 și q_3 ($q_1 = -q$, simetricul lui q față de planul AA'; $q_2 = -q$, simetricul lu q față de planul BB'; $q_3 = q$, simetricul sarcinii q_2 față de planul AA' și al sarcinii q_1 față de planul BB').

Forța căutată F este rezultanta forțelor F_1, F_2 și F_3, forțe de acțiune ale sarcinilor q_1, q_2 și q_3 asupra sarcinii q.

Rezultă:

$$F = \frac{q^2}{32\pi\varepsilon a^2}(2\sqrt{2}-1).$$

464 Din:

$$\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon r^2} = k\frac{mM}{r^2},$$

se obține:

$$Q=2\sqrt{\pi\varepsilon kmM}=57 \text{ TC}.$$

Imposibil de conceput așa ceva!

465 După primul contact, sarcina discului va fi $\frac{Q}{2}$. După al doilea contact, cantitatea totală repartizată pe ansamblul celor două conductoare este egală cu:

$$Q+\frac{Q}{2}=Q\left(1+\frac{1}{2}\right)$$

și discul primește

$$\frac{1}{2}\left[Q\left(1+\frac{1}{2}\right)\right]=Q\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2\right].$$

După al treilea contact, discul va primi:

$$Q\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3\right],$$

iar după al zecilea contact:

$$Q_1=Q\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\ldots+\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right]=Q\frac{\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^{11}}{1-\frac{1}{2}}=39{,}91 \text{ nC}.$$

466 Viteza va crește. Prin mișcarea particulei încărcate, pe suprafața interioară a tubului apar prin inducție sarcini de semn contrar.
În porțiunea îngustării tubului, forțele de interacțiune vor fi îndreptate către pereții AB și dau o rezultantă pe direcția axului, în sensul mișcării.

467 Sistemul se va mișca cu accelerația $a=\frac{mg}{2m}=\frac{g}{2}$.

Mișcarea barelor are drept consecință redistribuirea electronilor liberi în interiorul acestora, fiecare electron mișcîndu-se cu o accelerație egală cu aceea a barelor. Drept urmare, în bare apare un cîmp electric a cărui intensitate poate fi determinată din relația:

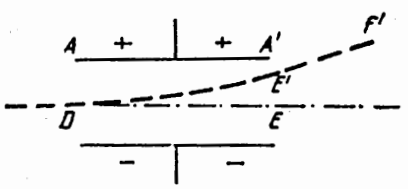


Fig. 353.

$$a=\frac{g}{2}=\frac{eE}{m_e},$$

în care m_e și e sînt, respectiv, masa și sarcina electronului.
De aici:

$$U=El=\frac{m_e gl}{2e}.$$

468 1° Electronii vor fi deviați de cîmpul electric întocmai cum un corp aruncat pe orizontală este acționat de cîmpul gravitațional. Electronul tinde să cadă pe placa AA' descriind o parabolă DE' (fig. 353), tangentă în D la DE.
Sosit în E', forța electrică devine nulă și mișcarea se continuă rectiliniu și uniform pe dreapta $E'F'$, tangentă la parabolă în E'.

2° $a=\frac{F}{m}=1{,}1\cdot10^{13}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

3° În timpul $t = \frac{DE}{v}$ în care electronul se mișcă între plăci, este deviat cu

$$EE' = \frac{1}{2} at^2 \approx 0{,}97 \text{ mm}.$$

469 Dacă particulele sînt electroni, cîmpul electric al condensatorului va acționa asupra lor cu o forță orientată spre armătura pozitivă; ei vor fi accelerați sub diferența de potențial existentă între poziția inițială și armătura pozitivă. Aplicînd legea conservării energiei, rezultă:

$$\frac{mv_3^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + eU_3 = \frac{mv_0^2}{2} + e\frac{U}{4}$$

și

$$v_3 = \sqrt{v_0^2 + \frac{eU}{2m}}.$$

Analog se vor obține și celelalte viteze:

$$v_2 = \sqrt{v_0^2 + \frac{eU}{m}},$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + \frac{3eU}{2m}}.$$

470 1° $E_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r_1^2} = 3 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$.

2° $V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r_1} = 90$ kV.

3° $U = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = 60$ kV.

4° $L = qU = 4{,}2$ mJ.

471 Înainte de unire:

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon r} = 100 \text{ V}.$$

După unire:

$$V' = \frac{Nq}{4\pi\varepsilon R} = \frac{Nq}{4\pi\varepsilon r\sqrt[3]{N}} = V\sqrt[3]{N^2} = 10^6 \text{ V}.$$

472 Fie Q sarcina sferei S și q sarcina indusă prin influență pe sfera mobilă. Aceasta din urmă, comunicînd cu pămîntul, va avea un potențial egal cu zero, obținut prin însumarea algebrică a potențialului propriu $\left(-\frac{q}{4\pi\varepsilon r}\right)$ cu cel creat de sfera $S\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon D}\right)$:

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon D} - \frac{q}{4\pi\varepsilon r} = 0 \quad \text{și} \quad \frac{q}{Q} = \frac{r}{D},$$

sfera S comportîndu-se în exterior ca și cum întreaga sa cantitate de electricitate ar fi concentrată în centrul său (se va presupune deci că sfera mobilă nu influențează distribuția uniformă a sarcinii pe sfera S).

În interiorul sferei S, potențialul propriu este constant de la centru la suprafață și egal cu $\frac{Q}{4\pi\varepsilon R}$.

Potențialul rezultant în centrul sferei S va fi deci:

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R} - \frac{q}{4\pi\varepsilon D} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R}\left(1 - \frac{Rr}{D^2}\right)$$

și

$$Q = \frac{4\pi\varepsilon VR}{1 - \frac{Rr}{D^2}}.$$

Forța de interacțiune între cele două sfere va fi:

$$F = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon D^2} = \frac{4\pi\varepsilon V^2 R^2 r}{D^3} \frac{1}{\left(1 - \frac{Rr}{D^2}\right)^2},$$

iar momentul forței F față de firul de suspensie $M = F\frac{l}{2}$ și deci frecvența:

$$\nu = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{Fl}{2l}} = 0{,}29\ \text{s}^{-1},$$

acul executînd aproximativ o treime de oscilație într-o secundă.

473 1° Potențialul în interiorul unei sfere izolate este egal cu cel de pe suprafață. În cazul celor două sfere:

$$V_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon R_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon R_2}, \qquad V_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon R_2} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon R_2},$$

și

$$q_1 = 4\pi\varepsilon(V_1 - V_2)\frac{R_2 R_1}{R_2 - R_1},$$

$$q_2 = 4\pi\varepsilon \frac{V_2 R_2 - V_1 R_1}{R_2 - R_1} R_2.$$

2° $\sigma_1 = \frac{q_1}{S_1}$, $\sigma_2 = \frac{q_2}{S_2}$.

3° $V = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon r} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon R_2}$, $V_1 = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon r}$.

4° Cîmpul electric al unei sfere metalice este nul în interior. Între sfere este:

$$E = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon r^2},$$

iar în afara lor:

$$E' = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon r^2}$$

E' poate fi nul pentru sarcini egale și de semn contrar.

474 Transferul sarcinilor electrice va înceta în momentul egalării potențialelor celor două sfere:

$$\frac{Q_1'}{4\pi\varepsilon r_1} = \frac{Q_2'}{4\pi\varepsilon r_2} \text{ și } Q_1' + Q_2' = Q_1 + Q_2.$$

Se obține:

$$Q_1' = (Q_1 + Q_2)\frac{r_1}{r_1 + r_2} \approx 0{,}35\ \mu C,$$

$$Q_2' = (Q_1 + Q_2)\frac{r_2}{r_1 + r_2} \approx 47\ nC.$$

475 Cantitatea de electricitate de pe sferă este $Q_1 = 4\pi\varepsilon r V_1$, iar cea de pe conductor $Q_2 = CV_2$. Cele două corpuri legate sînt echivalente cu două condensatoare în paralel, pămîntul constituind a doua armătură. Deci:

$$V_3 = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C} = \frac{4\pi\varepsilon r V_1 + CV_2}{4\pi\varepsilon r + C}$$

și

$$C = 4\pi\varepsilon r \frac{V_1 - V_3}{V_3 - V_2} \approx 83\ pF.$$

476 Cînd se stabilește legătura cu al doilea condensator, sarcina Q a primului se distribuie proporțional cu capacitățile:

$$\frac{Q - q}{q} = \frac{C}{C_x} \text{ sau } \frac{Q}{q} = \frac{C + C_x}{C_x}.$$

Întrucît deviațiile sînt proporționale cu sarcinile:

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{Q - q}{Q} = \frac{C}{C + C_x}$$

și

$$C_x = 25\ nF.$$

477 La fiecare contact, condensatorul primește o parte din sarcina corpului, repartiția sarcinii rămase pe corp făcîndu-se proporțional cu capacitățile. Fie Q sarcina inițială a corpului și C_x capacitatea sa. La primul contact, condensatorul primește $q_1 = Q\ \frac{C}{C + C_x}$, iar corpul rămîne cu $q_1' = Q\ \frac{C_x}{C + C_x}$, potențialul lor comun fiind mai mic decît V. Dacă condensatorul s-ar fi încărcat la potențialul V, el ar fi înmagazinat cantitatea de electricitate $Q_0 = CV = Q\frac{C}{C_x}$.

Expresiile lui q_1 și q_1' vor putea fi puse deci și sub forma:

$$q_1 = Q_0 \frac{C_x}{C + C_x},\quad q_1' = Q_0 \frac{C_x^2}{C(C + C_x)}.$$

După al doilea contact, condensatorul primește:

$$q_2 = q_1' \frac{C}{C + C_x} = Q_0 \left(\frac{C_x}{C + C_x}\right)^2,$$

iar după 10 contacte:

$$q_{10} = Q_0 \left(\frac{C_x}{C + C_x}\right)^{10}.$$

Cum:

$$\frac{Q_0}{q_{10}} = \frac{\alpha_0}{\alpha_{10}} = \frac{75}{42},$$

se obține:

$$C_x = C\frac{\sqrt[10]{q_0}}{\sqrt[10]{Q_0} - \sqrt[10]{q_{10}}} = \frac{C}{\sqrt[10]{\frac{\alpha}{\alpha_{10}}} - 1} = 16{,}95\ \mu\text{F}.$$

478 Prin legarea în serie, $C_S = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ și deci:

$$5\ \text{pF} \leqslant C_S \leqslant 100\ \text{pF}$$

$$(C_1 = C_2 = 10\ \text{pF}) \qquad (C_1 = C_2 = 200\ \text{pF}).$$

În cazul legării în paralel, $C_P = C_1 + C_2$ și deci:

$$20\ \text{pF} \leqslant C_P \leqslant 400\ \text{pF}.$$

$$(C_1 = C_2 = 10\ \text{pF}) \qquad (C_1 = C_2 = 200\ \text{pF}).$$

479 O metodă simplă constă în scurtcircuitarea cîte unei capacități. De exemplu, scurtcircuitînd anodul și catodul (fig. 354, *a*) montînd aparatul între grilă și catod, capacitățile C_{ga} și C_{gc}

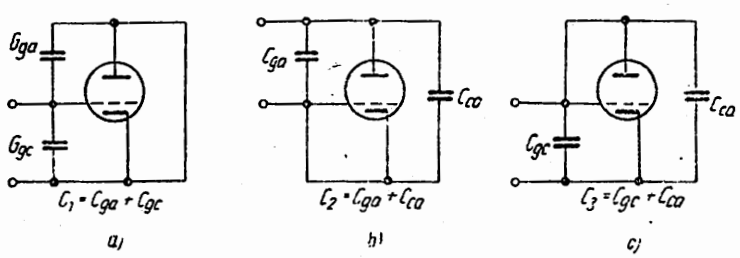


Fig. 354.

sînt legate în paralel. Aparatul măsoară deci capacitatea:

$$C_1 = C_{ga} + C_{gc}.$$

În mod analog (fig. 354, *b* și 354, *c*), se măsoară

$$C_2 = C_{ga} + C_{ca} \text{ și } C_3 = C_{gc} + C_{ca}.$$

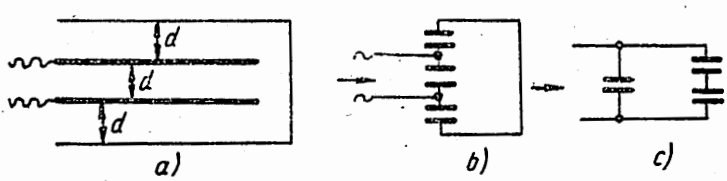


Fig. 355.

Rezolvînd sistemul de ecuații, se obține:

$$C_{ca} = \frac{1}{2}(C_2 + C_3 - C_1),\ C_{ga} = \frac{1}{2}(C_1 + C_2 - C_3),\ C_{gc} = \frac{1}{2}(C_1 + C_3 - C_2).$$

480 Conform figurii 355, capacitatea echivalentă va fi $\frac{3}{2}C$, capacitatea crescînd de 1,5 ori.

481 Dacă pentru schema *a*, C' este capacitatea echivalentă condensatoarelor C_1, C_2, C_3:

$$C' = \frac{C_1C_2C_3}{C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3},$$

capacitatea bateriei va fi:

$$C_a = C' + C_4 = \frac{C_1C_2C_3 + C_1C_2C_4 + C_1C_3C_4 + C_2C_3C_4}{C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3}.$$

Pentru schema *b*:

$$C_b = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3C_4}{C_3 + C_4} = \frac{C_1C_2C_3 + C_1C_2C_4 + C_1C_3C_4 + C_2C_3C_4}{C_1C_3 + C_1C_4 + C_2C_3 + C_2C_4}.$$

Prin identificare se obține:

$$C_4 = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}.$$

482 *a*) La poziția inițială a contactului în A, condensatorul superior este încărcat până la tensiunea E și diferența de potențial între K și placa inferioară a condensatorului inferior este egală cu zero. Această diferență de potențial nu se schimbă la mutarea contactului în B. Se înțelege că și la următoarele mutări tensiunea dintre armăturile condensatorului inferior va fi egală cu zero.

b) Dacă poziția inițială a contactului este în B, ambele condensatoare sînt încărcate până la tensiunea $\frac{E}{2}$, iar sarcina fiecăruia este $\frac{CE}{2}$. Schimbarea contactului în A duce la creșterea tensiunii între armăturile condensatorului superior până la valoarea E, iar sarcina sa va fi egală cu CE. La o nouă atingere a contactului mobil cu clema B, apare o redistribuție a sarcinii pe armături. Pe armăturile condensatorului inferior va exista sarcina q_1, iar pe ale celui superior q_2. Conform legii conservării sarcinii electrice:

$$q_1 - q_2 = \frac{CE}{2} - CE,$$

tensiunea totală din sistemul de condensare fiind egală tot cu E:

$$\frac{q_1}{C} + \frac{q_2}{C} = E.$$

Rezultă:

$$q_1 = \frac{CE}{4}, \quad q_2 = \frac{3CE}{4}.$$

Prin urmare, între armăturile condensatorului inferior tensiunea va fi $\frac{E}{4}$, iar între ale celui superior $\frac{3E}{4}$.

În mod analog rezultă că după a treia atingere, tensiunea între armăturile condensatorului inferior devine $\frac{E}{8}$, după a patra $\frac{E}{16}$, iar după a $n-a$, $\frac{E}{2^n}$.

În final, condensatorul inferior se descarcă, iar cel superior se încarcă până la tensiunea E.

483 Condensatoarele C_1 și C_2 se încarcă așa cum este arătat în schemă (fig. 356). Condensatorul C_3, însă, se poate încărca în două feluri, funcție de valorile capacităților și t.e.m. din montaj. Presupunem că se încarcă așa cum este indicat în schemă. Prima lege a lui Kirchhoff justifică faptul că la noduri nu există acumulări sau disipări de sarcini electrice; se poate adopta această lege și în cazul rețelelor cu condensatoare, în sensul că, în jurul unui nod al rețelei, sarcina totală apărută prin influență trebuie să fie nulă:

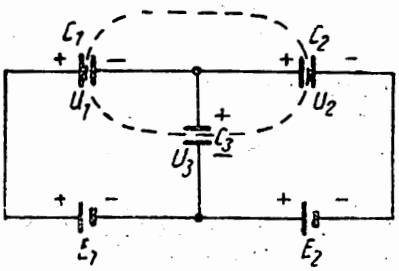


Fig. 356.

$$-C_1U_1+C_2U_2+C_3U_3=0.$$

Conform legii a doua se pot scrie relațiile:

$$U_1+U_3=E_1, \qquad U_1+U_2=E_1+E_2.$$

Rezolvînd sistemul, se obține:

$$U_1=\frac{C_3E_1+C_2(E_1+E_2)}{C_1+C_2+C_3},$$

$$U_2=\frac{C_3E_2+C_1(E_1+E_2)}{C_1+C_2+C_3},$$

$$U_3=\frac{C_1E_1-C_2E_2}{C_1+C_2+C_3}.$$

Condensatorul C_3 se încarcă la fel ca în schemă, dacă $C_1E_1>C_2E_2$ și, invers, dacă $C_1E_1<C_2E_2$. Nu este exclus însă cazul $C_1E_1=C_2E_2$ și $U_3=0$, $Q_3=0$.

Sarcina electrică de pe armăturile fiecărui condensator se poate afla acum ușor din expresiile $Q_i=C_iU_i$.

484 1° $Q=CV=2\pi\varepsilon D\cdot V\approx 83{,}5$ pC, cu D diametrul bilei.

2° Intensitatea cîmpului electric dintre plăci va fi $E=\frac{U}{d}$ și asupra bilei va acționa o forță electrică $F=EQ$.

Unghiul de deviație față de verticală va fi:

$$\alpha=\operatorname{arc\,tg}\frac{F}{G}=\operatorname{arc\,tg}\frac{6UQ}{\pi\rho gdD^3}\approx 4°.$$

3° *a*) Introducînd lichidul dielectric capacitatea crește de ε_r ori și deci și cantitatea de electricitate pe plăci, tensiunea electrică rămînînd constantă; interacția avînd loc însă în dielectric, acesta micșorează forța electrică de ε_r ori și ca urmare forța $\vec{F}$ păstrează vechea valoare. Luînd în considerație și forța arhimedică, rezultă:

$$\alpha'=\operatorname{arc\,tg}\frac{F}{G-F_A}=\operatorname{arc\,tg}\frac{6UQ}{\pi gdD^3(\rho-\rho_l)}\approx 6°.$$

b) În al doilea caz, Q=constant, iar tensiunea scade de ε_r ori:

$$\alpha''=\operatorname{arc\,tg}\frac{6UQ}{\pi\varepsilon_r gdD^3(\rho-\rho_l)}\approx 2°30'.$$

485 Capacitatea unui condensator plan cu dielectric aer are expresia:

$$C_a=\frac{\varepsilon_0 S}{d_a}.$$

Dacă se înlocuieşte aerul cu cuarţ, iar capacitatea vrem să rămînă neschimbată, se va mări distanţa dintre armături la d_c:

$$C_c = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d_c} \qquad \text{şi} \qquad d_c = \varepsilon_r d_a.$$

Prin urmare, stratul de aer de grosime 0,05 mm poate fi înlocuit cu un strat de cuarţ de grosime 4,5·0,05 mm=0,0225 cm. Lama de cuarţ echivalentă ar avea grosimea d_e=0,4+2·0,0225= =0,445 cm, iar capacitatea condensatorului valoarea:

$$C = \frac{\varepsilon_r S}{d_e} \approx 10{,}7 \text{ pF}.$$

Dacă plăcile condensatorului se lipesc de placa de cuarţ, rezultă C'=12 pF.

486 Se ştie că o lamă de sticlă de grosime D este echivalentă cu o lamă de aer de grosime $\frac{D}{\varepsilon_s}$. Capacitatea fiind invers proporţională cu distanţa dintre armături, rezultă:

$$\frac{C_1}{C} = \frac{d}{d' - e + \frac{e}{\varepsilon_s}} \qquad \text{şi} \qquad C_1 = 546 \text{ pF}.$$

Pentru mică:

$$C_2 = C \frac{d}{\frac{e'}{\varepsilon_m}} = 13{,}88 \text{ nF}.$$

487 Prin introducerea plăcii de porţelan (fig. 357, *a*), capacitatea condensatorului creşte şi tensiunea

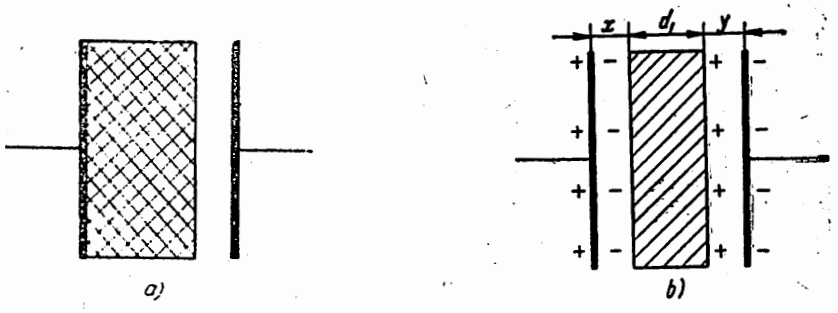


Fig. 357.

dintre armături scade, deoarece pe armături Q=constant. Capacitatea echivalentă celor două condensatoare legate în serie, cu porţelan, respectiv aer, va fi:

$$C' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}}.$$

Dar, $d_1 = d_2 = \frac{d}{2}$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_p \varepsilon_0$ şi $\varepsilon_2 = \varepsilon_0$. Prin urmare:

$$C' = \frac{2\varepsilon_0 S}{d\left(\frac{1}{\varepsilon_p} + 1\right)}.$$

Şi cum :

$$\frac{C}{C'} = \frac{U'}{U}, \quad \text{iar} \quad C = \frac{\varepsilon_0 S}{d},$$

rezultă :

$$\varepsilon_p = \frac{U}{2U' - U} = 6.$$

Observaţie. Problema a fost rezolvată considerînd că placa de porţelan este lipită de una din feţele condensatorului. Dacă placa ocupă poziţia din figura 357, *b*, capacitatea echivalentă celor două condensatoare cu aer, legate în serie, va fi :

$$C_2' = \frac{C_x C_y}{C_x + C_y} = \frac{\frac{\varepsilon_2 S}{x} \cdot \frac{\varepsilon_2 S}{y}}{\frac{\varepsilon_2 S}{x} + \frac{\varepsilon_2 S}{y}} = \frac{\varepsilon_2 S}{x + y} = \frac{\varepsilon_2 S}{d_2},$$

identică cu C_2. Capacitatea sistemului nu depinde deci de poziţia plăcii de porţelan.

488 Foaia de tablă introdusă se încarcă prin influenţă pe una din feţe plus şi pe cealaltă minus, formîndu-se două condensatoare legate în serie, cu distanţele între armături $\frac{d-e}{2}$ (fig. 358). Înainte şi după introducerea foii, capacitatea sistemului este :

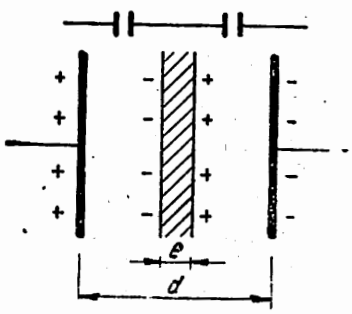


Fig. 358.

$$C = \frac{\varepsilon S}{d}, \text{ respectiv } C' = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon S}{\frac{d-e}{2}}.$$

Deci :

$$C' = \frac{d}{d-e} C = 11{,}1 \text{ pF}.$$

489 1° Dacă sarcina electrică q este concentrată într-un punct, intensitatea cîmpului electric se calculează după expresia :

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}.$$

În ipoteza că aceeaşi sarcină electrică q ar fi uniform distribuită pe o suprafaţă plană S, deci cu densitatea superficială $\sigma = \frac{q}{S}$, intensitatea cîmpului electric în imediata vecinătate va fi dată de expresia :

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon}.$$

Forţa exercitată de o armătură asupra celeilalte va fi deci:

$$F = Eq = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon},$$

iar

$$\sigma = \sqrt{\frac{2\varepsilon F}{S}} \approx 4{,}1 \frac{\mu C}{m^2}.$$

2° Intensitatea cîmpului electric între armături va fi $\frac{\sigma}{\varepsilon}$. Şi cum $E = \frac{U}{d}$, se obţine:

$$U = d\sqrt{\frac{2F}{\varepsilon S}} = 471 \text{ V}.$$

3° Tensiunea medie la încărcarea condensatorului cu sarcina q fiind $\frac{U}{2}$, energia electrică înmagazinată va fi:

$$W = \frac{1}{2} qU = \frac{1}{2} CU^2 = Fd,$$

iar $Q = W = 1$ mJ.

490 1° Considerînd balonul de săpun sferic, se poate scrie:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon R}.$$

Întrucît sarcina balonului nu se schimbă, iar raza devine de două ori mai mare, energia se va micşora de două ori.

2° Balonul electrizat se umflă mai uşor, deoarece sarcinile electrice se resping reciproc şi contribuie la mărirea suprafeţei.

491 Deoarece întrerupătorul K nu este legat cu armăturile exterioare ale condensatoarelor sistemului, prin închiderea lui, sarcina totală a sistemului (sarcina armăturilor externe) nu se poate schimba. Totuşi, în interiorul schemei poate avea loc o nouă repartizare a sarcinii electrice, ceea ce duce numai la micşorarea energiei sistemului.

Întrucît $W = \frac{Q^2}{2C}$, unde Q este sarcina totală, iar C capacitatea întregului sistem, aceasta din urmă poate numai să crească (dacă are loc redistribuirea sarcinii în interiorul schemei) sau să rămînă neschimbată (dacă prin închiderea întrerupătorului K nu se produce redistribuirea sarcinilor).

492 Se porneşte de la expresia energiei electrice $\frac{1}{2} CV^2$ şi se scrie legea conservării energiei:

$$2\pi\varepsilon r_1 V_1^2 + 2\pi\varepsilon r_2 V_2^2 = 2\pi\varepsilon(r_1 + r_2)V^2 + W,$$

cu $C = 4\pi\varepsilon r$ capacitatea sferei, V potenţialul comun după unire şi W cantitatea de energie disipată în conductor prin efect Joule în perioada de tranzit a electronilor, pînă la echilibrul electrostatic. În afară de aceasta, se poate utiliza şi legea conservării sarcinii electrice, din care rezultă:

$$r_1 V_1 + r_2 V_2 = (r_1 + r_2)V$$

şi se obţine:

$$W = 2\pi\varepsilon \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} (V_1 - V_2)^2.$$

493 Energia fiecărui condensator încărcat este:

$$W = \frac{1}{2} CU^2.$$

Prin introducerea condensatorului încărcat în petrol (după ce în prealabil a fost deconectat de la sursă), sarcina sa nu se schimbă, dar capacitatea crește de ε_r ori, energia devenind:

$$W' = \frac{1}{2\varepsilon_r} CU^2.$$

Energia totală a condensatoarelor până la legarea lor va fi deci:

$$W_0 = CU^2 \frac{\varepsilon_r + 1}{2\varepsilon_r}.$$

Prin legarea în prealabil a condensatoarelor are loc un transfer de sarcini datorită diferenței de potențial dintre armături, dar sarcina totală nu se modifică:

$$W_f = \frac{(2q)^2}{2(C + \varepsilon_r C)} = CU^2 \frac{2}{\varepsilon_r + 1}.$$

Energia electrică pierdută este, prin urmare:

$$\Delta W = W_0 - W_f = \frac{1}{2} CU^2 \frac{(\varepsilon_r - 1)^2}{\varepsilon_r(\varepsilon_r + 1)} = 60\ \mu J.$$

Această energie electrică se transformă în căldură, în firele prin care se face conectarea.

494. 1° Până la străpungere, capacitatea bateriei este $C_0 = \frac{C}{n}$, iar energia înmagazinată:

$$W_0 = \frac{1}{2} C_0 U^2 = \frac{CU^2}{2n}.$$

După străpungere, capacitatea bateriei și energia înmagazinată devin:

$$C' = \frac{C}{n-1}, \qquad W = \frac{CU^2}{2(n-1)}.$$

Variația energiei sistemului va fi:

$$\Delta W = W - W_0 = \frac{CU^2}{2n(n-1)} > 0.$$

Deci, energia sistemului crește.

2° Energia suplimentară debitată de sursă este:

$$W_S = U \cdot \Delta q = U(C'U - C_0 U) = \frac{CU^2}{n(n-1)}$$

și se cheltuie în parte prin efect Joule:

$$W_J = W_S - \Delta W = \frac{CU^2}{2n(n-1)}.$$

Se poate trage concluzia că randamentul încărcării unui condensator sau a unei baterii de condensatoare, de la o sursă cu tensiunea constantă, este întotdeauna 50%.

495 Din expresiile energiei:

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q^2 d}{\varepsilon S} = \frac{\varepsilon S U^2}{2d},$$

rezultă: dacă se lucrează cu condensatorul deconectat de la sursă (Q = constant), energia va crește prin mărirea distanței, iar dacă se lucrează cu condensatorul conectat la sursă (U = constant), energia scade prin mărirea distanței.

496 1° Diferența de potențial între armăturile condensatorului rămîne constantă și egală cu U. Capacitatea condensatorului scade de ε_r ori, iar energia $W = \frac{1}{2} CU^2$ tot de ε_r ori. Pentru conservarea energiei trebuie readusă capacitatea la valoarea inițială, apropiind armăturile cu distanța x:

$$\frac{\varepsilon S}{d} = \frac{\varepsilon S}{d-x} \quad \text{și} \quad x = d\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) = 3{,}4 \text{ cm}.$$

2° Sarcina de pe armăturile condensatorului rămîne constantă, iar energia condensatorului $W = \frac{Q^2}{2C}$ crește de ε_r ori. Soluția va fi aceeași ca în cazul precedent.

497 1° $E = \frac{U}{d} = 4 \cdot 10^5 \frac{V}{m}$.

2° $C_{aer} = \frac{\varepsilon_{aer} S_{aer}}{d} = 35{,}4$ pF, $C_{apă} = \frac{\varepsilon_{apă} S_{apă}}{d} = 2{,}82$ nF, $C = C_{aer} + C_{apă} = 2855{,}4$ pF.

3° $Q = Q_{aer} + Q_{apă} = U(C_{aer} + C_{apă}) = 5{,}7$ μC.

4° $I_{med} = \frac{I_0}{2} = \frac{U}{2R} = 10$ A.

5° $t = \frac{Q}{I_{med}} = 5{,}7 \cdot 10^{-7}$ s.

6° $W = RI^2_{m.u} = \frac{U^2 t}{4R} = \frac{1}{2} QU = 5{,}7 \cdot 10^{-3}$ J.

Energia disipată prin efect Joule este evident egală cu energia înmagazinată inițial de condensator.

498 1° $Q = CU = \frac{\varepsilon SU}{d} = 2{,}65$ nC.

2° $F = Q \frac{E}{2} \approx 40$ μN.

3° Se lucrează la Q = constant și deci:

$$C'U' = CU, \quad U' = \frac{d'}{d} U = 3 \text{ kV},$$

$$L = F(d' - d) = W' - W = 36 \text{ nJ},$$

lucrul mecanic fiind egal cu variația energiei condensatorului.

4° $L' = \frac{\varepsilon SU^2}{2}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d'}\right) = 360$ nJ,

iar cantitatea de electricitate scade la valoarea:

$$Q' = Q \frac{C'}{C} = Q \frac{d}{d'} = 26{,}5 \text{ μC}.$$

5° Se lucrează din nou la Q = constant. Capacitatea va crește de $\varepsilon_r = 5$ ori, iar diferența de potențial dintre armături scade de 5 ori, ca și forța de atracție.

6° Q crește de 5 ori, ca și forța de atracție.

499 $$I = \frac{q}{t} = \frac{\frac{Q}{N}}{\frac{T}{}} = \frac{CU}{NT} = \frac{nCU}{N} = 6{,}25\ \mu A.$$

$$P = UI = 15{,}6\ mW.$$

500 Curentul continuu din primul circuit are intensitatea

$$I_1 = \frac{E}{R}.$$

Curentul din al doilea circuit, curent întrerupt periodic, are intensitatea $I_2 = nCE$. Cînd acul galvanometrului rămîne la zero, $I_1 = I_2$. Deci:

$$RC = \frac{1}{n}.$$

501 Intensitatea curentului de descărcare $I = nCE$ este proporțională cu deviația α a galvanometrului, atîta timp cît perioada de oscilație a lamei este foarte mică față de perioada de oscilație a acului galvanometrului. Prin urmare:

$$I = nCE = K\alpha.$$

Dar:

$$E = I'R = K\alpha' R$$

și deci:

$$C = \frac{\alpha}{\alpha'} \frac{1}{nR} = 78\ \mu F.$$

502 Cînd placa dielectrică este complet introdusă, pe armături există o cantitate de electricitate:

$$Q_1 = C_1 U = \frac{\varepsilon \pi R^2}{2d} U = 150\ nC,$$

iar cînd placa este complet scoasă, $Q_2 = \frac{Q_1}{\varepsilon_r} = 25\ nC$.

Curentul din circuit va avea intensitatea:

$$I = \frac{2(Q_1 - Q_2)}{T} = 0{,}5\ \mu A.$$

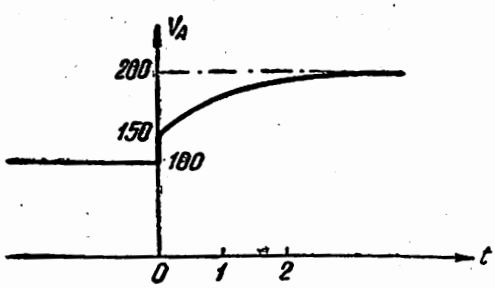


Fig. 359.

503 Atîta timp cît curentul circulă prin $BAKO$, potențialul punctului A este de 100 V (față de O), iar condensatorul se menține încărcat sub diferența de potențial de 100 V. După întreruperea în K, va exista o diferență între tensiunea sursei, 200 V, și a condensatorului, 100 V. În circuitul $BADO$ va apărea un curent de încărcare a condensatorului, surplusul de tensiune de 100 V repartizîndu-se în mod egal și instantaneu la capetele celor două rezistoare BA și DO, de rezistență R. Potențialul punctului A crește deci brusc a $+150$ V și ulterior lent (exponențial) pînă la $+200$ V (fig. 359).

504 În circuitul principal:

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2}.$$

iar tensiunea între armăturile condensatorului va fi egală cu tensiunea la bornele rezistorului de rezistență R_2:

$$U_2 = IR_2 = E\frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

Rezistorul de rezistență R_3 nu influențează tensiunea U_2, ci numai asupra timpului necesar încărcării condensatorului. Acest timp crește odată cu R_3.

505 1° Tensiunea între plăcile fiecărui condensator este egală cu tensiunea la bornele rezistorului legat în paralel cu condensatorul:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}, \quad U_1 + U_2 = U$$

și

$$U_1 = U\frac{R_1}{R_1 + R_2}, \quad U_2 = U\frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

2° Condensatoarele sînt legate în serie, deci:

$$U_1 + U_2 = U, \qquad C_1U_1 = C_2U_2$$

și

$$U_1 = U\frac{C_2}{C_1 + C_2}, \quad U_2 = U\frac{C_1}{C_1 + C_2}.$$

3° În acest caz, rezistorul R_2 scurtcircuitează condensatorul C_2. Din această cauză, tensiunea între armăturile lui este diferită de zero numai în timpul necesar încărcării condensatorului C_1. La sfîrșitul încărcării, $U_1 = U$ și $U_2 = 0$.

4° Pentru condensatoare acest caz nu diferă de cazul 2°.

506 $$\frac{U}{I} = \rho\frac{l}{S}, \qquad d = 2\sqrt{\frac{\rho lI}{\pi U}} = 0{,}5 \text{ mm}.$$

507 La 0°C, $R = R_1 + R_2$. La o temperatură oarecare t se pot scrie două relații:

$$R' = R_1' + R_2' = R_1(1 + \alpha_1 t) + R_2(1 + \alpha_2 t),$$

$$R' = R(1 + \alpha t) = (R_1 + R_2)(1 + \alpha t).$$

Prin identificare rezultă:

$$\alpha \quad \frac{R_1\alpha_1 + R_2\alpha_2}{R_1 + R_2} = 0{,}00432 \text{ grd}^{-1}.$$

508 Este posibilă o soluție, întrucît cărbunele prezintă un coeficient negativ de variație a rezistenței cu temperatura. Se vor nota rezistențele corespunzătoare cărbunelui și barei de fier, la 0°C, cu R_1 și R_2, iar la temperatura t cu R_1' și R_2'. Rezultă:

$$R_1' = R_1(1 + \alpha_1 t) = \rho_1\frac{l_1}{S}(1 + \alpha_1 t)$$

$$R_2' = \rho_2\frac{l_2}{S}(1 + \alpha_2 t).$$

Și cum $R_1 + R_2 = R_1' + R_2'$ se obține:

$$\frac{l_1}{l_2} = -\frac{\rho_2\alpha_2}{\rho_1\alpha_1}.$$

509 1° $P = UI = Fv$ și $I = \frac{Fv}{U} = 43{,}9$ A.

2° $W = UIt = 10{,}975$ kWh.

3° $\mathcal{C} = pW \approx 3{,}3$ lei.

510 Circuitul este deschis și deci $U = E$.

511 Intensitatea curentului în circuit este $I = \frac{NE}{Nr}$.

Diferența de potențial între capetele A și B, considerînd aceste puncte drept capetele circuitului exterior pentru n elemente legate în serie, este:

$$U = nE - Inr = 0.$$

Deci și voltmetrul legat între aceste puncte va indica zero (dacă are rezistența internă foarte mare).

512 Semnificația diferenței de potențial căutată depinde de sensul curentului ce trece prin acumulator. Dacă acumulatorul este în regim de încărcare, atunci tensiunea la bornele sale se determină cu ajutorul formulei:

$$U = E + rI = 13 \text{ V}.$$

Dacă acumulatorul funcționează în regim de descărcare, tensiunea la borne se poate determina din relația:

$$U = E - rI = 7 \text{ V}.$$

513 1° $r = R\left(\frac{E}{U} - 1\right) = \rho \frac{}{S}\left(\frac{E}{U} - 1\right) = 3\ \Omega.$

2° $q = \frac{W}{U} = 500$ C.

514 $E = I_1 R = I_2(R + R') = I_3(R + R_x)$.

Rezultă:

$$R_x = 3\ \Omega, \qquad E = 2 \text{ V}.$$

515 Curentul în circuit se determină din expresia:

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + r}.$$

Tensiunea indicată de voltmetrele V, V_1 și V_2 va fi:

$$U = E - Ir, \qquad U_1 = IR_1, \qquad U_2 = IR_2.$$

Se observă că prin micșorarea rezistenței R_2 (adică prin mărirea curentului I), U scade, U_1 crește și întrucît $U = U_1 + U_2$, rezultă că U_2 trebuie să scadă destul de repede pentru a corespunde micșorării lui U, pe măsura creșterii lui U_1.

516 Tensiunea nominală a becurilor este de 19,2 V. Două becuri în serie necesită o tensiune de 38,4 V cu un curent de 0,6 A, curent ce produce în interiorul bateriei (cu elementele legate în serie) o cădere de potențial $U_0 = nri = 3$ V; tensiunea la bornele ei fiind $U = nE - U_0 = 37{,}2 \text{ V} < 38{,}4$ V, se poate trage concluzia că cele x becuri pot fi montate numai în paralel, iar elementele în serie. Curentul total debitat de cele n elemente are intensitatea:

$$I = xi = \frac{nE}{nr + \frac{R}{x}},$$

cu $i = 0{,}6$ A și $R = 32\ \Omega$. Se obține $x = 7$.

517 În primul caz:

$$I_1 = \frac{nE_1}{R + nr_1} = 1{,}57 \text{ A},$$

în al doilea caz:

$$I_2 = \frac{nE_1 + E_2}{R + nr_1 + r_2} = 1{,}55 \text{ A}.$$

Răspunsul este deci negativ.

518 În cele două cazuri:

$$I_1 = \frac{E_1 + E_2}{R + r_1 + r_2}, \qquad I_2 = \frac{E_1}{R + r_1}.$$

Din condițiile problemei, $I_1 < I_2$, deci:

$$\frac{E_1 + E_2}{R + r_1 + r_2} < \frac{E_1}{R + r_1}$$

și

$$\frac{r_2}{E_2} > \frac{R + r_1}{E_1}.$$

519 În primul caz:

$$U_0 = R \frac{E}{R + r}.$$

În al doilea caz:

$$U' = (1 + k)\ U_0 = nR \frac{E}{nR + r}.$$

Se obține:

$$E = \frac{U_0(1 + k)\ (n - 1)}{n - k - 1} = 4 \text{ V}.$$

520 Fie r_1 și r_2 rezistențele interne ale pilelor și R_g rezistența galvanometrului (cu șunt). Se pot scrie relațiile:

$$I_1 = k\varphi_1 = \frac{E_1}{R_1 + r_1 + R_g} = \frac{E_2}{R_1' + r_2 + R_g},$$

$$I_2 = k\varphi_2 = \frac{E_1}{R_2 + r_1 + R_g} = \frac{E_2}{R_2' + r_2 + R_g}.$$

Sau, prin inversarea rapoartelor:

$$\frac{R_1}{E_1} + \frac{r_1 + R_g}{E_1} = \frac{R_1'}{E_2} + \frac{r_2 + R_g}{E_2},$$

$$\frac{R_2}{E_1} + \frac{r_1 + R_g}{E_1} = \frac{R_2'}{E_2} + \frac{r_2 + R_g}{E_2}$$

și, prin scădere, termen cu termen:

$$\frac{R_2 - R_1}{E_1} = \frac{R_2' - R_1'}{E_2}, \qquad \frac{E_2}{E_1} = 1{,}9.$$

521

$$I = K\varphi = \frac{nE}{R + nr}, \qquad I' = K\varphi' = \frac{nE}{R' + nr}$$

și deci

$$K = \frac{nE}{R' - R}\left(\frac{1}{\varphi'} - \frac{1}{\varphi}\right) = 0{,}003 \frac{\text{A}}{\text{diviziune}}.$$

322 Din legea a doua a lui Kirchhoff:

$$E = I_{ABM}(r + R_{BM}) + I_{MCD}(R_{MC} + R),$$

rezultă $R_{BM} = 40\ \Omega$. Locul accidentului este deci la mijlocul liniei.
De asemenea, datorită faptului că ramurile MF și MD sînt în paralel, se poate scrie relația:

$$x(I_{ABM} - I_{MCD}) = (R_{MC} + R)I_{MCD},$$

din care se obține $x = 5\ \Omega$.

323 Rezistența totală a cablului de lungime l și rezistență pe unitatea de lungime r este $R_c = lr$. Pentru cele două măsurători (fig. 360):

$$xr + R = R_1$$

$$xr + \frac{R \cdot (l-x)r}{R + (l-x)r} = R_2.$$

Rezultă:

$$x = \frac{R_2 - \sqrt{(R_1 - R_2)(R_c - R_2)}}{r} = 32{,}67\ \text{km}.$$

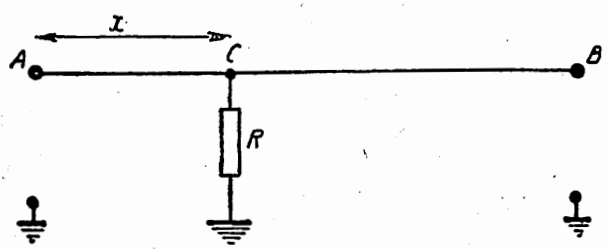


Fig. 360.

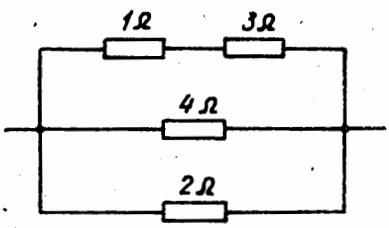


Fig. 361.

324 Pentru ca rezistența totală a circuitului să fie egală cu 1 Ω, rezistoarele ar trebui să fie legate ca în figura 361. Căderea de potențial pe fiecare ramură este egală cu 12 V [3A·(3 Ω + 1 Ω)], iar puterea electrică consumată în rezistorul cu rezistența de 2 Ω va fi 72 W.

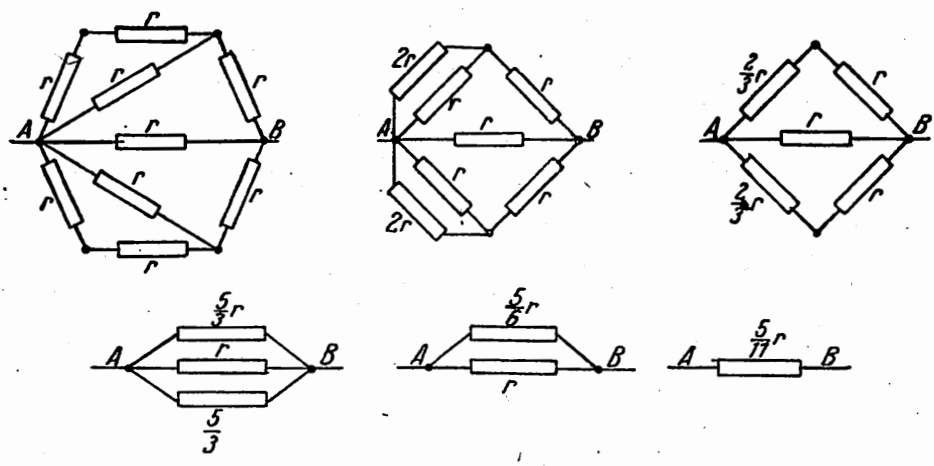


Fig. 362.

325 Rezolvarea este prezentată prin schemele echivalente din figura 362.

326 Rezistoarele în contact cu placa se pot uni într-un singur punct central D și schema electrică ia forma echivalentă din figura 363, *a*. Rețeaua astfel formată este simetrică față de axa AG și

este suficientă analizarea unei jumătăți (fig. 363, *b*). Punctele D se află la același potențial și se obține schema simplă din figura 363, *c*: între B și C, ca și între B și D, sînt R ohmi, iar între C și D sînt $\frac{R}{2}$ ohmi. Între A și D rezistența echivalentă va fi deci:

$$R_{AB} + \frac{R_{BCD} \cdot R_{BD}}{R_{BCD} + R_{BD}} = \frac{8}{5} R,$$

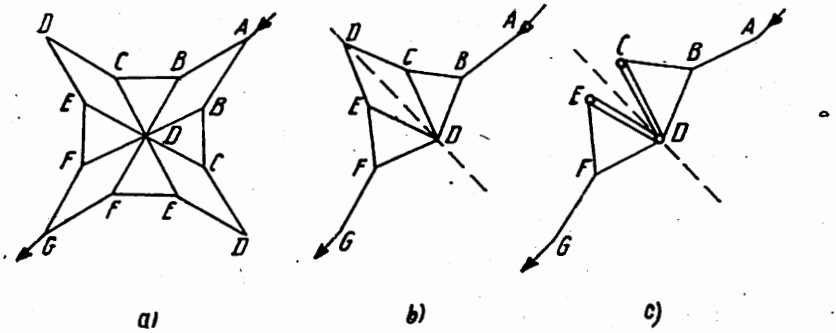


Fig. 363.

iar între A și G, pentru figura 363, *c*, $\frac{16}{5} R$. Rezistența echivalentă între A și G, pentru întreaga rețea (fig. 363, *a*), va fi deci $\frac{8}{5} R = 1{,}6\ R$.

527 În toate cazurile, electronii se mișcă de-a lungul razelor cercurilor de bază, spre periferia cercului și apoi de-a lungul generatoarelor cilindrului și ajung în centrul cercului opus (fig. 364, *a*).

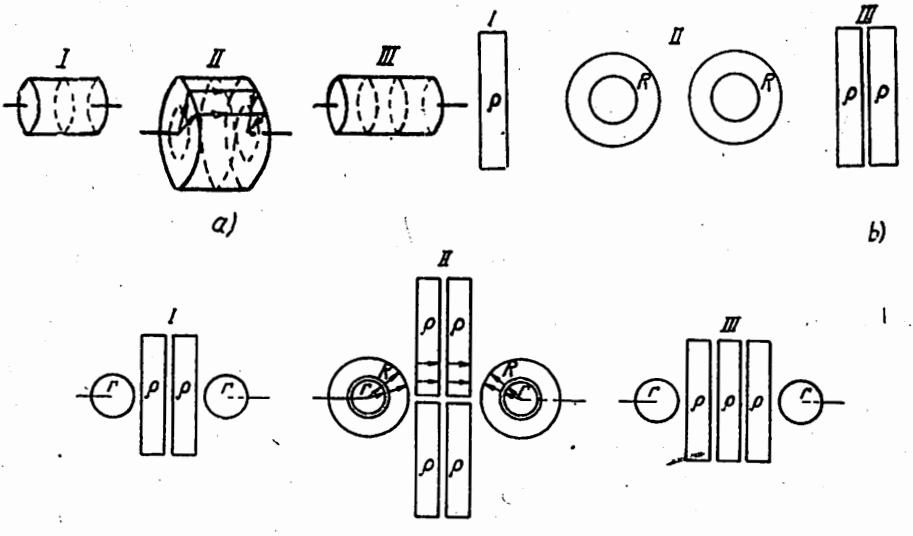


Fig. 364.

Se vor descompune suprafețele celor trei cilindri în părți componente (fig. 364, *b*). Cilindrul I se compune din două suprafețe circulare și din două dreptunghiuri cu rezistențele ρ (laturile mai scurte, 2,5 cm, sînt paralele cu generatoarele, iar laturile mai lungi, perpendiculare pe generatoare și cu lungimea cît a cercului de bază, $2\pi r$). La cilindrul II curenții străbat la început o

porțiune circulară din aria cercului de bază, egală cu aria bazei cilindrului I ($r = 2{,}5$ cm), și apoi o coroană circulară cu lățimea de 2,5 cm ; trec după aceea prin suprafața laterală a cilindrului, echivalentă cu patru dreptunghiuri de rezistență ρ (cîte două cap la cap, deoarece circumferința cilindrului II este dublă în comparație cu a cilindrului I, și tot două în serie, întrucît înălțimile celor doi cilindri sînt identice) : circuitul se termină cu o configurație identică cu a primei baze. Cilindrul III are o schemă echivalentă cu a cilindrului I dar cu trei dreptunghiuri în serie, datorită unei înălțimi corespunzător mai mari (7,5 cm în loc de 5 cm).

Este ușor de observat că cilindrul III prezintă o rezistență mai mare decît cilindrul I. Pentru a stabili ordinea valorii rezistențelor, vom extrage din schemele echivalente elementele comune. Se obține astfel figura 364, *c* (cilindrul II prezintă cîte două rezistențe în paralel și rezistența echivalentă celor patru rezistențe este ρ).

Latura mai lungă a dreptunghiului este egală cu lungimea cercului interior coroanei. Și cum coroana are în exterior o lungime mai mare, secțiunea de trecere a curentului se mărește ; rezistența prezentată de coroană este deci mai mică decît a unui dreptunghi (aceeași lățime cu a dreptunghiului, dar o secțiune mărită). Cilindrul II prezintă ca atare o rezistență inferioară cilindrului III, dar superioară cilindrului I.

528 Se va pune condiția ca, pentru cele două montaje, în Δ și Y, rezistențele echivalente între punctele AB, AC, BC să fie corespunzător egale :

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_1+r_2} = \frac{1}{R_1+R_2}$$

sau

$$\frac{r_3(r_1+r_2)}{r_1+r_2+r_3} = R_1+R_2$$

și, de asemenea :

$$\frac{r_1(r_2+r_3)}{r_1+r_2+r_3} = R_1+R_3, \qquad \frac{r_2(r_1+r_3)}{r_1+r_2+r_3} = R_2+R_3.$$

Rezolvînd sistemul, se obțin soluțiile :

$$R_1 = \frac{r_1r_3}{r_1+r_2+r_3}, \qquad R_2 = \frac{r_2r_3}{r_1+r_2+r_3}, \qquad R_3 = \frac{r_1r_2}{r_1+r_2+r_3}$$

și

$$G_1 = g_1+g_3+\frac{g_1g_3}{g_2}, \qquad G_2 = g_2+g_3+\frac{g_2g_3}{g_1}, \qquad G_3 = g_1+g_2+\frac{g_1g_2}{g_3}.$$

529 Fie rezistorul echivalent R străbătut de un curent de intensitate I astfel încît:

$$V_A - V_B = U ; \qquad V_C > V_D.$$

Rezultă sistemul de ecuații :

$$U = IR,$$

$$U = I_1R_1 + I_2R_2 = I_1R_1 + (I-I_1)R_2,$$

$$U = 2I_1R_1 + I_3R_3 = 2I_1R_1 + (2I_1-I)R_3.$$

Din ecuația a III-a:

$$I_1 = \frac{U+IR_3}{2(R_1+R_3)}$$

apoi din a II-a:

$$I = \frac{U(R_1 + R_2 + 2R_3)}{R_1R_3 + 2R_1R_2 + R_2R_3}$$

și deci:

$$R = \frac{R_1R_3 + 2R_1R_2 + R_2R_3}{R_1 + R_2 + 2R_3} = 13{,}75\ \Omega.$$

La același rezultat se poate ajunge și prin transfigurarea din triunghi în stea.

530 1° Dreptunghiul se comportă ca două rezistoare egale, de lungime $a + b$ fiecare, legate în paralel. Se obține astfel:

$$I = \frac{E}{R + r} \approx 0{,}36\ \text{A}.$$

2° Circuitul conține trei rezistoare legate în paralel, două de lungime $a + b$ fiecare, celălalt de lungime $\sqrt{a^2 + b^2}$:

$$I' = \frac{E}{R' + r} = 0{,}49\ \text{A}.$$

Fie i intensitatea curentului ce trece prin ramurile DAB și DCB iar i' intensitatea curentului ce trece prin diagonala DB. Întrucît $iR_{DAB} = i'R_{DB}$ și $I' = 2i + i'$, se obține $i = 0{,}145$ A, $i' = 0{,}2$ A.

531 Considerînd că rezistența R_1 a becului ar fi invariabilă, în primul caz tensiunea la bornele becului va fi:

$$U_1 = I_1R_1 = U\frac{R_1}{R_1 + r} \approx 117\ \text{V}, \quad \text{cu} \quad R_1 = \frac{U_1^2}{P_1}.$$

În al doilea caz:

$$U_2 = U\frac{R}{R + r} \approx 106{,}6\ \text{V}, \quad \text{cu} \quad R = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{și} \quad R_2 = \frac{U_2^2}{P_2}.$$

Tensiunea la bornele becului se micșorează deci cu 10,4 V.

532 Legile lui Kirchhoff dau (fig. 365):

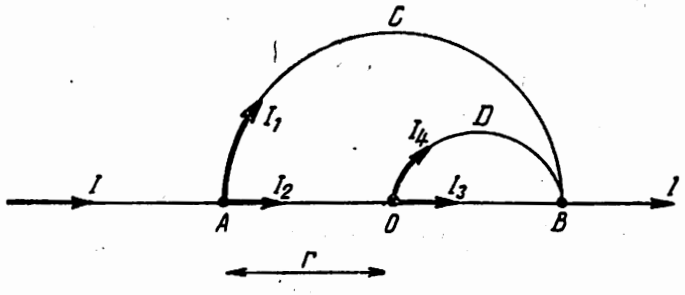


Fig. 365.

$$I = I_1 + I_2, \quad I_2 = I_3 + I_4,$$

$$\frac{I_4}{I_3} = \frac{R_{OB}}{R_{ODB}} = \frac{l_{OB}}{l_{ODB}} = \frac{2}{\pi},$$

$$I_1R_{ACB} = I_2R_{AO} + I_3R_{OB} \text{ sau } \pi I_1 = I_2 + I_3.$$

Se obține;

$$I_1 = I\frac{2(\pi+1)}{2(\pi+1)+\pi(\pi+2)} = 33{,}9 \text{ A}.$$

$$I_4 = I\frac{2\pi}{2(\pi+1)+\pi(\pi+2)} = 25{,}7 \text{ A}.$$

533 1° $R_1 = \frac{4\rho l}{\pi a_1^2} = 34\ \Omega, \quad R_2 = \frac{2\rho l}{\pi a_1^2} = 17\ \Omega.$

2° $I = \frac{E}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+r} = 1 \text{ A}.$

3° $I_1 = I\frac{R_2}{R_1+R_2} = 0{,}336 \text{ A}, \quad I_2 = I\frac{R_1}{R_1+R_2} = 0{,}664 \text{ A}.$

534 1° Tensiunea la bornele rezistoarelor va fi:

$$U = IR = \frac{nE}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+nr}\cdot\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

și deci:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = 0{,}36 \text{ A}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2} = 0{,}24 \text{ A}.$$

2° $E = I^2_1R_1t = 3{,}73$ kJ.

535 1° $I = \frac{U}{R+\frac{R_1R_2R_3}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}} = 1{,}5 \text{ A}.$

2° $I_1 = \frac{U_b}{R_1} = 0{,}6 \text{ A}, \quad I_2 = 0{,}5 \text{ A}, \quad I_3 = 0{,}4 \text{ A}.$

3° Dacă p este prețul unui kWh, costul total C va fi:

$$C = pW = pUIt = 0{,}68 \text{ lei}.$$

536 1° $r = \frac{E-U}{I} = \frac{U(E-U)}{P} = 10\ \Omega.$

2° $R = \frac{U^2}{P} = 150\ \Omega$

3° $t = \frac{Q}{I} = \frac{QU}{P} = 3\,600$ s.

4° $R' = \frac{U'}{I'} = \frac{U'r}{E-U'} = 6\ \Omega$ și $l' = l\frac{R'}{R} = 0{,}12$ m.

$\frac{W'}{W} = \frac{P'}{P} = \frac{U'I'}{P} = 4.$

537 1° $U = E - Ir = 16$ V.

2° Rezistența R_e echivalentă celor două fire legate în paralel ($R_1 = 2R_2$) este

$$R_e = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{R_1}{3}$$

Rezistența reostatului trebuie să crească cu $\frac{2}{3} R_1$ și devine:

$$R = \frac{E - I(R_1 + r)}{I} + \frac{2}{3} R_1 \approx 11{,}33\ \Omega.$$

3° $U=0$.

538 Problema se poate rezolva folosind legile lui Kirchhoff (fig. 366):

$$I = I_1 + I_2, \qquad Ir_1 + I_1 r_2 = E_1 - E_2, \qquad Ir_1 + I_2 R = E_1.$$

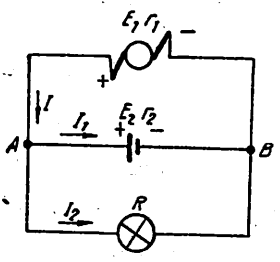


Fig. 366.

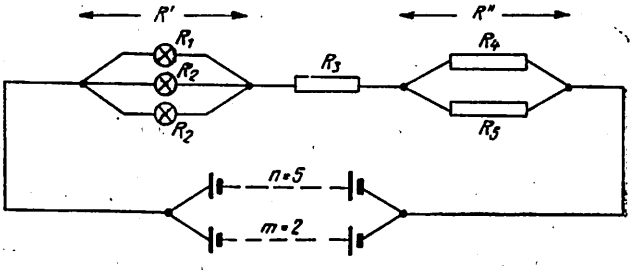


Fig. 367.

Se obține:

$$I_1 = \frac{E_1 R - E_2(r_1 + R)}{r_1 r_2 + R\ (r_1 + r_2)} = 1{,}58\ \text{A}$$

$$I_2 = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} = 3{,}65\ \text{A}.$$

Problema se poate rezolva și fără a folosi a II-a lege a lui Kirchhoff. Notînd diferența de potențial între punctele A și B cu U, se poate scrie:

$$U = I_2 R, \qquad U - E_2 = I_1 r_2, \qquad E_1 - U = I r_1.$$

Combinînd aceste ecuații, se obțin aceleași expresii pentru I_1 și I_2.

539 1° Conform figurii 367:

$$R = \frac{R_1 R_2}{2R_1 + R_2} + R_3 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = 10\ \Omega.$$

2° $U = nE - I\frac{nr}{m}$ cu $I = \frac{nE}{R + \frac{nr}{m}} = 10$ A.

Se obține $U=100$ V.

3° $I_1 = \frac{IR'}{P} = 5$ A, $I_2 = \frac{IR'}{R_2} = 2{,}5$ A.

$I_3 = I = 10$ A, $I_4 = I\frac{R''}{R_4} = 6$ A, $I_5 = I\frac{R''}{R_5} = 4$ A.

4° $Q = I^2 R'' t = 2{,}16$ MJ.

540 1° $I = \dfrac{P_b}{U_b} \approx 0{,}42$ A.

2° $R_a = \dfrac{U - nU_b}{I} = 355{,}2\ \Omega.$

3° $R_a' = \dfrac{U - U_b}{nI} = 83{,}2\ \Omega.$

4° $P = R_a'(nI)^2 = 523{,}8$ W.

541 1° Fie R_1 rezistența becului cu puterea P_1=40 W și R_2 a becului cu puterea P_2=60 W; U_1= =110 V, U_2=220 V. Intensitățile curenților în ramuri vor fi egale:

$$I_1 = I_2 = \frac{U_2}{R_1 + R_2} = \frac{U_2}{\frac{U_1^2}{P_1} + \frac{U_1^2}{P_2}} = 0{,}436 \text{ A},$$

becurile absorbind de la rețea un curent de intensitate I=0,872 A.

Puterea consumată însă de becul de 40 W va fi $P_1' = I_1^2 R_1$=57,5 W, el fiind supravoltat și deci în pericol. În schimb, $P_2' = I_2^2 R_2$=38,3 W, becul de 60 W fiind subvoltat.

2° Pentru circuitul $CABC$:

$$I_1 R_1 + U_{AB} - I_2 R_2 = 0 \text{ și } U_{AB} = U_2 \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} = -44 \text{ V}.$$

542 Inițial, punctele C și D sînt la același potențial și rezistorul conectat între aceste puncte nu este străbătut de curent. Ramurile ACB și ADB prezintă fiecare rezistența $2R$ și rezistența lor echivalentă este R. Deci:

$$I_0 = \frac{U}{2R}.$$

În a doua ipoteză (fig. 368), $V_D > V_C$ și rezistorul CD va fi străbătut de curent. Pentru nodurile A și D și ochiul ACD, rezultă:

$$I = I_1 + I_2, \qquad I_1 = I_2 + I_3,$$

$$2RI_2 = RI_1 + RI_3.$$

Se obține:

$$I_1 = \frac{3}{5} I,\ I_2 = \frac{2}{5} I,\ I_3 = \frac{1}{5} I.$$

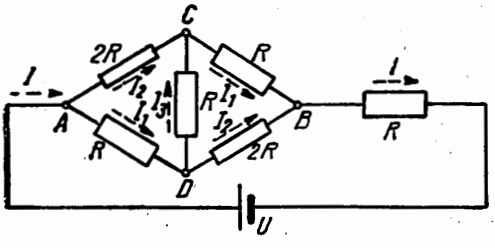


Fig. 368.

Rezistența echivalentă între A și B va fi deci:

$$R_e = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{2RI_2 + RI_1}{I} = \frac{7}{5} R$$

și

$$I = \frac{U}{R_e + R} = \frac{5U}{12R}, \quad \frac{I}{I_0} = \frac{5}{6}.$$

543 1° $I_1 = \dfrac{P_1}{U_b} \approx 0{,}36$ A, $R_1 = \dfrac{U_b}{I_1} \approx 302{,}5\ \Omega$, $I_2 = 0{,}9$ A, $R_2 = 121\ \Omega$.

2° Becul de 100 W necesită un curent mai intens decît cel de 40 W. Șuntul R se va monta deci în paralel cu becul de 40 W și va fi parcurs de curentul $I_2 - I_1$.

Rezultă $R = \dfrac{U_b}{I_2 - I_1} = 201{,}7\ \Omega.$

3° Dacă becurile sînt montate tot în serie, rezistența auxiliară montată în serie va avea valoarea:

$$R_s = \frac{U' - 2U_b}{I_2} = 33{,}33\ \Omega,$$

iar dacă becurile sînt montate în paralel:

$$R_p = \frac{U' - U_b}{I_1 + I_2} = 111{,}1\ \Omega.$$

În cazul înserierii becurilor, șuntul se păstrează. Cele două randamente vor fi:

$$\eta_1 = \frac{P_1 + P_2}{U' I_2} \approx 62\%,\ \eta_2 = \frac{P_1 + P_2}{U'(I_1 + I_2)} \approx 44\%.$$

544 1° Conform figurii 369

$$R = \frac{U_b}{I_2 - I_1} = \frac{U_b}{\frac{NP_2}{U_b} - \frac{NP_1}{U_b}} = \frac{U_b^2}{N(P_2 - P_1)} = 10\ \Omega.$$

2° Din expresia tensiunii la bornele sursei:

$$U = 2U_b = nE - I_2 \frac{nr}{m},$$

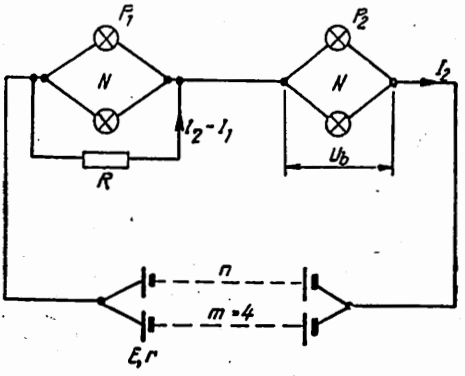


Fig. 369.

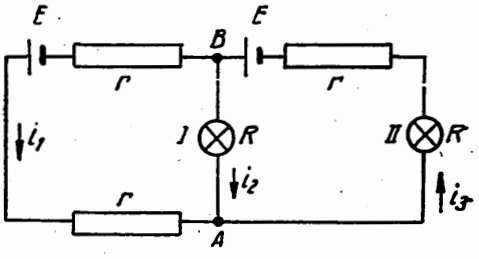


Fig. 370.

se obține:

$$n = \frac{2U_b}{E - \frac{NP_2}{U_b} \cdot \frac{r}{m}} = 40.$$

545 1° Fie $V_B > V_A$ (fig. 370). Din ecuațiile:

$$i_3 = i_1 + i_2,$$

$$i_2 R + i_3(r + R) = E.$$

$$2i_1 r - i_2 R = E,$$

rezultă:

$$i_2 = \frac{E(r - R)}{R^2 + 5rR + 2r^2}.$$

$$i_3 = \frac{2E(r + R)}{R^2 + 5rR + 2r^2}.$$

Se observă că prin creșterea rezistenței r de la zero la valoarea R, i_2 scade repede la zero. Pentru $r > R$ își va schimba sensul; crește la început puțin și apoi descrește.

2° Curentul i_3 va fi întotdeauna mai mare decît i_2 și deci becul II va lumina mai intens decît becul I.

546 Fie i, i' și I intensitățile curenților respectiv prin indus, inductor și circuitul exterior:

$$i = i' + I = U\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{R}\right) = \frac{E}{r + \dfrac{r'R}{r' + R}}.$$

După prelucrare rezultă:

$$\frac{E}{U} = 1 + \frac{r(r' + R)}{rR}.$$

547 1° Se montează primul voltmetru la bornele sursei:

$$I_1 = \frac{E}{r + R_1} \text{ și } U_1 = \frac{E}{r + R_1} \cdot R_1 = \frac{E}{\dfrac{r}{R_1} + 1}.$$

2° Se montează apoi al doilea voltmetru:

$$U_2 = \frac{E}{\dfrac{r}{R_2} + 1}.$$

3° Se cuplează cele două voltmetre în paralel. Sursa va debita curentul:

$$I_3 = \frac{E}{r + \dfrac{R_1R_2}{R_1 + R_2}}.$$

Indicațiile voltmetrelor diferă dacă rezistențele lor interne sînt diferite. Fie U_3 tensiunea indicată de primul voltmetru și i_1 intensitatea curentului ce-l străbate:

$$U_3 = i_1R_1 = I_3 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot R_1 = \frac{E}{\dfrac{r}{R_1} + \dfrac{r}{R_2} + 1}.$$

Înlocuind rapoartele $\frac{r}{R_1}$ și $\frac{r}{R_2}$ din primele expresii, se obține:

$$E = \frac{1}{\dfrac{1}{U_1} + \dfrac{1}{U_2} + \dfrac{1}{U_3}}.$$

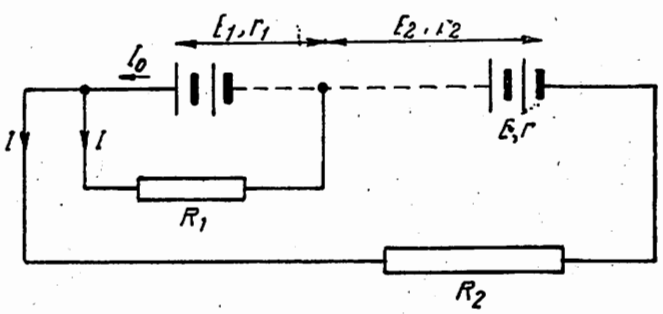


Fig. 371.

548 Conform figurii 371:

$I_0 = 2I$, $E_1 = n_1E$, $E_2 = n_2E$, $r_1 = n_1r$, $r_2 = n_2r$, $E_1 = I_0r_1 + IR_1$, $E_2 = I(r_2 - R_1 + r)$.

Rezultă $n_1 = 4$, $n_2 = 8{,}3$ (se vor lua 9 elemente).

549 Fie n numărul de elemente al unei serii, m numărul seriilor și $N = mn$. Rezultă:

$$I = \frac{nE}{R + \dfrac{nr}{m}} = \frac{E}{\dfrac{R}{n} + \dfrac{r}{m}},$$

maximul lui I corespunzînd minimului numitorului:

$$\frac{R}{n}+\frac{r}{m}=\frac{R}{n}+\frac{r}{m}-2\sqrt{\frac{Rr}{N}}+2\sqrt{\frac{Rr}{N}}=\left(\sqrt{\frac{R}{n}}-\sqrt{\frac{r}{m}}\right)^2+2\sqrt{\frac{Rr}{N}}.$$

Minimul acestuia se obține evident pentru $\frac{R}{n}=\frac{r}{m}$, concluzie la care se poate ajunge și prin anularea derivatei expresiei lui I în raport cu n $\left(\text{după înlocuirea lui } m \text{ cu } \frac{N}{n}\right)$.

În final:

$$n=\sqrt{\frac{NR}{r}},\quad m=\sqrt{\frac{Nr}{R}}.$$

550 1° Întrucît tensiunea nominală a becului este jumătate din tensiunea sursei, rezistența adițională va trebui să fie egală cu rezistența becului, $R=\frac{U^2}{P}=121\ \Omega$.

2° Ampermetrul poate măsura un curent maxim $I_A=100$ mA. Valoarea șuntului va fi deci

$$R_S=\frac{R_A}{\frac{I}{I_A}-1}=1{,}1\ \Omega.$$

551 Cînd un condensator se descarcă printr-un rezistor cu rezistență mică, intensitatea curentului de descărcare este proporțională cu sarcina condensatorului ($Q=CE$). Notînd I_1 și I_2 curenții de descărcare în cele două cazuri, rezultă:

$$I_1\frac{S_1}{R_g+S_1}=I_2\frac{S_2}{R_g+S_2}$$

și

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{I_1}{I_2}=\frac{(R_g+S_1)S_2}{(R_g+S_2)S_1}=0{,}44.$$

552 În primul caz:

$$I_G=\frac{E}{R_1+R_g}.$$

În al doilea caz:

$$\frac{I_G}{I_S}=\frac{R_S}{R_G}$$

$$I=I_G+I_S=I_G\left(1+\frac{R_G}{R_S}\right).$$

Utilizînd pentru curentul total I și expresia:

$$I=\frac{E}{R_2+\frac{R_GR_S}{R_G+R_S}}$$

se obține, după prelucrări,

$$R_G=\frac{R_1-R_2}{R_2}R_S=25\ \Omega.$$

553 În primul caz:

$$kd = I_g = I\frac{R_S}{R_g + R_S} = \frac{ER_S}{R_SR_g + RR_g + RR_S}.$$

În al doilea caz:

$$kd = \frac{E}{R_1 + R_g}.$$

Se obține

$$R_g = R_S\left(\frac{R_1}{R} - 1\right) = 230\ \Omega.$$

554 Intensitățile curenților ce străbat galvanometrul în cele două poziții sînt date de expresiile

$$I_1 = kd_1 = \frac{1}{100}\cdot\frac{U_{AB}}{R_1 + G'},\quad I_2 = kd_2 = \frac{U_{CD}}{R_2 + G},$$

$G' = \frac{G}{100}$ fiind rezistența echivalentă galvanometrului și șuntului S. Dacă se consideră că sistemul de măsurare nu modifică sensibil rezistențele echivalente R și x, atunci:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{U_{AB}}{U_{CD}}\cdot\frac{R_2 + G}{100R_1 + G} \approx \frac{R}{x}\cdot\frac{R_2 + G}{100R_1 + G}.$$

Rezultă x=0,029 Ω.

555 1° Legînd voltmetrul la bornele acumulatorului, rezultă $U_1 = E$. Realizînd apoi montajul din figura 372, *a*:

$$E = U_2 + i_2R_1 = U_2 + \frac{U_2}{R_v}R_1$$

și

$$R_v = R_1\frac{U_2}{U_1 - U_2}.$$

2° Se poate utiliza apoi a doua rezistență, într-un montaj asemănător:

$$R_v = R_2\frac{U_3}{U_1 - U_3}.$$

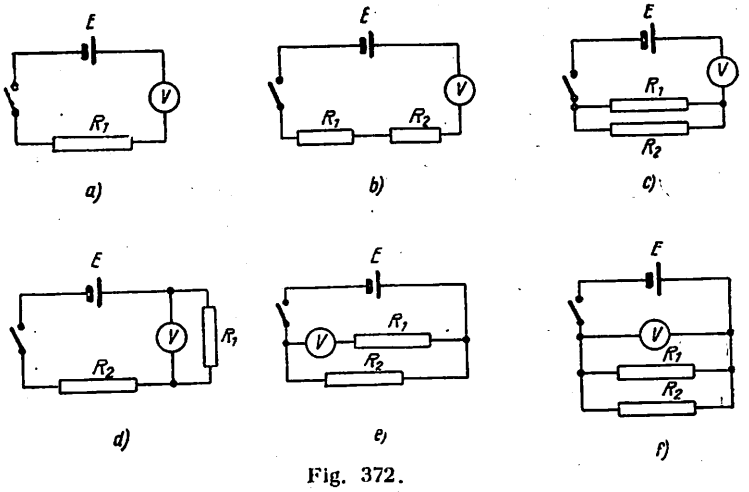


Fig. 372.

3° Cu un montaj de tipul celui din figura 372, *b*, rezultă:

$$R_v = (R_1 + R_2)\frac{U_4}{U_1 - U_4}.$$

4° Figurile 372 *c*, *d*, *e*, *f* — prezintă și alte tipuri de montaje utilizabile.

556 1° Conform figurii 373:

$$I = \frac{E}{R_{AB}} = 0{,}1 \text{ A}. \qquad U_1 = IR_{AM} = 10 \text{ V},$$

$$U_2 = IR_{MB} = 90 \text{ V}.$$

$$2°\ U = I' \frac{R_v R_{AM}}{R_v + R_{AM}} = \frac{E}{R_{MB} + \frac{R_v R_{AM}}{R_v + R_{AM}}} \cdot \frac{R_v R_{AM}}{R_v + R_{AM}} = \frac{E}{1 + R_{MB}\left(\frac{1}{R_{AM}} + \frac{1}{R_v}\right)} = 9{,}65 \text{ V},$$

$$U' = \frac{E}{1 + R_{AM}\left(\frac{1}{R_{MB}} + \frac{1}{R_v}\right)} = 87{,}7 \text{ V}.$$

3° Condiția esențială pentru utilizarea unui voltmetru este ca rezistența sa internă să fie foarte mare în comparație cu rezistența porțiunii de circuit la care este conectat. El convine oarecum pentru cele două măsurători.

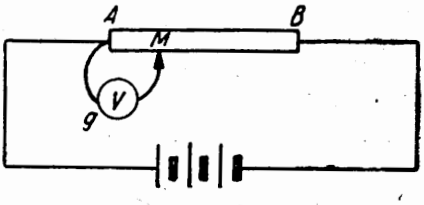


Fig. 373.

557 Conform figurii 374:

$$I = \frac{U_1}{0{,}4R}, \quad I_1 = \frac{U - U_1}{0{,}6\ R},$$

iar

$$I_v = I_1 - I = \frac{1}{R}\left(\frac{U - U_1}{0{,}6} - \frac{U_1}{0{,}4}\right) \text{ și } \frac{I_v}{I} = 2.$$

Voltmetrul are deci rezistența prea mică pentru a putea fi utilizat în acest circuit.

558 În primul caz (fig. 375):

$$I_G = \frac{E}{r + R + R_G}.$$

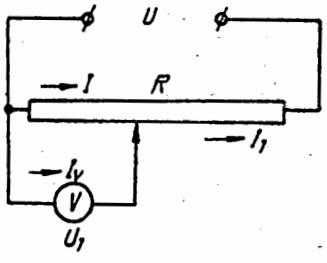


Fig. 374.

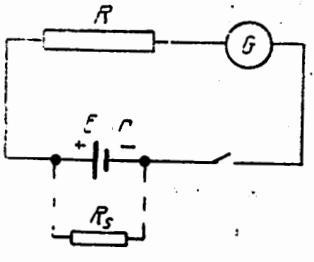


Fig. 375.

În al doilea caz:

$$\frac{I_G}{I_{S_1}} = \frac{R_{S_1}}{R_1 + R_G}$$

și curentul total este:

$$I_1 = I_G + I_{S_1} = I_G\left(1 + \frac{R_1 + R_G}{R_{S_1}}\right) = \frac{E}{r + \frac{(R_1 + R_G)R_{S_1}}{R_1 + R_G + R_{S_1}}}.$$

De asemenea, în cazul al treilea:

$$I_2 = I_G\left(1 + \frac{R_2 + R_G}{R_{S_2}}\right) = \frac{E}{r + \dfrac{(R_2 + R_G)R_{S_2}}{R_2 + R_G + R_{S_2}}}.$$

Rezolvînd sistemul, se obține:

$$R_G = \frac{R_{S_1}R_2(R_1 - R) + R_{S_2}R_1(R - R_2)}{R_{S_1}(R - R_1) - R_{S_2}(R - R_2)} = 3\ \Omega,$$

$$r = \frac{R_{S_1}(R - R_1)}{R_1 + R_G} = 1\ \Omega.$$

559 1° Voltmetrelor legate în serie li se aplică tensiunea U:

$$U_1 = U\frac{R_1}{R_1 + R_2} = 108\ \text{V};\quad U_2 = 72\ \text{V}.$$

2° Conform figurii 376:

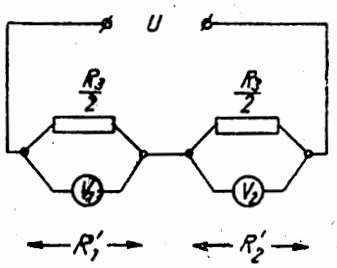


Fig. 376.

$\dfrac{U_1}{U_2} = \dfrac{R'_1}{R'_2}$, în care $R'_1 = \dfrac{R_1 \cdot \frac{R_3}{2}}{R_1 + \frac{R_3}{2}}$, $R'_2 = \dfrac{R_2 \cdot \frac{R_3}{2}}{R_2 + \frac{R_3}{2}}$.

Rezultă:

$$U_1 = U\frac{R_1(R_3 + 2R_2)}{4R_1R_2 + R_3(R_1 + R_2)} = 99\ \text{V};\quad U_2 = 81\ \text{V}.$$

3° În acest caz:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R''_1}{R''_2} = 1,$$

cu:

$$R''_1 = \frac{R_1R'_3}{R_1 + R'_3};\quad R''_2 = \frac{R_2R''_3}{R_2 + R''_3};\quad R'_3 + R''_3 = R_3.$$

Se observă că aceasta este posibil pentru $R'_3 = R_2$, $R''_3 = R_1$.

560 Galvanometrul nu indică dacă cei doi curenți I_1 și I_2 devin egali (fig. 377). Deci:

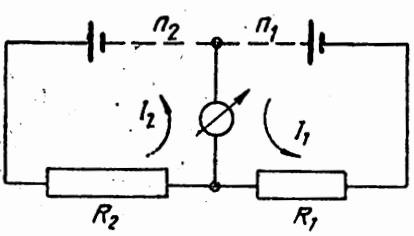


Fig. 377.

$$\frac{n_1E}{R_1 + n_1r} = \frac{n_2E}{R_2 + n_2r} \text{ și } \frac{R_2}{R_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{3}{2}.$$

561 Conform legilor lui Kirchhoff:

$$i_1 - i_2 = i_3 = 0,$$

$$E_1 = i_1r_1 + i_3R = i_1r_1,$$

$$E_2 = i_2r_2 - i_3R = i_2r_2.$$

Rezultă:

$$E_2 = E_1\frac{r_2}{r_1} = 36\ \text{V}.$$

562 Deoarece $I_3 = 0$, diferența de potențial între punctele A și B va fi $U = E_3$ (fig. 378). Curentul ce străbate rezistorul cu rezistența R este deci:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{E_3}{R}.$$

Pe de altă parte:

$$E_1 - E_3 = I_1 r_1, \quad E_2 - E_3 = I_2 r_2, \quad I = I_1 + I_2.$$

Rezultă:

$$I_1 = \frac{E_1 - E_2}{r_1} = 1{,}33 \text{ A}, \quad I_2 = \frac{E_2 - E_3}{r_3} = 1 \text{ A},$$

$$R = \frac{E_3}{I} = 0{,}69 \ \Omega.$$

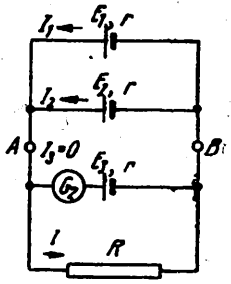


Fig. 378.

563 Pentru echilibru:

$$E = (r + r_m + r_n)i \text{ și } E' = r_m i;$$

$$E = (r + r_{m'} + r_{n'})i' \text{ și } E' = r_{m'} i'.$$

Rezultă:

$$\frac{E}{E'} = \frac{r + r_m + r_n}{r_m} = \frac{r + r_{m'} + r_{n'}}{r_{m'}}$$

și

$$r = \frac{r_m r_{n'} - r_{m'} r_n}{r_{m'} - r_m} = \frac{\rho}{S} \cdot \frac{m'n - mn'}{m' - m} = 0{,}036 \ \Omega.$$

564 În cazul în care întrerupătorul K se află în poziția C:

$$\frac{I_G}{I_y} = \frac{y}{R}.$$

Curentul în circuitul neramificat este atunci

$$I = I_G + I_y = I_G \left(1 + \frac{R}{y}\right)$$

și se poate scrie legea lui Ohm:

$$E = I(r_i + r + x) + I_G R = I_G \left[R + \left(1 + \frac{R}{y}\right)(r_i + r + x)\right]. \qquad (1)$$

În cazul în care întrerupătorul K se găsește în poziția B:

$$\frac{I_G}{I'_y} = \frac{y}{R + x}, \quad I' = I_G + I'_y = I_G \left(1 + \frac{R + x}{y}\right)$$

și

$$E = I'(r_i + r) + I_G(R + x) = I_G \left[R + x + (r_i + r)\left(1 + \frac{R + x}{y}\right)\right]. \qquad (2)$$

Din expresiile (1) și (2) se obține $r_i = R - r$.

565 Cînd întrerupătorul K este deschis, voltmetrul indică t.e.m. E_2. Închizînd întrerupătorul K curentul în circuit va fi

$$I = \frac{E_1 + E_2}{3R}$$

și voltmetrul indică:

$$U = E_2 - Ir_2 = \frac{2E_2 - E_1}{3}.$$

Deviația acului va fi spre dreapta pentru $2E_2 > E_1$ și în sens contrar pentru $2E_2 < E_1$. Acul rămîne la zero pentru $E_1 = 2E_2$.

566 1° Fie:

$$i_1 = \frac{E}{a+c} \text{ şi } i_2 = \frac{E}{b+d}$$

intensităţile curenţilor în ramurile MPN şi MQN, iar U diferenţa de potenţial dintre armături. Rezultă:

$$U = V_P - V_Q = (V_P - V_M) + (V_M - V_Q) = -ai_1 + bi_2,$$

$$Q = CU = C(bi_2 - ai_1) = CE\,\frac{bc - ad}{(a+c)\quad(b+d)} = 137\ \mu\text{C}.$$

2° Pentru ca armătura P să fie pozitivă, va trebui ca $bc > ad$.

3° Pentru $Q=0$, $bc=ad$.

567 1° $I_{ABC} = \dfrac{U}{r_1+r_2} = 1$ A, $I_{ADC} = \dfrac{U}{r_3+r_4} = 1$ A.

2° Dacă prin galvanometru nu circulă curent, potenţialele punctelor B şi D vor fi egale. Deci:

$$V_A - V_B = V_A - V_D \text{ sau } r_1 I_1 = r_3 I_2.$$

$$V_B - V_C = V_D - V_C \text{ sau } r_2 I_1 = r_4 I_2.$$

Rezultă condiţia $r_1 r_4 = r_2 r_3$.

Montajul este cunoscut prin denumirea de puntea lui Wheatstone şi permite măsurarea rezistenţelor electrice.

3° $Q = (r_1+r_2+r_3+r_4)I^2 t = 20$ J, cu $I = I_{ABC} = I_{ADC}$.

568 1° Este necesară condiţia $U_{CD} = E_1$ (fig. 379, *a*)

$$(R'+a')\,\frac{E}{R+R'+a+a'+r} = E_1.$$

Într-adevăr, perechea de rezistenţe R şi R' poate lua o infinitate de valori. Pentru două din acestea:

$$E\,(R_1'+a') = E_1(R_1+R_1''+a+a'+r),$$

$$E\,(R_2'+a') = E_1(R_2+R_2'+a+a'+r)$$

şi rezultă

$$E(R_2'-R_1') = E_1(R_2+R_2'-R_1-R_1')$$

sau, ceea ce trebuie demonstrat:

$$\frac{R_2'-R_1'}{R_2-R_1} = \frac{1}{\dfrac{E}{E_1}-1}.$$

Se obţine apoi:

$$E = E_1\,\frac{R_2-R_1+R_2'-R_1'}{R_2'-R_1'} = 1{,}4\ \text{V}.$$

2° Conform legilor lui Kirchhoff, aplicate ochiurilor $DACD$ şi CDB, în cazul întrerupătorului H închis:

$$I(R+r)+(I-i_H)a+gI_g = E,$$

$$gI_g - R'(I-I_g) - a'(I-i_H-I_g) = 0.$$

Dacă se deschide întrerupătorul II, atunci $i_{II} = 0$, dar $I_g = \text{constant}$, iar I devine I'

$$I(R+r)+(I+i_{II})a+gI_g = I'(R+r)+I'a+gI_g$$

$$gI_g - R'(I-I_g) - a'(I-i_{II}-I_g) = gI_g - R'(I'-I_g) - a'(I'-I_g)$$

sau

$$(I-I')(R+r+a) = ai_{II},$$

$$(I-I')(R'+a') = a'i_{II}.$$

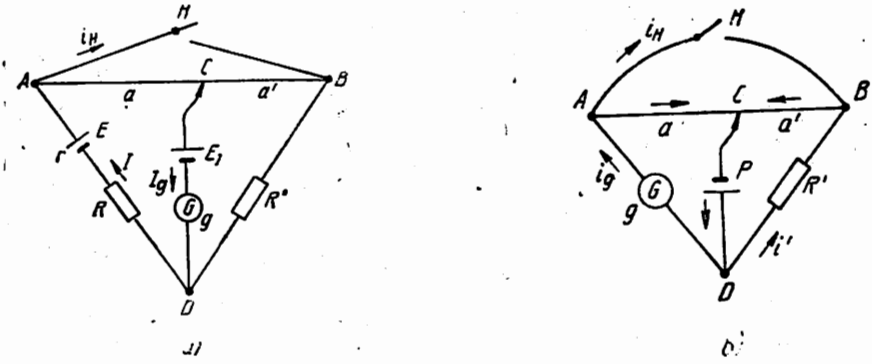


Fig. 379.

Deci:

$$\frac{R+r+a}{R'+a'} = \frac{a}{a'} \text{ şi } aR' = a'(R+r),$$

condiţie identică cu a punţii Wheatstone.
Rezultă $r = R'-R = 1{,}6\ \Omega$. cu $a = a'$ din enunţ.

3° Curentul i_{II} poate fi nul. dacă întrerupătorul II este închis, numai cu condiţia ca potenţialele punctelor A şi B să fie egale. Deci (fig. 379, *b*):

$$gi_g = R'i' \text{ şi } ai_g = a'i'.$$

Rezultă $ga' = R'a$, din nou condiţia punţii Wheatstone. Rezistenţa galvanometrului are deci valoarea:

$$g = R'\frac{a}{a'} = 33{,}3\ \Omega.$$

569 Între punctele A şi B (fig. 380) există permanent tensiunea

$$U = E - IR = E - \frac{ER}{R+\frac{1}{2}(r\cdot\pi a)} = E\left(1-\frac{1}{1+\frac{\pi r a}{2R}}\right).$$

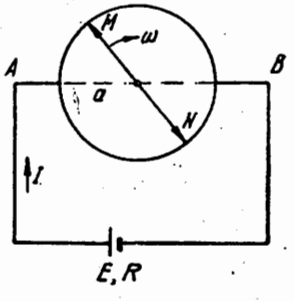


Fig. 380.

Pe unitatea de lungime de cerc va exista o diferenţă de potenţial $\frac{U}{\pi a}$. Şi cum arcele descrise de punctele M şi N variază în timp, conform expresiei $vt = a\omega t$, diferenţa de potenţial între punctele A şi M, respectiv N şi B, va fi:

$$\frac{U}{\pi a}\cdot a\omega t = 2U\frac{t}{T},$$

iar între punctele M și N:

$$U_{MN} = U - 4\,U\frac{l}{T} = U\left(1 - 4\frac{l}{T}\right),$$

expresie valabilă pentru $0 \leqslant l \leqslant \frac{T}{2}$ timp în care rigla redevine orizontală. Se observă că pentru $l = 0$, $U_{MN} = U$; pentru $l = \frac{T}{4}$, $U_{MN} = 0$, iar pentru $l = \frac{T}{2}$, $U_{MN} = -U$.

570 Din figura 381 se observă că, datorită simetriei, curenții pe porțiunile AF și GB vor fi egali și de asemenea și curenții pe porțiunile AG și FB.

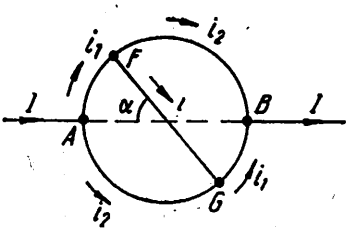


Fig. 381.

Prima lege a lui Kirchhoff aplicată punctelor A și F conduce la relațiile $i_1 = I - i_2$ și $i_2 = i_1 - i$, cu:

$$I = \frac{E}{r' + R_e} = \frac{E}{r' + \dfrac{r\dfrac{R}{4}}{r + \dfrac{R}{4}}} = \frac{E}{r' + \dfrac{rR}{R + 4r}},$$

curentul debitat de sursă pentru $\alpha = 0$. Se obține:

$$i_1 = \frac{I + i}{2} \text{ și } i_2 = \frac{I - i}{2}.$$

Pe de altă parte, scriind că:

$$(V_A - V_F) + (V_F - V_G) = (V_A - V_G),$$

adică

$$xi_1 + ri = i_2\left(\frac{R}{2} - x\right),$$

rezultă:

$$i = I\frac{R - 4x}{R + 4x} = I\frac{R - 4\cdot\dfrac{\alpha}{\pi}\dfrac{R}{2}}{R + 4r} = I\frac{R}{R + 4r}\left(1 - \frac{2}{\pi}\alpha\right) \approx 13{,}15\left(1 - \frac{2}{\pi}\alpha\right) \text{amperi.}$$

571 1° Fie i_R intensitatea curentului ce trece prin rezistorul de rezistență R și i_v intensitatea curentului ce trece prin voltmetru:

$$R = \frac{U}{i_R} = \frac{U}{i_A - i_v} = \frac{U}{i_A - \dfrac{U}{R_v}} = 100\ \Omega.$$

2° Tensiunea indicată de voltmetru este chiar t.e.m. a sursei:

$$U_v = E = U + i_A r_A = 55{,}1\ \text{V},$$

iar ampermetrul va indica:

$$I_A = i_A - \frac{U_v}{R_v} \approx 0{,}55\ \text{A}.$$

572 1° Conform schemei din figura 125, *b*:

$$R = \frac{U_v - r_A I_A}{I_A} = \frac{U_v}{I_A} - r_A = 4{,}5\ \Omega.$$

Dacă nu s-ar fi luat în considerație rezistența ampermetrului, valoarea aproximativă ar fi fost obținută prin calculul simplu $R' = \frac{U_v}{I_A} = 5\ \Omega$ cu o eroare absolută $\Delta R = +0{,}5\ \Omega$ și relativă $\frac{\Delta R}{R} \approx +11\%$.

2° Dacă montajul se modifică (fig. 125, *a*):

$$R = \frac{U'_v}{I'_A - \frac{U'_v}{r_v}} = \frac{R''}{1 - \frac{R''}{r_v}} \text{ și } R'' = \frac{Rr_v}{R + r_v} = 4{,}45\ \Omega,$$

cu o eroare absolută $\Delta R = -0{,}05\ \Omega$ și relativă $\frac{\Delta R}{R} = -1{,}1\%$, măsurătoarea fiind mult mai precisă.

Prin simpla studiere a schemelor celor două montaje se poate trage concluzia că schema *b*, denumită uzual metoda „amonte", permite determinări bune, fără corecții, în cazul măsurării rezistențelor mari ($R \gg r_A$); schema *a*, metoda „aval", permite determinări precise în cazul rezistențelor mici ($R \ll R_v$). Pentru valori intermediare sînt necesare corecții.

573 Fie rezistența ampermetrului $r_A = 1\ \Omega$ și $r_v = 1\,000\ \Omega$, rezistența voltmetrului.

1° Pentru rezistența mică: montajul amonte (*b*) introduce o eroare absolută $\Delta R = r_A = 1\ \Omega$ și o eroare relativă $\frac{\Delta R}{R} = 50\%$, deci complet nepotrivit. Montajul aval (*a*), în schimb, introduce o eroare absolută:

$$\Delta R = R - \frac{Rr_v}{R + r_v} = 0{,}01\ \Omega$$

și o eroare relativă de numai 0,5%.

2° Pentru rezistența mare, invers: montajul amonte introduce o eroare sistematică mai mică (1%), iar montajul aval este nerecomandabil (9%).

23. TRANSFORMAREA ENERGIEI ELECTRICE ÎN CĂLDURĂ

574 1° Din $RI^2 = k\ S_l$ rezultă $\rho \frac{4l}{\pi d^2} \cdot \frac{P^2}{U^2} = k\pi dl$ și $\frac{d_1}{d_2} = \sqrt[3]{\frac{P_1^2}{P_2^2} \frac{U_2^2}{U_1^2}}$.

2° $\frac{l_1}{l_2} = \sqrt[3]{\frac{P_1}{P_2} \frac{U_1^2}{U_2^2}}$.

3° Dacă energia cedată prin conductibilitate și radiație este egală, în unitatea de timp, cu energia degajată în conductor prin efect Joule, se obține un regim permanent.

575 1° Se va presupune că variațiile dimensiunilor filamentului, din cauza dilatării, sînt neglijabile. Fie S aria bazei și S_1 aria laterală a filamentului cilindric.

Expresiile puterii radiale și absorbite

$$P_r = \varepsilon s_1 = \varepsilon \cdot 2\pi rl,\ P_a = \frac{U^2}{R} = \frac{\pi r^2 U^2}{\rho l}.$$

sînt egale în regim permanent. Se obține:

$$l = \sqrt[3]{\frac{PU^2}{4\pi\varepsilon^2\rho}},\ r = \sqrt[3]{\frac{\rho P^2}{2\pi^2\varepsilon U^2}}.$$

2° Substituind rezultă :

$$\frac{l_w}{l_c} = \frac{T_c^2}{T_w^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{T_c^2}{T_w^2} \cdot \frac{\rho_c}{\rho_w}} \approx 0{,}37$$

$$\frac{r_w}{r_c} = \frac{T_c}{T_w} \sqrt{\frac{T_c}{T_w} \frac{\rho_w}{\rho_c}} \approx 6.$$

576 1° Pentru a radia aceeași putere, este necesar ca suprafața radiantă să nu se modifice. Deci $2\pi rl = 2\pi r' \cdot 2l$ și $r' = \frac{r}{2}$.

2° Întrucît $P = \frac{U^2}{R} = \frac{U'^2}{R'}$, rezultă $U' = U\sqrt{8}$.

577 1° Sursa furnizează o cantitate de electricitate $q = CU$ sub diferența de potențial U, deci o energie $E = CU^2$. Pe de altă parte, energia electrică înmagazinată de condensator este $E' = \frac{1}{2}CU^2$.

Prin urmare, $Q = E - E' = \frac{1}{2}CU^2$, energia furnizată de sursă divizîndu-se în două părți egale : energia condensatorului și cantitatea de căldură disipată prin efect Joule. Se remarcă faptul că Q este independentă la valoarea rezistenței R. Am fi tentați să tragem concluzia că dacă R ar fi zero, $Q=0$. Dar, experimental vorbind, rezistența nu este niciodată nulă, fiind prezentă rezistența firelor de legătură și a armăturilor condensatorului.

2° În acest caz, $E = U(CU - CU_0)$, $E' = \frac{1}{2}C(U^2 - U_0^2)$ $Q = \frac{1}{2}C(U^2 - U_0^2) = E'$.

578
$$Q = \frac{U^2}{R_1} t = \frac{U^2}{R_2} t \quad \text{și} \quad R_1 = R_2.$$

Deci :

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{S_1}{S_2} = \frac{7}{6}.$$

579 Conform enunțului :

$$Q = I_1^2 R_1 t = I_2^2 R_2 t.$$

Dar :

$$E = I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r) \quad \text{și} \quad r = \sqrt{R_1 R_2} = 12\ \Omega.$$

580 1° $Q = \frac{U^2}{R_1} t_1 = \frac{U^2}{R_2} t_2$ și deci $R_2 = 2R_1$.

$$\frac{U^2}{R_1 + R_2} t_3 = \frac{U^2}{R_1} t_1 \text{ și } t_3 = 3t_1 = 45 \text{ minute.}$$

2° $\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} t_4 = \frac{t_1}{R_1}$ și $t_4 = \frac{2}{3} t_1 = 10$ minute.

581 Se notează cu k pierderile de căldură într-o secundă ; și întrucît în toate cazurile energia primită de apă este aceeași, se obțin relațiile :

$$\left(\frac{U_1^2}{R} - k\right) t_1 = \left(\frac{U_2^2}{R} - k\right) t_2 = \left(\frac{U_3^2}{R} - k\right) t_3.$$

Din prima egalitate se obține:

$$kR = \frac{U_1^2 t_1 - U_2^2 t_2}{t_1 - t_2},$$

iar din ultima egalitate va rezulta:

$$t_3 = \frac{U_1^2 - kR}{U_3^2 - kR} \cdot t_1 = 44 \text{ minute.}$$

582 1° Rezistențele arcelor ABC și ADB sînt, respectiv, 2 Ω și 6 Ω. Aplicînd legile lui Kirchhoff, se obțin relațiile:

$$i + i' = 4 \text{ și } 2i = 6i'; \quad \text{deci: } i = 3 \text{ A}, \quad i' = 1 \text{ A}.$$

2° Fie r rezistența arcului ACB și r' rezistența arcului ADB. Cantitățile de căldură degajate pe secundă în fiecare arc vor fi:

$$Q = ri^2 = 18 \text{ J și } Q' = r'i'^2 = 6 \text{ J}.$$

583 1° $mc(\theta - \theta_0) = \frac{U^2}{R_0} t_1$

și

$$t_1 = \frac{\rho_0 cdl^2 \theta}{U^2} \approx 0{,}87 \text{ s}.$$

2° Se va considera rezistența medie:

$$R_m = \frac{R + R_0}{2} = \frac{\rho_0 l}{S} \cdot \frac{2 + 0{,}005\theta}{2} = 1{,}5 R_0.$$

Deci: $t_2 \approx 1{,}5\ t_1$.

584 1° $t_s = 45$ min.

2° $t_p = 10$ min.

3° $R_1 I^2 t = mc\Delta\theta$. Înlocuind expresiile lui R_1 și m, se obține:

$$\Delta\theta = \frac{16\rho l^2 t}{\pi^2 D^4 dc} = 574°\text{C},$$

D fiind diametrul, d densitatea, l lungimea și ρ rezistivitatea firului. Deci, firul va suporta intensitatea de 2A timp de 1 minut (mai ales că și suprafața laterală este suficient de mare pentru a permite un schimb rapid de căldură cu exteriorul).

585 1° $R = \frac{U^2}{P} = 144\ \Omega.$

2° $\alpha = \frac{R - R_0}{R_0 \cdot \Delta t} \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ grd}^{-1}.$

3° $Q = \frac{95}{100} Pt = 342 \text{ kJ}.$

586 Wolframul prezintă un coeficient termic al rezistivității pozitiv, pe cînd cărbunele, ca de altfel semiconductoarele și izolatoarele, prezintă un coeficient termic negativ. Becurile fiind subtensionate, curentul prin becuri are intensitatea sub cea nominală: temperaturile filamentelor vor fi mai scăzute, iar rezistența cărbunelui mai mare decît a wolframului. Ținînd seama și de faptul că wolframul prezintă un coeficient termic de zece ori mai mare decît al cărbunelui, tragem concluzia că variațiile rezistențelor diferă mult între ele și tensiunea la bornele becului cu cărbune va fi mult superioară celei de 60 V. Becul cu cărbune se va încălzi mai puternic.

587 Dacă masa aerului ce trece prin încălzitor într-o secundă este m, atunci:

$$Q=mc\Delta t=Pt, \quad \text{şi} \quad m=107{,}14 \text{ g}.$$

Aerul va avea la intrare o viteză de deplasare:

$$v_1=\frac{m}{\rho_{15}Sl}=\frac{4m}{\pi\rho_{15}d^2l}=13{,}75\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

iar la ieşire:

$$v_2=\frac{4m}{\pi\rho_{22}d^2l}=14{,}08\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Valoarea vitezei medii este deci $13{,}91\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

588 1° $P_1=IU_1$, $P_2=I^2R_2$, $P=P_1+P_2$. Rezultă $I=2$A.

2° $Q=U_1It=432$ kJ.

3° $t=\dfrac{\frac{U_1}{I}-R_0}{R_0\alpha}=2\,200°\text{C}.$

589 Condiţia este ca temperatura să fie mereu egală cu a bobinei galvanometrului. Pornind de la legea lui Joule scrisă pentru rezistenţa galvanometrului respectiv şuntului:

$$m_gc\Delta t=R_gI_g^2t, \quad m_sc\Delta t=R_sI_s^2t.$$

Se obţine:

$$\frac{I_g}{S_g}=\frac{I_s}{S_s},$$

fiind necesar deci ca densitatea curentului să fie aceeaşi în cele două ramuri. Dar, $I_s=99I_g$ Rezultă $S_s=99S_g$, aproape imposibil pentru secţiunea firului ce realizează şuntul. Aceasta este cauza că şuntul nu se realizează tot din cupru, ci din manganină (aliaj de cupru, mangan, niche şi fier).

590 1° $Q=UIt$ şi $I=5$ A;

2° $Q=I^2Rt$ şi $R=22\ \Omega$;

3° $\dfrac{Q}{5}=UI_1t$, deci $I_1=1$ A, $I_2=I-I_1=4$ A;

4° $R_1=\dfrac{U}{I_1}=110\ \Omega$, $R_2=27{,}5\ \Omega$;

5° $E=I(R+r)=120$ V.

591 1° $W=I^2Rt=\dfrac{E^2}{(R+r)^2}Rt=18{,}75$ kJ.

2° $W_t=Eit=\dfrac{E}{R+r}t=30$ kJ.

3° $m=\dfrac{W_t-W}{c\Delta\theta}=268$ g.

592 1° Notînd cu x rezistenţa firului pe unitatea de lungime, echilibrul punţii se exprimă prin relaţia:

$$r=5x=109{,}5\cdot\frac{40}{60} \text{ şi } x=14{,}6\ \frac{\Omega}{\text{m}}.$$

2° $\rho = xS \approx 1\mu\Omega \cdot m$.

3° $\frac{U^2}{R} t = mc\Delta\theta$ şi $l = \frac{U^2 D^2 t}{4\rho mc\Delta\theta} = 4{,}76$ m.

593 1° Din relaţiile:

$$U^2 = \frac{Q_1 R_1}{t} = \frac{Q_2 R_2}{t} = \frac{Q_3 R_3}{t},$$

rezultă $Q_2 = 15$ J şi $Q_3 = 6{,}25$ J.

2° $I = \frac{(Q_1 + Q_2 + Q_3) \cdot 10^4}{U' t} = 6{,}43$ A, $q = I\,t = 3\,854$ C.

594 $\Delta\theta = \frac{UIt}{\rho V_c} \approx 7°C$

595 1° $I = \frac{P}{U} = 5$ A;

2° $R = 24\ \Omega$;

3° $V\rho c\Delta\theta = \eta Pt$ şi $t \approx 13$ min 20 s;

4° $C = pPt = 4$ bani.

596 1° $\theta = \theta_0 + \frac{RI^2 t}{mc} = \theta_0 + \frac{(\rho_1 + \rho_2) l I^2 t}{mcS} \approx 24°C$.

2° Energia electrică absorbită de rezistenţa echivalentă R_e va fi:

$$W = \frac{U^2}{R_e} t = \frac{I^2 (R_1 + R_2)^2}{R_e} t = I^2 \frac{(R_1 + R_2)^3}{R_1 R_2} t$$

şi deci:

$$\theta = \theta_0 + \frac{(\rho_1 + \rho_2)^3}{\rho_1 \rho_2} \frac{lI^2 t}{mcS} = 70{,}8°C.$$

597 1° $I = \frac{P}{U} = 2{,}27$ A;

2° $W = Q = mc\Delta t = 251{,}4$ kJ;

3° $t = \frac{W}{P} = 8$ min 23 s;

4° Conform legilor calorimetriei:

$$mc(\theta_2 - \theta) = mg(c_g \theta_g + \lambda_g \pm c\theta)$$

şi

$$c_g = \frac{mc(\theta_2 - \theta) - m_g(\lambda_g + c\theta)}{m_g \theta_g} = 2{,}1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{grd}}.$$

598 1° $I = \frac{nE}{nr + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = 4$ A.

Observaţie. Ar fi fost util să se specifice tipul elementului galvanic cu $E = 2{,}3$ V!

2° $U = n(E - rI) = 15$ V.

3° $t = \frac{m_1 c(\theta - t_a) + m_2(\lambda + c\theta)}{RI^2} = 31$ min 15 s,

neglijînd (!) cantitatea de căldură absorbită de vas.

4° $m = kI't = kt \frac{nE}{nr + R + r'} = 1{,}37$ g.

599 1° Folosind indicii, 1 pentru apă, 2 pentru gheață și notînd cu x cantitatea de gheață care se topește, atunci $m_1c_1\theta_1=m_2c_2\theta_2+\lambda x$ și $x=420$ g.
În final, amestecul va conține 2,42 kg apă și 0,58 kg gheață, totul la 0°C.

2° Se notează temperatura finală cu θ:
$Pt=(m_1+m_2)c_1\theta+(m_2-x)\lambda$ și $t=29$ min 40 s.

600 1° $G=mg=\frac{\pi}{4}\rho gl(D^2-d^2)\approx 5{,}5$ N.

2° $Q=m(c\theta+\lambda)\approx 199$ kJ.

3° $P=\frac{Q}{t}\approx 3{,}3$ kW.

4° $I=\sqrt{\frac{P}{rl}}\approx 3\,317$ A.

Observație. De fapt conductorul se eliberează de chiciură mult înainte de topirea ei, prin desprinderea de bucăți de gheață; iar topirea este influențată numai de curenți foarte intenși.

601 1° Cantitatea de căldură absorbită de prima jumătate de litru de apă turnată în fierbător pentru a ajunge la temperatura $\theta=50$°C este $Q_1=\frac{m}{2}c(\theta-\theta_0)$.

Turnînd a doua jumătate de litru de apă, are loc un schimb de căldură, temperatura amestecului la echilibrul termic θ' fiind dată de relația: $\frac{m}{2}c(\theta-\theta')=\frac{m}{2}c(\theta'-\theta_0)$ și este egală cu $\frac{\theta+\theta_0}{2}$.

După realizarea echilibrului termic, toată apa va primi pînă la fierbere cantitatea de căldură $Q_2=mc(t_1-\theta)$. Căldura totală necesară fierberii unui litru de apă turnat în primul mod va fi:

$$Q=Q_1+Q_2=mc(t_f-\theta_0)=377{,}1 \text{ kJ}$$

egală deci cu cantitatea de căldură absorbită de litrul de apă turnat de la început în calorimetru (discuția este valabilă numai prin neglijarea pierderilor).

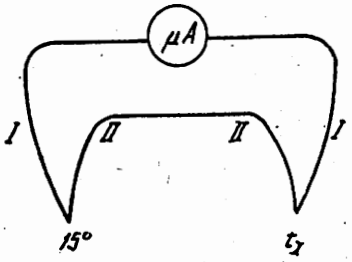


Fig. 382.

2° $t=\frac{Q}{P\eta}\approx 15$ min 43 s.

3° $C=pPt\approx 3$ bani.

4° $Q_S=\frac{m}{2}\lambda_v=1\,125$ kJ, de trei ori mai mare ca în cazul 1°.

602 1° Notînd cu t_x temperatura interioară a cuptorului, diferența de potențial între cele două suduri ale termocuplului este $U=E_0(t_x-15)$. Neglijînd rezistența conductoarelor de legătură și a termocuplului:

$$I=\frac{U}{R}=\frac{E_0(t_x-15)}{R} \text{ și } t_x=1\,015\text{°C}.$$

2° Figura 382.

603 1° $W=U\cdot I\cdot t=10{,}8$ MJ$=3$ kWh.

2° $m=nkIt=4{,}0248$ kg.

604 1° $Eq=Pt$, $m=kq=k\dfrac{Pt}{E}\approx 470$ g.

605 1° Cele două pile trebuie montate în opoziție. Aplicînd legea lui Ohm întregului circuit (se neglijează rezistența internă a pilei E) și porțiunii de circuit x, se obțin relațiile:

$$e=xI,\quad E=RI \text{ și } x=7\ \Omega.$$

2° Rezistența echivalentă celor două rezistoare R și x legate în paralel este:

$$r=\frac{Rx}{R+x}.$$

Rezistența totală a circuitului pilei E este $R-x+r$, iar curentul are intensitatea:

$$i=\frac{E}{R-x+r}.$$

Masa zincului care se dizolvă va fi:

$$m=\frac{1}{F}\frac{A}{n}It\approx 0{,}182 \text{ g}.$$

606 1° $m=\dfrac{1}{F}\dfrac{A}{r}It$ cu $m=Sh\cdot\rho$. Rezultă $t=7$ h 52 min 34 s.

2° $q=It=70\,885$ C.

607 1° $u=nr\cdot I=nr\dfrac{m}{kt}=8$ V.

2° $R=\dfrac{E-u}{I}=3{,}5\ \Omega$, $q=\dfrac{m}{k}=600$ C.

608 1° Cînd anodul nu este din cupru, se produce polarizarea electrozilor și t.e.m. de polarizare se opune aceleia a pilei. Valoarea intensității este deci:

$$I=\frac{4E-E_p}{R+4r} \text{ și } m=kIt\approx 0{,}047 \text{ g}.$$

2° Cînd electrozii sînt de cupru, nu se produce polarizare și, în acest caz:

$$I_1=\frac{4E}{R+4r} \text{ și } m=kIt\approx 0{,}066 \text{ g}.$$

609 1° Pentru obținerea a 11200 cm³ de hidrogen sînt necesari 96 500 C, deci pentru obținerea a 34,8 cm³ este necesară cantitatea de electricitate:

$$Q_1=96\,500\frac{34{,}8}{11\,200} \text{ și } I_1=\frac{Q_1}{t}\approx 0{,}5 \text{ A}.$$

Cînd se scoate firul de maillechort:

$$Q_2=96\,500\frac{116}{11\,200} \text{ și } I_2=\frac{Q_2}{t}\approx 1{,}67 \text{ A}.$$

Fie e și r tensiunea contraelectromotoare, respectiv rezistența voltametrului (rezistența interioară a acumulatoarelor, nefiind dată, se consideră neglijabilă, ceea ce practic are loc efectiv). Rezistența firului de maillechort este $R=\rho\frac{l}{S}$. Deci:

$$i_1=\frac{E-e}{R+r},\quad i_2=\frac{E-e}{r}$$

și $e=1{,}6$ V, $r=3\ \Omega$.

2° Acumulatoarele avînd rezistența internă neglijabilă, diferența de potențial la borne este egală cu tensiunea electromotoare totală E; aceeași tensiune va exista și la bornele voltametrului, întrucît firele de legătură au o rezistență neglijabilă. Ca atare, curentul în voltametru nu-și modifică intensitatea și nu se modifică nici volumul hidrogenului eliberat, adică 116 cm³. Singurul efect al legării în derivație a firului de maillechort montat la bornele voltametrului va fi creșterea curentului total furnizat de acumulatoare.

610 1° Se notează tensiunea contraelectromotoare cu e și rezistența interioară a voltametrului cu r:

$$I=\frac{E-e}{R_1+r},\qquad V=\frac{kIt}{\rho}=55{,}6\ \text{cm}^3.$$

2° Dacă întrerupătorul K este închis, voltametrul va fi străbătut de un curent de intensitate I', iar rezistorul R_2 de un curent de intensitate I''. Utilizînd legea a doua a lui Kirchhoff, se obțin relațiile:

$$E=(I'+I'')R_1+I''R_2,$$

$$E-e=(I'+I'')R_1+I'r.$$

Din acestea:

$$I=\frac{R_2E-e(R_1+R_2)}{R_1R_2+r(R_1+R_2)}=0{,}1\ \text{A}$$

și $V'=11{,}13$ cm³.

611 1° $m=\frac{1}{F}\frac{A}{n}It$ și $I=19{,}955$ A.

2° Se notează tensiunea contraelectromotoare cu e; deci

$$I=\frac{E-e}{r}\ \text{și}\ r=110\ \mu\Omega.$$

3° Puterea consumată în cuvă sub formă calorică:

$$P_1=rI^2=43\,901\ \text{W}.$$

Puterea folosită sub formă chimică:

$$P_2=Ie=55\,874\ \text{W}.$$

Energia chimică totală folosită timp de o oră este $W=P_2t$, iar energia chimică necesară pentru a pune în libertate numai 1 gram de aluminiu este:

$$w=\frac{P_2t}{m}=30\,024\ \text{J}.$$

612 1° $Q=RI^2t$ și $I=\sqrt{\frac{mc\Delta\theta}{Rt}}=3$ A.

2° $m=\frac{1}{F}\frac{A}{n}It=0{,}058$ g;

3° $e=E-(r+R_v+R)I=1{,}5$ V;

4° $e=0$ și $I'=\frac{E}{r+R_v+R}=3{,}15$ A.

613 1° Din 36 g apă rezultă 4 g hidrogen și 32 g oxigen. Deci, din 1 000 g apă rezultă $4 \cdot \frac{1\,000}{36} \approx 111{,}6$ g hidrogen.

Se știe că 1 g de hidrogen este depus de F coulombi; iar cantitatea de electricitate trecută prin circuit pentru a depune 111,6 g hidrogen a fost $Q=111{,}6 \cdot 96\,521$ C. Costul descompunerii este deci: $C=p\frac{QU}{\eta} \approx 14{,}3$ lei.

2° $I=\frac{U}{R}=60$ A.

3° $t=\frac{q}{I} \approx 4$ h 57 min 82 s (există temeri că apa va începe să fiarbă cu mult înainte!).

614 Dacă descompunerea unei cantități m dintr-o substanță oarecare se efectuează în timpul t sub tensiunea U și curentul I, energia electrică cheltuită va fi:

$$W=UIt=U \cdot \frac{n}{A} mF$$

și deci:

$$U=W \cdot \frac{1}{F} \frac{A}{n} \frac{1}{m}.$$

Pentru descompunerea a doi moli de apă, deci desprinderea a 4 g hidrogen, trebuie să se utilizeze o energie de 572,66 kJ. Rezultă $U=1{,}47$ V.

25. ELECTROMAGNETISM

615 1° $B=\frac{M}{\mathcal{M}}=2 \cdot 10^{-4}$ T.

2° $M'=M \cos 45 \approx 2{,}1 \cdot 10^{-3}$ N·m (fig. 383).

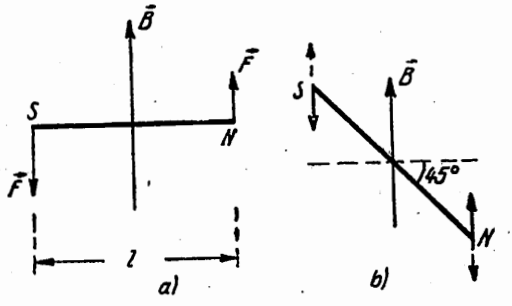


Fig. 383.

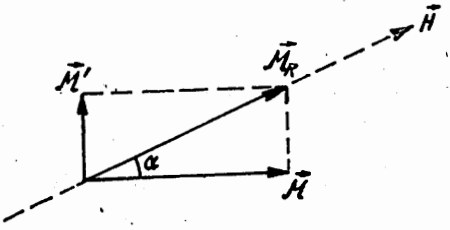


Fig. 384.

616 1° Sistemul va ocupa poziția pentru care momentul magnetic rezultant $\vec{\mathcal{M}}_R$ coincide ca direcție și sens cu cîmpul exterior $\vec{H}$ (fig. 384). Rezultă $\alpha=\text{arc tg}\frac{\mathcal{M}''}{\mathcal{M}}=26°35'$.

2° Momentul mecanic rezultant, față de punctul E, trebuie să fie nul:

$$\mathcal{M} \cdot \mu H + G' \cdot \frac{a}{2} - Gx \cdot \frac{a}{2} = 0.$$

Se obține:

$$Gx = G' + \frac{2}{a}\mu H \mathcal{M}' = 1{,}72 \text{ N}$$

617 În primul caz acționează numai componenta orizontală, iar în al doilea caz numai componenta verticală (acul în lungul balanței):

$$\mathcal{M} \cdot \mu H_0 = mg \cdot l, \qquad \mathcal{M} \cdot \mu H_v = m'g \cdot l$$

și

$$i = \text{arc tg}\,\frac{H_v}{H_0} = \text{arc tg}\,\frac{m'}{m} = 66°32'.$$

618 Pornind de la expresia intensității cîmpului electric valabilă în cazul sarcinilor punctiforme, Laplace admite valabilitatea acesteia, ca formă, pentru intensitatea cîmpului magnetic, considerînd-o aplicabilă pentru elemente de conductor infinit mici Δl:

$$\Delta H = \frac{I\Delta l}{4\pi D^2} \sin \alpha.$$

În locul sarcinii Q, izvorul cîmpului electric, apare $I\Delta l$, izvorul cîmpului magnetic. În plus, intensitatea cîmpului magnetic depinde de poziția punctului M în care se calculează intensitatea cîmpului, față de conductor (fig. 385, *a*).

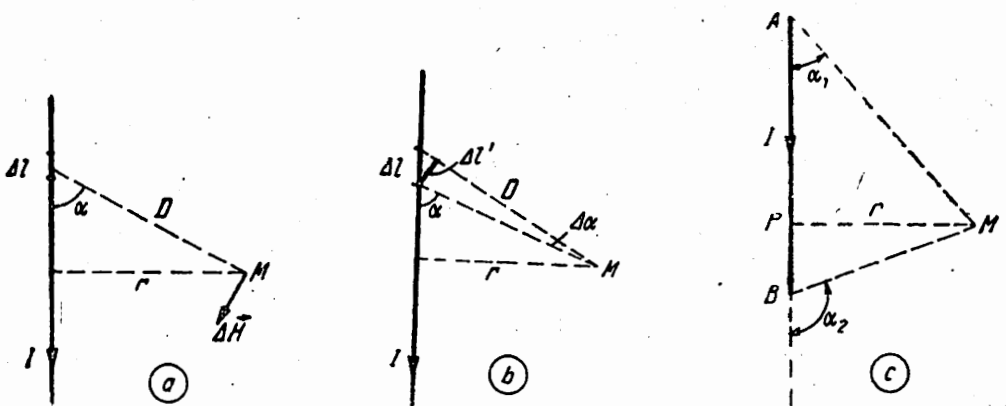


Fig. 385.

Considerînd unghiul $\Delta\alpha$ sub care se vede din M elementul extrem de mic Δl (fig. 385, *b*) și cu aproximații acceptabile pentru $\Delta\alpha$ foarte mic, se pot scrie relațiile:

$$\Delta l = \frac{\Delta l'}{\sin \alpha} = \frac{D \cdot \Delta\alpha}{\sin \alpha}, \qquad D = \frac{r}{\sin \alpha}$$

și

$$\Delta H = \frac{I}{4\pi r} \cdot \sin \alpha \cdot \Delta\alpha.$$

Cîmpul magnetic total, creat în punctul M de un conductor de lungime finită (fig. 385, *c*) se obține prin însumare, deci integrare:

$$H = \frac{I}{4\pi r} \Sigma \sin \alpha \cdot \Delta\alpha = \frac{I}{4\pi r} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{I}{4\pi r} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

Dacă $r \leqslant AB$, conductorul se numește „lung": $\alpha_1 \to 0$, $\alpha_2 \to \pi$ și

$$H = \frac{I}{2\pi r},$$

tocmai expresia dată experimental de Biot și Savart.

1° $\cos \alpha_1 = \cos A$, $\cos \alpha_2 = -\cos B$, $r = h$ și deci

$$H = I \frac{\cos A + \cos B}{4\pi h}.$$

2° $d \ll a$ și se poate utiliza expresia forței de interacțiune dintre două conductoare lungi, paralele:

$$F = 4\mu \frac{II'a}{2\pi d} = 120\ \mu\text{N}.$$

619 1° Cîmpul rezultant în centrul pătratului are intensitatea de 4 ori mai mare decît a celui creat de o latură:

$$H_c = 4 \cdot \frac{2 \cos 45°}{4\pi \frac{a}{2}} = \frac{2\sqrt{2}\, i}{\pi a}.$$

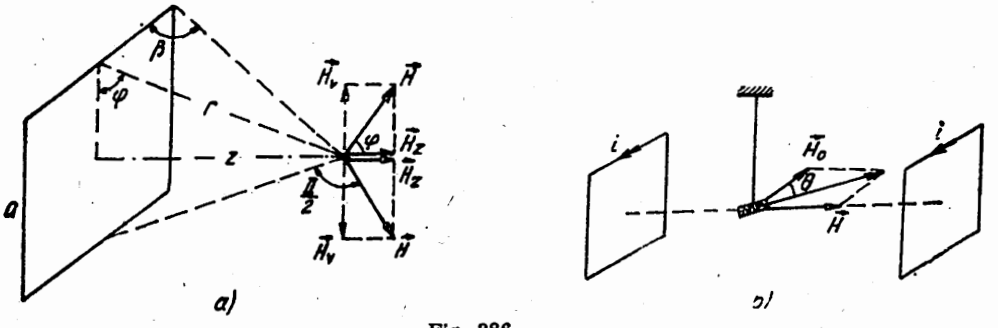


Fig. 386.

2° Figura 386, *a* prezintă compunerea a două cîmpuri, create de două laturi paralele, la distanța z pe axă.

Se observă ușor că cele două componente normale se anulează reciproc. Pentru toate cele 4 laturi, deci:

$$H_{axă} = 4H_z = 4H \cos \varphi = \frac{2I \cos \beta}{\pi r} \cos \varphi$$

cu

$$\cos \beta = \frac{\frac{a}{2}}{\sqrt{r^2 + \frac{a^2}{4}}} = \frac{\frac{a}{2}}{\sqrt{z^2 + \frac{a^2}{2}}} \text{ și } \cos \varphi = \frac{a}{2r}.$$

Deci

$$H_{axă} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{a^2 i}{(4z^2 + a^2)\sqrt{2z^2 + a^2}}.$$

Pentru $z = 0$ se obține expresia cunoscută:

$$H_c = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{i}{a} = 11{,}22 \frac{A}{m},$$

iar pentru $z = 8$ cm, $H_{axă} = 1{,}29 \frac{A}{m}$. De asemenea, $H_{axă} = \frac{H_c}{2}$ pentru $z \approx 3{,}4$ cm.

3° Cei doi curenți trebuie să fie de același sens în laturile vecine, iar

$$H=2\,(H_{axă})_{z=a}=\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3\pi}}\,\frac{I}{a}=1{,}3\,\frac{A}{m}\,.$$

4° Conform figurii 386, *b*, acul se va orienta pe direcția cîmpului magnetic rezultant:

$$\theta=\operatorname{arc\,tg}\frac{H}{H_0}\approx 4°39'.$$

Sistemul se întrebuințează uzual pentru determinarea componentei orizontale H_0, cunoscînd θ (prin citire directă) și H (prin calcul). Întrucît în expresia finală intervine tangenta, sistemul a primit denumirea de busolă de tangentă.

620 Trebuie ca forța electrodinamică de atracție să echilibreze greutatea conductorului plasat sub bara fixată orizontal:

$$\mu\,\frac{II'l}{2\pi d}=\rho\cdot l\cdot\frac{\pi D^2}{4}\,g.$$

Rezultă $d=0{,}9$ cm.

Dacă cei doi curenți ar fi avut sensuri contrare, conductorul trebuie plasat deasupra barei. În ambele cazuri însă cablul este instabil.

621 1° $T=2\pi\sqrt{\dfrac{I}{M}}=5$ s (v. probl. 472) și $\mathcal{M}=\dfrac{4\pi^2 I}{T^2\mu H_0}\approx 0{,}3\,\dfrac{\text{N}\cdot\text{m}}{T}$.

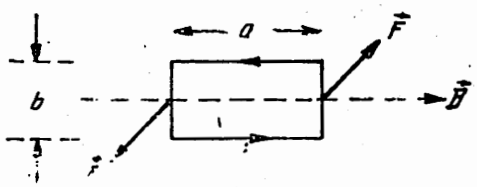


Fig. 387.

2° Conform figurii 387:

$$M'=N\cdot Fa=N\cdot Bib.\ a=NBSi.$$

Deci:

$$\mathcal{M}=NSi \text{ și } i=\frac{\mathcal{M}}{20\ NS}=3{,}75\ \text{A},$$

622 Cînd semicercurile sînt în același plan:

$$H=H_1+H_2=\frac{I}{4}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)\frac{\text{A}}{m}\approx 729\,\frac{A}{m},$$

iar cînd sînt în plane perpendiculare:

$$H'=\sqrt{H_1^2+H_2^2}=\frac{I}{4}\,\frac{\sqrt{R_1^2+R_2^2}}{R_1R_2}\approx 520\,\frac{A}{m}.$$

623 În situația din figura 131, unghiul format de cele două cîmpuri este de 180°. Deci:

$$H^2=H_1^2+H_2^2+2H_1H_2\cos 180°=0$$

și

$$H_1=H_2,\ \text{sau}\ \frac{i_1}{r_1}=\frac{i_2}{r_2}\,.$$

Și întrucît $i=i_1+i_2$, se obține:

$$i_1=i\,\frac{r_1}{r_1+r_2},\qquad i_2=i\,\frac{r_2}{r_1+r_2}\,.$$

Expresia generală a intensității H va lua deci forma:

$$H^2=\frac{i_2}{16r_1^2}\left(\frac{r_1}{r_1+r_2}\right)^2+\frac{i^2}{16r_2^2}\left(\frac{r_2}{r_1+r_2}\right)^2+2\,\frac{i^2}{16\ r_1r_2}\cdot\frac{r_1r_2}{(r_1+r_2)^2}\cos\alpha,$$

sau

$$H=\frac{i}{2\sqrt{2}\,(r_1+r_2)}\sqrt{1+\cos\alpha}=\frac{i}{2(r_1+r_2)}\cos\frac{\alpha}{2}\,.$$

1° $\alpha_1=90°$, $\alpha=270°$, $H_1=35\ \frac{A}{m}$;

2° $\alpha_2=180°$, $\alpha=0$, $H_2=5\ \frac{A}{m}$;

3° $\alpha_3=270°$, $\alpha=90°$, $H_3=3{,}5\ \frac{A}{m}$;

4° $\alpha_4=360°$, $\alpha=180°$, $H_4=0$.

624 1° Intensitatea cîmpului în centrul pătratului este (v. problema 619):

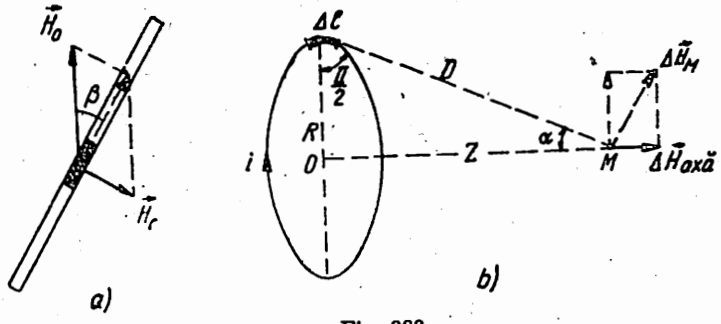


Fig. 388.

$$H_c=\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\,\frac{NI}{c}=H_0\ \mathrm{tg}\ \alpha.$$

Rezultă $I=0{,}51$ A. De asemenea (v. fig. 388, *a*):

$$\beta=\arcsin\frac{H_c}{H_0}=\arcsin\frac{2\sqrt{2}\,NI}{\pi cH_0}=35°.$$

2° Fie un element de arc Δl, străbătut de curentul i. Cîmpul creat de el la distanța D în punctul M (fig. 388, *b*), va fi, conform legii lui Laplace:

$$\Delta H_M=\frac{i\Delta l}{4\pi D^2}\,.$$

Ținînd seama că numai componenta în lungul axei este activă (v. problema 619) se obține:

$$\Delta H_{axă}=\frac{i\Delta l}{4\pi D^2}\sin\alpha=\frac{Ri}{4\pi D^3}\Delta l.$$

Pentru întregul cerc ($\Delta l=2\pi R$):

$$H_{axă}=\frac{R^2i}{2D^3}=\frac{R^2i}{2(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}},$$

și pentru $z=R=\frac{2c}{\pi}$ și N spire:

$$H=\frac{\pi Ni}{8\sqrt{2}\,c}=55{,}67\ \frac{A}{m}\,.$$

3° Dacă cei doi curenți sînt de sens contrar, $H'=0$. Pentru curenți de același sens, $H'=2H=111{,}34\ \frac{A}{m}$.

625 Busola de tangentă se compune dintr-o spiră circulară, de rază r, dispusă vertical, în planul meridianului magnetic; în centrul căreia se află un ac magnetic, plasat pe un vîrf ascuțit. Prin trecerea curentului electric I prin spiră apare un cîmp magnetic H ce tinde să orienteze acul magnetic perpendicular pe spiră. Unghiul de deviație (v. problema 624) se poate deduce prin relația:

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{H}{H_0}=kI,$$

cu H_0 componenta orizontală a cîmpului magnetic terestru, iar k o constantă de proporționalitate.

Pe de altă parte, cantitățile de apă descompuse sînt și ele proporționale cu I. Deci:

$$\frac{m_x}{m}=\frac{\operatorname{tg}\alpha'}{\operatorname{tg}\alpha}\ \text{și}\ \ m_x=6\ \text{mg}.$$

626 1° Cînd spira nu este străbătută de curent, acul se înclină datorită componentei verticale H_v. Ulterior, cîmpul magnetic H creat de spiră va avea același sens cu H_v și unghiul de înclinație crește.

Conform figurii 389, se pot scrie relațiile:

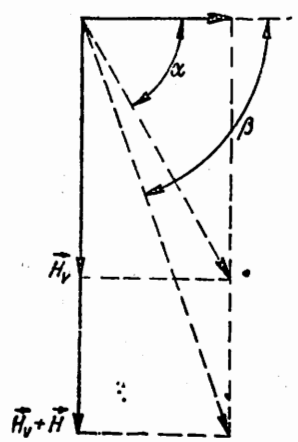


Fig. 389.

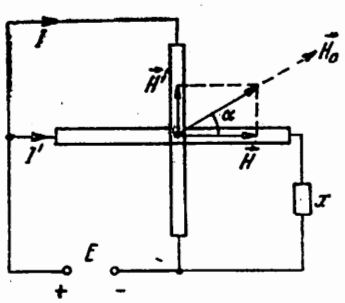


Fig. 390.

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{H_v}{H_0},\quad \operatorname{tg}\beta=\frac{H_v+H}{H_0}=\operatorname{tg}\alpha+\frac{H}{H_0}$$

$$H=H_0\frac{\sin(\beta-\alpha)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta}=16{,}24\ \frac{A}{m}.$$

2° $H=\frac{I}{2r}$ și $I=2rH\approx 3{,}25$ A.

627 Conform figurii 390, sistemul fiind văzut în plan orizontal:

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{H'}{H}=\frac{I'}{I}=\frac{R}{R+x},$$

Se obține $x=0{,}73\ \Omega$.

628 1° O spiră străbătută de curent creează la distanța z pe axă un cîmp magnetic (v. problema 624)

$$H_{axă} = \frac{R^2 I}{2(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Dacă solenoidul conține n spire pe unitatea de lungime, atunci pe distanța z vor exista $n \cdot \Delta z$ spire, și cîmpul magnetic creat de acestea va fi:

$$\Delta H = \frac{nR^2 I \Delta z}{2(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Cîmpul creat de tot solenoidul în punctul M se va obține prin însumare:

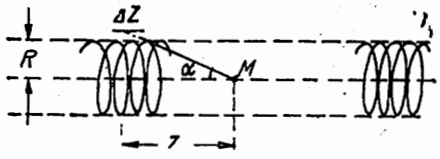
$$H = \Sigma \Delta H = \int \frac{nR^2 I \cdot dz}{2(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Dar (v. fig. 391, *a*):

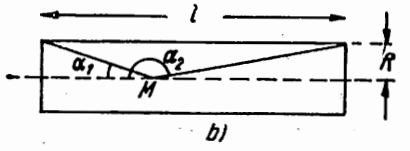
$$z = R \operatorname{ctg} \alpha, \quad dz = -R \frac{d\alpha}{\sin^2 \alpha}, \quad R^2+z^2 = \frac{R^2}{\sin^2 \alpha}$$

și

$$H = -\frac{1}{2} nI \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{1}{2} nI(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2),$$



a)



b)

Fig. 391.

α_1 și α_2 fiind unghiurile sub care se văd capetele solenoidului din punctul M (fig. 391, *b*). În cazul de față:

$$H = nI.$$

Pentru un solenoid cu lungimea $l \gg R$ ($\alpha_1 \to 0°$, $\alpha_2 \to \pi$):

$$\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 = 2 \cos \alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{2}+\frac{1}{4}}}$$

și $H_c = 11{,}82 \frac{\text{A}}{\text{m}}$.

2° Eroarea relativă $\frac{H-H_c}{H_c} = 2\sqrt{\frac{R^2}{l^2}+\frac{1}{4}} - 1 \approx 3\%$.

629 1° $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\mathcal{M}(H+H_0)}}$, $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\mathcal{M}(H-H_0)}}$.

Rezultă:

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{H-H_0}{H+H_0}} = \sqrt{\frac{ni-H_0}{ni+H_0}}$$

și

$$i = \frac{H_0}{n} \frac{T_2^2+T_1^2}{T_2^2-T_1^2} = 8 \text{ mA}.$$

2° $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\mathcal{M}H_0}} = T_1 \sqrt{\frac{H}{H}+1} = 8{,}92$.

630 Momentul de torsiune este proporțional cu unghiul de torsiune ($M_t=C\varphi$) și echilibrează momentul activ $\mathcal{M}H_0 \cos \varphi$, în care $\mathcal{M}=NSI$ (v. probl. 621).
Deci: $NSIH_0 \cos \varphi=C\varphi$ și $I=0{,}25$ A.

631 1° $F=Bll=\mu nIil=2\mu nIi\sqrt{r^2-x^2}$.
Pentru $x=0$, $F=0{,}2$ N.

2° Întrucît forța F nu este constantă, lucrul mecanic se obține prin însumarea lucrurilor mecanice pe mici porțiuni pe care se poate considera F constant. Deci

$$L=2\int_0^r F\cdot dx=\pi\mu nr^2Ii\approx 32 \text{ mN},$$

3° Fie k constanta elastică a resortului. La echilibru:

$$F=k\ (D-x)$$

sau

$$2\mu nIi\sqrt{r^2-x^2}=k(D-x),$$

Se obține $x_1=9{,}4$ cm și $x_2=-7$ cm (sub 0).

632 Pentru sensurile din figura 392, conductorul din mijloc este respins de fiecare din conductoarele laterale. Din condiția de echilibru a forțelor electrodinamice:

$$\mu\frac{iIl}{2\pi x}=\mu\frac{i'Il}{2\pi(d-x)},$$

se obține

$$x=d\frac{i}{i+i'}$$

rezultat independent de I și l. Se poate trage concluzia că I poate avea orice valoare și poate fi de lungime finită sau infinită.
Dacă se deplasează I din poziția sa de echilibru, se observă ușor că el tinde să revină în vechea poziție, echilibrul fiind stabil. Dacă însă I ar avea sens contrar, poziția de echilibru nu se modifică, dar echilibrul devine instabil, forțele de respingere fiind schimbate în forțe de atracție.

633 $\Phi=BS=\mu_0\mu nIS=45$ mWb.

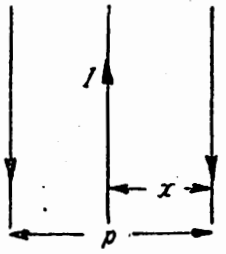


Fig. 392.

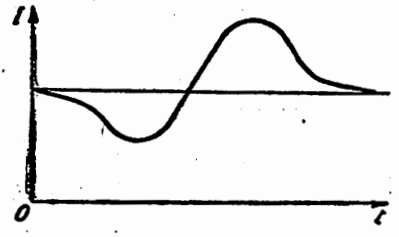


Fig. 393.

634 Prin mișcarea barei de fier se produce variația fluxului magnetic prin bobină.
Conform legii lui Lenz, prin introducerea barei în bobină, curentul acesteia scade, iar prin scoaterea barei, curentul crește. Graficul aproximativ al variației curentului în timp arată ca în figura 393.

635 1° *a*) Prin îmbrăcarea cilindrului de fier pe prima înfășurare, o parte din liniile de forță magnetice care străbat miezul se vor închide prin cilindru. În consecință, fluxul magnetic de inducție prin prima bobină crește și ampermetrul indică un curent electric mai mic; voltmetrul indică, de asemenea, o micșorare a tensiunii la capetele celei de-a doua bobine.

b) Dacă înălțimea cilindrului este egală cu înălțimea miezului, prin ecranarea acestuia, curentul în prima bobină scade, tensiunea indusă în a doua crește.

2° Prin aplicarea cilindrului de cupru, indicațiile ampermetrului cresc, deoarece o parte din energia curentului se folosește pentru crearea curenților de inducție în cilindru (Foucault).

636 $\Delta q = I \cdot \Delta t = \frac{e}{R}\,\Delta t = \frac{1}{R}\,\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\,\Delta t = \frac{2\Phi}{R} = \frac{\pi\mu_0 N H_0 d^2}{2R} = 10\ \mu C.$

637 1° Fie E_1 și E_2 t.e.m. ce apar în spirele I și II, iar R_1 și R_2 rezistențele acestor spire. Intensitatea curentului va fi deci:

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2},$$

iar diferența potențialelor punctelor M și N:

$$U = E_1 - IR_1 = \frac{E_1 R_2 + E_2 R_1}{R_1 + R_2}.$$

Pentru a găsi acum expresiile t.e.m. E_1 și E_2 se utilizează legea lui Faraday:

$$E_1 = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \pi r_1^2 \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} = \pi r_1^2 \cdot \frac{B_0 \Delta t}{\Delta t} = \pi r_1^2 B_0,$$

$$E_2 = \pi r_2^2 B_0, \quad R_1 = \rho \frac{2\pi r_1}{s}, \quad R_2 = \rho \frac{2\pi r_2}{s}.$$

Se obține: $U = \pi r_1 r_2 B_0$.

2° Dacă circuitul are forma din figura 136, *b*, t.e.m. E_1 și E_2 au același sens:

$$I = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_2},$$

$$U = E_1 - IR_1 = \frac{E_1 R_2 - E_2 R_1}{R_1 + R_2} = \pi r_1 r_2 \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2} \cdot B_0.$$

638 Suprafața descrisă de fiecare rază în unitatea de timp este $\nu \cdot \pi \frac{l^2}{4}$, iar fluxul tăiat în aceeași unitate de timp este $\mu_0 H_v \cdot \nu\pi \frac{l^2}{4}$, este egal deci cu t.e.m.

Rezultă:

$$I = \frac{2E}{R} = \frac{\pi\mu_0 \nu H_v l^2}{2R} \approx 0{,}1\ \text{mA}.$$

639 În paralel cu contactele întrerupătorului din circuitul primar este montat un condensator. Când se întrerupe circuitul, curenții de autoinducție încarcă condensatorul și scînteia între contacte nu mai apare. Ca urmare, curentul primar dispare repede și tensiunea indusă în secundar va avea o valoare superioară cazului când scînteia între contacte mărea timpul de scădere la zero a curentului în circuitul primar. Pentru capacități mari scînteia poate fi complet înlăturată, dar curentul nu mai scade repede la zero și tensiunea în secundar poate fi mai mică. Totuși, pentru

a preveni arderea contactelor, acestea se realizează din platină sau aliaje speciale ce prezintă o mare rezistență, la ardere.

640 Greutatea G dezvoltă în cădere o putere Gv, ce se transformă în putere electrică $\frac{E^2}{R}$. Fluxul fiind constant, $E=kv$. Deci $v=KGR$, viteza fiind proporțională cu greutatea G și rezistența R.

641 Dacă E' este t.e.m. apărută în rotor la funcționarea mașinii în regim de motor, rezultă:

$$E=E'+IR.$$

Prin înmulțirea întregii egalități cu I, se pot trage concluzii energetice:

$$EI=I^2R+E'I,$$

în care:

EI reprezintă puterea integrală a sursei;

I^2R — puterea ce se disipă prin efect Joule;

$E'I$ — puterea mecanică P_m a motorului.

Întrucît t.e.m. indusă este proporțională cu turația, indiferent de faptul că mașina funcționează în regim de motor sau generator, se poate scrie relația:

$$\frac{E'}{E_1}=\frac{n}{n_1}$$

și deci

$$I=\frac{E-E'}{R}=\frac{E-\frac{n}{n_1}E_1}{R}$$

Dar:

$$P_m=E'I=M\cdot\omega,$$

sau

$$\frac{n}{n_1}E_1\cdot\frac{E-\frac{n}{n_1}E_1}{R}=2\pi nM$$

și

$$n=\frac{E}{E_1}n_1-\frac{2\pi Mn_1^2R}{E_1^2}.$$

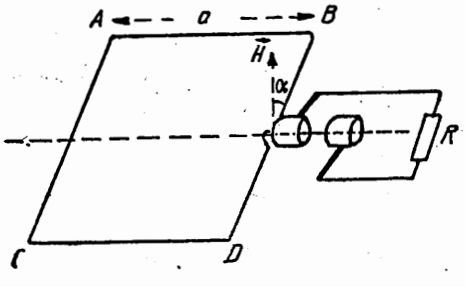


Fig. 394.

642 1° Suprafața străbătută de flux este variabilă. Fluxul total are expresia (fig. 394)

$\Phi=N\mu_0H\cdot S\cos\alpha=\mu_0 NHa^2\cos\omega t$

și deci:

$$u=-\frac{d\Phi}{dt}=\omega\mu_0NHa^2\sin\omega t=U_m\sin\omega t$$

cu:

$$U_m=2\pi n\mu_0NHa^2\approx 0{,}8\text{ V}.$$

2° $I=\frac{U_m}{R\sqrt{2}}=0{,}056$ A.

643 Dacă discul se rotește cu turația n, frecvența razelor ce ating ochiul observatorului va fi pn; dar arcul se aprinde de două ori într-o perioadă a curentului alternativ. Și întrucît arcul se observă continuu, frecvența curentului alternativ va fi:

$$\nu = \frac{pn}{2} = 50 \text{ Hz.}$$

644 1° Ecuațiile celor doi curenți vor fi:

$i_1 = \sqrt{2I_1} \sin \omega t$,

$i_2 = \sqrt{2I_2} \sin \omega\left(t - \frac{T}{8}\right) = \sqrt{2I_2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$, iar curentul total va avea intensitatea maximă $I_m = 15{,}79$ A (v. problema 253) și eficace $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 11{,}2$ A.

2° $P_1 = UI \cos \varphi_1 = UI_1 = 880$ W,

$P_2 = UI_2 \cos \varphi_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} UI_2 = 310{,}2$ W.

645 1° $U = I\sqrt{R^2 + 4\pi^2\nu^2L^2} = 1{,}41$ V;

2° $\varphi = \text{arc tg} \frac{2\pi\nu L}{R} = 45°$.

646 1° Curentul prezintă intensitatea maximă pentru $X=0$, la pulsația de rezonanță ω_r:

$$L\omega_r = \frac{1}{C\omega_r} \text{ și } \nu_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \approx 500 \text{ Hz.}$$

Se spune că circuitul se află la rezonanță: curentul este în fază cu tensiunea aplicată circuitului și prezintă intensitatea maximă pentru frecvența de rezonanță ν_r. De remarcat că în cazul de față rezonanța devine periculoasă prin apariția unei supratensiuni:

$U_c = U_L = I_r L\omega = \frac{L\omega}{R} U = QU = 3\,768$ V, Q fiind numit factor de supratensiune.

2° La rezonanță:

$$I_r = \frac{U}{R} = 12 \text{ A,}$$

iar la frecvență $\nu = 2\nu_r$.

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} = 0{,}25 \text{ A.}$$

circuitul comportându-se inductiv $\left(L\omega > \frac{1}{C\omega}\right)$.

647 1° $I = \frac{U_1}{R_1} = 2{,}5$ A;

2° $I = \frac{U_2}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R + R_1^2 + L^2\omega^2)}}$.

Rezultă: $R = 0{,}67\ \Omega$.

3° $L = 89$ mH (din sistemul de mai sus).

4° $P_1 = U_1 I = 125$ W,

$U_2 I \cos \varphi_2 = U_2 I \frac{R}{Z_2} = 9{,}23$ W.

$P = UI \cos \varphi = (R + R_1)I^2 \approx 129$ W;

5° $\cos \varphi = 0{,}59$.

648 $E'I' = \dfrac{E}{k}\, I' = \eta EI$ şi $I' = \eta\, kI = 48$ A.

649 Randamentul transformatorului este $\eta = \dfrac{P_2}{P_1}$, P_2 şi P_1 fiind puterile în secundarul, respectiv primarul transformatorului. Dar $P_2 = P_1 - P'$, P', fiind puterea disipată prin efect Joule în înfăşurările şi miezul transformatorului.

Considerînd că toată această căldură este absorbită de uleiul în care se află transformatorul, se obţine:

$$\eta = \frac{P_1 - \dfrac{mc\Delta t}{t}}{P_1} = 1 - \frac{mc\Delta t}{P_a t \cos \varphi} = 0{,}99.$$

650 1° Din formula lui Thomson $T = 2\pi\sqrt{LU}$ rezultă:

$$C = \frac{T^3}{4\pi^2 R} = \frac{1}{4\pi^2\nu^2 \dfrac{X_L}{2\pi\nu}} = \frac{\lambda}{2\pi c X_L} = 62{,}5 \text{ pF}.$$

2° $\dfrac{\Delta}{\dfrac{\lambda}{2}} = 51$, deci număr impar: slăbire;

3° $\varphi = \pi$.

26. REFLEXIA LUMINII

651 Sînt posibile două cazuri:

a) conform figurii 395, *a*: $NI' \parallel AM$ şi

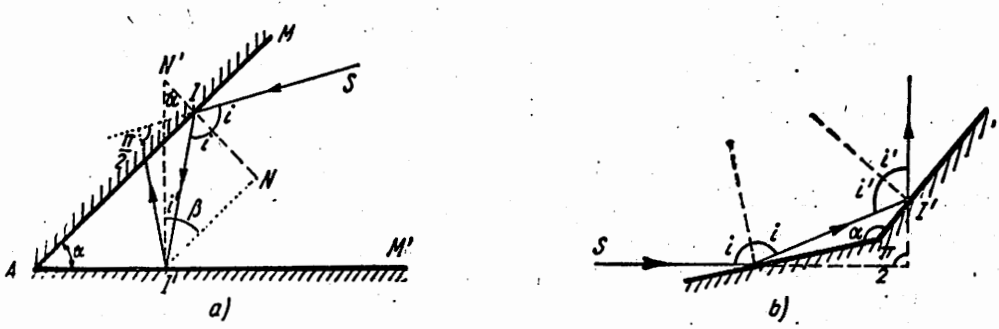


Fig. 395.

$$\alpha = \widehat{NN'I'} = \frac{\pi}{2} - (i' + \beta) = \frac{\pi}{2} - \left(i' + \frac{\pi}{2} - \right).$$

Deci, $\alpha = i - i'$. Utilizînd triunghiurile formate, se obţine final $\alpha = 45°$.

b) Conform figurii 395, *b*: $\alpha = i + i' = 135°$.

652 Conform figurii 396 și ținînd seama de simetria imaginilor în oglinzile plane rezultă:

$$M_1m=Sm=a,$$

$PD=DL_2=d$ (P simetricul lui L_2 față de oglinda M),
$M_3M_1=2\ d$ și $SM_3=2\ (a+d)$

$$\operatorname{tg} i=\frac{h}{2(a+d)} \text{ din } \Delta M_3SO.$$

Distanțele căutate vor fi deci:

$$L_1m=a \operatorname{tg} i=\frac{h}{2}\cdot\frac{a}{a+d},$$

$$L_2n=(a+d) \operatorname{tg} i=\frac{h}{2},$$

$$L_3m=(a+2d) \operatorname{tg} i=\frac{h}{2}\frac{a+2d}{d+a}.$$

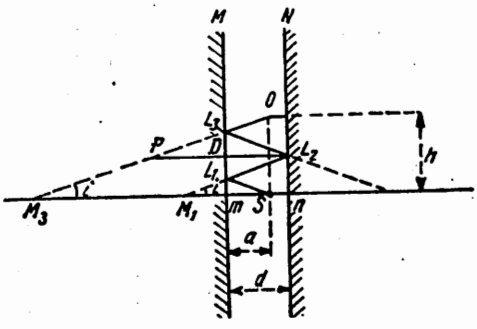


Fig. 396.

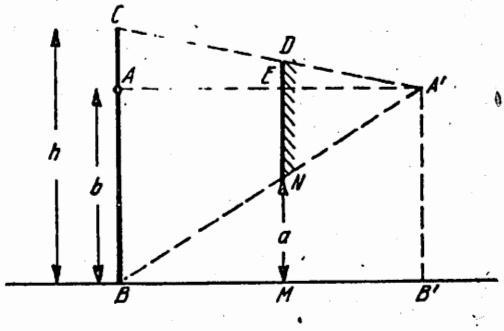


Fig. 397.

653 Fie $BC=k$ înălțimea observatorului (fig. 397). Ochiul său se află în A. Simetricul lui A față de oglindă este A'.

Orice punct al corpului care împreună cu A' determină un segment ce intersectează oglinda va fi văzut de observator.

În concluzie oglinda trebuie să aibă înălțimea minimă DN, iar latura ei inferioară să fie așezată față de podea la distanța MN. Valoarea acestor segmente se determină din triunghiurile asemenea $AA'B$ și $A'EN$:

$$\frac{b}{b-a}=\frac{2d}{d} \text{ și } a=\frac{b}{2}=80 \text{ cm}.$$

Iar din triunghiurile asemenea $AC A'$ și EDA':

$$DE=\frac{h-b}{2}=7.5 \text{ cm}.$$

Înălțimea minimă a oglinzii este deci $DN=87.5$ cm.

654 Dacă ecranul se află față de obiect la distanța $l \geqslant h \cdot \operatorname{tg} i$ (fig. 398) pe ecran se vor vedea cele două imagini egale ale obiectului, cea dreaptă și cea răsturnată, una în prelungirea celeilalte. Lungimea comună a imaginilor va fi egală cu $2h$.

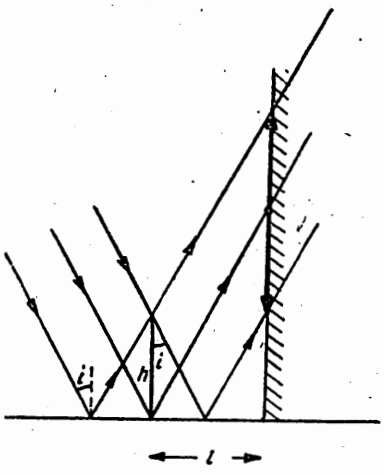


Fig. 398.

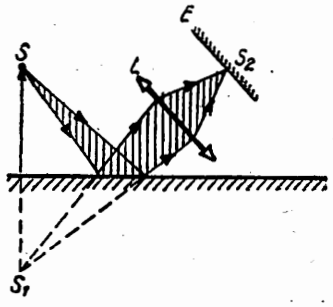


Fig. 399.

Dacă ecranul se află față de obiect la distanța $l_1 < h \operatorname{tg} \alpha$, lungimea imaginii drepte rămîne neschimbată, iar lungimea imaginii răsturnată se micșorează odată cu l_1.

655 Da (v. fig. 399).

656 Din formulele oglinzilor:

$$\frac{1}{p} \oplus \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \text{ și } \frac{l}{o} = \frac{p'}{p},$$

cu $p' = R - 50$ și $R = 2f$, rezultă $\frac{l}{o} = \frac{5}{6}$.

657 1° Din relațiile:

$$\frac{p'}{p} = 3, \qquad p' - p = 28, \text{ rezultă } R = 2f = 21 \text{ cm}.$$

2° Din formula distanțelor rezultă $p' = -210$ cm; imaginea este deci virtuală, formîndu-se în spatele oglinzii.

658 Din ecuația $\frac{1}{p} \oplus \frac{1}{p'} = \frac{2}{R}$ se obține, după înmulțirea cu p

$$p = \frac{R}{2}\left(1 + \frac{p}{p'}\right) = \frac{R}{2}\left(1 + \frac{o}{l}\right).$$

Rezultă:

1° $p = 18$ m, pentru $\frac{o}{l} = 5$ (imagine reală, $p' > 0$);

2° $p = 3{,}6$ m, pentru $\frac{o}{l} = \frac{1}{5}$;

3° $p = 2{,}4$ m, pentru $\frac{o}{l} = -\frac{1}{5}$ (imagine virtuală, $p' < 0$).

659 1° Fig. 400.

2° a) Este un trapez $A'B'D'E'$.

b) Poziția:

$$\frac{1}{VA}+\frac{1}{VA'}=\frac{2}{R} \text{ și } VA'\approx 34{,}6 \text{ cm}.$$

$$\frac{1}{VB}+\frac{1}{VB'}=\frac{2}{R} \text{ și } VB'\approx 31{,}6 \text{ cm}.$$

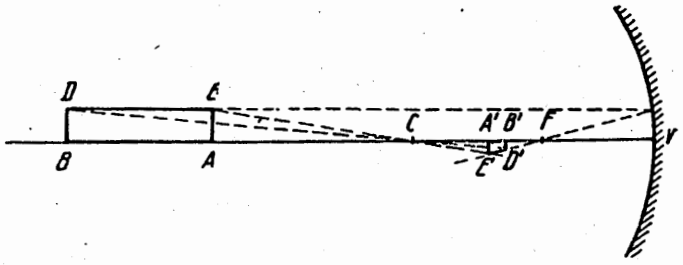


Fig. 400.

c) Dimensiunile:

$$A'E'=AE\frac{CA'}{CA}=2{,}31 \text{ cm}; \quad A'B'=3{,}1 \text{ cm};$$

$$B'D'=BD\frac{B'C}{BC}\approx 1{,}58 \text{ cm}; \quad E'D'=3{,}67 \text{ cm}.$$

3° $S=180$ cm², $S'\approx 6$ cm².

660 Imaginea este un triunghi dreptunghic $A'B'D'$ (fig. 401).

a) Poziția:

$$\frac{1}{VA}+\frac{1}{VA'}=\frac{2}{R} \text{ și } VA'=12 \text{ cm}.$$

$$\frac{1}{VD}+\frac{1}{VD'}=\frac{2}{R} \text{ și } VD'=11{,}8 \text{ cm}.$$

b) Dimensiunile:

$$A'B'=AB\frac{A'C}{AC}=0{,}4 \text{ cm}; \quad A'D'=0{,}2 \text{ cm};$$

$$B'D'=\sqrt{A'D'^2+A'B'^2}=0{,}45 \text{ cm}.$$

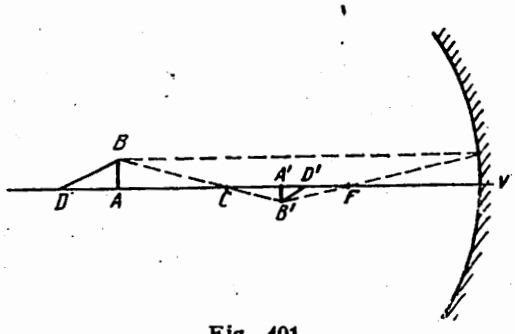


Fig. 401

661 1° Fie p_1 și p_1' distanțele corespunzătoare obiectului și imaginii față de prima oglindă; p_2 distanța față de a doua oglindă a imaginii devenite obiect și p_2' distanța imaginii finale față de aceeași oglindă.

Rezultă:

$$p_1+p_2'=p_1'+p_2=d,$$

$$\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_1'}=\frac{1}{f_1}, \quad \frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_2'}=\frac{1}{f_2}.$$

Se obține o ecuație în p_1

$$p_1^2(d-f_1-f_2)-p_1(d-2f_2)d+(d-2f_2)df_1=0,$$

din care rezultă $p_1=13{,}14$ cm și apoi $p_2=41{,}86$ cm.

2° Se pune condiția ca discriminantul ecuației precedente să fie nul:

$$d^2(d-2f_2)^2-4(d-f_1-f_2)(d-2f_2)df_1=0$$

sau

$$d(d-80)\ (d^2-120d+2\,000)=0$$

și

$$d_1=80 \text{ cm},\ d_2=100 \text{ cm},\ d_3=20 \text{ cm}.$$

662 1° Fie p_1 distanța de la obiect la oglinda O_1.

Imaginea i_1 dată de această oglindă se află la distanța p_1' de ea și este obiect pentru a doua oglindă. Imaginea i_2 dată de oglinda O_2 trebuie să coincidă ca poziție cu i_1. Se obțin astfel relațiile:

$$\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_1'}=\frac{1}{f_1},\quad \frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_2'}=\frac{1}{f_2},$$

$$p_2=D-p_1',\quad p_2'=D-p_1.$$

Rezultă: $p_1\approx 10$ cm.

2° $i_1=o\dfrac{p_1'}{p_1}=8$ cm, $i_2=o\dfrac{p_2'}{p_2}=2$ cm.

3° Pentru prima oglindă $p_1=4$ cm, deci $p_1'=-12$ cm, imaginea fiind virtuală, în spatele primei oglinzi.

Pentru a doua oglindă $p_2=17{,}1$ și imaginea va fi reală, plasată la distanța $p_2'=19$ cm de cea de-a doua oglindă.

4° $i_1'=6$ cm, $i_2'=3{,}34$ cm.

663 Se vor considera două cazuri:

1° Presupunem că fasciculul luminos se reflectă mai întîi pe oglinda concavă. Dacă oglinda plană nu ar exista, s-ar obține o imagine reală i_1 la distanța $p'=\dfrac{pR}{2p-R}=6$ m de oglinda concavă, deci la 3 m față de obiect. Pentru ca oglinda plană să dea pentru i_1 o imagine i_2 situată în planul obiectului, trebuie ca această oglindă să fie așezată la jumătatea distanței dintre i_1 și obiect deci la 4,5 m de vîrful oglinzii concave.

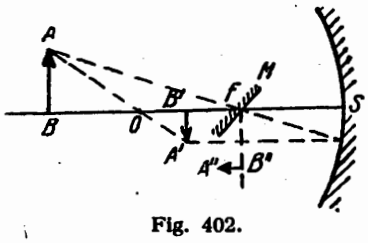


Fig. 402.

2° Presupunem acum că fasciculul luminos se reflectă mai întîi pe oglinda plană și se notează cu d distanța căutată. Oglinda plană se află deci la distanța $d-3$ de obiect. Imaginea i_2', simetrică obiectului față de oglinda plană, se află la distanța $2(d-3)$ față de obiect și, prin urmare, la distanța $p_1=2d-3$ de vîrful oglinzii concave. Această imagine virtuală i_2' joacă rol de obiect pentru oglinda concavă. Rezultă $d=4{,}5$ m, ca și în cazul precedent.

664 1° $p'=1{,}25$ m, $h'=2{,}5$ cm.

2° Imaginea $A'B'$ (fig. 402) devine obiect virtual pentru oglinda plană M, care va da o imagine reală, egală, simetrică $A''B''=2{,}5$ cm.

Cum oglinda M este înclinată cu 45° pe axa principală, $A''B''$ este paralelă cu axa la distanța $FB''=FB'=25$ cm de această axă. La această distanță trebuie plasat un ecran pentru a prinde imaginea reală.

665 O rază ce pornește din P (fig. 403) cade după reflexie pe oglindă, în punctul A al ecranului. Această rază creează delimitarea porțiunii vizibile a ecranului.
Punctul P_1 fiind imaginea punctului P, rezultă:

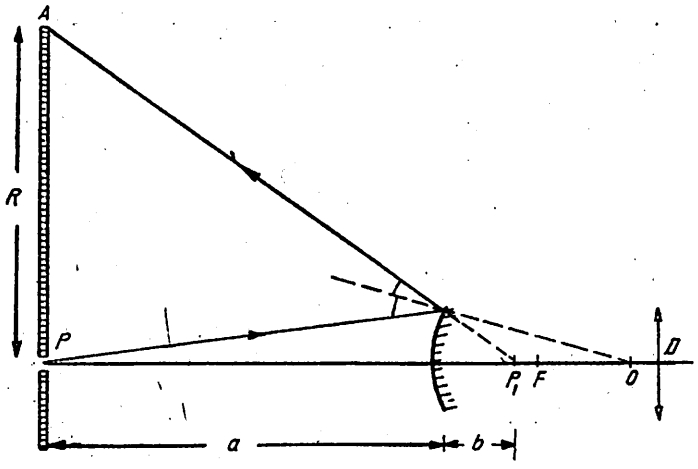


Fig. 403.

$$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=-\frac{1}{f},\quad \frac{b}{\frac{D}{2}}=\frac{a+b}{R},$$

Se obține:

$$f=\frac{aD}{2(R-D)}=20 \text{ cm}.$$

666 Suprafața oceanului constituie o oglindă divergentă, cu raza R=6 370 km, și nu o oglindă plană, cum pare la prima vedere. Deci:

$$-\frac{2}{R}=\frac{1}{p}-\frac{1}{p'},$$

și, conform figurii 404:

$$-\frac{2}{R}=\frac{1}{(N-1)R}-\frac{1}{p'} \text{ sau } \frac{p'}{R}=\frac{N-1}{2N-1}.$$

De asemenea, din triunghiurile asemenea formate:

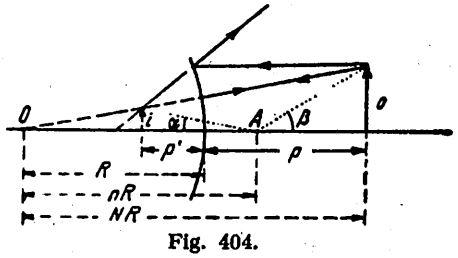


Fig. 404.

$$\frac{i}{o}=\frac{R-p'}{NR}=\frac{1-\frac{p'}{R}}{N}=\frac{1}{2N-1}\approx\frac{1}{120}.$$

Este interesantă însă compararea unghiurilor vizuale. Unghiul vizual sub care se vor vedea din A (poziția observatorului) luna, respectiv imaginea lunii, vor fi:

$$\beta\approx\operatorname{tg}\beta=\frac{o}{(N-n)R},\qquad \alpha\approx\operatorname{tg}\alpha=\frac{i}{p'+(n-1)R}.$$

Deci:

$$\frac{\alpha}{\beta}=\frac{i}{o}\,\frac{N-n}{\frac{p'}{R}+n-1}=\frac{N-n}{2Nn-N-n}=0{,}9939.$$

667 Presupunem mai întîi oglinda M singură. Raza de lumină PD (fig. 405), plecînd din P, va întîlni axa după reflexie în punctul F_1 aflat la distanța p':

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{2}{R} \text{ și } p'=1{,}5 \text{ m}.$$

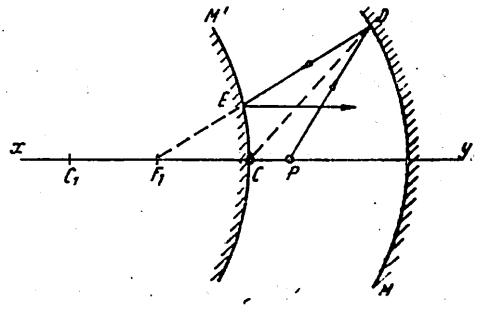


Fig. 405.

Acest punct F_1 constituie focarul principal al oglinzii convexe. Deci, raza DE va fi reflectată de a doua oglindă paralel cu axa xy. Imaginea punctului P după reflexie pe cele două oglinzi se va afla deci la infinit.

668 Se consideră două oglinzi PQ și pq, una concavă și alta convexă, centrate pe aceeași axă (fig. 406). Dacă oglinda convexă nu ar exista, fie $A'B'$ imaginea reală și răsturnată dată de oglinda PQ pentru un obiect AB. Printre razele ce se întîlnesc în A', există una pe care oglinda convexă nu o deviază. Aceasta este raza CC', normală pe oglinda convexă, și care după reflexie va avea direcția $C'C$. Raza $A'D$, paralelă cu axa comună, este reflectată de oglinda convexă pe direcția FD' și întîlnește raza CC' în A'', care este deci imaginea reală a punctului virtual A'. Se va observa deci în $A''B''$ o imagine reală

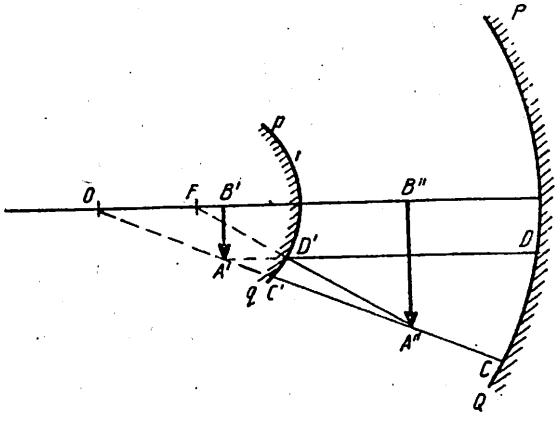


Fig. 406.

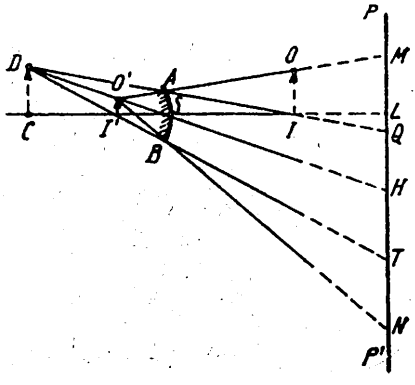


Fig. 407.

Razele FD' și CC' se vor putea întîlni numai dacă $OF \geqslant D'A'$, deci pentru obiectul virtual $A'B$, plasat între focarul F și oglinda pq. Dacă $OF=A'D'$, imaginea reală se formează la infinit. Pentru $A'D' \geqslant OF$, imaginea va fi virtuală.

Observație. Din $\frac{1}{p}-\frac{1}{p'}=-\frac{1}{f}$ poate rezulta $p' \geqslant 0$, dacă $|p| \leqslant |f|$ și $p \leqslant 0$.

669 1° Din formulele oglinzilor convexe

$$\frac{1}{p}-\frac{1}{p'}=-\frac{2}{R}, \qquad \frac{i}{o}=\frac{p'}{p},$$

se obține $p'=20$ cm și $i=4$ cm.

Imaginea ochiului este virtuală dreaptă, situată la 20 cm de vîrful oglinzii și la 4 cm de axă (fig. 407).

2° Prin cîmp al unei oglinzi se înțelege regiunea din spațiu ce cuprinde acele puncte luminoase care după reflexia pe oglindă dau imagini vizibile pentru ochi. Dar, pentru ca o rază după reflexie să ajungă în ochiul O, trebuie ca înainte de reflexie să se îndrepte către imaginea O' a ochiului. Cîmpul este deci limitat de suprafața conului aflat în fața oglinzii, cu vîrful în O' și avînd ca bază conturul AB al oglinzii. Regiunea din planul PP' în care se află punctele vizibile este cercul ce rezultă din intersecția acestui plan cu conul precedent. Acest cerc are diametrul MN și centrul în H, punctul de intersecție al dreptei MN cu prelungirea razei $O'S$. Confundînd arcul AB cu diametrul cercului de bază, din triunghiurile asemenea SHL și $SO'I'$, $O'MH$ și $O'AS$, se obține

$$HL=200 \text{ cm}, \quad HM=300 \text{ cm}.$$

3° Dacă oglinda convexă se înlocuiește cu una plană, limitată la AB, imaginea ochiului este punctul D, simetricul lui O față de AB. Noul cîmp este limitat de suprafața conică cu vîrful în D și cu baza AB și este mai mic decît precedentul, în planul PP' punctele vizibile fiind situate în interiorul cercului de diametru QT.

Perpendiculara coborîtă din D pe axa oglinzii cade în centrul O al oglinzii și deci $\frac{CS}{DC} = \frac{I'S}{I'O'} = 5$.

Prin urmare, punctele D, O', S sînt în linie dreaptă și deci cercul QT are centrul tot în H. Raza acestui cerc $HQ=101$ cm, ceea ce se obține folosind relațiile din triunghiurile asemenea DQH și DAS.

Raportul celor două cîmpuri fiind proporțional cu $\left(\frac{101}{300}\right)^2$, se observă că în cazul oglinzii plane cîmpul este de aproximativ 9 ori mai mic.

Aceasta explică numeroasele aplicații practice ale oglinzilor convexe (respectiv ale lentilelor divergente, în aparatele optice).

27. REFRACȚIA LUMINII. PRISME

Imaginea sursei S se va obține inițial în B, punct ce va fi însemnat pe hîrtie. Se rotește apoi paharul (v. fig. 408): o rază de lumină ce pleacă din S și trece prin aer pe deasupra apei din pahar se propagă pe direcția SAD, punctul luminos D fiind, de asemenea, însemnat pe hîrtie. O altă rază plecată din S, dar care intră în apă în A, va suferi o refracție și va ajunge în C.

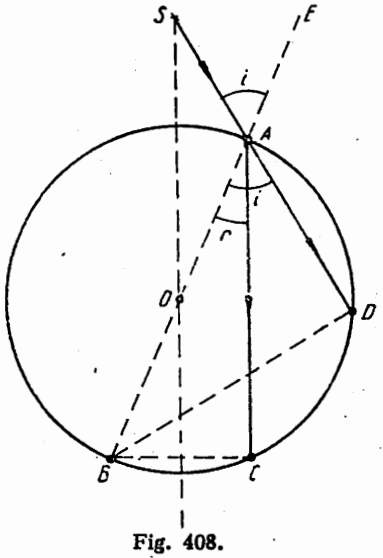


Fig. 408.

Unghiul $\widehat{SAE}$ este unghi de incidență, iar $\widehat{BAC}$ de refracție.

Se pot scrie relațiile

$$n=\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{c}{v},$$

$BD=AB \sin i=2R \sin i$, $BC=2R \sin r$.

Rezultă:

$$v=c\frac{BC}{BD}.$$

și totul se reduce la determinarea distanțelor BC și BD.

671 Pentru ca raza $I'S'$ (fig. 409) să fie perpendiculară pe AB, trebuie ca unghiul de emergență i' să fie egal cu unghiul de refringență A al prismei. Atunci:

$$\sin i = n \sin r,\ \sin A = n \sin r',\ r + r' = A.$$

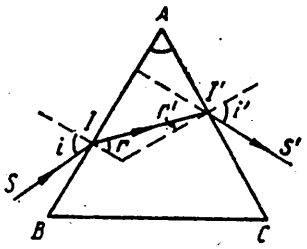


Fig. 409.

Eliminînd pe r și r' între aceste trei ecuații și dezvoltînd pe $\sin(A-r)$, se obține:

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i - 1}}.$$

672 1° Raza de lumină perpendiculară pe A_1B_1, la trecerea prin prisma P_1, este deviată cu unghiul $(n-1)\alpha = 1°$ către baza acestei prisme și devine normală pe axa xy întrucît această axă formează cu A_1B_1 un unghi de 1°. Axa xy, fiind o axă de simetrie a sistemului, determină o simetrie față de xy a traseului razei de lumină. Deci, raza emergentă va fi perpendiculară pe A_2B_2.

2° Putem considera sistemul ca fiind format dintr-o prismă de apă cuprinsă între două prisme de sticlă invers așezate. Cele două prisme de sticlă deviază raza cu 2° spre bazele lor (fiecare cu 1°). Prisma de apă, de unghi $A = 6°$ și indice de refracție $n' = \frac{4}{3}$, produce o deviație de sens invers $(n'-1)A = 2°$. Cele două deviații se compensează și deci raza emergentă va fi normală pe axa xy, fără nici o deplasare.

673 1° $i = 90° - 84° = 6°$, $r = \frac{i}{n} = 4°$, $r' = A - r = 3°$,

$i' = nr' = 4{,}5°$, $D = i + i' - A = 3{,}5°$.

2° Nu, cu condiția ca unghiul SIB să fie foarte aproape de 90°. În acest caz, unghiul i este foarte mic și $D = (n-1)A$.

3° $i_1 = i' = 4{,}5°$, $r_1 = \frac{i_1}{n_1}$, $r_1' = A_1 - r_1 = \frac{35}{16}$,

$i_1' = n_1 r_1' = 3{,}5°$, $D_1 = i_1 + i_1' - A_1 = 3°$.

Dar aceasta este de sens contrar deviației D, iar deviația definitivă suferită de fasciculul de lumină la trecerea prin cele două prisme devine $D_f = D - D_1 = 0{,}5°$.

4° Nu.

674 1° Unghiul α al prismei este egal cu unghiul r format de raza incidentă cu normala pe fața CD.

Pentru ca raza violetă să se reflecte total, trebuie ca unghiul i să fie egal cu unghiul limită, deci să satisfacă condiției $\sin i = \frac{1}{n_v}$. Rezultă $\alpha = i = 40°10'$.

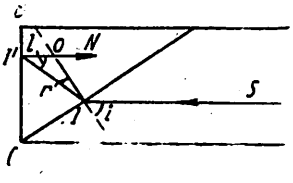


Fig. 410.

2° Pentru această valoare a unghiului α, razele roșii vor traversa prisma, fiind refractate și vor forma cu normala, la ieșirea din prismă, un unghi r:

$$\sin r = \frac{n_r}{n_v},\quad r = 76°57',$$

iar deviația razelor roșii va fi $r - i = 36°47'$.

675 Condiția cerută se realizează dacă $\widehat{II'N}$ este cel puțin egal cu unghiul limită (fig. 410).

Rezultă:

$$\widehat{NOI}=\widehat{BCA}=r+l,$$

$$A=\frac{\pi}{2}-(r+l) \text{ și } \sin r=\cos (A+l),$$

$$l=\widehat{BCA}=\frac{\pi}{2}-A,$$

$$n=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-A\right)}{\sin r} \text{ și } \sin r=\frac{\cos A}{n},$$

Comparînd cele două expresii ale lui $\sin r$ și avînd $\sin l=\frac{1}{n}$, rezultă $\operatorname{tg} A=n\cos l-1$ și $A\geqslant 6°44'$.

676 Întrucît $D=i+i'-A=2i-A$ (fig. 411), iar $A=r+r'=2r$, rezultă:

$$n=\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{\sin\frac{D+A}{2}}{\sin\frac{A}{2}}=1{,}73.$$

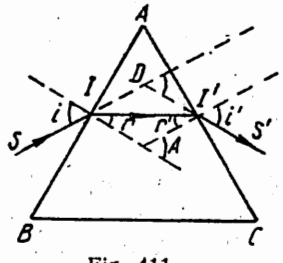


Fig. 411.

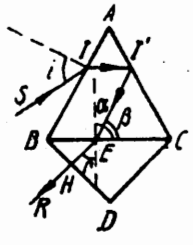


Fig. 412.

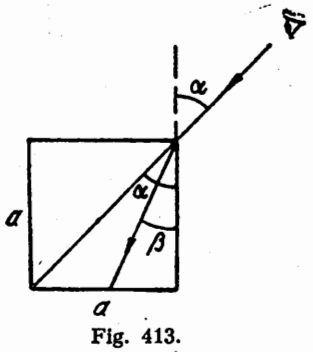


Fig. 413.

677 1° În cazul deviației minime:

$$i=\frac{A+\delta}{2}=60°, \quad n_1=\frac{\sin i}{\sin\frac{A}{2}}=1{,}73.$$

2° $\widehat{II'E}=2r=60°$, deci egal cu B (fig. 412). Rezultă că $II'EB$ este un paralelogram și deci $I'E \parallel AB$; unghiul de incidență în E este deci $\alpha=\frac{\pi}{2}-\beta=30°$ și $\sin r=\frac{n}{n_2}\sin\alpha$, $r=45°$. Raza refractată EH este, prin urmare, normală pe fața BD pe care o străbate, fără a mai fi deviată.

678 În cazul cînd în vas nu se află lichid (fig. 413), $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$. Cînd se toarnă lichid, $\sin\beta=\frac{\sqrt{5}}{5}$. Deci:

$$n=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=1{,}55.$$

679 Pentru a se realiza condiția cerută, este suficient ca raza AC să întîlnească nivelul lichidului sub un unghi de incidență i, egal cu unghiul limită; toate razele mai înclinate se vor reflecta total.

Deci:

$$\sin i = \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{n}, \quad x = \frac{1}{n}\sqrt{h^2+x^2},$$

și

$$x = \frac{h}{\sqrt{n^2-1}} = 4 \text{ cm}.$$

680 Fie o rază PA ce pornește din P (fig. 414); ea cade pe suprafața laterală a conului sub unghiul φ; în A se refractă sub unghiuri β și, continuîndu-și drumul, cade pe suprafața lichidului sub un unghi γ; aici se refractă sub un unghi δ.

Rezultă deci:

$$\sin \varphi = n \sin \beta = n \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \gamma\right) = n \cos (\alpha+\gamma).$$

Pentru a fi văzută, este necesar ca $\gamma < l$, l fiind unghiul limită. Prin urmare, unghiul limită l va satisface condiției:

$$\sin \varphi = n(\cos \alpha \cdot \cos l - \sin \alpha \cdot \sin l) = \sqrt{n^2-1} \cos \alpha - \sin \alpha.$$

Dar $\varphi = \frac{\pi}{2} - \alpha$. Se obține:

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{n^2-1} - 1,$$

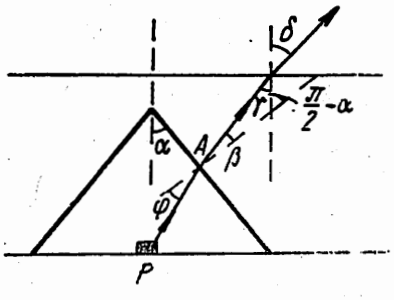


Fig. 414.

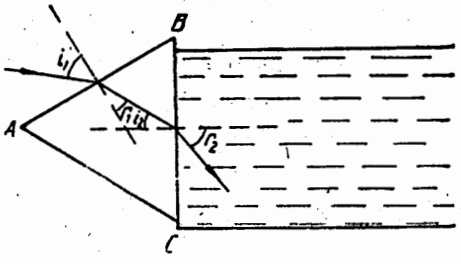


Fig. 415.

obiectul fiind vizibil pentru

$$\operatorname{tg} \alpha \geqslant \sqrt{n^2-1}-1 \text{ și } n \geqslant \sqrt{2},$$

condiție îndeplinită de orice mediu.

681 1° Primul unghi de refracție, în sticlă, este (fig. 415):

$$r_1 = \arcsin \left(\frac{\sin i_1}{n_2}\right) = 23°30'.$$

Fasciculul cade apoi pe fața BC sun unghiul $i_2 = B - r_1 = 36°30'$.

Dacă v_1 este viteza luminii în aer, v_2 în sticlă, iar v_3 în apă, atunci:

$$\frac{\sin i_2}{\sin r_3} = \frac{v_2}{v_3} = \frac{n_3}{r_2},$$

$$n_2 = \frac{v_1}{v_2}, \quad n_3 = \frac{v_1}{v_3}.$$

Rezultă:

$$\sin r_2 = \frac{n_1}{n_3} \cdot \sin i_2 = 0{,}7176 \text{ și } r_2 = 45°52'$$

2° Pentru $r_2 = 90°$:

$$\sin i_{2l} = \frac{n_3}{n_2} \text{ și } i_{2l} = 56°.$$

Deci $r_1 = 4°$. Rezultă: $\sin i_1 = n_1 \sin r_1$, $i_1 = 6°30'$.

682 1° Conform figurii 416:

$$h' = \frac{d}{\operatorname{tg} i} = \frac{h \operatorname{tg} r}{\operatorname{tg} i} \approx 0{,}5 \text{ m, cu } \sin r = \frac{\sin i}{n}.$$

2° Unghiurile i și r tind către zero și deci:

$$h' = h \frac{\operatorname{tg} r}{\operatorname{tg} i} \approx h \frac{\sin r}{\sin i} = \frac{h}{n}.$$

Piatra pare deci mai ridicată față de fundul apei cu $h\left(1 - \frac{1}{n}\right)$.

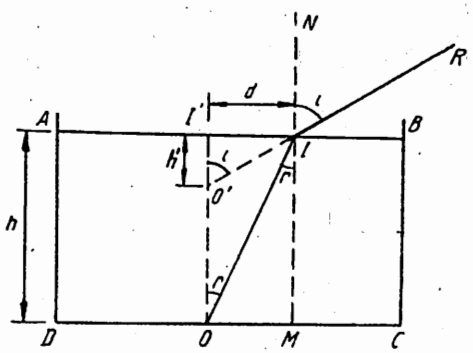


Fig. 416.

683 1° Observatorul vede peștele mai sus decît este în realitate, într-un punct P' care satisface condiției $IP' = \frac{IP}{n}$ (fig. 417, *a*). Deci, observatorul vede peștele la distanța aparentă $OP' = 1{,}8$ m.

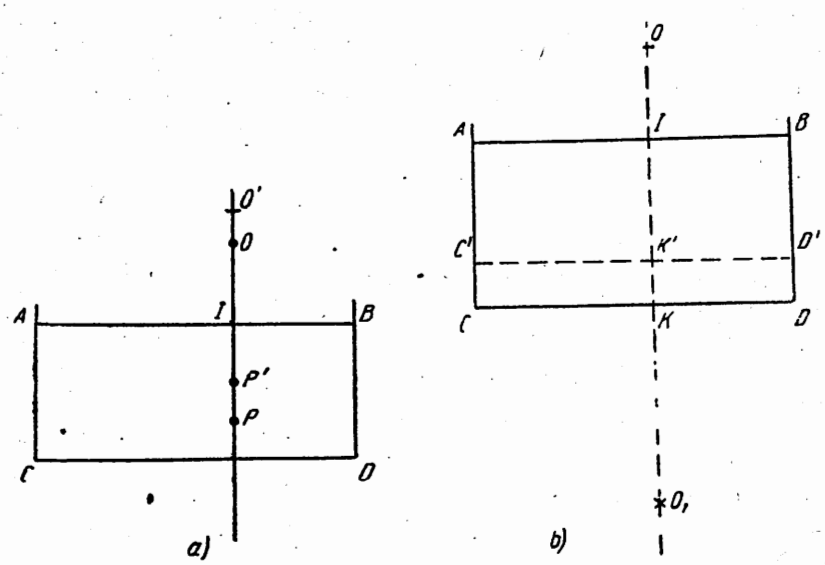


Fig. 417.

Conform principiului mersului invers al razelor de lumină, peștele vede observatorul în punctul O', astfel încît $IO'=n\cdot IO$. Rezultă distanța aparentă totală $PO'=2{,}4$ m.

2° Totul se petrece ca și cum oglinda CD ar fi plasată în poziția $C'D'$ (fig. 417, *b*), definită prin $AC'=\frac{AC}{n}$. Distanța căutată este deci:

$$2\cdot OK'=2(OI+IK')=4{,}2 \text{ m}.$$

În lipsa apei, imaginea O_1 a punctului O în oglinda CD se formează la distanța $2\cdot OK=4{,}8$ m. Deci, imaginea se depărtează de observator.

694 Unghiul HON fiind egal cu 60°, $OH=\frac{R}{2}$.

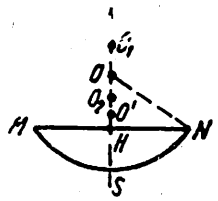


Fig. 418.

Prima refracție din aer în apă dă pentru O o imagine în O_1, situată pe axa SO (fig. 418):

$$HO_1=n\cdot HO, \text{ deci } SO_1=HO_1+\frac{R}{2}=(n+1)\frac{R}{2}.$$

Reflexia pe oglinda concavă dă pentru punctul O_1 imaginea O_2 la distanța SO_2:

$$\frac{1}{SO_1}+\frac{1}{SO_2}=\frac{2}{R} \text{ și deci } HO_2=SO_2-\frac{R}{2}=\frac{R}{2n}.$$

A doua refracție din apă în aer dă imaginea definitivă O', situată deasupra apei la distanța $HO'=\frac{HO_2}{n}=\frac{R}{2n^2}$.

28. LENTILE

685 Imaginea și obiectul sînt reale, deci se va folosi o lentilă convergentă, situată între sursă și ecran la distanța p de sursă, ce se poate determina din relațiile:

$$p+p'=54, \quad \frac{p'}{p}=2, \text{ deci } p=18 \text{ cm}.$$

Iar din $\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}$ rezultă $f=12$ cm.

686 1° Din relațiile:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'} \text{ și } \frac{i}{o}=\frac{p'}{p},$$

rezultă $f=42$ cm, $i=4{,}66$ cm.

2° $C=\frac{1}{f}=2{,}38\ \delta$.

3° $p_1=p'=1{,}4$ m ($p'_1=p=0{,}6$ m).

687 Din relațiile:

$$\frac{1}{f}=(n-1)\frac{1}{R}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'} \text{ și } \frac{p'}{p}=10,$$

rezultă $p=13{,}2$ cm, $p'=132$ cm.

688 1° În aer:

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{P_1}+\frac{1}{R_2}\right),$$

iar în apă:

$$\frac{1}{f_1}=\left(\frac{n}{n_1}-1\right)\frac{1}{f(n-1)} \quad \text{și } f_1=120 \text{ cm}.$$

2° În monobromnaftalen:

$$\frac{1}{f_2}=\left(\frac{n}{n_2}-1\right)\frac{1}{f(n-1)} \quad \text{și } f_2=-150 \text{ cm}.$$

689 Rezolvînd sistemul $\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{9}$ și $p+p'=100$, se obțin valorile: $p=90$ cm, $p'=10$ cm, sau $p=10$ cm, $p'=90$ cm.

Generalizînd, se obține:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}, \quad p+p'=d$$

și

$$p=\frac{d}{2}+\sqrt{\frac{d^2}{4}-fd}, \quad \frac{d^2}{4}\geqslant fd, \quad d\geqslant 4f.$$

690 Pentru prima poziție a becului:

$$\frac{p}{p'}=\frac{o}{i_1}, \quad \frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}.$$

Pentru a doua poziție:

$$\frac{p+4}{p''}=\frac{o}{i_2}, \quad \frac{1}{p+4}+\frac{1}{p''}=\frac{1}{f}.$$

Rezultă $f=16$ cm.

691 Conform figurii 419: $p=q+f$, $p'=q'+f$, iar din formula distanțelor $f(p+p')=pp'$. Rezultă $f^2=qq'$, q și q' fiind distanțele respective de la obiect și imagine în focarele lentilei (formula lui Newton). Produsul qq' fiind constant, suma $q+q'$ este minimă pentru $q=q'$ și deci $q^2=f^2$ sau $q=f$. Rezultă $p=2f$; distanța minimă dintre un obiect și imaginea sa este deci $4f$.

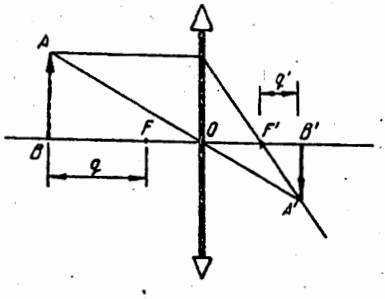


Fig. 419.

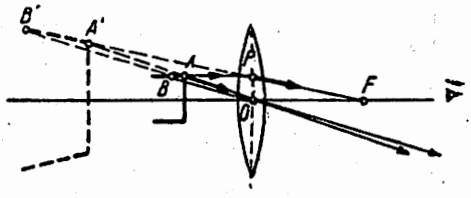


Fig. 420.

692 Conform enunțului rezultă că se observă imaginea virtuală a dopului. Construind imaginea (fig. 420), tragem concluzia că ea este un trunchi de con, cu suprafața laterală vizibilă. Ochiul trebuie plasat în fața focarului F.

693 1° $p_1'=p_1=20$ cm, $f_1=10$ cm, $C_1=10$ δ.

2° $\frac{p_2'}{p_2}=\frac{1}{2}$, $\frac{1}{f}=\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_2'}$ și $f=30$ cm.

3° $C=C_1+C_2$ sau $\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}$ și $f_2=-15$ cm (divergentă).

694 Una din lentile se află în focarul celeilalte și ca urmare, raza ce trece prin centrul optic al primei lentile devine paralelă cu axa și determină ea singură mărimea imaginii unui obiect dat, independent de convergența celei de-a doua lentile. Rezultă (v. fig. 421):

$$\frac{o}{i}=\frac{p}{f} \text{ și } p=29 \text{ cm}.$$

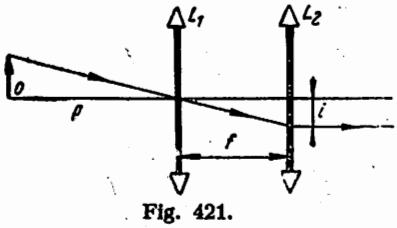


Fig. 421.

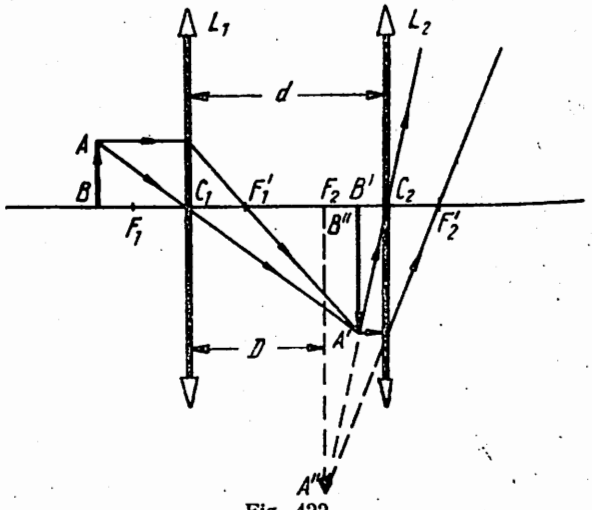


Fig. 422.

695 1° $f=\frac{1}{c}=10$ cm; $c=(n-1)\frac{1}{R}$, $R=8$ cm.

2° $\frac{1}{f}=\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_1'}$ și $p_1'=30$ cm. Deci, prima imagine reală care servește drept obiect pentru a doua lentilă se formează în fața acesteia la distanța $p_2=5$ cm.

De asemenea: $\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_2'}=\frac{1}{f}$ și $p'=-10$ cm.

A doua imagine $A''B''$ (fig. 422) este virtuală, situată față de lentila a doua de aceeași parte cu $A'B'$. Deci, $D=d-p_2'=25$ cm.

Se notează cu F distanța focală a sistemului și cu p_3' distanța de la imagine la sistem:

$$\frac{1}{F}=\frac{2}{f} \text{ și } \frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_3'}=\frac{2}{f}. \text{ Deci, } p_3'=7{,}5 \text{ cm}.$$

Imaginea este reală, răsturnată și micșorată de două ori, după cum reiese din relația $\frac{i'''}{o}=\frac{p_3'}{p_1}$, spre deosebire de cazul considerat la punctul 2°, în care $\frac{i''}{o}=\frac{p_1'p_2'}{p_1p_2}=-4$ (imagine virtuală de 4 ori mai mare decît obiectul).

696 1° $\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{d-p}$ și $p=\frac{d}{2}\pm\sqrt{\frac{d^2}{4}-fd}$.

2° Fasciculul paralel trecînd prin prima lentilă va da o imagine i_1 situată în focarul F_1, care constituie obiect pentru a doua lentilă. Deci, $p_2=60+f_2$:

$$\frac{1}{f_2}=\frac{1}{60+f_2}+\frac{1}{p'} \text{ şi } f_2=60 \text{ cm},$$

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2} \text{ şi } f_1=40 \text{ cm}.$$

Distanţa dintre centrele lor optice este, prin urmare, $D=f_1+f_2+60=160$ cm.

697 1° Imaginea formată de razele marginale se datoreşte numai primei lentile, de distanţă focală f; aceea formată de razele centrale se datoreşte sistemului celor două lentile, sistem care are distanţa focală F dată de relaţia:

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{f}+\frac{1}{f'}.$$

Dacă obiectul se află în regiunea $x'f$ (fig. 423), cele două imagini sînt reale; dacă se află în regiunea fF, imaginea marginală este virtuală, imaginea centrală este reală; dacă obiectul se află în regiunea FO, cele două imagini sînt virtuale; în fine, dacă obiectul este în regiunea Ox, adică dacă este virtual, ambele imagini sînt reale.

2° Pentru imaginea i_c dată de razele centrale:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}+\frac{1}{f'}, \quad \frac{i_c}{o}=\frac{p'}{p},$$

iar pentru imaginea i_m datorată razelor marginale:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}, \quad \frac{i_m}{o}=\frac{p''}{p}.$$

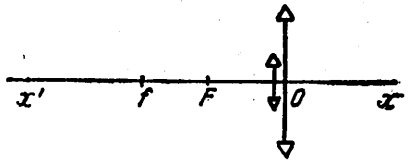


Fig. 423.

Rezultă $\frac{1}{p'}>\frac{1}{p''}$ deci $p'<p''$; imaginea marginală este ca atare mai mare, $i_m=ni_c$

$$\text{Din } \frac{\frac{i_c}{o}}{\frac{i_m}{o}}=\frac{\frac{p'}{p}}{\frac{p''}{p}} \text{ rezultă } \frac{p''}{p'}=n \text{ sau } \frac{1}{p'}=n\frac{1}{p''},$$

Deci:

$$\frac{1}{f}+\frac{1}{f'}-\frac{1}{p}=n\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{p}\right).$$

Cu $n=2$, rezultă $p=4{,}2$ m.

698 1° Pentru lentila L, L' este un obiect de mărime l' plasat la distanţa $p=a$. Din formula distanţelor se obţine:

$$p'=\frac{af}{a-f}$$

şi tot astfel pentru L':

$$p_1=\frac{af'}{a-f'}.$$

Din formula măririi liniare rezultă mărimile l și l' ale celor două imagini:

$$l = l' \frac{f}{a-f}, \quad l' = l \frac{f'}{a-f'}.$$

2° $\Delta = p' + p_1' + a = \dfrac{a^3 - aff'}{(a-f)(a-f')}$.

3° Pentru $\Delta = 0$ se obține $a = \sqrt{ff'} = 10$ cm. În acest caz, $p' = -20$ cm și $p_1' = 10$ cm, prima imagine fiind virtuală (fig. 424).

699 *A.* Fiecare punct al Soarelui emite un fascicul de lumină paralelă; dar cum Soarele are un diametru aparent destul de mare (32′), fasciculele extreme formează între ele un unghi de 32′. În cazul unei lentile cu axa îndreptată către centrul Soarelui, axele secundare care trec prin

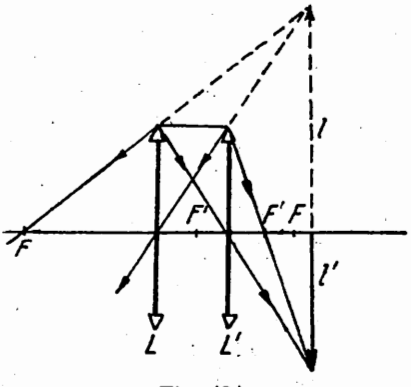
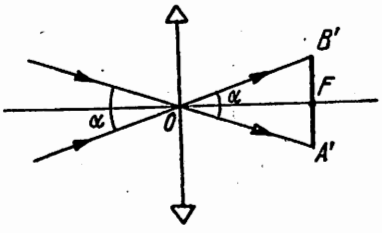
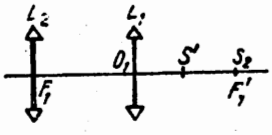


Fig. 424.



a)



b)

Fig. 425.

marginile diametrului solar vor da în planul focal o imagine $A'B'$ (fig. 425, *a*). Unghiul α fiind mic, poate fi exprimat în radiani:

$$\alpha = \frac{A'B'}{f} \text{ deci, } \quad A'B' = \frac{32\pi}{60 \cdot 180} f \approx \frac{f}{100} = 1 \text{ mm}.$$

B. 1° Imaginea finală se formează în punctul S', între lentila L_1 și focarul său F_1' (fig. 425, *b*). Înseamnă că imaginea S_2 dată de lentila L_2 singură joacă rol de obiect virtual pentru L_1 și deci:

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{O_1 S_2} = \frac{1}{f}, \text{ de unde } O_1 S_2 = 10 \text{ cm}.$$

Prin urmare, S_2 coincide cu focarul F_1' al lentilei L_1. Dar S_2 trebuie să se formeze în focarul lentilei L_2 (fiind imaginea Soarelui). Rezultă $f_2 = F_1 F_1' = 20$ cm.

2° $S_2 = \dfrac{f_2}{100}$ și $S' = \dfrac{S_2}{2} = 1$ mm.

Deci, mărimea maginii se păstrează (v. rezolvarea problemei 694).

700 1° $\dfrac{1}{f_1} = (n_1 - 1) - \dfrac{1}{r}$; $f_1 = -20$ cm; $p_1' = -10$ cm (imagine virtuală), $l_1 = 1$ cm.

2° Sistemul este format din trei lentile, două divergente și una convergentă (din apă). Aceasta din urmă are distanța focală $f_3 = 15$ cm, dată de relația:

$$\frac{1}{f_3} = (n_2 - 1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right).$$

Sistemul are distanța focală $f=-30$ cm ce se deduce din:

$$\frac{1}{f}=\frac{2}{f_1}+\frac{1}{f_3}.$$

Rezultă $p_2'=-12$ cm (imagine tot virtuală), dar puțin mai mare, $i_2=1{,}2$ cm.

3° Figura 426.

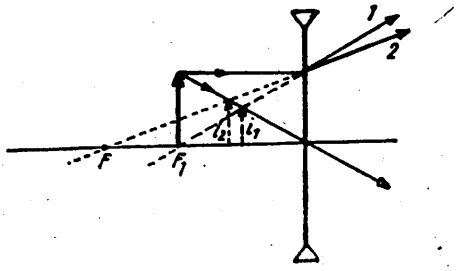


Fig. 426.

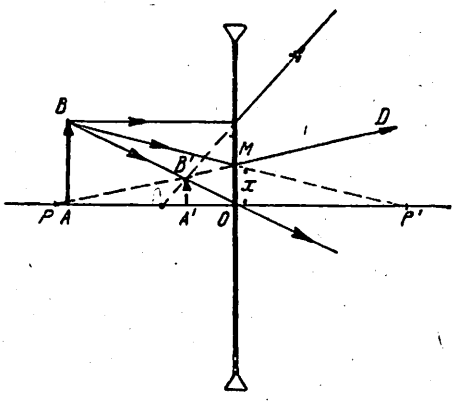


Fig. 427.

701 1° Se construiește imaginea $A'B'$ în mod obișnuit (fig. 427). Punctul P aflat la distanța b de centrul optic O se unește cu B' și se definește astfel punctul M. Raza cerută va fi BMD.

Dar $\Delta MOP \sim \Delta B'A'P$:

$$\frac{x}{A'B'}=\frac{b}{A'P} \text{ sau } \frac{x}{A'B'}=\frac{b}{b-p'}.$$

Și cum:

$$\frac{1}{a}-\frac{1}{p'}=-\frac{1}{f}, \text{ se obține } p'=\frac{af}{a+f}.$$

Pe de altă parte:

$$\frac{h}{A'B'}=\frac{a}{p'} \text{ sau } \frac{hb}{x(b-p')}=\frac{a+f}{f},$$

$$\frac{hb}{x(b-p')}=\frac{a+f}{f} \text{ și } x=\frac{fhb}{(b-p')(a+f)}=\frac{fhb}{ab+bf-af}.$$

2° Pentru ca razele BM și MD să formeze cu axa PP' unghiuri egale, trebuie ca $OP=OP'=b$.

Din asemănarea triunghiurilor ABP' și OMP' se obține:

$$\frac{h}{x}=\frac{a+b}{b} \text{ și } b=2f.$$

702 Se consideră o lentilă divergentă cu focarele F' și F (fig. 428). Presupunem o lentilă convergentă care ar da în AB (dacă lentila L nu ar exista) o imagine reală a unui obiect. Dacă în drumul razelor care vin de la obiect, trecînd prin lentila convergentă pentru a se întîlni în B, se interpune lentila divergentă L, se va putea întîmpla să existe o rază care să nu fie deviată de aceasta, și anume raza care trece prin centrul său optic C. În al doilea rînd, rază care se îndreaptă spre B paralel cu axa optică a sistemului este refractată la trecerea prin L, astfel încît prelungirea ei să treacă prin focarul F. Aceste două raze se întîlnesc în B' și deci în $A'B'$ se va forma imagine reală. Aceasta cu condiția $CA<f$. Pentru $CA=f$ imaginea se formează la infinit. Pentru $CA>f$, imaginea este virtuală (cazul lunetei Galilei).

703 1° Din relațiile $\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}$, $\frac{p'}{p}=8$ și $p+p'=d$, rezultă $p=55{,}5$ cm și $f=49{,}4$ cm.

2° $\frac{1}{p'}+\frac{1}{p}=\frac{1}{f}$, $p'-p=d$, $\frac{p'}{p}=8$ și deci: $p=71{,}4$ cm, $f=63{,}5$ cm.

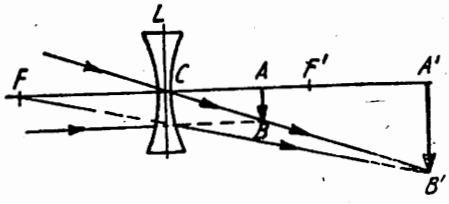


Fig. 428.

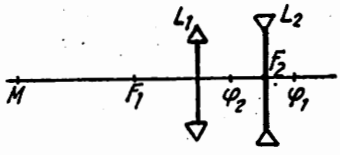


Fig. 429.

3° Se știe că lentila divergentă poate da o imagine reală, dacă obiectul este virtual și situat între lentilă și focarul său obiect.

Obiectul virtual și imaginea reală sînt de aceeași parte a lentilei:

$$\frac{1}{p}-\frac{1}{p'}=-\frac{1}{f},\ p'-p=d,\ \frac{p'}{p}=8.$$

Rezultă $p=71{,}4$ cm, $f=81{,}6$ cm.

704 1° Se notează focarele primei lentile cu F_1, F_2, iar ale lentilei cu φ_1 și φ_2 (fig. 429). Un obiect o situat pe axa comună în fața lentilei convergente va da o imagine i_1, care joacă rol de obiect virtual pentru lentila a doua, ce va da o imagine definitivă i. Această imagine va fi reală, dacă i_1 cade între F_2 și φ_1. Imaginea i_1 se va forma în F_2, dacă obiectul o se află la infinit și se va forma în φ_1, dacă obiectul se află în punctul M, la distanța p ce se obține din:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f},\ \text{cu } p'=\frac{3}{2}f.\ \text{Rezultă } p=3f.$$

Deci, toate punctele aflate la stînga lentilei convergente, între infinit și punctul M, vor da imagini finale reale. Pentru punctul M, imaginea dată de prima lentilă apare în φ_1, iar imaginea definitivă la infinit.

2° Imaginea intermediară i_1 a unui punct stiuat în stînga lui L_1 la distanța $x=4f$ se va forma la distanța $x'=\frac{4}{3}f$, deci la distanța $y=\frac{f}{3}$ în dreapta lentilei a doua, care va da o imagine finală i la distanța $y'=f$, deci la distanța $2f$ de prima lentilă.

De asemenea:

$$\frac{i}{o}=\frac{x'}{x}\cdot\frac{y'}{y}=1,$$

imaginea fiind răsturnată și egală cu obiectul.

705 1° Pentru prima lentilă divergentă:

$$-\frac{1}{f_1}=\frac{1}{p_1}-\frac{1}{p_1'} \text{ și } p_1'=0{,}5 \text{ m}.$$

Dacă d este distanța dintre lentile, atunci, pentru a doua lentilă convergentă:

$$\frac{1}{f_2}=\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_2'}, \text{ cu } p_2=p_1'+d.$$

De asemenea:

$$\frac{i_1}{o}=\frac{p_1'}{p_1}, \quad \frac{i_2}{i_1}=\frac{p_2'}{p_2} \text{ și de aici } p_2'=2p_2.$$

În final se obține $d=0{,}25$ m.

2° $D=p_1+d+p_2'=2{,}75$ m.

706 1° Lentila convergentă formează o imagine reală, de la obiectul situat la distanța $p=\frac{168}{83}$ cm.

Deci, grandismentul inițial:

$$g_0=\frac{i_1}{o}=\frac{p'}{p}=83.$$

2° Imaginea finală dată de lentila divergentă este reală. Trebuie deci ca imaginea dată de lentila convergentă să joace rol de obiect virtual pentru lentila divergentă și să cadă între aceasta și focarul său obiect. Rezultă:

$$p_2=\frac{f'D}{f'+D}=7{,}6 \text{ cm},$$

iar grandismentul lentilei divergente:

$$g'=\frac{i_2}{i_1}=\frac{p_2'}{p_2}=20.$$

Față de prima lentilă, imaginea se află la distanța $p_1'=p_2+d=23{,}6$ cm. Deci, obiectul se află față de prima lentilă la distanța p_1 dată de relația:

$$\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_1'}=\frac{1}{f} \text{ și } p_1=2{,}18 \text{ cm}.$$

Grandismentul lentilei convergente este deci:

$$g=\frac{p_1'}{p_1}=10{,}8,$$

iar grandismentul total $G=gg'=216>g_0$.

707 În primul caz, $p_1=30$ cm, $f_1=\frac{1}{C_1}=25$ cm : rezultă $p_1'=150$ cm. Imaginea creată de lentila convergentă constituie obiect virtual pentru lentila divergentă, fiind plasată între aceasta din urmă ($p_2=p_1'-d=30$ cm) și ecran. Cum $f_2=\frac{1}{C_2}=80$ cm, iar $p_1=-30$ cm rezultă $p_2'=48$ cm și deci ecranul va trebui depărtat cu 18 cm de lentila divergentă.

708 Dacă nu ar exista oglinda plană, lentila ar da pentru P o imagine în P_1 (fig. 430), la distanța p' de punctul O, dată de relația :

$$p' = \frac{pf}{p-f}.$$

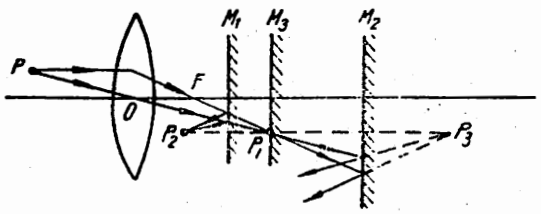


Fig. 430.

Sînt posibile trei cazuri :

1° $d < \frac{pf}{p-f}$. Punctul P_1 situat în spatele oglinzii M_1 joacă rol de obiect virtual și imaginea lui P se formează în P_2. Este reală și situată la distanța $d - \frac{pf}{p-f}$ față de oglindă.

2° $d > \frac{pf}{p-f}$. Se formează întîi o imagine reală a lui P la distanța $d - \frac{pf}{p-f}$ față de oglinda M_2. Imaginea sa în oglindă (P_3) este virtuală și situată la distanța $2d - \frac{pf}{p-f}$ față de lentilă.

3° $d = \frac{pf}{p-f}$. Prima imagine a lui P se formează pe oglinda plană, iar imaginea virtuală care rezultă pare localizată tot pe oglindă.

Observație. Dacă imaginea este privită de aceeași parte cu P, va fi luată în considerație și refracția razelor reflectate de oglindă.

709 Conform figurii 431, imaginea este reală, răsturnată și egală cu obiectul. De asemenea :

$$A_1O = AO - 2AF = AO - 2(AO - FO) = 2FO - AO = 15 \text{ cm}.$$

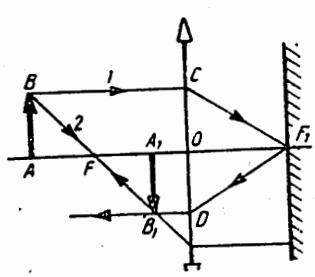


Fig. 431.

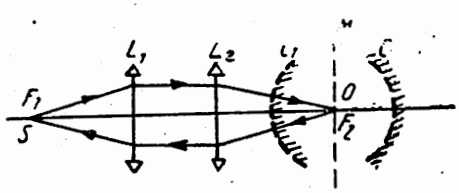


Fig. 432.

710 1° Distanța între cele două lentile nu trebuie să aibă nici o influență asupra poziției imaginii de întoarcere. Se poate deci considera că sursa S trebuie să fie plasată în focarul obiect F_1 al primei lentile L_1 (fig. 432).

În aceste condiții toate razele care cad pe L_1 se refractă paralel cu axa și apoi vor trece prin focarul imagine F_2 al lentilei L_2. Este suficient ca centrul O al oglinzii concave C să coincidă cu F_2. Deci, razele cad normal pe oglindă și razele urmează la întoarcere același drum ca la venire și deci imaginea se va forma tot în S.

2° Dacă se foloseşte oglinda convexă C_1, centrul său trebuie, de asemenea, să coincidă cu F_2. Dacă se foloseşte o oglindă plană M, ea trebuie plasată în F_2, perpendicular pe axa lentilelor. Drumul la întoarcere este simetric cu cel de venire faţă de axă.

711 Lentila divergentă este plasată în focarul lentilei convergente. Dacă pe axă este plasat un punct luminos, la dublul distanţei focale, imaginea lui se formează tot la dublul distanţei focale, punct ce coincide cu focarul lentilei divergente (fig. 433). Fasciculul va porni deci paralel după trecerea prin lentila divergentă şi x poate lua orice valoare.

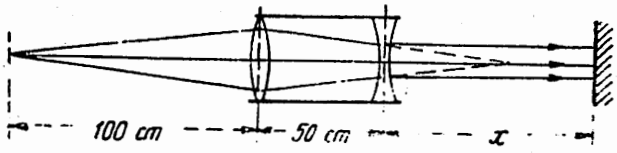


Fig. 433.

712 Se notează cu x distanţa de la obiect la lentilă şi $OC=d$. Dacă punctul P se află pe axă, imaginea sa reală sau virtuală se găseşte tot pe axă şi cum imaginea definitivă trebuie să se formeze pe o perpendiculară pe axă, rezultă $\alpha=45°$. Se vor analiza următoarele cazuri posibile:

1° Punctul P situat dincolo de focarul principal F al lentilei. Şi în acest caz pot exista trei situaţii, după cum imaginea lui P dată de lentilă se poate forma:

a) în P' dincolo de oglinda plană la distanţa h de O (fig. 434). Oglinda va da pentru P' o imagine reală, simetrică în A. Se pot scrie relaţiile:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{d+h}=\frac{1}{f} \text{ şi } x=\frac{f(d+h)}{d+h-f};$$

b) în punctul O, aflat pe oglindă. Imaginea definitivă este, de asemenea, în O şi obiectul P se află la distanţa x dată de:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{d}=\frac{1}{f} \text{ şi deci: } x=\frac{df}{d-f};$$

c) în P'' în faţa oglinzii plane. Imaginea definitivă este virtuală în A':

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{d-h}=\frac{1}{f} \text{ şi deci: } x=\frac{f(d-h)}{d-h-f}.$$

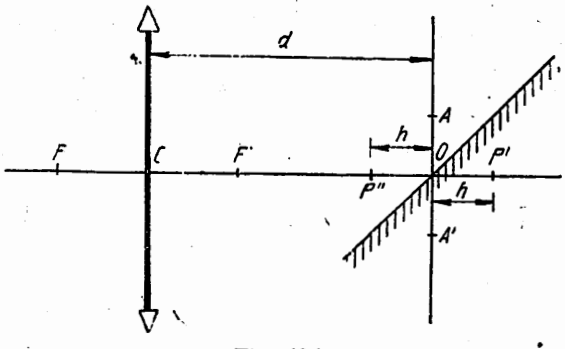


Fig. 434.

2° Punctul P se află în focar. În acest caz, imaginea definitivă este reală şi plasată la infinit.

3° Punctul P se află între focar şi lentilă. Imaginea virtuală se formează la distanţa $y=\frac{fx}{f-x}$, în stînga lentilei. Această imagine joacă rol de obiect pentru oglindă şi se află la distanţa h faţă de oglindă. Deci:

$$y=h-d \text{ şi } x=\frac{f(h-d)}{f+h-d}.$$

Imaginea definitivă dată de oglindă este reală.

713 În lipsa oglinzii M, care are centrul în C și focarul Φ (ce coincide cu focarul F' al lentilei), lentila ar da pentru obiect o imagine reală, răsturnată, aflată în partea dreaptă a lentilei la distanța $p_1'=40$ cm (fig. 435). Această imagine $A'B'$ constituie obiectul virtual pentru oglinda aflată la distanța $p_2=-10$ cm. Imaginea $A''B''$ se formează în fața oglinzii la distanța $p_2'=5$ cm față de vîrful oglinzii.

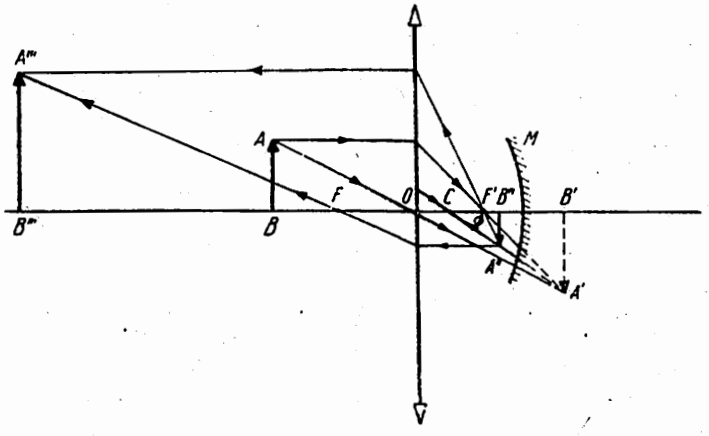


Fig. 435.

Imaginea $A''B''$ se formează la distanța $p_3=25$ cm în dreapta lentilei și constituie obiect pentru lentilă, obținîndu-se a treia imagine A''' B''' situată la stînga lentilei la distanța $p_3'=OB'''=1$ m. De asemenea:

$$\frac{A'''\ B'''}{A'B'}=\frac{A'''\ B'''}{AB}=\frac{p_3'p_2'}{p_3p_2}=2.$$

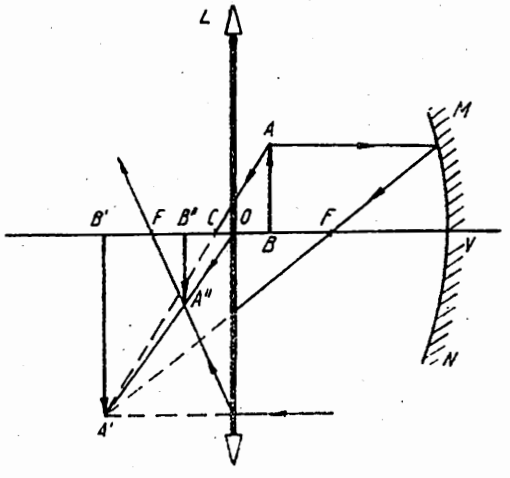


Fig. 436.

714 1° Oglinda MN dă pentru obiectul AB o imagine reală și răsturnată $A'B'$ pentru care se pot scrie relațiile:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f},\quad \frac{p'}{p}=2$$

și $p'-p=20$.

Rezultă $f=13{,}3$ cm.

2° Sînt posibile două moduri de plasare a lentilei L la 15 cm față de imaginea $A'B'$: între AB și $A'B'$ (fig. 436) sau de partea lui $A'B'$. Se va da rezolvarea numai pentru primul caz. Imaginea $A'B'$ joacă pentru lentila L rol de obiect virtual. Razele care vin către A' sînt interceptate de lentilă. Printre aceste raze există una care trece prin centrul optic O al lentilei și deci va trece nedeviată, și o altă rază care, venind paralel cu axa optică, după refracție va trece prin focarul F al lentilei. La intersecția acestor raze se va forma imaginea reală A''.

Deci:

$$\frac{1}{OB''} - \frac{1}{OB'} = \frac{1}{f'} \text{ și } OB'' \approx 5{,}42 \text{ cm.}$$

3° $\frac{A''B''}{AB} = \frac{p'}{p} \cdot \frac{OB''}{OB'}$, $A''B'' = AB \frac{p'}{p} \frac{OB''}{OB'} \approx 0{,}7$ cm.

715 1° $C_1 = (n_1 - 1)\frac{2}{R_1} = 24$ δ,

$$C_2 = (n_2 - 1)\left(-\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = -5 \text{ δ},$$

$$C = C_1 + C_2 = 19 \text{ δ}.$$

2° Imaginea definitivă A_3B_3 aflată în stînga lentilei la distanța $p_3' = B_3O = 2{,}5\,f$ provine din imaginea intermediară A_2B_2 care joacă rol de obiect pentru lentilă și deci se află în dreapta acesteia la distanța:

$$p_3 = \frac{p_3' f}{p_3' - f} = \frac{5}{3} f = B_2O.$$

Imaginea A_2B_2 este formată de oglindă, față de care se găsește la distanța $p_2' = B_2V = 15f - \frac{5}{3}f = \frac{40}{3}f$.

Aceasta provine de la o altă imagine, A_1B_1, care joacă față de oglindă rol de obiect aflat la distanță $p_2 = \frac{120}{11} f = B_1V$.

Imaginea A_1B_1 este prima imagine a obiectului AB, imagine dată de lentilă. A_1B_1 se află față de lentilă la distanța $B_1O = p_1' = 15\ f - \frac{120}{11} f = \frac{45}{11} f$.

Obiectul AB se află deci în stînga lentilei la distanța $BO = p_1 = 6{,}62$ cm.

3° $\frac{A_3B_3}{AB} = \left|\frac{p_1' \cdot p_2' \cdot p_3'}{p_1 \cdot p_2 \cdot p_3}\right| = 0{,}48.$

716 Fasciculul de raze paralele traversînd lentila se strînge în focarul F. Această imagine constituie obiect virtual pentru oglinda așezată în spatele lentilei la distanța $f - f'$ și al cărei focar este tot în F.

Problema este posibilă pentru $f > f'$.

717 Cînd obiectul se află în fața părții argintate, lentila se comportă ca o oglindă concavă și deoarece $p = p' = 0{,}5$ m, rezultă $R = 0{,}5$ m. Cînd lentila se rotește, ea devine un sistem optic alcătuit dintr-o lentilă divergentă și o oglindă convexă.

Distanța focală a lentilei divergente este:

$$f = \frac{R}{n-1} = 1 \text{ m},$$

obiectul AB aflîndu-se deci la jumătatea distanței între focar și lentilă.

Lentila dă o primă imagine A_1B_1 (fig. 437, *a*), la distanța OB_1 dată de relația :

$$\frac{1}{OB_1}=\frac{1}{f}+\frac{1}{OB},\quad OB_1=\frac{1}{3}\text{m}.$$

Această imagine virtuală joacă rol de obiect pentru oglinda convexă, care va da o imagine dreaptă A_2B_2 (fig. 437, *b*). Distanța OB_2 se obține din :

$$\frac{1}{OB_2}=\frac{2}{R}+\frac{1}{OB_1}\text{ și }OB_2=\frac{1}{7}\text{m}.$$

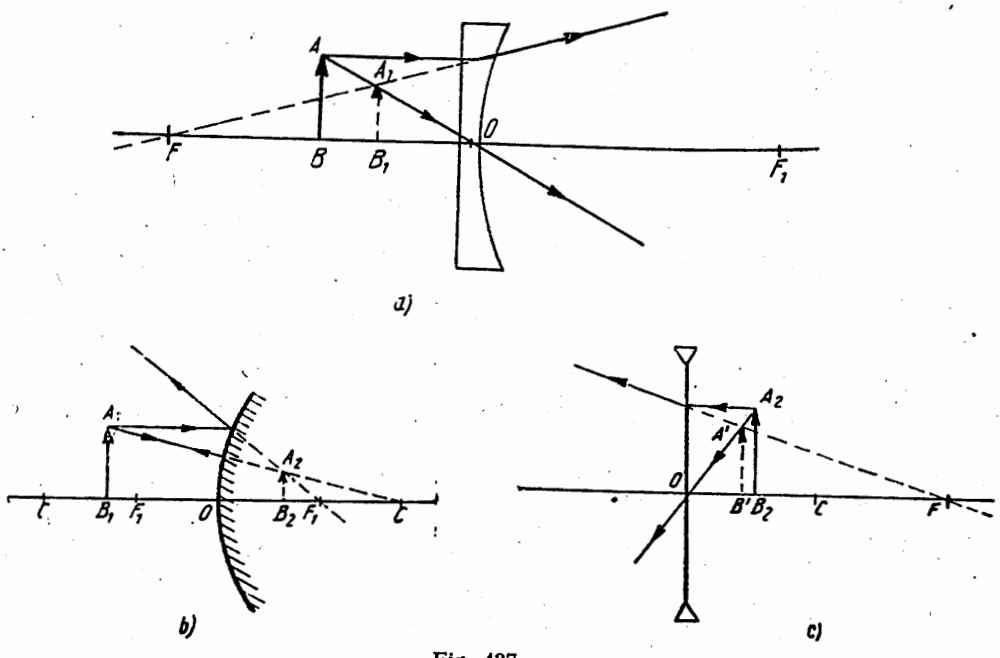


Fig. 437.

A doua refracție la traversarea lentilei formează imaginea definitivă $A'B'$ (fig. 437, *c*) :

$$\frac{1}{OB'}+\frac{1}{OB_2}=\frac{1}{f}\text{ și }OB'=12{,}5\text{ cm},$$

imaginea fiind virtuală.

718 Dacă după lentilă nu ar fi fost plasată placa de sticlă, imaginea punctului C al obiectului s-ar fi obținut în H (fig. 438). Introducînd placa, imaginea se formează în C_1 și ecranul trebuie deplasat spre dreapta cu distanța HC_1 :

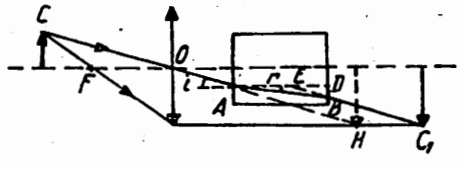


Fig. 438.

$$HC_1=AE=AD-ED$$

$$ED=BD\operatorname{ctg} i=AD\frac{\operatorname{tg} r}{\operatorname{tg} i}\approx AD\frac{\sin r}{\sin i}=\frac{AD}{n}$$

$$HC_1=AD\frac{n-1}{n}=1\text{ cm}.$$

719 1° $\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}$ cu $f=\frac{1}{C}$. Rezultă $p'=1$ m.

2° Aşezînd lama între lentilă şi punctul A_1, totul se petrece ca şi cum obiectul se deplasează spre lentilă cu distanţa $d=e\dfrac{n-1}{n}$.

Distanţa aparentă de la A la lentilă este deci $p-d$ şi ecranul trebuie plasat la o nouă distanţă p_1':

$$\frac{1}{p-d}+\frac{1}{p_1'}=\frac{1}{f} \text{ şi } p_1'=106{,}4 \text{ cm.}$$

3° Aşezînd lama între lentilă şi ecran, imaginea se îndepărtează cu distanţa d. Deci, ecranul trebuie aşezat la distanţa $D=p'+d=101{,}46$ cm.

720 1° Distanţa focală f a lentilei L este 10 cm, aceea a lentilei L' este $f'=12{,}5$ cm. Lentila L dă pentru discul D o imagine i_1 la distanţa $p_1'=\dfrac{p}{p-f}$ faţă de L. Această imagine i_1 joacă faţă de L' rol de obiect şi astfel lentila L' va da imaginea definitivă i la distanţa p_2' faţă de L'; i_1 aflîndu-se faţă de L' la distanţa $p_2=d-p_1$ sau $p_2=p_1-d$. Ţinînd seama şi de faptul că dimensiunile liniare ale imaginii i trebuie să fie de 3 ori mai mari decît ale discului obiect, în primul caz rezultă:

$$\frac{1}{d-p_1}+\frac{1}{p_2'}=\frac{1}{f'},\ \frac{p_1'}{p}\cdot\frac{p_2'}{d-p_1}=3$$

şi, în final, $p=28{,}88$ cm. Imaginea este dreaptă.

În al doilea caz, $p=17{,}77$ cm, imaginea i fiind virtuală şi inversată.

2° Dacă se intercalează lama de sticlă, totul se petrece ca şi cum discul ar fi deplasat în sensul de mişcare al razelor cu $D=e\dfrac{n-1}{n}$. Pentru ca imaginea să nu se modifice, trebuie îndepărtat deci discul cu $D=3$ cm.

721 1° Dacă x este distanţa dintre obiect şi lentilă:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{d-x}=\frac{1}{x-D}+\frac{1}{d+D-x}=\frac{1}{f}.$$

Rezultă $f\approx 10$ cm, $i_1=0{,}38$ cm, $i_2=2{,}5$ cm.

2° Întrucît $d_1=2f$, ecranul trebuie plasat la distanţa d_1 faţă de lentilă.

3° Conform figurii 439:

$$D\approx\frac{a}{d_1-d_2}\approx A(n-1) \text{ şi } A\approx 9°$$

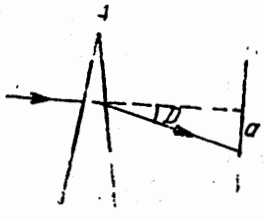
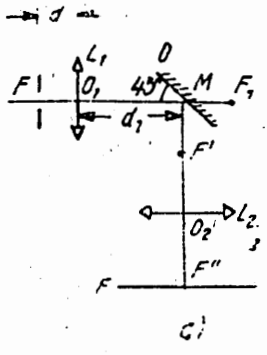


Fig. 439.



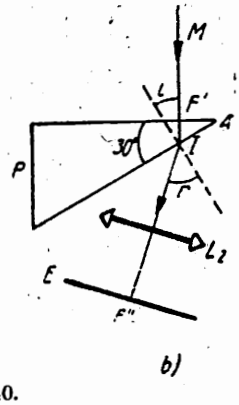


Fig. 440.

722 1° Dacă oglinda plană nu ar exista, lentila L_1 ar da pentru fanta F o imagine F_1 (fig. 440, *a*) la distanţa $p_1=O_1F_1=\dfrac{df_1}{d-f_1}=1{,}5$ m.

Oglinda plană fiind înclinată cu 45° pe axă, reflectă lumina după direcția MF' perpendiculară pe O_1M; imaginea fantei se va forma în F', astfel ca $MF'=MF_1=0{,}5$ m. Deci, $F'O_2=25$ cm. Lentila L_2 dă pentru imaginea F' o imagine finală F'':

$$O_2F''=\frac{f_2\cdot F'O_2}{F'O_2-f_2}=1 \text{ m}.$$

Deci, ecranul E trebuie plasat la 1 m după lentila L_2.

2° Se intercalează prisma. Raza MF' (fig. 440, *b*), perpendiculară pe prima față a prismei, o traversează fără deviație și cade pe fața a doua sub unghiul de incidență $i=A$. Deci, $\sin r=n \sin i$ și $r=45°$.

Raza $F'I$ este deviată cu 15°. Lentila L_2 și ecranul E trebuie rotite, prin urmare, cu acest unghi pentru a se putea prinde imaginea.

În urma fenomenului de dispersie a luminii, imaginea apare însă în cele 7 culori ale spectrului, cu raza violetă cea mai mult deviată și cu raza roșie cea mai puțin deviată.

723 În lipsa apei (fig. 441): $AC=p_1$, $A'C=p_1'$. Din formula distanțelor $\frac{1}{f}=\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_1'}$ și din relația $p_1+p_1'=l$ rezultă $p_1=p_1'=40$ cm.

Turnînd stratul de apă de grosime e, distanțele de la obiect și de la imagine la lentilă devin: $p_2'=p_1'+a$, iar p_2 se obține din:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_2'} \text{ și } p_2=32{,}5 \text{ cm}.$$

Imaginea fundului cuvei datorită refracției în apă se formează deci cu 7,5 cm mai sus. Din relațiile: $e-e'=7{,}5$ și $e=ne'$, rezultă $n=\frac{4}{3}=1{,}33$.

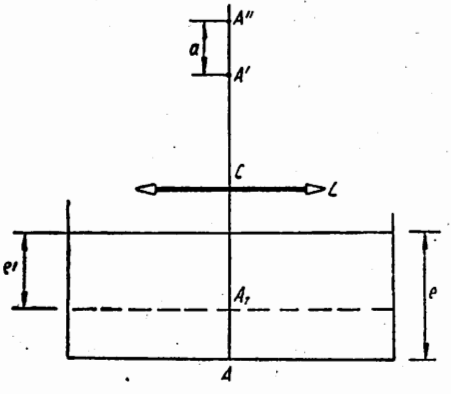


Fig. 441.

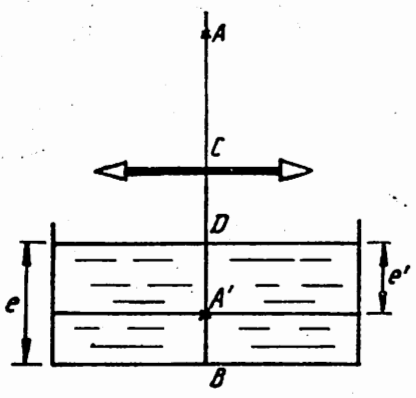


Fig. 442.

724 1° În lipsa apei: $\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_1'}=\frac{1}{f}$. Rezultă $p_1'=40$ cm. Deci, imaginea A' se află cu 5 cm mai sus ca punctul B aflat chiar pe fundul cuvei (fig. 442).

Dar $e=ne'$ și $e-e'=5$. Rezultă $e=20$ cm.

2° Obiectul se află față de lentilă la distanța $p_2=d_2+d=40{,}3$ cm. În lipsa lichidului, imaginea se va forma față de lentilă la distanța $p_2'=\frac{p_2f}{p_2-f}=39{,}7$ cm. Deci, $e-e''=5{,}3$ cm și $n'=\frac{e}{e''}=1{,}36$.

725 1° Lentila L_1 formează o imagine reală A_1 situată la distanța $p_1'=1$ m (fig. 443). Această imagine joacă rol de obiect virtual pentru oglinda O care va da imaginea reală A' situată pe axa OC_2, la $p_2'=50$ cm de punctul O. Imaginea A' se află în fața lentilei L_2 la distanța $p_2=30$ cm și se va obține imaginea A'' la distanța $p''=1{,}5$ m sub C_2.

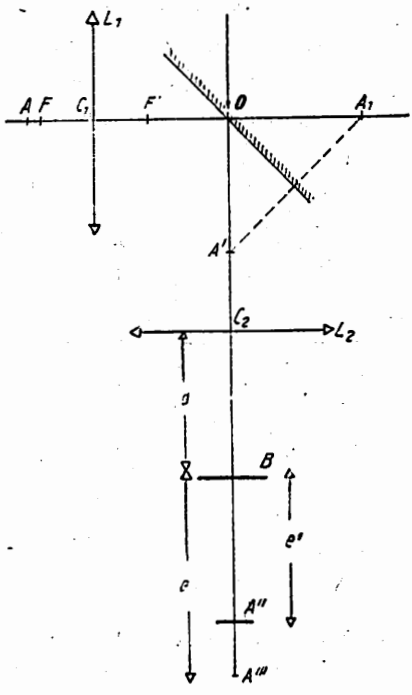


Fig. 443.

2° $p''=d+e'=d+\dfrac{e}{n}$; $p''=d+e=d+n\,(p''-d)=$
$=175$ cm.

3° $p+p'=A'A'''=p_2+p'''=205$ cm și

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f_2}.$$

Rezultă soluțiile $p=29{,}5$ cm și 175,5 cm.

30. OCHIUL ȘI VEDEREA. INSTRUMENTE OPTICE

726 1° Ochelarii cu convergența $+1$ dioptrie sînt lentile convergente cu distanța focală $f=1$ m. Limitele vederii distincte se vor obține pornind de la relația:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f} \text{ sau } p=\frac{f}{1-\dfrac{f}{p'}}$$

a) pentru vederea la infinit ($p'=\infty$), rezultă $p=f=100$ cm; obiectul trebuie să se afle la distanța $p+d=101$ cm de ochi.

b) Cînd imaginea se formează la distanța minimă (40 cm) în fața ochilor, ea se formează de fapt la distanța de 39 cm în fața ochelarilor.
Imaginea dată de ochelari este virtuală: $p'=-39$ cm și $p=28$ cm. Deci, obiectul trebuie să se afle la 29 cm în fața ochelarilor.
Limitele devin, prin urmare, 29 cm și 101 cm; omul nu mai vede clar obiectele depărtate.

2° Ochelarii cu convergența -1 dioptrie sînt lentile divergente, a căror distanță focală este $f=-100$ cm.

c) Imaginea care se formează la 11 cm în fața ochilor, deci la 10 cm în fața ochelarilor, este o imagine virtuală: $p'=-10$ cm și $p=11{,}1$ cm. Deci, obiectul se află la 12,1 cm în fața ochilor.

d) Cînd imaginea se formează la 101 cm față de ochi, deci la 100 cm de ochelari, ea se află în focarul imagine. Obiectul este deci la infinit. Limitele vederii distincte sînt, prin urmare, 12 cm și infinit.

727 1° Distanța focală a lupei este $f=\dfrac{1}{C}=2$ cm. Deci, ochiul se află în focarul imagine al lentilei.

Cînd imaginea se formează la 10 cm de ochi, deci la 8 cm de lupă: $p'=-8$ cm și $p=1{,}6$ cm.
Cînd imaginea se formează la 200 cm de ochi, deci la 198 cm de lupă, rezultă $p=1{,}98$ cm.

Observatorul poate deci să deplaseze obiectul față de lupă pe distanța $d=0{,}38$ cm.

2° Obiectul AB se plasează între lupă și focarul obiect F_1 (fig. 444), obținîndu-se imaginea virtuală $A'B'$ la distanța minimă de vedere clară d. Deci, această imagine se vede sub unghiul (sau diametrul aparent) $\frac{A'B'}{d}$. Dacă obiectul AB este privit direct, el trebuie plasat, de asemenea, la distanța d și va fi văzut sub diametrul aparent $\frac{AB}{d}$. Presupunem ochiul în focarul imagine F_2.

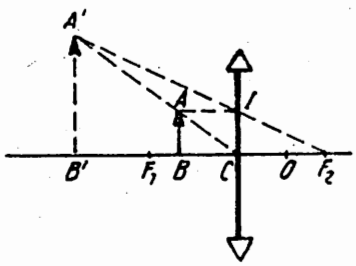


Fig. 444.

Diametrul aparent, sub care este văzută grosimea liniei este:

$$\alpha=\frac{A'B'}{B'F_2}=\frac{IC}{CF_2}=\frac{AB}{f}=\frac{c}{f}=\frac{1}{200}\text{ rad}=17{,}2'.$$

3° Imaginea fiind văzută sub un diametru aparent constant, poziția cea mai favorabilă pentru observație va fi aceea în care imaginea va fi cea mai bine luminată. Cum ea primește același flux luminos, indiferent de dimensiuni, va fi cel mai mult luminată cînd are dimensiunea cea mai mică posibilă $\left(E=\frac{\Phi}{S}\right)$, deci cînd obiectul va fi plasat la 1,6 cm.

728 Pentru corijarea miopiei se folosesc ochelari cu lentile de distanță focală f astfel încît să dea pentru un obiect de la infinit o imagine virtuală situată la distanța maximă de vedere clară:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{\infty}-\frac{1}{\Delta}\text{ și }f=-\Delta,$$

deci lentile divergente cu convergența $C=-2\ \delta$.

Un obiect situat la noua distanță minimă de vedere clară cu ajutorul ochelarilor, distanță notată cu D, trebuie să dea o imagine virtuală aflată la distanța minimă de vedere distinctă δ a ochiului fără ochelari: $f=-\Delta$, $p=D$, $p'=-\delta$. Rezultă:

$$D=\frac{\delta\Delta}{\Delta-\delta}=8{,}14\text{ cm}.$$

729 1° Din relația $\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}$, cu $p=\infty$ și $p'=-D$, rezultă $f=-50$ cm și $C=-2\delta$.

2° Fără acomodare, ochiul vede la distanța de 50 cm (punctum remotum). Trebuie deci ca obiectul aflat la punctum proximum să dea cu ajutorul unor ochelari de 10 dioptrii, o imagine virtuală aflată la 50 cm de ochi.

Cu $f=10$ cm și $p'=-50$ cm rezultă $p=8{,}66$ cm.

3° Punctum proximum coincide cu punctum remotum. Ochiul nu vede clar decît la distanța unică de 50 cm. Pentru a vedea un obiect situat la 25 cm trebuie să folosească ochelari care să dea pentru acest obiect o imagine virtuală situată la 50 cm. Cu $p=25$ cm și $p'=-50$ cm, rezultă $f=50$ cm și $C=2\ \delta$.

Deci, ochelarii respectivi posedă lentile convergente de 2 dioptrii.

730 1° $f=\frac{1}{C}=10$ cm. În A obiectul este deci plasat la distanța $p_1=9$ cm de lentilă, între focar și lentilă. Se obține o imagine virtuală la distanța $p=\frac{p_1 f}{p_1-f}=-90$ cm de lentilă, deci la 100 cm de ochi. Acesta este punctum proximum. Cînd obiectul se află în B, deci la $p_2=14$ cm de len-

tilă, se va forma o imagine reală la distanța $p_2' = \frac{p_2 f}{p_2 - f} = 35$ cm. Imaginea se comportă ca obiect virtual situat la distanța $p_2' - f = 25$ cm în spatele ochiului; ochiul este deci hipermetrop.

2° Se știe că trebuie folosite lentile convergente cu distanța focală egală cu distanța la punctum remotum, deci cu convergența $C = \frac{1}{0{,}25} = 4\ \delta$.

3° Distanța maximă de vedere distinctă d cu acești ochelari este aceea pentru care un obiect plasat la distanța d va da o imagine virtuală la punctum proximum a ochiului fără ochelari. Cu alte cuvinte: $f = 25$ cm, $p = d$, $p' = -100$ cm. Rezultă $d = 20$ cm.

731 1° Presupunem mai întîi că fiecare ochi pune în joc toată puterea sa de acomodare. În ambele cazuri, imaginea virtuală dată de aparat trebuie să se formeze la punctum proximum al fiecărui ochi. Fie Δ_m și Δ_p distanțele maxime de vedere clară ale miopului, respectiv presbitului iar d_m și d_p distanțele dintre imaginea dată de obiectiv și ocular în cazul ochiului miop, respectiv presbit:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_m} - \frac{1}{\Delta_m}, \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{d_p} - \frac{1}{\Delta_p}.$$

Rezultă:

$$\frac{1}{d_m} - \frac{1}{d_p} = \frac{1}{\Delta_m} - \frac{1}{\Delta_p}.$$

Dar, $\Delta_m < \Delta_p$ și deci $d_m < d_p$. Prin urmare, miopul va împinge ocularul.

2° Dacă cei doi ochi își slăbesc acomodarea, imaginea se formează la punctum remotum corespunzător fiecărui ochi. Notînd cu r_m și r_p distanțele la aceste puncte, se obține:

$$\frac{1}{d_m} - \frac{1}{d_p} = \frac{1}{r_m} - \frac{1}{r_p}$$

și din nou $d_m < d_p$.

3° Dacă punctum remotum al ochiului miop este mai îndepărtat decît punctum proximum al ochiului presbit, se poate întîmpla ca miopul să fie obligat să tragă ocularul.

732 Imaginea se formează practic în focar ($p \gg p'$). Deci, $o = i\frac{p}{f} = 31{,}25$ m.

733 Imaginea $A'B'$ dată de obiectiv se formează la distanța $a' = \frac{af}{a - f}$ în spatele obiectivului. Ea este o imagine reală și servește ca obiect pentru ocular. Acesta trebuie plasat la o astfel de distanță x față de obiectiv încît să dea pentru $A'B'$ o imagine $A''B''$ virtuală, situată la distanța minimă de vedere distinctă a ochiului.

Din $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$ cu $p' = -27$ cm, rezultă $p = 2{,}6$ cm și $x = p + a' = 33$ mm.

734 1° Pentru ca imaginea definitivă a obiectului să se formeze la infinit, trebuie ca imaginea obiectului dată de obiectiv să se formeze în focarul anterior al ocularului.
Deci, $p' = L - f$ și distanța p a obiectului față de obiectiv este dată de formula:

$$p = \frac{(L - f)F}{L - f - F}.$$

2° Obiectul fiind plasat deasupra lamei cu fețe plan-paralele de grosime e, el este mai aproape de obiectiv cu această cantitate e. Deci, microscopul trebuie deplasat cu distanța $a = e$.

3° Obiectul fiind așezat sub lama cu fețe plan-paralele, pare ridicat cu:

$$e\left(1-\frac{1}{n}\right)=a\left(1-\frac{1}{n}\right).$$

Pentru ca imaginea definitivă să se formeze mereu la infinit, trebuie deplasat microscopul cu această distanță.

Deci:

$$b=a\left(1-\frac{1}{n}\right) \text{ și } n=\frac{a}{a-b}.$$

735 Prima imagine dată de obiectiv trebuie să se formeze în focarul său. Deci:

$$p_1'=f,\ \frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p_1'+1} \text{ și } p=145{,}2 \text{ m}.$$

736 Obiectul fiind văzut sub unghiul 2α, jumătatea sa este văzută sub unghiul α (fig. 445). Imaginea $A'B'$ care se formează în focarul principal al obiectivului va fi văzută din punctul C, de asemenea, sub unghiul α. Privind această imagine prin ocular, ochiul observatorului presupus plasat în O, o va vedea sub unghiul β.

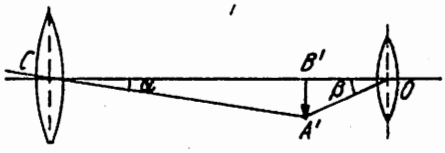


Fig. 445.

Rezultă:

$$A'B'=CB'\cdot\operatorname{tg}\alpha=OB'\cdot\operatorname{tg}\beta$$

sau

$$f\cdot\alpha=f'\beta \text{ și } \beta=6\alpha.$$

Grosismentul lunetei este deci 6.

737 Imaginea reală dată de obiectiv se formează față de acesta la o distanță:

$$p'=\frac{DF}{D-F}.$$

Imaginea virtuală dată de ocular se formează la distanța minimă de vedere clară d:

$$\frac{1}{x-p'}-\frac{1}{d}=\frac{1}{f} \text{ și } x=\frac{df}{d+f}+\frac{DF}{D-F}.$$

Pentru un obiect situat la infinit și un observator prezbit:

$D=\infty$, $d=\infty$, și $x=f+F$.

738 1° Oglinda, M având un diametru mai mare ca oglinda M', poate primi razele astrului presupus la infinit la dreapta.

Imaginea dată de oglinda M se găsește în planul său focal, deci la 2 m de vîrf. Axele secundare care trec prin marginile superioară și inferioară ale astrului taie planul focal în A și B la distanța $\frac{R}{2}$ de vîrful oglinzii M.

Diametrul imaginii este AB. Notînd cu α diametrul aparent al astrului, se obține $AB=\frac{R}{2}\cdot\alpha\approx$ $\approx 0{,}5$ mm (cu α în radiani).

2° Fie x distanța dintre cele două oglinzi. Imaginea AB se află la distanța $x-\frac{R}{2}$ față de M'.

Ea joacă rol de obiect pentru oglinda M' care va da imaginea $A'B'$. Pentru ca această imagine, observată cu ajutorul lupei, să fie văzută la infinit, trebuie să se afle în planul focal obiect al lupei, adică la distanța $x-f$ față de oglinda M'. Deci:

$$\frac{1}{x-\frac{R}{2}}+\frac{1}{x-f}=\frac{2}{R'}.$$

Această ecuație are două soluții: $x_1=40{,}1$ cm și $x_2=261{,}9$ cm. Prima soluție nu convine problemei, deoarece duce la o imagine mai mică decît AB, deci contrar ipotezei. Deci, $x=261{,}9$ cm.

3° $\frac{i}{o}=\frac{p'}{p}$ și $A'B'=2$ mm.

Cum $A'B'$ joacă rol de obiect pentru lupă, diametrul aparent al imaginii definitive dată de această luptă este $\alpha'=P\cdot A'B'$, unde $P=\frac{1}{f}$ este puterea lupei.

Rezultă $\alpha'=5°40'$.

Grosismentul întregului aparat este $G=\frac{\alpha'}{\alpha}=412$.

739 La o lunetă astronomică focarele ocularului și obiectivului aproape coincid. Imaginea unui obiect foarte depărtat se formează în focarul obiectivului.

Fie x distanța cu care se deplasează ocularul:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{f+x}+\frac{1}{d-x} \text{ și } x=0{,}28 \text{ cm.}$$

Utilizînd o lunetă Galilei:

$$-\frac{1}{f}=-\frac{1}{f+x}+\frac{1}{d-x} \text{ și } x=0{,}22 \text{ cm.}$$

31. OPTICA ONDULATORIE

740 1° Fie MC distanța dintre mijlocul franjei centrale și al primei franje negre. Din punctul M ca centru cu MA ca rază, se descrie un arc de cerc AN ce determină pe BM un segment BN egal cu diferența de drum $\frac{\lambda}{2}$ (fig. 446). Întrucît d este mic în raport cu D, se poate considera AN ca o dreaptă perpendiculară pe BM și unghiul $\alpha=\widehat{BAN}=\widehat{MOC}$ și foarte mic:

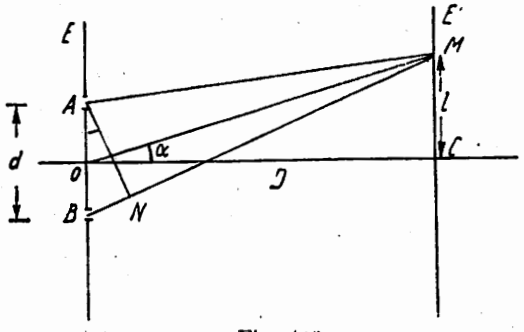


Fig. 446.

$$BN=\frac{\lambda}{2}=d\cdot\alpha \text{ și } MC=l=D\alpha.$$

Rezultă:

$$l=\frac{\lambda}{2}\frac{D}{d}=0{,}3 \text{ mm.}$$

2° Frecvența radiației luminoase este independentă de mediul în care se propagă, iar lungimea de undă este proporțională cu viteza luminii în respectivul mediu $\left(\lambda=\frac{v}{\nu}\right)$.

Deci, $\lambda_{apă}=\frac{\lambda_{aer}}{n}$ și $l'=\frac{l}{n}=0{,}225$ mm.

741 1° Cele două fante A și B se comportă ca două surse de lumină coerente și foarte apropiate. Ele trimit asupra ocularului două vibrații luminoase care se influențează reciproc. În toate punctele ecranului pentru care diferența lor de drum este un multiplu par de semiunde, se obține un maxim; în toate punctele pentru care această diferență va fi un număr impar de $\frac{\lambda}{2}$ se obține un minim. Astfel că pe un ecran paralel cu AB, aflat în regiunea comună de propagare se obțin franje de interferență alternativ luminoase și întunecoase, rectilinii în apropierea fantei centrale și devenind hiperbolice pe măsură ce se îndepărtează de franja centrală care este dreaptă.

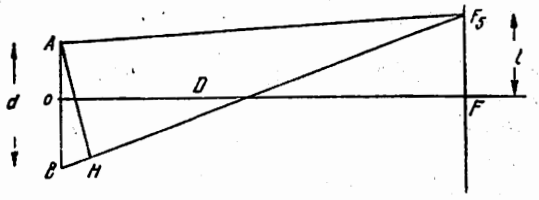


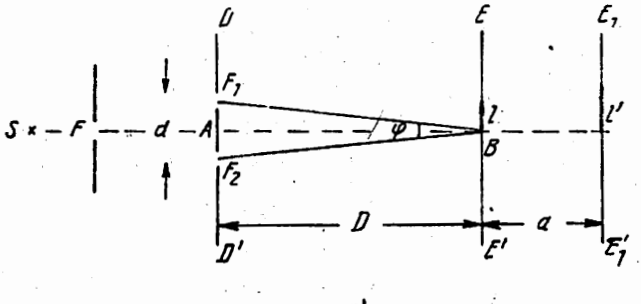
Fig. 447.

2° Franja centrală F este strălucitoare (fig 447), iar a cincea franjă strălucitoare F_5 este aceea pentru care diferența distanțelor sale la A și B este 5λ. Deci:

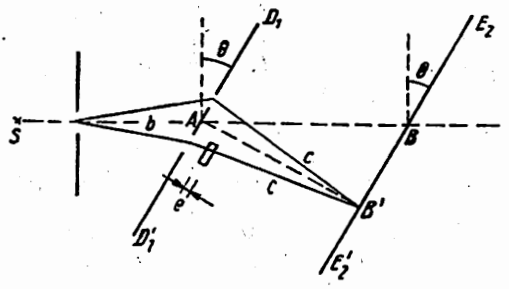
$$l = 5\lambda \frac{D}{d} = 1{,}25 \text{ mm}.$$

742 1° În cele două cazuri (v. fig. 448, *a*):

$$l = \lambda \frac{D}{d},\ l' = \lambda \frac{D+a}{d} \quad \text{și} \quad \lambda = \frac{d}{a}(l' - l) = 6\,800 \text{ Å}$$



a)



b)

Fig. 448.

2° $\varphi \approx \frac{D}{d} = 2 \cdot 10^{-3}$ rad$=6'53''$.

3° Conform figurii 448, *b*:

$$s_1 = b + \frac{d}{2} \sin\theta + c \approx b + \frac{d}{2}\,\theta + c,$$

$$s_2 = b - \frac{d}{2}\theta + (c - e) + en \quad \text{și} \quad \theta = \frac{c}{d}(n-1) = 5'.$$

743 1° $\lambda = \frac{d}{D} l = 6\,000$ Å. 2° $l' = \lambda' \frac{D}{d} = \frac{\lambda}{n} \frac{D}{d} = 0{,}45$ mm.

3° $l_v = 0{,}4$ mm, $l_r = 0{,}75$ mm și $\Delta l = 0{,}35$ mm.

744 Din $n\lambda = d \sin \varphi$, pentru $\varphi = 90°$ rezultă $n = \frac{d}{\lambda} \approx 3{,}4$. Deci, ordinul maxim este 3.

32. ATOMUL

745 1° Din egalitatea forței coulombiene cu cea centrifugă

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon r^2} \text{ rezultă } v = 2{,}2 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2° $\frac{v}{v'} \approx 278$. 3° $\nu = \frac{v}{2\pi r} \approx 6{,}7 \cdot 10^{15}$ Hz, $\nu' = 200 \frac{\text{rot}}{s}$, $\frac{\nu}{\nu'} = 3{,}35 \cdot 10^{13}$.

746 1° ${}^{35}_{17}\text{Cl} + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{35}_{16}S^* + {}^{1}_{1}p + E$, ${}^{35}_{16}S^* \rightarrow -{}^{0}_{1}e + {}^{35}_{17}\text{Cl} + 168$ keV.

2° Masa particulelor inițiale este $m_i = m_{Cl} + m_n = 35{,}98905$ u, iar a particulelor rezultate $m_r = m_S + m_p = 35{,}98781$ u.
Lipsa de masă este deci $\Delta m = 0{,}00124$ u și $E = 931 \cdot \Delta m = 1{,}154$ MeV, iar reacția este exoenergetică.

3° La o dezintegrare a radiosulfului se eliberează 168 keV $= 2{,}69 \cdot 10^{-14}$ J.
Pentru a degaja 10 J într-o secundă vor fi necesare $\Delta n = 3{,}4 \cdot 10^{14}$ dezintegrări de nuclee. Conform legii dezintegrării radioactive $\Delta n = n_0 \lambda \cdot \Delta t$, rezultă numărul inițial n_0 de nuclee de radiosulf:

$$n_0 = \frac{T \cdot \Delta n}{0{,}693\ \Delta t} = 2{,}6 \cdot 10^{23},$$

egal cu numărul de nuclee de clor bombardate. Numărul neutronilor necesari va fi însă $\frac{n_0}{0{,}75} = 3{,}46 \cdot 10^{23}$.

747 1° $E_1 = 931\ \Delta m_1 = 4{,}35259$ MeV; $E_2 = 3{,}28643$ MeV; $E_3 = 17{,}58659$ MeV; $E_4 = 18{,}85275$ MeV.

2° Un litru de apă conține $n = \frac{1\,000}{18}$ molecule gram, nN molecule de apă obișnuită și deci $\frac{nN}{6\,000}$ molecule de apă grea.
Grupul celor 4 reacții posibile se repetă deci de $\frac{nN}{4 \cdot 6\,000}$ ori și energia totală degajată va fi:

$$E = \frac{nN}{4 \cdot 6\,000}(E_1 + E_2 + E_3 + E_4) = 9\,520 \text{ MJ}.$$

Un litru de benzină pune în libertate prin ardere energia $E' = mq = 36{,}8$ MJ. Deci, un litru de apă este echivalent cu $\frac{E}{E'} \approx 68$ l de benzină.

3° Dacă prin fisionarea unui nucleu de $^{235}_{92}U$ se eliberează 200 MeV, pentru a se elibera aceeași energie ca la punctul 2°, adică $30{,}609 \cdot 10^{18}$ BeV, sînt necesari $n' = \frac{30 \cdot 609 \cdot 10^{21}}{200}$ atomi de uraniu.

Deoarece un atom gram conține $N = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ atomi, rezultă că n' atomi reprezintă $2{,}3 \cdot 10^{-4}$ atomi gram, adică $2{,}3 \cdot 10^{-4} \cdot 235$ g ≈ 58 mg,

4° $t = \frac{4\,760 \text{ MJ}}{580 \frac{\text{MJ}}{\text{h}}} \approx 8{,}2$ h.

748 Conform enunțului $N_{0I} = 2\ N_{0P}$ și $N_P = 2\ N_I$; dar

$$N_P = N_{0P} \cdot e^{-\lambda_P t} = N_{0P} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_P} t} \quad ; \qquad N_I = N_{0I} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_I} t}$$

Rezultă:

$$t = 2 \frac{T_I T_P}{T_P - T_I} = 28 \text{ zile.}$$

749 Pentru ca într-o secundă să se degaje 10 J, este necesară dezintegrarea unui număr de nuclee de fosfor $\Delta n \approx 3{,}4 \cdot 10^{12}$. Numărul inițial de nuclee trebuie să fie:

$$n_0 = \frac{T \cdot \Delta n}{0{,}693\ \Delta t} \approx 4{,}2 \cdot 10^{21}.$$

Dar 1 gram de fosfor conține $\frac{N}{32}$ atomi, deci nuclee. Prin urmare, masa de fosfor necesară este

$$m = 32 \frac{n_0}{N} = 224 \text{ mg.}$$

33. PROBLEME DIVERSE

750 1° $v_1 = a_1 t_1 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 2° $F_1 = m(a_1 + \mu' g) = 630$ N. 3° $a_2 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 4{,}14 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$,

$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2a_2 s_2} = 21{,}2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 4° $h = s_2 \sin \alpha = 25$ m, $E_p = mgh = 75$ kJ. 5° $t_3 = \frac{v_2}{\mu' g} =$

$= 10{,}6$ s, $S_3 = \frac{v_2^2}{2\mu' g} = 112{,}4$ m.

751 1° $m = \frac{4\pi\rho}{3}\left[R^3 - (R-\delta)^3\right] \approx 27$ g, $G = 0{,}26$ N. 2° $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 7{,}16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 3° $h' = \frac{(0{,}8\ v)^2}{2g} =$

$= 1{,}67$ m, $t = \frac{v - v_0}{g} = 0{,}577$ s, $t' = \frac{0{,}8\ v}{g} = 0{,}584$ s. 4° $L = mgh = 0{,}66$ J, $L' = mgh' =$

$= 0{,}45$ J. 5° $2\alpha = \text{arc cos} \frac{G}{2P} = 136°\ 14'$.

752 1° $D = 6\sqrt{\frac{\eta_1 v}{2\rho g}} \approx 20\ \mu$. 2° $h = \frac{c \cdot \Delta t}{g} = 42{,}7$ m.

753 Din B mișcarea bilei devine uniformă, cu viteza v atinsă în B,

$$v = \sqrt{2\ gl\ (1 - \cos \alpha)}$$

și atinge punctul C după timpul

$$t = \frac{\frac{1}{4} \cdot 2\pi l}{v}.$$

În acest timp cadrul va trebui să atingă, în cădere liberă, aceeași viteză $v = gt$. Rezultă

$$\alpha = \text{arc cos}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = 77°35'.$$

754 Față de punctul de întîlnire O explozia se produce în A (v. fig. 449) după timpul $t_1 = \frac{OA}{v_1}$ moment în care ciclistul a ajuns în B, cu o mișcare uniform accelerată cu accelerația $g \sin \varphi$ $\left(\sin \varphi = \frac{1}{500}\right)$; sunetul îl aude în B' după un timp $t = t_1 + t_2$, în care $t_2 = \frac{AB'}{v_s}$ este timpul necesar sunetului pentru a parcurge distanța AB' cu viteza $v_s' = v_s\sqrt{1+\alpha\theta}$ $\left(\text{cu } \alpha = \frac{1}{273} \text{ grd}^{-1}\right)$. Deci

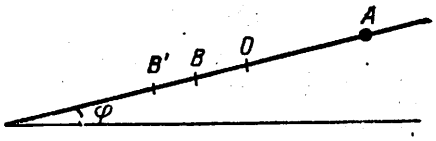


Fig. 449.

$$\underbrace{v_1 t_1}_{OA} + \underbrace{v_2 t + \frac{g \sin \varphi \cdot t^2}{2}}_{OB'} = \underbrace{v_s' t_2}_{AB'}$$

$$\text{și } t_1 = t\,\frac{v_s' - v_2 - \frac{1}{2} g\, t^2 \sin \varphi}{v_s' + v_2}$$

Rezultă

$$OA = v_1 t_1 = 155{,}6 \text{ m}$$

$$OB = v_2 t_1 + \frac{1}{2} g\, t_1^2 \sin \varphi = 156{,}7 \text{ m}.$$

755 1° $h_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = 225$ m, $v = a_1 t_1 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 2° $a_2 = \frac{v^2}{2(h - h_1)} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. 3° $t = t_1 + \frac{v}{a_2} = 45$ s.
4° $T_1 = m(g + a_1) = 9{,}28$ kN, $T_2 = m(g - a_2) = 7{,}92$ kN. 5° $L = T_1 h_1 + T_2 h_2 = 2{,}98$ MJ.

756 1° $a = g\,\frac{M - M'\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_p}\right)}{M + M'}$. 2° $L = \frac{g^2 t^2}{2(M + M')} \cdot \left[M - M'\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_p}\right)\right]^2$.

757 1° $a = \frac{mg}{m + M} = 1{,}63 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $T = Ma = 16{,}3$ N. 2° $\Delta l = \frac{ma}{k} \approx 3{,}3$ mm. 3° $a' = \frac{mg}{m + 2M} =$
$= 0{,}89 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $T_1 = 2Ma' = 17{,}8$ N, $T_2 = \frac{T_1}{2} = 8{,}9$ N.

758 Conform figurii 450, condițiile de echilibru $F_x = 0$, $F_y = 0$ și $M_O = 0$ sînt:

(1) $N_2 - F_1 = 0$; $(F_1 = \mu N_1)$

(2) $F_2 + N_1 - G_s - G_0 = 0$, $(F_2 = \mu N_2)$

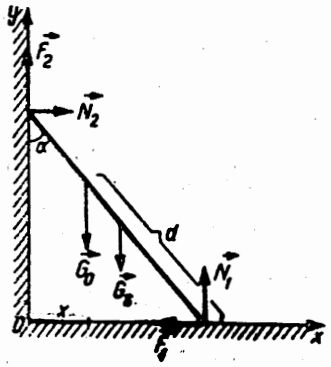


Fig 450.

(3) $N_1 \cdot l \sin \alpha - N_2 \cdot l \cos \alpha - G_s \cdot \frac{l}{2} \sin \alpha - G_0 \cdot x = 0$

Din (1) și (2) rezultă

$$N_1 = \frac{m_s + m_0}{1+\mu^2} g, \quad N_2 = \mu g \frac{m_s + m_0}{1+\mu^2},$$

iar din (3)

$$x = \frac{l}{m_0}\left[\frac{m_s + m_0}{1+\mu^2}(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) - \frac{m_s}{2} \sin \alpha\right].$$

Deci $d = l - \frac{x}{\sin \alpha} = l\left[1 + \frac{m_s}{2m_0} - \left(1 + \frac{m_s}{m_0}\right) \cdot \frac{1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \mu^2}\right] = 3{,}9$ m.

759 Pe arcul de sus, ABD, forța centrifugă contribuie la micșorarea componentei normale a greutății, ce creează forța de frecare. Pe arcul de sus viteza finală va fi deci mai mare.

760 1° $t = \sqrt{\frac{2S_1}{a}} = 2{,}38$ s, $a = g\frac{m - m' \sin \alpha}{m + m'}$. 2° $Q = maS_2 = 0{,}245$ J.

3° $S_3 = S_2 \frac{m(1 + \sin \alpha)}{\sin \alpha \ (m + m')} = 0{,}75$ m; căruciorul coboară și după întinderea firului căruciorul și corpul de plumb au vitezele $v_1 = \frac{m' - m}{m' + m}\sqrt{2aS_2} = 0{,}2\frac{\text{m}}{\text{s}}$ respectiv $v_2 = \frac{2m'}{m' + m}\sqrt{2aS_2} = 0{,}9\frac{\text{m}}{\text{s}}$. 4° $t' = \sqrt{\frac{2h}{g} \cdot \frac{m + m'}{m\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_p}\right) - m' \sin \alpha}} = 6{,}9$ s.

761 1° $L = mgl\,(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 29{,}4$ kJ. 2° $F = \frac{d}{2R} \cdot mg\,(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 1\,633$ N,

$l' = l\frac{2R}{d} = 18$ m.

762 $H = h + l(1 - \cos \beta) = 10{,}3$ m, $\cos \beta = \frac{1}{3}\left(\frac{F}{mg} + 2 \cos \alpha\right) = 0{,}7$;

$d = l \cos \beta \sqrt{2\,gl\,(\cos \beta - \cos \alpha)} - l \sin \beta = 2{,}41$ m față de verticala firului cu l obținut din $H = vt \sin \beta + \frac{1}{2} gt^2$.

763 1° $M = \frac{\pi^2 \nu \varphi d^4 h}{4l} = 0{,}115$ N·m. 2° $v = \frac{2}{3} gt' \sin \alpha = 1{,}63 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

764 Fie F_f forța de frecare între sferă și prismă, a_s accelerația sferei și a_p accelerația prismei. Se pot scrie relațiile:

$F - F_f = Ma_p$,

$F_f = m \cdot a_s$,

$I\varepsilon = F_f \cdot r$.

$\left(I = \frac{2}{5} mr^2$, momentul de inerție al bilei, ε — accelerația sa unghiulară.$\right)$ În timpul Δt de acțiune a forței F prisma parcurge spațiul S_p iar sfera se deplasează pe spațiul S_s și se rotește cu unghiul α ;

$$\alpha \cdot r + S_s = S_p$$

sau

$$\frac{1}{2} \varepsilon (\Delta t)^2 \cdot r = \frac{1}{2} a_s (\Delta t)^2 = \frac{1}{2} a_p (\Delta t)^2.$$

Din sistemul celor 4 ecuații rezultă :

$$a_s = \frac{F}{m + \frac{7}{2} M}, \qquad a_p = \frac{F}{M + \frac{2}{7} m}$$

și

$$t = \Delta t + \frac{l - \frac{1}{2}(a_p - a_s)(\Delta t)^2}{(a_p - a_s)\Delta t} = 5 \text{ s},$$

sfera avînd după timpul Δt o mișcare uniformă (față de platformă).

765 $S = \dfrac{UIt}{mg \sin \alpha} = 12{,}24$ m.

766 1° $\dfrac{\Delta l}{l} = \dfrac{mg\,(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{ES} = 5{,}57 \cdot 10^{-4}$. 2° $E_d = \dfrac{1}{2} ES \dfrac{(\Delta l)^2}{l} = 68{,}2$ J.

3° $m' = \dfrac{E_d}{c\Delta l \mp \lambda} \approx 30$ mg.

767 1° $v = \sqrt{\dfrac{8\eta UIt}{2m_1 + 3m_2}} = 9{,}27 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, $a = \dfrac{v}{t} = 0{,}46 \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$. 2° $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{v^2}{Rg} = 0{,}0117$, $h \approx d \cdot \operatorname{tg} \alpha =$ $= 1{,}7$ cm. 3° $S = \dfrac{v^2}{2g \sin \beta} = 548$ m.

768 1° $F = \dfrac{\eta\eta' UI}{v} = 23{,}75$ kN, $R = \dfrac{\eta UI}{v} - (m_1 + m_2) g \sin \alpha = 23{,}69$ kN. 2° $S = \dfrac{v_0 t}{2} = 40$ m.

3° $L = \dfrac{1}{2} mv^2 - \left[R + (m_1 + m_2) g \sin \alpha\right] S = 481{,}25$ kJ, $\Delta t = \dfrac{L}{m_3 c} = 20°\text{C}$.

769 1° Viteza trenului, la pornirea ultimului vagon, coincide cu viteza centrului său de greutate (CG). Vom urmări în acest scop modul de deplasare a CG din momentul inițial.
Considerînd, în modelul de lucru, că distanțele între CG ale vagoanelor ar fi l_0, atunci, conform figurii 451, CG al vagoanelor este plasat inițial în punctul C_0 :

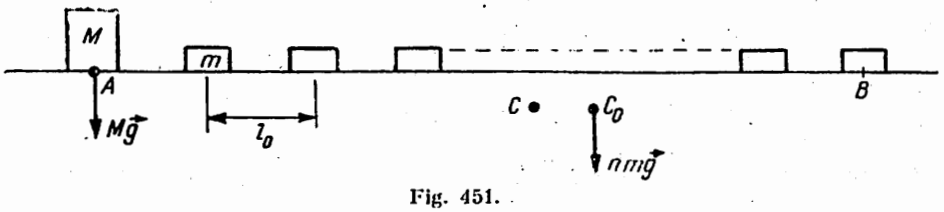


Fig. 451.

$$C_0 B = \frac{n-1}{2} l_0.$$

CG al întregului tren este plasat în punctul C :

$$nmg \cdot CC_0 = Mg(AC_0 - CC_0),$$

cu

$$AC_0 = \frac{n+1}{2} l_0.$$

Rezultă

$$CC_0 = \frac{Ml_0(n+1)}{2(nm+M)}$$

și

$$CB = CC_0 + C_0B = \frac{nl_0[2M + m(n-1)]}{2(M+nm)}.$$

La pornirea ultimului vagon, distanțele l_0 devin l.
Distanța pe care se deplasează CG este :

$$S = \frac{n(l-l_0)\ [2M+m(n-1)]}{2(M+nm)}$$

și deci

$$v = \sqrt{2aS} = \sqrt{2\frac{F}{M+nm}S} = \frac{\sqrt{nF(l-l_0)\ [2M+m(n-1)]}}{M+nm};$$

$$E_c = \frac{nF(l-l_0)\ [2M+m(n-1)]}{2(M+nm)}.$$

2° Energia de deformare al lanțurilor va fi diferență între lucrul mecanic total $F \cdot n(l-l_0)$ și energia cinetică E_c ;

$$L = \frac{nF(l-l_0) \cdot m(n+1)}{2(M+nm)}.$$

770 1° Parabolă. 2° $x = \frac{T}{\pi}\sqrt{gh(1-\cos\alpha)} = 70{,}64$ cm, $v = \sqrt{2g\left[\frac{gT^2}{4\pi^2}(1-\cos\alpha)+h\right]} = 4{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

3. 3° $\theta = \theta_0 + \frac{v^2}{2c} \approx 15°\text{C}$.

771 1° $t = \frac{d}{c} = 1{,}28$ s. 2° $G_L = mg_L = 632{,}12$ N. 3° $G_p = \rho V g_P = 433$ kN. 4° $E_c = \frac{1}{2} mv^2 =$

$= 1\,756$ MJ.

772 1° $a = \frac{v}{t} = 0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. 2° $U = \frac{mv^2}{2It} = 500$ V. 3° $F = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right) = 156{,}2$ kN.

773 1° $AB = 2r = 2 \cdot l \frac{F_c}{\sqrt{F_c^2+G^2}} = 2\sqrt{l - \frac{g^2}{16\pi^4 n^4}} = 61{,}9$ cm.

2° $T = \sqrt{F_c^2+G^2} = 4\ \pi^2 n^2 l\, ml = 78{,}9$ N.

3° $L = 2\left[\frac{1}{2}mv^2 + mgh\right] = m\left[4\pi^2 n^2 l^2 + 2gl - \frac{3g^2}{4\pi^2 n^2}\right] = 109{,}5$ J.

774 Din condiția ca rezultanta forțelor F_c și G să fie normală la tub, rezultă

$$\text{tg}\ \theta = \frac{G}{F_c} = \frac{g}{4\pi^2 \nu^2 \cdot l \sin\theta}.$$

și

$$\nu_d = N\nu = \frac{1}{2\pi}\frac{N}{\sin\theta}\sqrt{\frac{g\cos\theta}{l}} = 68\ \text{Hz}.$$

775 1° $P_u = \frac{\eta V \rho q}{t} \approx 100$ kW. 2° $\omega = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{P_u l'}{m}} = 250\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $n = \frac{\omega}{2\pi} = 2\,388\,\frac{\text{rot}}{\text{min}}$.

3° $F = m\omega^2 R = 1$ MN.

776 1° $\omega = \frac{R}{R+h}\sqrt{\frac{g_0}{R+h}} = 0{,}001\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$. 2° $E_c = \frac{mg_0R^2}{2(R+h)} = 15{,}58$ GJ. 3° $M = \frac{E_c}{\eta q} \approx 467$ kg.

777 1° $v = R\sqrt{\frac{g_0}{R+h}} = 6\,336\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $T = \frac{2\pi(R+h)}{v} = 2$ h 45 min 12 s. 2° $E_c = \frac{1}{2}mv^2 \approx 10$ GJ.

3° $v' = R\sqrt{\frac{g_0}{R+h'}} = 7\,040\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. 4° $T_p = \infty$.

778 În primul caz

$$G = k(L - l) = kl(c - 1).$$

În al doilea caz, considerînd că trecerea prin poziția verticală corespunde unui arc de cerc cu raza L', noua lungime a resortului:

$$G + \frac{mv^2}{L'} = ky,$$

$$G + \frac{m \cdot 2gL'}{L'} = \frac{G}{l(c-1)}y,$$

$$y = 3\ l(c-1).$$

779 Se consideră că mișcarea de rotație uniformă a camei începe din poziția în care tija calcă punctul de rază minimă r_2. Tija are la început o mișcare uniformă în sus, deplasîndu-se cu viteza

$$v_0 = \frac{r_1 - r_2}{\frac{T}{2}} = 2\nu(r_1 - r_2).$$

După atingerea punctului de rază r_1 tija își va continua mișcarea în sus, uniform încetinit cu viteza inițială v_0. În timpul de urcare

$$t_u = \frac{v_0}{g} = 0{,}01\ \text{s}$$

tija urcă pe distanța

$$h = \frac{v_0^2}{2g} = 0{,}5\ \text{mm}$$

și cade pe aceeași distanță într-un timp egal cu t_u.

Acest timp de 0,02 s coincide însă cu perioada T a camei. Tija va atinge prin urmare cama în punctul de rază r_1 și va coborî în continuare pe suprafața camei, în mod uniform, pînă în punctul de rază r_2, de unde ciclul se repetă.

În concluzie: amplitudinea mișcării oscilatorii a tijei este $A(r_1 - r_2) + h = 1{,}5$ mm, iar perioada sa $T' = 2\ T = 0{,}04$ s.

780 1^0 $\nu_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} = 0{,}7\ \frac{\text{rot}}{\text{s}}$. 2° Sus $T_1 = G\left(\frac{4\pi^2\nu_2^2 l}{g} - 1\right) = 14$ N, jos

$T_2 = G\left(\frac{4\pi^2\nu_2^2 l}{g} + 1\right) = 18$ N. 3° $\Delta l = \frac{l - l_0}{\frac{gk}{4\pi^2\nu_2^2 G} - 1} = 5{,}8$ cm.

781 1° *a)* $n_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k\Delta l_1}{md_1}} = 5{,}35\ \frac{\text{rot}}{\text{s}}$. *b)* $n_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k\Delta l_2}{ml}} = 6{,}37\ \frac{\text{rot}}{\text{s}}$.

c) $d_1 + \frac{4\pi^2 n^2 m d_1 - kd}{k - 4\pi^2 n^2 m} = 34{,}4$ cm față de C. 2° Pentru turația $n_3 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = 7{,}12\ \frac{\text{rot}}{\text{s}}$ bila se află în echilibru în orice poziție.

782 1° Dacă robinetele sînt deschise și se creează o diferență de nivel x față de poziția inițială în fiecare ramură, forța care pune coloana de mercur în mișcare va fi

$$F = \rho A \cdot 2x \cdot g = kx$$

și deci

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}.$$

2° Dacă robinetele sînt închise diferența de nivel duce și la modificarea presiunilor în volumele de aer de deasupra celor două ramuri:

$$p_1 \cdot (h - x)A = p_0 \cdot hA,$$

$$p_2(h + x)A = p_0 hA.$$

Deci

$$F = p_1 A - p_2 A + \rho A \cdot 2x \cdot g = \frac{A p_0 h \cdot 2x}{h^2 - x^2} + \rho A \cdot 2x \cdot g.$$

Pentru $x \ll h$:

$$F \approx 2A\left[g + \frac{p_0}{h}\right]x = k'x$$

și

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g\left(1 + \frac{p_0}{\rho g h}\right)}}.$$

Dacă $h = \infty$ (robinetele deschise), atunci $T' = T$.

783 Dacă masa roții este M, centrul de greutate al sistemului M și m va fi plasat la distanța d față de ax:

$$Mg \cdot d = mg(l - d);$$

$$d = \frac{m}{M + m}l.$$

Perioada de oscilație (v. problema nr. 472) este dată de relația

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I + ml^2}{(M + m)g \cdot d}} = 2\pi\sqrt{\frac{I + m}{mgl}}.$$

Rezultă

$$I = mgl\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 - ml^2 = 0{,}0158 \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

784 Cînd centrul bilei se află pe axa jetului de apă, bila se află într-o poziție de echilibru nestabil. Forța de rezistență hidrodinamică o cufundă însă în apă față de linia normală de plutire. Prin îndepărtarea bilei de pe axa jetului de apă (v. fig. 452), asupra bilei vor acționa: forța de apăsare $\vec{F}$, îndreptată spre centrul bilei și forța de frecare, ce creează momentul de rotație M. Componenta orizontală $\vec{F}_1$ va scoate bila de sub jet dar momentul rotitor al forței de frecare întoarce bila spre jet. Atît timp cît deplasarea bilei de sub jet este mai mică decît raza ei, bila va executa o mișcare oscilatorie, îndepărtîndu-se și apropiindu-se de jet. Dacă jetul este puternic, perioada și amplitudinea acestei mișcări oscilatorii vor fi mici. Dacă jetul este slab, forța care readuce bila sub jet este slabă, mișcarea oscilatorie a sferei este lentă și cu amplitudine mare.
Dacă deplasarea bilei întrece raza ei, bila sare brusc de sub jet și întoarcerea nu mai este posibilă.

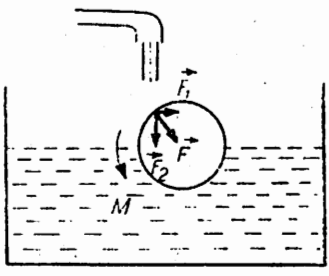


Fig. 452.

785 1° $l = \dfrac{gT^2}{4\pi^2} = 4$ m. 2° $v = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)}$. 3° $T_f =$

$= mg(3 - 2\cos\alpha)$.

4° $\alpha = \arccos\dfrac{1}{2}\left(3 - \dfrac{f}{mg}\right) = 60°$.

786 1° $v = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)} = 0{,}21\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$. 2° $\Delta t = \dfrac{Mgl(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)}{mc} = 32°$ C. 3° $F = M\left(\dfrac{\pi^2 l}{T^2} - g\right) =$

$= 0{,}05$ N.

787 1° $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} = 4$ s, $v = \sqrt{2gl\ (1 - \cos\alpha)} = 62{,}8\dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$. 2° $d = v\sqrt{\dfrac{2(H - l)}{g}} = 125{,}6$ cm.

788 $T_A = 1$ s,

$$T_B = \pi\sqrt{\frac{l}{\varepsilon h}} = \pi\sqrt{\frac{l(R + h)^2}{gR^2}} = T_A\left(1 + \frac{h}{R}\right);$$

$$\Delta t = N(T_B - T_A) = \frac{d}{v},$$

$$d = 15 \cdot 3\,600 \cdot v\frac{h}{R}T_A = 2\,867{,}75 \text{ m}.$$

789 1° $\nu = 2pn = 100$ Hz. 2° $l = \dfrac{1}{2\nu}\sqrt{\dfrac{F}{\mu}} = 1{,}58$ m.

790 1° $\nu_0 = \frac{v_0}{4} \approx 327$ Hz.

2° $\nu = \frac{v}{4l} = \frac{v_0\sqrt{1+\alpha\theta}}{4l} = 409$ Hz.

cu θ dedus din relația

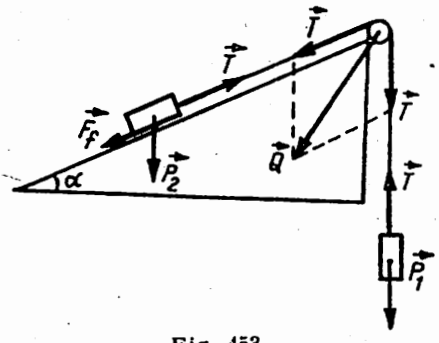


Fig. 453.

$$R\frac{I_m^2}{2} = \frac{mc\theta}{l} Q_v \rho c\theta = Q_v \cdot \rho_0 \frac{T_0}{\theta + T_0} \cdot c\theta,$$

$$\theta = \frac{1}{\frac{2Q_v\rho_0 c}{RI_m^2} - \frac{1}{T_0}} = 157{,}7°\text{C}.$$

791 1° $d = \frac{lG}{2(F+G)} = 17{,}78$ cm. 2° $L = (F+G)h = 6{,}2$ J.

792 Pentru a determina forța $\vec{Q}$ (v. figura 453), trebuie cunoscută tensiunea $\vec{T}$ ce ia naștere în fir. Din relațiile

$$a = \frac{P_1 - T}{\frac{P_1}{g}} = \frac{T - \mu P_2 \cos\alpha - P_2 \sin\alpha}{\frac{P_2}{g}}$$

rezultă

$$T = \frac{P_1 P_2}{P_1 + P_2}(1 + \mu\cos\alpha + \sin\alpha)$$

și

$$Q = 2T\cos\frac{90 - \alpha}{2} = \frac{P_1 P_2}{P_1 + P_2}(1 + \mu\cos\alpha + \sin\alpha)\sqrt{2(1+\sin\alpha)}.$$

793 1° $h = v_s \cdot \frac{l}{2} = 34$ m. 2° $L = gh(m + V\rho) = 4\,080$ J. 3° $F = G\frac{r}{R} = 20$ N. 4° $P = \frac{L}{t'} =$

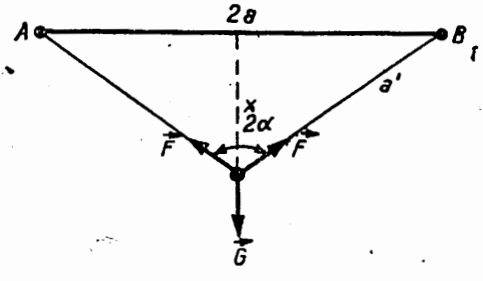


Fig. 454.

$= 68$ W, $\omega = \frac{P}{FR} = 6{,}29\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

794 Conform figurii 454, legea lui Hooke se scrie sub forma :

$$\frac{F}{A} = E\frac{\Delta q}{a} = E\frac{a' - a}{a} = E\left(\frac{1}{\sin\alpha} - 1\right),$$

cu $G = 2F\cos\alpha$. Rezultă :

$$\text{ctg}\,\alpha - \cos\alpha = \frac{Mg}{2AE},$$

sau, săgeata x satisface ecuației

$$\frac{x}{a} - \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{Mg}{2AE}.$$

795 1° Conform figurii 455, *a*, proiectînd cele trei forțe pe orizontală și verticală, cu condiția de echilibru, rezultă :

$$T_2 \cos \beta - T_1 \cos \alpha = 0$$

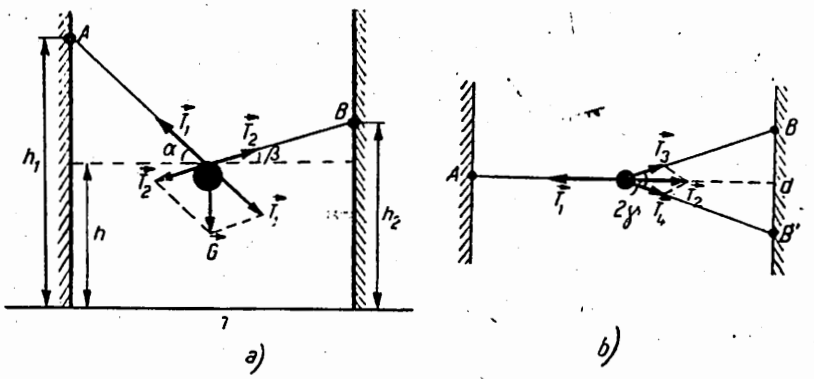


Fig. 455.

$$T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta - G = 0$$

și de aici

$$T_1 = \frac{G \cos \beta}{\sin (\alpha + \beta)}, \quad T_2 = \frac{G \cos \alpha}{\sin (\alpha + \beta)}$$

cu

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h_1 - h}{\frac{l}{2}} = \frac{2}{3},$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{h_2 - h}{\frac{l}{2}} = \frac{1}{3}.$$

Se obține $T_1 = 561{,}5$ N, $T_2 = 636$ N.

Conform figurii 455, *b* :

$$T_3 = T_4 = \frac{T_2}{2 \cos \gamma},$$

cu

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\frac{d}{2}}{\sqrt{\frac{l^2}{4} + (h_2 - h)^2}}.$$

Se obține $T_3 = T_4 = 331$ N.

2° $P_m = \dfrac{NP_0}{\eta_l \eta_d \eta_m} = 26{,}8$ kW, $\eta_l = 0{,}96$.

796 1° $a = \dfrac{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}}{\rho l^3} - \mu g = 0{,}9 \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$. 2° $L = \dfrac{1}{2} \mu \rho a g l^3 t^2 = 50{,}15$ MJ. 3° $\Delta t = \dfrac{\eta_1 \eta_2 \cdot L}{\rho l^3 c} = 233°\text{C}$.

3° $\lambda = \dfrac{v}{\nu} = 0{,}85$ m.

797 1° $F = \frac{mv_1^2}{2s} = 56{,}25$ kN. 2° $F_r = \frac{P}{v_2} = 35{,}2$ kN.

3° $P = v_3\left(F_r \frac{v_3^2}{v_2^2} + mg \sin \alpha\right)$, $v_3 \approx 22{,}3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 4° $M = \frac{Pt}{\eta q} = 188{,}8$ kg.

798 1° $E_c = \frac{mh^2}{2t^2} = 125$ J. 2° $Q = mgh - E_c = 195{,}8$ kJ.

3° $P = \eta \frac{Q}{t} = 3\,917{,}5$ W, $I = \frac{P}{U} = 39{,}2$ A.

799 1° $v = \frac{gT}{\pi} \sin \frac{\alpha}{2} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 2° $v_1 = \sqrt{2gh} = 0{,}6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

3° $v_2 = \frac{m_1(v - v_1)}{m_2} = \frac{4}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$, 4° $S = \frac{v_2^2}{2\mu g} = 1{,}78$ m.

800 1° $v_0 = d\sqrt{\frac{g}{2h}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 2° $P = \frac{1}{2} \rho v_0^2 Q = 2\,000$ W. 3° $E = \frac{1}{2} \rho Q_1 t'(v_0^2 + 2gh) = 523{,}6$ GJ.

801 După ciocnirea jetului de palete, viteza acestuia devine egală cu viteza u a punctului lovit. Fie A aria secțiunii transversale a jetului iar ρ densitatea apei. Din legea impulsului.

$$Ft = m(v - u)$$

rezultă

$$F = \rho A v(v - u).$$

Puterea dezvoltată de jet va fi atunci

$$P = fu = \rho\, Auv(v - u),$$

cu un maxim (funcție de u) pentru $u = \frac{v}{2}$.

Se obține deci

$$\omega = \frac{u}{R} = \frac{v}{2R}.$$

Observație: condiția de maxim se poate obține ușor prin derivare în raport cu u și egalare cu zero, sau prelucrînd convenabil expresia $u(v - u)$:

$$u(v - u) = \frac{1}{4} v^2 - \left(\frac{1}{4} v^2 - vu + u^2\right) = \frac{1}{4}\, v^2 - \left(\frac{v}{2} - u\right)^2,$$

din care apare evident maximul pentru $u = \frac{v}{2}$.

802 1° $E_c = 2\pi^2 n^2 m R^2 = 332{,}7$ kJ. 2° Parabolă, $D = 2\pi n R \sqrt{\frac{2(d + R)}{g}} = 33{,}15$ m.

3° $\Delta t = \frac{2\pi^2 n^2 R^2}{c} = 2{,}4°\text{C}$.

803 $E_3 = E_1 + E_2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$.

804 1° $H = h + \frac{v_0^2}{2g} = 187{,}6$ m. 2° $\Delta E_p = \frac{1}{2} m v_0^2 = 2\,550$ J.

3° $v = \sqrt{2gH} = 60{,}64 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 4° $t = t_0 + \frac{v^2}{2c} = 129°\text{C}$.

805 1° $G = \rho V g = 9{,}8$ kN. 2° $L = Gh = 245$ kJ. 3° $P = \frac{L}{t} = 4\,083{,}3$ W.

4° $I = \frac{P}{\eta U} = 20{,}6$ A.

806 1° $L_1 = mgl(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 37{,}24$ kJ. 2° $L_2 = mgl \sin \alpha = 24{,}5$ kJ. 3° $P_1 = \frac{L_1}{t} = 1241{,}3$ W.

4° $P_c = \frac{P_1}{\eta} = 1\,379{,}25$ W. 5° $I = \frac{P_u}{U} = 11{,}5$ A.

6° $t_c = \sqrt{\frac{2l}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}} = 2{,}88$ s, $v = \sqrt{2gl(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} = 6{,}77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

807 1° $L = mgh = 18{,}8$ kJ. 2° $P = \frac{L}{t} = 1881{,}6$ W. 3° $I = \frac{P}{\eta U} = 12{,}2$ A.

4° $v = \sqrt{2gh} = 21{,}7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $t_c = \frac{v}{g} = 2{,}2$ s.

808 1° $Q_v = \frac{Q_m}{\lambda} = 114{,}3 \frac{l}{s}$. 2° $P_c = \frac{Q_m g l}{\eta} \approx 5$ kW. 3° $I = \frac{P_c}{U} = 21{,}8$ A.

4° $C = p \frac{mgl}{\eta} = 0{,}14$ bani. 5° $v = \frac{4\,Q_v}{\pi D^2} = 9{,}3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

809 1° $v = \frac{Q_v}{S} = 0{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 2° $Q_m = \rho Q_v = 3{,}2 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$. 3° $P = Q_m g h = 37{,}6$ W.

4° $P_e = \frac{P}{\eta} = 47$ W. 5° $R_e = \frac{U^2}{P_e} \approx 1\,029\ \Omega$.

810 1° $P = Gv \sin \alpha = 9{,}8$ kW. 2° $I = \frac{P}{U \cos \varphi} \approx 102$ A.

811 1° $E = \frac{1}{2} m v^2 = 500$ kJ. 2° $P = 10 F v = 10$ kW. 3° $I = \frac{P}{\eta U} = 25$ A.

4° $\frac{P'}{P} \approx 1 + \frac{mgv \sin \alpha}{P} \approx 2$.

812 Dacă n_m este turația arborelui motor, atunci

$$n_m \cdot D = n \cdot 2R,$$

din condiția vitezei liniare identice pentru toate punctele curelei de transmisie. Dar :

$$UI = \eta P_m = \eta \cdot F \cdot 2l \cdot n_m = 2\eta \cdot p \frac{\pi d^2}{4} \cdot l n_m$$

și

$$p = \frac{DUI}{\pi \eta R d^2 l n} = 6{,}4 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

313 1° $h = \dfrac{m_1 c^2}{NMg\sqrt{1-\dfrac{v_1^2}{c^2}}} \approx 47$ km. 2° $m_2 = \dfrac{2sd\rho c\Delta t}{v_2^2} = 10^{-}$; 3° $p = \dfrac{m_2 RT}{VM_H} = 258\ \dfrac{\text{N}}{\text{m}^2}$.

4° $E = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{p'VM_H}{RT} \cdot v_{3-} = 1{,}8$ kJ. 5° $t = \dfrac{E}{UI} = 3$ min.

314 1° $n = \dfrac{\eta Q\, \rho gh}{UI} = 2\,450$. 2° $t = \dfrac{2mc\Delta t}{nUI} = 1\ h\ 12$ min 34 s. 3° $T' = T\left(1 - \dfrac{2P}{n\,UI}\right) \approx 308°\text{K}$.

315 $F = \dfrac{1}{4}\pi d^2 E\alpha\Delta t = 47{,}1$ kN.

316 1° $\alpha = \dfrac{l_2 - l_1}{l_1 l_2 - l_2 l_1} = 2{,}9 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}. 2° $F = ES\alpha\left(l_2 - \dfrac{l_2}{l_1}\, l_1\right) = 15{,}66$ kN.

317 $l = \dfrac{\pi d^2 E\Delta l}{4V\rho g} = 1{,}79$ m.

318 $l_0 = \dfrac{1}{4\pi^2\nu^2\left[\dfrac{m}{ES} + \dfrac{1}{\sqrt{g^2 + 16\pi^4\nu^4 r^2}}\right]} = 12{,}9$ cm.

319 Va trebui să existe relația $\alpha = \dfrac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)$. Dacă l_0 este lungimea lor comună la 0°C, iar barele nu ar fi sudate, alungirile lor ar fi $l_1 = \alpha_1\, l_0\, t$ și $l_2 = \alpha_2 l_0 t$. Fiind sudate, alungirea lor comună va fi $l = l_0\alpha t$: cuprul alungește fierul cu $l - l_1$ iar fierul comprimă cuprul cu $l_2 - l$. Forțele fiind egale, din legea lui Hooke se obține

$$\frac{E_1 S_1 (l - l_1)}{l_0} = \frac{E_2 S_2 (l_2 - l)}{l_0},$$

$$S_2 = S_1 \frac{E_1}{E_2} \cdot \frac{\alpha - \alpha_1}{\alpha_2 - \alpha} = S_1 \frac{E_1}{E_2}$$

Dar

$$\frac{\pi D^2}{4} = S_1 + S_2 = \frac{\pi D_1^2}{4}\left(1 + \frac{E_1}{E_2}\right)$$

și

$$D = D_1\sqrt{1 + \frac{E_1}{E_2}} = 16{,}58 \text{ mm}.$$

320 $\gamma = \dfrac{1}{t}\left(\dfrac{m_0}{m} - 1\right) = 0{,}0011$ grd^{-1}.

321 1° $Q = \mu m_p q = 1$ MJ. 2° $m = \dfrac{d\rho_{apă}}{1 + 3\,\alpha\, t_0} \cdot l_0 S = 3{,}9$ kg. 3° $t = t_0 + \dfrac{Q}{mc} = 492{,}8°\text{C}$.

4° $l \approx l_0[1 + \alpha(t - t_0)] = 50{,}3$ cm. 5° $F = ES\alpha\Delta t = 1{,}2$ MN.

322 1° $V_f = \dfrac{m - m_a}{\rho_a} - \dfrac{m}{\rho_{Fe}} = 1\,400$ cm^3. 2° $Q = \dfrac{mc\rho_a\Delta V}{3\,\alpha(m - m_a)} = 472$ kJ. 3° $\Delta t = \dfrac{Q}{mc} \approx 263°\text{C}$.

323 1° $F = Vg(\rho_a - \rho_H) = 1\,178{,}9$ N. 2° $F' = F - G = 178{,}9$ N. 3° $a = \dfrac{F'}{\left(V\rho_H + \dfrac{G}{g}\right)\cos\alpha} = 1{,}86\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

4° $t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = 35{,}24$ s.

824 1° $V = \frac{F_a RT}{pg(M_{aer} - M_{He})} = 6\,800$ m³, $m_{He} = \frac{F_a}{g\left(\frac{M_{aer}}{M_{He}} - 1\right)} = 491{,}7$ kg.

2° $V' = \frac{m_{He} RT'}{p' M_{He}} = 2\,942$ m³, $F_a' = F_a$.

825 $V_{Hg} = \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{m + \frac{pVM}{RT}}{\rho_{Hg}} = 41{,}45$ cm³.

826 1° $p = \rho gh = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ 2° $m = V\rho_{aer}\frac{p}{p_0} = 1{,}293$ g. 3° $F = g\left(V_b \frac{p}{p_0}(\rho_{aer} - \rho_{He}) - m\right) =$

$= 1\,337$ N.

827 Din ecuația generală

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2},$$

$$\frac{(p_0 + \rho gh)Al}{T_1} = \frac{\left(p_0 + \rho g \frac{h}{2}\right)\left(l - \frac{h}{4}\right)A}{T_2},$$

rezultă

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_0 + \rho gh}{p_0 + \rho g \frac{h}{2}} \cdot \frac{l}{l - \frac{h}{4}}.$$

828 Dacă x_0 este alungirea resortului pentru poziția de echilibru și G greutatea pistonului, atunci $kx_0 = G$.
Presiunea aerului de sub piston, în primul caz:

$$p = \frac{G}{S} + \frac{k(x - x_0)}{S} = \frac{kx}{S}.$$

În al doilea caz:

$$p_1 = \frac{pV}{2V_1} = \frac{kx_1}{S}.$$

Rezultă

$$x_1 = \frac{x}{\sqrt{2}} \approx 0{,}7\ x.$$

829 $x_1 = x\sqrt{\frac{T_1}{T}}$.

830 $l' = l \frac{p_0}{p_0 + \rho gh + \frac{2\sigma}{r}}$.

831 Transformarea de stare a aerului din interiorul balonului de săpun este o transformare izotermă:

$$\left(p_0+2\cdot\frac{2\alpha}{r}\right)V=\left(p+2\cdot\frac{2\alpha}{r}\right)\frac{V}{8},$$

presiunea suplimentară datorită meniscului, $\frac{2\alpha}{r}$, fiind luată de două ori, deoarece balonul are două fețe, deci două straturi superficiale. Rezultă

$$p=8\left(p_0+\frac{3\alpha}{r}\right).$$

832 1° Dacă se adoptă rezolvarea energetică: energia potențială eliberată în cădere este egală cu lucrul mecanic efectuat pentru a ridica la suprafață volumul de lichid deslocuit de bastonaș

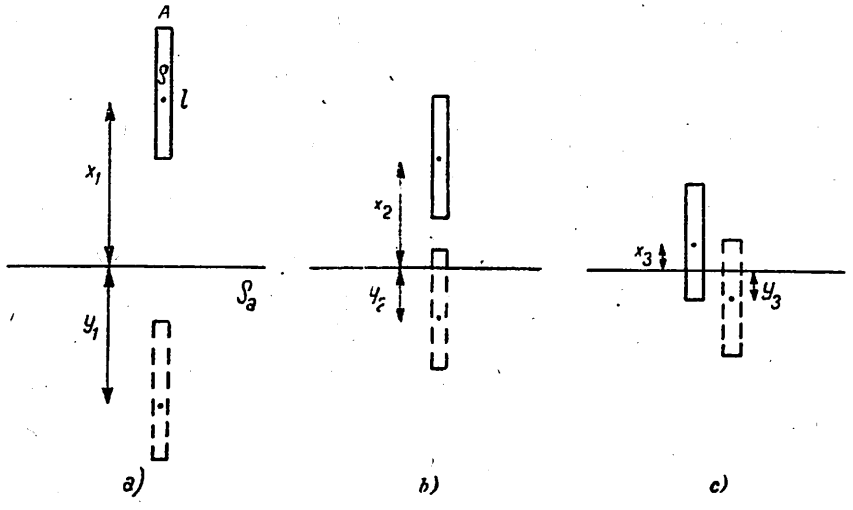


Fig. 456.

în poziția finală. Conform figurii 456, *a* notînd cu x_1 și y_1 distanțele de la centrul de greutate al bastonașului la suprafața apei, în pozițiile inițială și finală:

$$Al\rho\cdot g\cdot(x_1+y_1)=Al\rho_a\cdot g\cdot y_1,$$

$$y_1=x_1\frac{\rho}{\rho_a-\rho}=83{,}3\text{ cm}.$$

2° Cazul corespunde situației în care în final o porțiune din bastonaș rămîne deasupra apei. Conform figurii 456, *b*:

$$Al\rho\cdot g\cdot(x_2+y_2)=A\left(\frac{l}{2}+y_2\right)\rho_a\cdot g\cdot\frac{\frac{l}{2}+y_2}{2},$$

$$y_2=\frac{l}{2}\left[\sqrt{\left(1-2\frac{\rho}{\rho_a}\right)^2+\left(8\frac{\rho}{\rho_a}\cdot\frac{x_2}{l}-1\right)}-\left(1-2\frac{\rho}{\rho_a}\right)\right]=30\text{ cm}.$$

Un caz particular ar fi cazul în care inițial (figura 456, *c*) capătul inferior al bastonașului se află în apă:

$$Al\rho\cdot g\cdot(x_3+y_3)=A\left[\left(\frac{l}{2}+y_3\right)-\left(\frac{l}{2}-x_3\right)\right]\rho_a g\,\frac{1}{2}\left[\left(\frac{l}{2}-x_3\right)+\left(\frac{l}{2}+y_3\right)\right].$$

Rezultă

$$y_3=x_3-l\left(1-2\frac{\rho}{\rho_a}\right).$$

3° Caz invers cazului 1°: pentru $y_4=60$ cm se va obține

$$x_4=y_4\frac{\rho_a-\rho}{\rho}=180 \text{ cm}.$$

4° Pentru $x_1=250$ cm, rezultă $y_1=75$ cm; pentru $x_2=100$ cm, rezultă $y_2=30$ cm; pentru $y_4=60$ cm, rezultă $x_4=10$ cm.

833 1° $V_1=\frac{mRT_1}{pM}=123$ l. 2° $L=\frac{mR}{M}(T_2-T_1)=16{,}6$ kJ. 3° $Q=mc_p(T_2-T_1)\approx 58$ kJ.

834 1° $m=\frac{pVM}{RT}\approx 2$ g. 2° $I=\frac{m}{kt}=21{,}5$ A.

835 $L=F\cdot\Delta l=pS\cdot l_0\alpha\theta=pV_0\alpha\theta=p\frac{m}{\rho_0}\alpha\theta.$

Dar,

$$mc_p\theta=RI^2t \quad \text{și} \quad L=\frac{\alpha pRI^2t}{\rho_0c_p}=246 \text{ J}.$$

836 1° $p_2=p_1\frac{T_2}{T_1}=5{,}2\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$. 2° $m=\frac{p_1VM}{RT_1}=123$ g, $Q=\frac{P_1VT_0q}{P_0T_1}=1\,365$ J.

3° $T_3=T_1\frac{p_3}{p_1}=375°$ K.

837 În funcție de temperatură variază atît volumul baloanelor de sticlă cît și masa aerului deslocuit de acestea. „Masa adițională", de partea balonului mic, va fi

$m=[(m_{1\,aer})_{0°}-(m_{1\,aer})_{30°}]-[(m_{2\,aer})_{0°}-(m_{2\,aer})_{30°}]=(V_1\rho_0-V_1'\rho)=(V_2\rho_0-V_2'\rho)=$

$$=\rho_0(V_1-V_2)-\frac{\rho_0}{1+\alpha t}\cdot(V_1-V_2)\,(1+\gamma t)=\rho_0(V_1-V_2)\cdot\frac{(\alpha-\gamma)t}{1+\alpha t}=$$

$$=\frac{\pi\rho t(\alpha-\gamma)(d_1^3-d_2^3)}{6(1+\alpha t)}=2{,}25 \text{ g}.$$

838 1° $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{\rho Sh}{\frac{F}{x}}}$,

cu $F=\rho_1Sxg$, forța arhimedică a porțiunii x din plutitorul împins în lichid față de linia de plutire. Se obține

$$T=2\pi\sqrt{\frac{\rho h}{\rho_1 g}}.$$

2° $\frac{T}{T'}=\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}=0{,}9.$

3° Legea de variație a perioadei cu $\frac{1}{\rho_1}$ seamănă cu legea accelerației gravitaționale la pendul $\left(\sim\frac{1}{g}\right)$.

Sistemul poate fi folosit la determinarea densităților corpurilor solide și lichide.

839 Pistonul va fi împins spre interior, micşorînd volumul cubului şi mărind presiunea aerului. Folosind legea Boyle-Mariotte se poate scrie condiţia de echilibru a pistonului luînd în consideraţie faptul că presiunea atmosferică p_0 acţionează pe întreaga arie a^2, iar presiunea hidrostatică medie $\rho g \frac{h}{2}$ acţionează pe aria ah:

$$p_0 \cdot a^3 = \frac{p_0 a^2 + \rho g \frac{h}{2} \cdot ah}{a^2} \cdot a^2 x.$$

La aceasta se adaugă condiţia de echilibru a cubului sub acţiunea forţei arhimedice:

$$\rho \cdot axh \cdot g = G.$$

Rezultă:

$$h = \frac{a^3}{G}\left[p_0 \pm \sqrt{p_0^2 - \frac{2p_0 G^2}{\rho g a^5}}\right];$$

$$x = \frac{G}{\rho a h g}.$$

840 $[V_B + (l-h)S]\ (p-h) = \left[\frac{V_B(1+\gamma t)}{1+\alpha t} + (l-h_1)S\right](p-h_1)$; $V_B = 964$ cm^3.

841 1° $x = \frac{H + l\rho g - \sqrt{H^2 + l^2\rho^2 g^2}}{2\rho g} = 9{,}7$ cm. 2° $N = \frac{x\rho dg}{4\sigma} \approx 20$.

842 Energia totală cuprinde patru termeni:

1° Energia calorică necesară formării vaporilor, $E_1 = m\lambda$, în care λ este căldura latentă de vaporizare la presiunea $p_0 + \rho gh$ (p_0 — presiunea atmosferică, ρ — densitatea apei).

2° Energia necesară creşterii energiei stratului superficial al lichidului, $E_2 = \sigma S = 4\pi r^2 \sigma$.

3° Energia necesară învingerii presiunii hidrostatice,

$$E_3 = pV = \rho gh \cdot \frac{m}{\rho} = mgh.$$

4° Energia necesară învingerii presiunii atmosferice,

$$E_4 = p_0 V = p_0 \frac{m}{\rho}.$$

Deci

$$E = m\left(\lambda + gh + \frac{p_0}{\rho}\right) + 4\pi r^2 \sigma.$$

843 $Q = m\lambda_g + mc_a(100° - 0°) + \frac{P_0 VM}{RT}\lambda_c \approx 2\,100$ J.

844 $t = \frac{\eta Q}{P} \approx 14{,}8$ h.

845 $t = \frac{\eta m(10c_g + 100c_a + \lambda)}{P} = 12$ min 53 s; $m_c = \frac{Pt}{\eta q} \approx 1{,}8$ kg.

846 1° $m = \frac{\eta Mq}{c\Delta t + \lambda} = 5{,}72$ t. 2° $P = \frac{\eta' Mq}{t} = 61{,}1$ kW.

847 1° $m_1=\frac{\alpha S_1 t_1}{q}=1\,400\,750$ kg. 2° $m_2=\frac{\sigma S_2 t_2}{c\Delta t_2+\lambda}=4{,}79$ kg.

3° $P=\eta\sigma S_3\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right)=760{,}8$ kW. 4° $S_4=\frac{P'}{\eta\sigma\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right)}=13{,}14$ m².

848 1° $\eta=\frac{P_2}{P_1}=80\%$. 2° $m=\frac{(P_1-P_2)t}{c\Delta t+\lambda}=9$ t. 3° $I=\sqrt{\frac{P_1-P_2}{R}}=20$ A.

849 1° $m=\frac{Q}{g(l+r)(1-\cos\alpha)}=10$ g. 2° $q=4(l+r)\sin\alpha\sqrt{\pi\varepsilon\cdot mg\cdot\operatorname{tg}\alpha}=940$ nC.

850 $\rho=\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r-1}\rho_p$.

851 $R=\frac{U}{I}=\frac{\frac{Q}{C}}{\frac{Q}{T}}=\frac{1}{\nu C}=\frac{1}{4\pi\varepsilon r\nu}=10^{12}\ \Omega$.

852 1° $v=\sqrt{\frac{eEl\left(D-\frac{l}{2}\right)}{md}}\approx 10^7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 2° Elipsă.

853 1° $C=\frac{\pi\varepsilon R^2}{d}=227{,}8$ pF.

2° $Q=CU=13{,}9$ nC; $W=\frac{1}{2}CU^2=3{,}47$ mJ.

3° $Q=2C\cdot U'$, $U'=\frac{U}{2}$; $W'=\frac{W}{2}$.

4° $I=2\pi\nu C\cdot U=436\ \mu$A; $I'=2\pi\nu' C\cdot U=4{,}36$ A.

5° $C'=\frac{\varepsilon\pi R^2(1+\alpha_m\Delta t)^2}{d(1+\alpha_s\Delta t)}\approx C\frac{1+2\alpha_m\Delta t}{1+\alpha_s\Delta t}$; $\frac{C'-C}{C}=\frac{(2\alpha_m-\alpha_s)\Delta t}{1+\alpha_s\Delta t}$,

$\Delta C=C\frac{(2\alpha_m-\alpha_s)\Delta t}{1+\alpha_s\Delta t}=0{,}44\cdot10^{-14}$ F.

854 1° $V=\frac{eQ}{\varepsilon S}=22{,}58$ kV, $E=\frac{Q}{\varepsilon S}=5{,}64\cdot10^6\ \frac{\text{V}}{\text{m}}$, $p=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=1{,}4\cdot10^6\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$, $W=\frac{1}{2}QV=11{,}29$ mJ. 2° $C_1=\frac{\varepsilon_0 S}{e-e_1\left(1-\frac{1}{\varepsilon_r}\right)}=1{,}18$ pF. 3° $Q_1=\frac{7}{3}Q=2{,}33\ \mu$C,

$Q_2=2Q_1=4{,}66\ \mu$C. 4° $I_0=\frac{2V}{R}=45{,}17$ A, $\Delta W=\frac{8}{3}W=30{,}17$ mJ.

5° $L=\frac{49}{12}QV=0{,}1$ J.

855 1° $Q=CU=0{,}25$ C, $W=\frac{1}{2}CU^2=312{,}5$ J. 2° $m=\frac{W}{\lambda}=0{,}93$ g.

3° $V=\frac{mR}{pM}\left(t_0+\frac{W}{mc_p}+273\right)=290$ cm³.

856 1° Conform figurii 457, din condiția de echilibru

$$F_c(l-h)=G\cdot x$$

cu aproximația $h\ll l$:

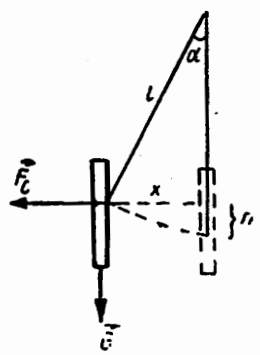


Fig. 457.

$$F_c l=G(d_0-d),\qquad \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon}\,l=mg(d_0-d),$$

cu

$$\sigma=\frac{Q}{S}=\frac{CU}{S}=\frac{\varepsilon U}{d}.$$

Rezultă că d satisface ecuației

$$\frac{\pi\varepsilon r^2 l U^2}{2mg}\cdot\frac{1}{d^2}+d-d_0=0.$$

2° $U^2=\dfrac{2\,mgd^2(d-d_0)}{\pi\varepsilon r^2 l}$, $U=\dfrac{d_0-x}{r}\sqrt{\dfrac{2\,mgx}{\pi\varepsilon l}}=1\,080$ V.

857 1° $C=\dfrac{\varepsilon S}{e}$, $S=\dfrac{eC}{\varepsilon_0\varepsilon_r}=5{,}13$ m².

2° $W=\dfrac{1}{2}CU_0^2=0{,}5$ J.

3° V. problema 494.

4° Conform legii a doua a lui Kirchhoff

$$u_R+u_C=0$$

sau

$$Ri+\frac{q}{C}=0.$$

Prin derivare în raport cu t se obține ecuația diferențială

$$R\frac{di}{dt}+\frac{i}{C}=0$$

care integrată

$$\int_{I_0}^{i}\frac{di}{i}=-\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

conduce la soluția

$$i=I_0e^{-\frac{t}{RC}}=\frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}},\qquad u=U_0e^{-\frac{t}{RC}}.$$

Cu condiția $u=\dfrac{U_0}{2}$, rezultă $R=\dfrac{t}{C\cdot\ln 2}=10$ MΩ.

5° $t=RC\cdot\ln 2=\rho\varepsilon\cdot\ln 2=16$ h 58 min 26 s.

858 1° $v\approx\sqrt{\dfrac{2\,eU}{m}}\approx 10^8\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$. 2° $n=\dfrac{It}{e}\approx 3\cdot10^{16}$. 3° $\lambda=\dfrac{hc}{eU}=0{,}413$ Å.

859 În centrul cercului descris:

$$H = \frac{I}{2(l+r)},$$

cu

$$I = \nu Q = \nu CV = 4\pi\varepsilon\nu rV.$$

Rezultă

$$H = \frac{2\pi\varepsilon\nu rV}{l+r} \approx 8 \cdot 10^{-9} \frac{\text{A}}{\text{m}}.$$

860 1° Forța Lorentz normală pe vectorul viteză. 2° $r = \dfrac{v}{B\dfrac{e}{m}}$. 3° $\Delta = \dfrac{UD^2}{2dv^2} \cdot \dfrac{e}{m}$,

$$v = 3 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \frac{m}{e} = 1{,}77 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}.$$

861 La închiderea întrerupătorului K_1 condensatorul se încarcă sub tensiunea E și prin galvanometru trece cantitatea de electricitate

$$Q_1 = CE = k\alpha.$$

După închiderea întrerupătorului K_2, tensiunea la bornele sursei scade la valoarea

$$U = RI = \frac{R}{R+r} E.$$

Condensatorul își va micșora corespunzător tensiunea de la E la U și rămîne încărcat numai cu

$$Q_2 = C \cdot \frac{R}{R+r} E.$$

Prin galvanometru va trece, în sens contrar acum, cantitatea de electricitate

$$Q_1 - Q_2 = CE \frac{r}{R+r} = k\beta$$

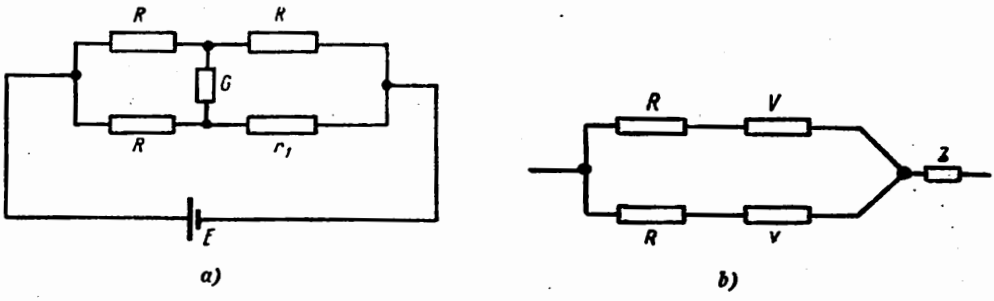


Fig. 458.

iar acul va devia spre stînga cu unghiul

$$\beta = \alpha \frac{r}{R+r}.$$

862 1° Din condiția de echilibru a punții (v. fig. 458),

$$R(R + R_x) = Rr_1,$$

sau

$$\frac{\rho' L}{\frac{\pi D^2}{4}} + \frac{\rho' x}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{\rho_0(1+\alpha l)l}{\frac{\pi d^2}{4}},$$

$$\frac{\rho' L}{D^2} + \frac{\rho' x}{D^2} = \frac{\rho_0 l}{d^2} + \frac{\rho_0 l}{d^2}\alpha l,$$

rezultă condițiile

$$\frac{\rho' L}{D^2} = \frac{\rho_0 l}{d^2} \quad \text{și} \quad \frac{\rho' x}{D^2} = \frac{\rho_0 l}{d^2}\alpha l.$$

Combinînd condițiile, cu $x = al$, se obține

$$L = \frac{a}{\alpha} = 52{,}6 \text{ m}, \quad l = \frac{\rho' a d^2}{\rho_0 \alpha D^2} = 2{,}21 \text{ m}.$$

2° $r_1 = \frac{4\rho_0(1+\alpha l)l}{\pi d^2} = \frac{4\rho'(1+\alpha l)L}{\pi D^2} = R(1+\alpha l)$.

Dacă $x=0$, rezultă $l=0$ și $r_1=R$ deci $i=0$.

În cazul general pentru $r_1 \neq R$, conform figurii 458 *a*, *b*:

$$V = \frac{RG}{R+G+r_1}, \quad Y = \frac{Gr_1}{R+G+r_1}, \quad Z = \frac{Rr_1}{R+G+r_1},$$

$$R_t = Z + \frac{(R+V)(R+Y)}{2R+V+Y}.$$

Se deduce ușor apoi legătura între curentul i prin galvanometru și curentul total I:

$$i = I\frac{R(R-r_1)}{G(3R+r_1)+2R(R+r_1)},$$

$$i = \frac{E}{R_t}\cdot\frac{R^2\alpha}{G(3R+r_1)+2R(R+r_1)}t.$$

De asemenea,

$$N_0 = N\frac{l_0}{l}.$$

863 1° $E = U_1 = 100$ V, $R = \frac{U_2}{I} = 2\ \Omega$, $r = \frac{U_1 - U_2}{I} = 2\ \Omega$. 2° $R_m = \frac{E}{I'} - (r+R) = 1\ \Omega$.

3° $E_c = E - I''(R+r+R_m) = 25$ V, $P_u = E_c I'' = 375$ W, $U = R_m I'' + E_c = 40$ V.

864 1° $\rho = \frac{\pi r^2 R}{l} = 7{,}85\cdot 10^{-7}\ \Omega\cdot$m.

2° $IR' = E'$, $\frac{R'}{R} = \frac{l'}{R}$; $I = \frac{E'l}{Rl'} = 131$ mA; $U = RI = 3{,}28$ V.

3° $\frac{E'}{E''} = \frac{R'}{R''} = \frac{l'}{l''}$, $E'' = E'\frac{l''}{l'} = 1{,}236$ V. 4° $r = \frac{E-U}{I} = 6{,}61\ \Omega$.

5° $I_1 R_1 = E'$, $I_1 = \frac{E'l}{Rl_1}$; $q = I_1 t_1$.

Un mol de H este depus de $2F$ coulombi. Numărul molilor de H va fi deci

$$n_H = \frac{q}{2F},$$

ar cel de O_2

$$n_{O_2} = \frac{n_H}{2}.$$

Numărul total de moli $n_H + n_{O_2}$ va avea volumul:

$$V = nV_m = \frac{3}{4F} I_1 l_1 V_m = \frac{3}{4F} \frac{E' l}{R l_1} l_1 V_m = 5{,}66 \text{ cm}^3.$$

6° $E - E_c = I_1(R + r + R_v)$.

7° Prin voltametru, $I_2 = \frac{I_1 l_1}{l_2}$. Deci:

$$E - E_c = (r + R_{BC}) I_3 + R_v I_2 = \left(r + R \frac{l - l_1}{l}\right) I_3 + R_v \frac{I_1 l_1}{l},$$

$$E_c + I_2 R_v = R_{AC}(I_3 - I_2) \quad \text{cu} \quad R_{AC} = R \frac{l_1}{l}.$$

Rezultă din sistem $E_c = 0{,}7$ V și $R_v = 24{,}2\ \Omega$.

865 1° $R_1 = \frac{U_1}{I} = 5\ \Omega$, $R_2 = R_1$. 2° $c = \frac{0{,}8 U_1 I t}{m \cdot \Delta t} = 2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{grd}}$ · 3° $\eta = \frac{U_1}{U} = 50\%$.

4° $\alpha = \frac{\rho \Delta V}{m \Delta t} = 0{,}001 \text{ grd}^{-1}$. 5° $K = \frac{0{,}2 U_1 I t}{\Delta t} = 0{,}4 \frac{\text{kJ}}{\text{grd}}$, $m_a = 95{,}5$ g.

866 1° $Q = mc_v\ T_0 = 54{,}6$ J. 2° $I = \sqrt{\frac{Q}{Rt}} = 157$ mA. 3° $E = RI = 34{,}54$ V, $E_m = \sqrt{2}E = 48{,}9$ V.

867 1° $P = RI^2 = \frac{\rho l}{S} \cdot i^2 S^2 = \frac{\rho}{d} \cdot dSl \cdot i^2 = K \cdot mi^2$,

cu

$$K = \frac{\rho}{d} = 3{,}3 \cdot 10^{-11} \frac{m^4}{s^2 A^2}.$$

2° La echilibru

$$Kmi^2 = hs\theta,$$

$$\rho l i^2 S = hs(t - t_0),$$

cu

$$S = \frac{\pi D^2}{4} \text{ și } s = \pi D l.$$

Rezultă

$$i = \sqrt{\frac{4h(t - t_0)}{\rho D}} = 8{,}25 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}.$$

3° $\frac{\rho i^2 D}{4h} = t_l - t_0$, cu $i^2 = \frac{I^2}{S^2} = \frac{U^2}{\rho^2 l^2}$.

Deci, temperatura limită :

$$t_l = t_0 + \frac{DU^2}{4h\rho l^2} = 951°C.$$

În regimul tranzitoriu :

$$Kmi^2 - lh\theta s = \frac{mc\theta}{\tau}.$$

Rezultă

$$\tau = \frac{c}{\frac{Ki^2}{\theta} - \frac{lhs}{m}}.$$

cu

$$\theta = t - t_0 = t_l - \Delta t - t_0 = \frac{DU^2}{4h\rho l^2} - \Delta t :$$

$$Ki^2 = \frac{U^2}{\rho d l^2}; \quad \frac{hs}{m} = \frac{4h}{dD}.$$

Se obține

$$\tau = \frac{cdD}{4h}\left[\frac{DU^2}{4h\rho l^2 \Delta t} - 1\right] = 21 \text{ min } 6 \text{ s}.$$

4° *a*) Conform figurii 459 :

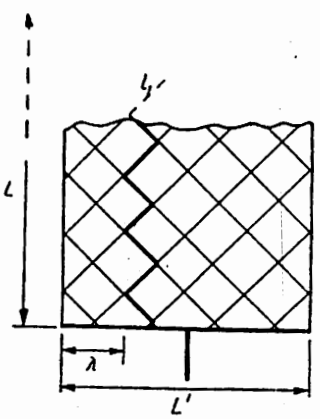


Fig. 459.

numărul de romburi pe lățime,

$$\frac{L'}{\lambda} = 10.$$

— Numărul căilor de curent,

$$N = 2\frac{L'}{\lambda}.$$

— Numărul de romburi pe lungime,

$$\frac{L}{\lambda} = 2\,000.$$

— Lungimea firului unei căi,

$$l_1 = \frac{L}{\lambda} \cdot 2\lambda \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}L,$$

— Rezistența electrică a unei căi,

$$R_1 = \rho \frac{l_1}{S'} = \frac{4\sqrt{2}\rho L}{\pi D'^2}.$$

— Rezistența totală a celor N căi în paralel,

$$R = \frac{R_1}{N} = \frac{2\sqrt{2}\rho L\lambda}{\pi L' D'^2} = 5\ \Omega.$$

b) Dacă i_1 este densitatea curentului prin fire,

$$\rho i_1^2 D' = 4h(t_1 - t_0),$$

cu

$$i_1^2=\frac{U_1^2}{\rho^2 l_1^2}=\frac{U_1^2}{2\rho^2 L^2}.$$

Dar

$$P_1=N\frac{U_1^2}{R_1}.$$

După înlocuiri rezultă din aceasta

$$L=\frac{\pi D'^2 L' U_1^2}{2\sqrt{2}\,\rho\lambda P_1}$$

și deci

$$t_1=t_0+\frac{\rho\lambda^2 P_1^2}{\pi^2 h D'^3 L'^2 U_1^2}\approx 295°\text{C}.$$

868 1° $m=10$ $kI_1t=10$ g. 2° $Q=81$ $R_2I_1^2t=729$ kJ.

869 1° $k=\frac{m}{kNt}=0{,}01\frac{\text{A}}{\text{div.}}$ 2° $R_A=R_s\left(\frac{m'}{kN'it}-1\right)=49{,}6\ \Omega$. 3° $E=(R_A+R)\ Nt=13{,}26$ V,

$$R=R_A\frac{1-\frac{N'}{N}}{1-\frac{m'}{Nkit}}=3{,}25\ \Omega.$$

870 1° $E=I\left(r+\frac{4\rho l}{\pi D^2}\right)=2$ V. 2° $U=E-rI=1{,}75$ V. 3° $Q=UIt=1\,050$ J.

4° $m=\frac{kEt}{r+R_v}=1{,}34$ g.

871 1° $I=\frac{5E}{R+\frac{5r}{2}}=366$ mA. 2° $t=\frac{m}{kI}=29$ min 45 s. 3° $t'=\frac{Q}{RI^2}=8$ min 7 s.

872 1° $\theta_2=\theta_1+\frac{\eta R_1 I^2 m_2}{km_1 c I_2}=40°\text{C}$, $I_1=I\frac{R_2}{R_1+R_2}$, $I=\frac{E}{r+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}$, $I_2=I\frac{R_1}{R_1+R_2}$.

2° $t=\frac{m_2}{kI_2}\cdot\frac{\theta_3-\theta_1}{\theta_2-\theta_1}=45$ min. 3° $h=\frac{kI_2t}{\rho S}=143{,}7\ \mu$.

873 1° $R_1=\frac{R_2R_3}{R_4}=60\ \Omega$. 2° $l=50$ m. 3° $m=\frac{1}{F}\frac{A}{n}tI\frac{R_1}{R_1+R_2}=0{,}298$ g.

874 1° $i_1=\frac{m_1F_n}{At}=0{,}2$ A, $i_2=0{,}3$ A. 2° $r=E\left(\frac{1}{i_1}-\frac{1}{i_2}\right)=6\ \Omega$. 3° $E'=i_1r_{AC}=2{,}1996$ V.

875 1° $m=\frac{1}{F}\frac{A}{n}It=157{,}9$ mg. 2° $U=\rho\frac{l}{S}I=40$ V. $P=UI=16$ W. 3° *a*) $I'=0{,}54$ A;

b) mărită cu $\Delta R=62{,}5\ \Omega$; *c*) $U'=15$ V, $P'=2{,}25$ W.

876 1° $Q=\frac{4\rho l I^2 t}{\pi D^2}=73{,}2$ kJ, $\Delta t=\frac{3Q}{4mc}=136{,}6°\text{C}$. 2° $m_1=\frac{1}{F}\frac{A_{Ag}}{n_{Ag}}It=6{,}72$ g, $h=\frac{m_1}{\rho S}=$

$=0{,}63$ mm. 3° $V_H=\frac{1}{\rho_H\cdot F}\frac{A_H}{n_H}It\approx 700$ cm³, $V_{OX}=\frac{1}{\rho_{O_2}F}\frac{A_{O_2}}{n_{O_2}}It\approx 350$ cm³.

877 $V_H = \dfrac{m_H RT}{p \cdot M_H} \approx 1{,}4\ \text{m}^3$, $V_{O_2} = \dfrac{m_{O_2} RT}{p \cdot M_{O_2}} \approx 0{,}7\ \text{m}^3$, $m_H = 111{,}6$ g,

$m_{0x} = 888{,}4$ g (v. problema 613).

878 Volumul sticlei clopotului este $V_s = \dfrac{m}{\rho_s}$ iar masa lui în apă

$$m_a = m - V_s\,\rho_a = m\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_s}\right).$$

Fie F forța cu care gazul apărut împinge clopotul:

$$(m_a g - F) \cdot AC = m_1 g \cdot \frac{AC}{2};$$

$$F = g\left[m\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_s}\right) - \frac{m_1}{m_2}\right].$$

Apa descompusă dă naștere la un amestec de oxigen și hidrogen cu densitatea relativă în raport cu apa

$$d = \frac{d_{O_2} + 2d_H}{3} \cdot d_{a/r}.$$

Fie M masa apei descompuse pentru a se crea forța F. Volumul gazului rezultat va fi $\dfrac{M}{d\rho_a}$, iar al apei descompuse $\dfrac{M}{\rho_a}$. Variația volumului este deci

$$\frac{M}{d\rho_a} - \frac{M}{\rho_a}$$

și forța F va fi tocmai greutatea volumului suplimentar:

$$F = \left(\frac{M}{d\rho_a} - \frac{M}{\rho_a}\right)\rho_a g = Mg\left(\frac{1}{d} - 1\right).$$

Rezultă

$$M = \frac{m\left(1 - \dfrac{\rho_a}{\rho_s}\right) - \dfrac{m_1}{2}}{\dfrac{3}{d_a(d_{O_2} + 2d_H)} - 1} = 2{,}1\ \text{mg}.$$

879 1° $I_2 = \dfrac{m}{kt} = 0{,}8$ A, $I_1 = I_2 \dfrac{R_2}{R_1} = 0{,}2$ A, $I = I_1 + I_2 = 1$ A. 2° $H = \dfrac{NI_1}{l} = 31{,}8 \dfrac{\text{A}}{\text{m}}$.

$\Phi = \mu N H S \approx 10^{-5}$ Wb, $L = \dfrac{\Phi}{I_1} \approx 50\ \mu\text{H}$. 3° $r = \dfrac{E}{I} - R - \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 1\ \Omega$.

880 1° $m = kne = 894$ mg. 2° $I = \dfrac{Bl}{\mu_0 \mu_r N} = 3$ A, $t = \dfrac{ne}{I} = 4$ min 27 s. 3° $\theta = \theta_0 + \dfrac{RI^2 l}{V\rho c} \approx 47°\text{C}$.

881 1° $m = \dfrac{1}{F} \cdot \dfrac{A}{n} \cdot 2N_t e \approx 94$ mg. 2° $I = \dfrac{l\Phi}{\mu_0 \mu_r N^2 S} = 13{,}3$ A. 3° $t = \dfrac{2N_{tc}}{I} = 21{,}6$ s.

4° $B = \mu_0 \mu_r \dfrac{NI}{l} = 8$ T, $L = \dfrac{\Phi}{I} = 0{,}6$ H. 5° $\theta = \theta_0 + \dfrac{RI^2 l}{mc} = 28{,}5°\text{C}$.

882 1° $I_v = \dfrac{\dfrac{E}{r+R_2} - E_c\left[\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_b}+\dfrac{1}{r+R_2}\right]}{1+R_v\left[\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_b}+\dfrac{1}{r+R_2}\right]} = 6$ A, $I_1 = \dfrac{E_c + R_v I_v}{R_1} = 2$ A,

$I_b = \dfrac{E_c + R_v I_v}{R_b} = 2$ A, $I = I_v + I_1 + I_b = 10$ A. 2° $\Delta t = \dfrac{\eta R_1 I_1^2 mFN}{m_a c A I_v} \approx 9°$C.

3° $\eta' = 1 - \dfrac{rI}{E} = 80\%$. 4° $\Phi = \mu_0 \mu_r \dfrac{\pi N^2 I_1 D^2}{4l} \approx 4 \cdot 10^{-4}$ Wb ; $L = \dfrac{\Phi}{I_b} = 200$ μH.

883 $H_0 = \dfrac{mN \cdot \text{ctg}\ \alpha}{2rkl}$ (v. problema 625).

884 1° $R_B = \dfrac{12\ \rho\ ND}{d^2} = 2{,}27\ \Omega$. 2° $H = \dfrac{3I}{d'} = 9\,375\ \dfrac{\text{A}}{\text{m}}$. 3° $U = \dfrac{nFm}{Al} \cdot \dfrac{SR_v}{S+R_v} \approx 7{,}5$ V,

$E = \dfrac{nFm}{Al}\left(\dfrac{SR_v}{S+R_v} + r_v + R_B\right) \approx 42{,}7$ V.

885 I Conform figurii 460, *a*

$$\alpha = \text{arc tg}\ \frac{H}{H_0} = \frac{NI}{lH_0} = \frac{I}{dH_0} = 1°\ 10'.$$

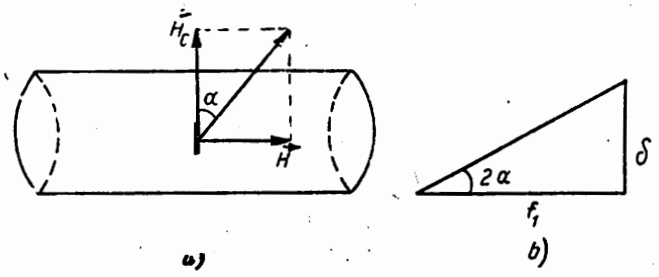


Fig. 460.

Conform figurii 460, *b*

$$\text{tg}\ 2\alpha = \frac{\delta}{f_1} \approx 2\ \alpha\ ;$$
$$\delta \approx 2\ \alpha f_1 = 4\ \text{cm}.$$

II 1° $i = \dfrac{H_0}{n} = 1{,}6$ mA.

2) $R = \rho \dfrac{l}{S} = \dfrac{4\rho N' D}{d^2}$;

$$P = Ri^2 = \frac{4\rho N' D i^2}{d^2} \approx 1\ \text{mW}.$$

b) V. problema 628.

III $\delta_1 = 2\ \alpha f_1$, $\delta_2 = 2\alpha f_2$, $\delta_3 = 3\ \delta_1$.

$$\frac{i}{o} = \frac{\delta_3}{\delta_2} = \frac{3f_1}{f_2} = \frac{p'}{p} = \frac{f_1 - D'}{f_2 - D'} \text{ şi } D' = 40\ \text{cm}.$$

$$\frac{1}{f_3} = \frac{1}{f_2 - D'} - \frac{1}{f_1 - D'} \text{ şi } f_3 = 12\ \text{cm}.$$

886 1° $R = \rho \frac{l}{S} = \frac{\pi R_0 d_0^2}{4 l_0} \cdot \frac{2N(MN+NP)}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{2NR_0 d_0^2}{l_0 d^2}(a+b) = 190{,}4\ \Omega.$

$f = 1$ m.

2° *a*) $\operatorname{tg} 2\alpha \approx 2\alpha = \frac{\delta}{f}$; $k\alpha = 2N \cdot BIa \cdot b$;

$I = \frac{k\delta}{4abNBf} = 25\ \mu\text{A}$. *b*) $I = I' \frac{R_s}{R+R_s}$; $R_s = R\frac{I}{I'-I} = 0{,}47\ \Omega$.

c) $R' = \frac{U}{I} - R \approx 399{,}8\ \text{k}\Omega$.

887 I. 1° $S' = \frac{\pi L^2 D^2 d'^4}{4N^2 d^6} \approx 0{,}2\ \text{m}^2$. 2° $H = \frac{I}{d} = 10^3 \frac{\text{A}}{\text{m}}$. $\mathfrak{M}' = NS'I \approx 40 \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{T}}$,

$M = \mu \mathfrak{M}' H \approx 0{,}05\ \text{N}\cdot\text{m}$. 3° $m = \frac{M}{g\Delta} \approx 34$ g. II $C = \frac{\varepsilon S}{e} = 17{,}7$ pF, $E = \frac{U}{e} =$

$= 3 \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$, $Q = CU \approx 53$ nC, $F = \frac{\varepsilon S U^2}{2e^2} = 23{,}85$ N. III $R = \sqrt{\frac{2\mu c_0^2 NS'}{\varepsilon d S \Delta}} \approx 3\,960\ \Omega$.

888 1° $I = \frac{M}{kl}$; $\mu \mathfrak{M} H = mg \cdot l$

sau

$$\mu NSI \cdot \frac{nI}{2l} = mg \cdot l.$$

Rezultă

$$m = \frac{\mu n N S M^2}{2k^2 g l^2 l^2} \approx 0{,}37\ \text{g}.$$

2° $\frac{S}{l_{bobină} \cdot l_{braț}} = \text{const.}$

$$\frac{S}{l^2} = \frac{S(1+2\alpha'\Delta l)}{l^2(1+\alpha\Delta l)\ (1+\lambda\Delta l)}.$$

Rezultă

$$\lambda = 2\alpha' - \alpha = 1{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{grd}^{-1}.$$

889 1° $C = \frac{1}{2\pi\nu}\left[\frac{\pi^2 \mu \nu N^2 d^2}{2l} - \frac{\rho l_1}{S_1}\right]^{-1} \approx 30\ \mu\text{F}$. 2° $I = \frac{S_1 U}{\sqrt{2}\,\rho l_1} = 1{,}7$ A, $m = \frac{RI^2 l}{c\Delta t} = 118$ g.

3° $C = \frac{l}{\pi^2 \mu \nu^2 N^2 d^2} = 2\,600\ \mu\text{F}$.

890 1° $E_c = E\left(1 - \sqrt{\frac{Q_1}{Q_2}}\right) = 36\text{V}$. 2° $\eta = \frac{E_c}{E - \sqrt{\frac{RQ_1}{l}}} = 84\%$.

891 După legea lui Ohm, în poziția inițială a comutatorului K, în porțiunea BA circulă un curent de 2 A. Prin ramurile ACO și AO circulă curenți de câte 1 A. Întrucât bobina nu are rezistență, potențialele punctelor A și C sînt de 100 V.

În cazul întreruperii bruște, prin porțiunea ACO curentul păstrează, un timp foarte scurt, datorită inerției bobinei, intensitatea de 1 A. Prin rezistența BA, lipsind inerția, curentul scade brusc la 1 A. Între C și O tensiunea rămîne 100 V, dar între B și A tensiunea scade la 100 V. Ca urmare punctul A își crește potențialul la 200 V, întrucît potențialul punctului B rămîne fix la 300 V.

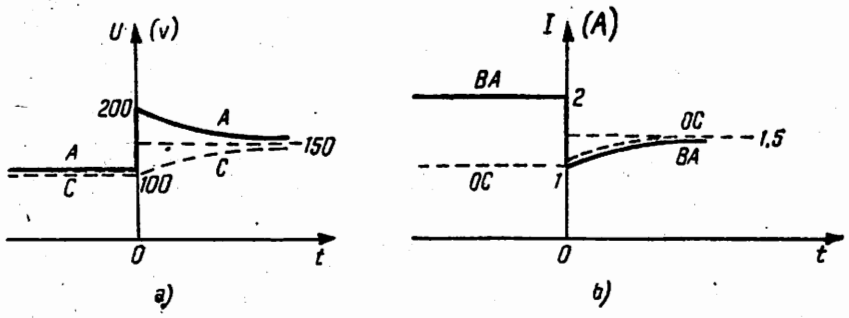


Fig. 461.

Evoluția ulterioară a potențialelor și intensității curenților este prezentată în figura 461.

892 1° $I_{max} = 28$ A ; $\nu = 50$ Hz ; faza inițială $\varphi = \frac{\pi}{5}$.

2° Se degajază oxigen și hidrogen în cantități egale de fiecare din cei doi electrozi:

$$m_{O_2} = k_{O_2} \cdot I_{mediu} \cdot \frac{t}{2},$$

$$m_H = k_H \cdot I_{mediu} \cdot \frac{t}{2},$$

cu

$$I_{mediu} = \frac{1}{\frac{T}{2}} \int_0^{\frac{T}{2}} I_{max} \sin(\omega t + \varphi)\, dt = \frac{2}{\pi} I_{max}.$$

3° $mc_t(T_2 - T_1) = r \cdot \frac{I_{max}}{2} \cdot t$;

$$m = \frac{p_1 M}{RT_1} ; \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Rezultă

$$p_2 = p_1 + \frac{rRI^2_{max} t}{2MVc_v} \approx 67 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}.$$

4° $P = U \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \cos \frac{\pi}{5} = 3{,}76$ kW.

893 1° Constant ca valoare și rotitor cu perioada T. 2° $n = 3\,000 \frac{\text{rot}}{\text{min}}$. 3° $E = \pi^2 n^2 m d^2 = 5$ mJ.

4° $F = 4\pi^2 n^2 m d = 2$ N.

894 $p_1 = p - l(1 + \alpha t) = 11{,}8$ cm, $p_1' = 65{,}5$ cm, $\Delta p' = 5{,}3$ cm.

895 1° În locul mișcării reale a autobuzului se poate considera mișcarea virtuală a imaginii sale de cealaltă parte a traiectoriei tramvaiului, tot la distanța a. Imaginea virtuală se mișcă cu aceeași viteză ca și obiectul real și din această cauză, în timp ce autobuzul parcurge distanța CD (V. figura 462), imaginea sa parcurge distanța $C'D'$.

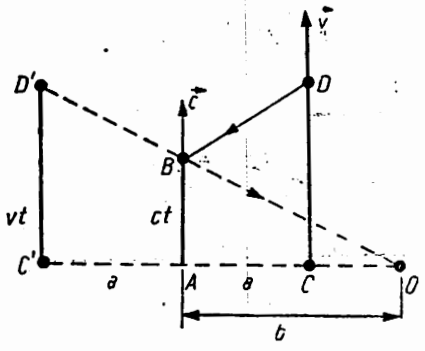


Fig. 462.

Întrucît imaginea oglindită de geamul tramvaiului apare fixă cînd este privită din O, va trebui ca în același timp tramvaiul să parcurgă distanța AB. Deci

$$\frac{v}{c} = \frac{a+b}{b}; \qquad v = c\left(1 + \frac{a}{b}\right).$$

2° Situația nu se schimbă.

896 1° $p_2' = 25$ cm, $\frac{i_2}{o} = 150$. 2° $d_1 = 10{,}2$ cm, $d_2 = 226{,}8$ cm. 3° $p_1 = 0{,}4$ cm, $p_2 = 250{,}12$ cm.

897 1° $n = \frac{\nu}{N} = 15\ \frac{\text{rot}}{\text{s}}$ · 2° $b = \frac{v}{\nu} = 1$mm.

898 1° Din legea conservării energiei,

$$mgh = \frac{I\omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2};$$

$$mg \cdot 3 \cdot 2\pi \frac{l}{4} = \frac{Ml^2(l+3l')}{24(l+l')}\omega^2 + \frac{m}{2}\left(\frac{l}{2}\omega\right)^2,$$

rezultă

$$\omega = \sqrt{\frac{3\pi lmg}{\frac{Ml^2(l+3l')}{12(l+l')} + \frac{ml^2}{16}}}.$$

2° Mișcarea poate deveni uniformă

3° $P = \frac{E^2}{R} = \frac{(2NBl'v)^2}{R} = \frac{4\pi^2 n^2 N^2 l^2 l'^2 B}{R} = 0{,}67$ W.

4° $l = \frac{\lambda}{4} = \frac{v}{4n} = \frac{v_0\sqrt{1+\alpha t}}{4n} \approx 1{,}26$ m.

899 1° Apa se poate turna cu o seringă prin injecție, sau cu o pară de cauciuc, sau dintr-un vas de plastic prin presare. De asemenea, folosind legea inerției: se așază un cilindru gol deasupra sau dedesubtul celui cu apă (sau cu orice alt lichid) și se mișcă brusc sistemul. Sau folosind efectul forței centrifuge de inerție etc.

2° O lampă obișnuită sau o luminare nu vor putea fi folosite din cauza lipsei mișcării de convecție a aerului. Se pot folosi lămpi ce lucrează sub presiune; încălzitor electric cu agitator pentru apă (lipsește convecția); prin iluminare cu raze infraroșii, ultraviolete etc.

3° Se poate obține o rotație folosind motoarele rachetei instalate corespunzător; prin aruncarea unui corp în exterior, prin agățarea de pereții cabinei (impuls) etc.

4° *a*) Cu manometre de tip aneroid de exemplu,

b) cu termometre cu termocuplu, cu rezistență sau bimetalice etc.

c) cu ceasuri electrice de exemplu,

d) prin calcule calorimetrice, pe principiul conservării impulsului etc.

900 I *a*) $T=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}=T_0\sqrt{1+\alpha t}$; rămîne în urmă cu

$$\Delta t=N\cdot\Delta t=90\cdot 24\cdot 3\,600\,(T-T_0).\ \text{Dar}$$

$$\frac{T^2}{T_0^2}=1+\alpha t,\quad \frac{(T-T_0)\,(T-T_0)}{T_0^2}=\alpha t,$$

$$\frac{(T-T_0)\cdot 2T_0}{T_0^2}\approx\alpha t,\qquad \Delta T\approx\frac{1}{2}T_0\,\alpha t$$

Se obține $\Delta t=350$ s. Indică deci ora 11 h 54 min 10 s.
De asemenea,

$$\delta_1=N_1\cdot\Delta T_1=24\cdot 3\,600\cdot\frac{1}{2}T_0\,\alpha=0{,}778\ \text{s}.$$

b) $T'=\pi\sqrt{\dfrac{l_0}{g\left(1-\dfrac{2a_0r}{\rho}\right)}}=\dfrac{T_0}{\sqrt{1-\dfrac{\rho_0}{\rho}\cdot\dfrac{p}{p_0}}}$

și

$$\Delta T'\approx\frac{1}{2}T_0\cdot\frac{\rho_0}{\rho}\cdot\frac{p}{p_0};$$

$$\Delta t'=N\cdot\Delta T'=11\ \text{h}\ 53\ \text{min}\ 32\ \text{s};$$

$$\delta_2=N_1\cdot\Delta T_1'=0{,}084\ \text{s}.$$

c) Conform figurii 463, pentru interiorul pămîntului se poate lua în considerație numai interacția cu sfera de masă M', coroana sferică (între razele R și r) avînd efect nul:

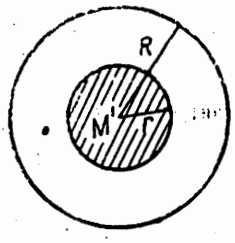


Fig. 463.

$$g_i=\frac{kM'}{r^2}=\frac{k\cdot\frac{4}{3}\pi r^3\rho_i}{r^2};$$

$$g_0=\frac{kM}{R^2}=\frac{k\cdot\frac{4}{3}\pi R^3\rho_m}{R^2}.$$

Se obține

$$g_i=g_0\cdot\frac{R-h}{R}\cdot\frac{\rho_i}{\rho_m}.$$

Pentru a deduce densitatea în interior ρ_i se va scrie masa totală, în funcție de densitatea medie ρ_m, ca sumă a maselor sferei mici și a coroanei (funcție de densitatea la suprafață ρ_s):

$$\rho_m\cdot\frac{4}{3}\pi R^3=\rho_s\cdot\frac{4}{3}\pi[R^3-(R-h)^3]+\rho_i\cdot\frac{4}{3}\pi(R-h)^3.$$

Rezultă

$$g_i=g_0\left(1-\frac{h}{R}\right)\frac{R^3-\frac{\rho_s}{\rho_m}[R^3-(R-h)^3]}{(R-h)^3}>g_0,$$

$$T_0''=\pi\sqrt{\frac{l_0}{g_i}}=T_0\sqrt{\frac{(R-h)^3}{\left(1-\frac{h}{R}\right)\left\{R^3-\frac{\rho_s}{\rho_m}[R^3-(R-h)^3]\right\}}}=T_0\sqrt{A}.$$

Deci

$$\frac{(T'')^2-T_0^2}{T_0^2}=A-1;$$

$$\frac{2\cdot\Delta T''}{T_0}=A-1; \quad \Delta T''=\frac{1}{2}T_0(A-1);$$

$\Delta t''=N\cdot\Delta T''=194$ s în avans.
Se va indica deci ora 12 h 3 min 14 s.

II. La pol -1 min 54 s avans; la ecuator -1 min 54 s întîrziere.
III. Pe planeta Jupiter

$$g_J=\frac{kM_J}{R_J^2}=\frac{kM_J}{(11{,}14\ R_p)^2}.$$

Condiția de existență a satelitului pe orbita de rază $R_S=5{,}91\ R_J$:

$$m_S\omega^2R_S=\frac{km_S\,M_J}{R_S^2}.$$

Rezultă

$$g_J=\frac{4\pi^2(11{,}14\ R_P)\cdot(5{,}91)^3}{T_S^2}$$

și perioada pendulului pe planeta Jupiter.

$$T_J=\pi\sqrt{\frac{l_0}{g_J}}=\frac{1}{2\pi}\ T_0T_S\sqrt{\frac{g_p\cdot(5{,}91)^3}{11{,}14\ R_P}}.$$

Timpul unei rotații complete a minutarului.

$$T=3\,600\ T_J=37 \text{ min } 47 \text{ s}.$$

901 I 1° $U=260{,}3$ V; $S=62{,}4$ kVA. 2° $P=48$ kW, $\eta=77\%$. 3° $e=367\cos 314\ t$. 4° $m=2\,815$ kg. II. *a*) $U'=450{,}3$ V. *b*) $e_1=367\cos 314\ t$, $e_2=367\cos 314\left(t-\frac{1}{150}\right)$, $e_3=367\cos 314\left(t-\frac{1}{75}\right)$. *d*) $m'\approx\frac{m}{4}\approx 704$ kg.

902 I 1° $F=93{,}1$ kN. 2° 71 %. 3° $t=110$ s, $S=1\,100$ m. 4° a) $t'=12{,}3$ s, $S'=123$ m. b) $t'=10{,}8$ s, $S'=108$ m. 5° a) $M=2\,255$ t. b) $M_1=557$ t; $M_2=274$ t, $M_3=157$ t. c) Locomotiva va patina. II. 1° $L=59{,}49$ kJ; 0,4. 2° $P_i=900$ kW, $P_e=770$ kW. 3° $D=9\,020\ \frac{\text{kg}}{\text{h}}$. 4° $D'=1\,120\ \frac{\text{kg}}{h}$. 5° $\eta_m=18\%$. 6° $\eta_p=7\%$.

903 1° a) $t=9{,}94$ s. b) $v=97{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. $E_c=24{,}74$ kJ. 2° Nu. 3 $T=11{,}46$ s. 4° $F=65{,}59$ kJ. 5° $F'=72{,}26$ kJ la coborîre, 94,33 kJ la urcare; $S=65$ m. 6° $f=10{,}44$ kJ, $S'=195$ m. 7° $t=67{,}3$ s; a) $f_1=102{,}3$ N, $f_2=98$ N, $f_3=93{,}7$ N. b) $h_1=71{,}83$ cm, $h_2=75$ cm, $h_3=78{,}5$ cm. c) $T_1=1{,}96$ s; $T_2=2$ s. $T_3=2{,}05$ s. 8° $C=6$. 9° Bara are viteza $v=0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 10° Aria cuprinsă între axa absciselor, axa ordonatelor și ordonata corespunzătoare unei abscise t, este proporțională cu spațiul parcurs în timpul t. 11° $g=925\ \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$. 12° Datorită rezistenței aerului. 13° $v=337\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_0=332\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

904 I 1° $v_1=316\ \frac{m}{s}$, $v_2=267\ \frac{m}{s}$. 2° $\gamma_1=1{,}64, \gamma_2=1{,}3\cdot 3°\ \nu=2\,224$ Hz, II 1° $l=1{,}03$ Hz 2° $\Delta l=1{,}9$ cm, 3° $\Delta t=17°C$. III 1° Același aspect, dar luminozitate mai mică. 2° Se văd imagini identice, separate prin intervale întunecoase. 3° Flacăra se va vedea alungită, respectiv micșorată. 4° $T=1$ s.

905 I 1° $T=2{,}001147$ s. 2° $g=9{,}81\ \frac{m}{s^2}$. II 2° $I=4\cdot 10^{-3}$ kg·m². 2° $T_f=1{,}86$ N. 3° $t=3{,}15$ s, $S=232$ cm ; $T_A=2$ N, $T_B=2{,}8$ N. 4° $R=kv^2$. 5° $R=k'S$. 6° $R=CSv^2$, $C=10\ \frac{kg}{m^3}$. 7° $\mu=$ $=910$ g. 8° $E=3$ mV, $I=6{,}1$ mA. 9° $I'=4{,}1$ mA.

906 1° $R\cos 7°=G$; $v=59{,}5\ \frac{m}{s}=214\ \frac{km}{h}$. 2° $F=R\sin 7°$, $P=458{,}5$ kW. 3° α) $E_c=11{,}33$ MJ, β) $E_f=10{,}43$ MJ. 4° $M_a=5\,500$ kg. 5° $d=833$ m, $v=151{,}6\ \frac{m}{s}$ $E_c=5{,}75$ MJ, $E_{ch}=1\,102{,}5$ MJ, $\frac{E_{ch}}{E_c}=192$. 6° $D=31$ m, $\varphi=6°$. 7° Avionul urcă cu accelerația $a=4{,}9\ \frac{cm}{s^2}$. 8° $v_v=10{,}4\ \frac{m}{s}$. 9° $\eta_t=53\%$. 10° $E=122{,}16$ GJ. 11° $F_{cf}=8\,330$ N. 12° Curent alternativ sinusoidal cu $I_{max}=$ $=6$ μA, $q=400$ μC.

907 1° $\eta=39\%$. 2° $P=3\,920$ kW, $D_1=55{,}7\ \frac{t}{h}$, $D_2=3\,460\ \frac{kg}{h}$. 3° $P'=2\,190$ kW. 4° $h=11{,}3$ cm, 5° $\frac{1}{30}$. 6° $F_f=18{,}8$ kN. 7° $S=35{,}4$ m. 8° $F_f'=18{,}95$ kN, $Q=352{,}8$ kJ. 9° $t=11{,}9$ s, $F=111{,}7$ MN, 10° $t'=13{,}7$ s, $F_f''=19{,}2$ kN. 11° $R=88{,}1$ kN. 12° $R'=44{,}6$ kN. 13° $R=18\,950+4{,}57\ v^2$ $\left(v \text{ în } \frac{km}{h},\ R \text{ în newton}\right)$. 14° $v_t=96\ \frac{km}{h}$.

908 1° $T=mg\sin\alpha+F_f=600$ N.

2° a) $a=g\sin\alpha-\frac{F_f}{m}=2{,}5\ \frac{m}{s^2}$; b) $l=\frac{v^2}{2a}=80$ m.

3° Mișcare uniformă (rectilinie). 4° $d=v\sqrt{\frac{2h}{g}}=20$ m.

909 1° a) $a=g\ \frac{M_A-M_B}{M_A+M_B}=0{,}98\ \frac{m}{s^2}$; b) $S=\frac{1}{2}\ at^2=4{,}41$ m, $v=at=2{,}94\ \frac{m}{s}$,

$$E_{cA}=\frac{1}{2}\ M_Av^2=2{,}33\ \text{J},\quad E_{cB}=\frac{1}{2}\ M_Bv^2=1{,}91\ \text{J}.$$

2° $a'=a$; $M_A'g-T=M_Aa$, $\quad T-M_B'g\sin\alpha=M_B'a$;

$$M_A'+M_B'=M_A+M_B\ ;$$

$$M_A'=\frac{(M_A+M_B)\ (a+g\sin\alpha)}{g(1+\sin\alpha)}=0{,}392\ \text{kg},$$

$$M_B'=\frac{(M_A+M_B)\ (g-a)}{g(1+\sin\alpha)}=0{,}588\ \text{kg},$$

$$T=M_A'(g-a)=3{,}46\ \text{N}.$$

3° $a''=g\sin\alpha$; timpul de urcare pînă la oprire.

$t_u = \frac{v}{a''} = 0{,}6$ s ; urcă pe distanța $S_u = \frac{v^2}{2a''} = 88{,}2$ cm și coboară în timpul $t - t_u$ pe distanța $S_c = \frac{1}{2} a''(t-t_u)^2 = 88{,}2$ cm. Revine deci în punctul în care s-a rupt firul și are o viteză egală cu v dar de sens opus.

910 1° $\frac{F_f}{G_t} = \frac{\text{tg } \varphi_1 \cdot M_1 g \cos \alpha + \text{tg } \varphi_2 \cdot M_2 g \cos \alpha}{M_1 g \sin \alpha + M_2 g \sin \alpha} = \text{ctg } \alpha \frac{M_1 \text{ tg } \varphi_1 + M_2 \text{ tg } \varphi_2}{M_1 + M_2} = 1{,}289$

deci echilibrul stabil ($F_f > G_t$).

2° $\frac{F_f}{G_t} = 1$, $\alpha_1 = \text{arc ctg } \frac{M_1 + M_2}{M_1 \text{ tg } \varphi_1 + M_2 \text{ tg } \varphi_2} = \text{arc ctg } 7{,}370 = 7°40'$.

3° $k = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$; până la $\alpha = \varphi_2 \approx 3°$ corpurile nu alunecă.

Pentru $\varphi_2 < \alpha < \varphi_1$ [$= 11°20'$] corpul C_2 începe să alunece și întinde firul cu

$$\Delta l = \frac{M_1 g (\sin \alpha - \text{tg } \varphi_2 \cdot \cos \alpha)}{k}$$

Rezultă

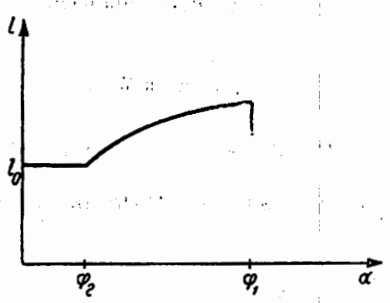


Fig. 464.

$$l = l_0 + \frac{M_2 g \sin (\alpha - \varphi_2)}{k \cos \varphi_2}$$

Pentru $\alpha = \alpha_1$, în momentul anterior punerii sistemului în mișcare, $l_1 = 15{,}5$ cm.

După ce sistemul începe să alunece

$$\Delta l = \frac{(G_{t2} - F_{f2}) + (F_{f1} - G_{t1})}{k} = \frac{g}{k} [(M_1 \text{ tg } \varphi_1 - M_2 \text{ tg } \varphi_2) \cos \alpha - (M_1 - M_2) \sin \alpha].$$

Figura 464 prezintă graficul $l = f(\alpha)$.

911 1° $\frac{Mv^2}{r} = Mg \cdot \text{tg } \alpha$, $v = \sin \alpha \sqrt{\frac{gl}{\cos \alpha}} = 3{,}85$ m/s.

2° *a*) $T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}} = 1{,}45$ s ; *b*) $F = \frac{Mg}{\cos \alpha} = 19{,}6$ N.

3° *a*) $L = \frac{Mv^2}{2} + Mgh = Mgl \left[\frac{1}{2} \sin \alpha \text{ tg } \alpha - \cos \alpha + 1 \right] = 12{,}25$ J.

b) Parabolă ; $v_S = \sqrt{v^2 + 2gH} = \sqrt{gl \sin \alpha \text{ tg } \alpha + 2gH} \approx 0{,}84$ m/s.

912 1° *a*) $F = M \frac{v}{t} = 2\,000$ N ; *b*) $F' = F + F_f = 2\,300$ N.

2° $\text{tg } \alpha = \frac{ma}{mg}$, $\alpha = \text{arc tg } \frac{a}{g} = 57'$.

3° *a*) $S = \frac{v^2}{2g \sin \beta} \approx 667$ m, $t = \frac{v}{g \sin \beta} \approx 66{,}7$ s.

b) $S' = \frac{v^2}{2\left(g \sin \beta + \frac{F_f}{M}\right)} \approx 615$ m, $t' = \frac{2S'}{} \approx 61{,}5$ s.

4° $S''=\dfrac{v^2}{2\left(g\sin\beta+\dfrac{F_s+F_f}{M}\right)}$; $F_s=\dfrac{Mv^2}{2S''}-Mg\sin\beta-F_f\approx 20{,}1$ kN.

913 1° $F=mg\sin\alpha+F_f+m\dfrac{v^2}{2S}=1\,675$ N. $t=\dfrac{2S}{v}=26{,}7$ s.

2° $P=(mg\sin\alpha+F_f)\,v=8\,250$ W. 3° $v'=v+\dfrac{F-F_f}{m}t'=22{,}6\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

4° $\operatorname{tg}\varphi=\dfrac{F-F_f}{mg}=0{,}07625$, $\varphi=4°22'$. 5° $\operatorname{tg}\theta=\dfrac{F_c}{G}=\dfrac{v^2}{Rg}=0{,}1125$, $\theta=6°27'$.

914 1° $F=\dfrac{\eta UI}{v}=25$ kN, $F_f=F-mg\sin\alpha=700$ N. 2° $S=\dfrac{vt}{2}\approx 7$ m.

915 1° $I=\dfrac{U}{x+y}$, $y'=\dfrac{y}{4}$, $I'=\dfrac{U}{x+\dfrac{y}{4}}$; $x=\dfrac{U}{3}\left(\dfrac{4}{I'}-\dfrac{1}{I}\right)=4\ \Omega$,

$y=\dfrac{4U}{3}\left(\dfrac{1}{I}-\dfrac{1}{I'}\right)=16\ \Omega$. 2° $Z=\dfrac{y}{2}$, $I''=\dfrac{U}{x+\dfrac{y}{2}}=\dfrac{3}{\dfrac{2}{I'}+\dfrac{1}{I}}\approx 1{,}67$ A.

916 1° *a*) $R=\dfrac{mc\ \Delta\theta}{I^2\,t}=11{,}96\ \Omega$; *b*) $U=RI=5{,}98$ V; *c*) $r=\dfrac{6E-U}{3I}=2{,}01\ \Omega$;

d) $m'=\dfrac{1}{F}\dfrac{A_{Zn}}{n_{Zn}}It\approx 72$ g. 2° *a*) $E'=6E-(R'+3r)I'=1{,}47$ V;

b) $W=R'I'^2t'=\dfrac{m_H n_H R'I'F}{A_H}=279{,}5$ J.

917 1° V. figura nr. 465, *a*.

2° Poziția de echilibru corespunde planului spirei perpendicular pe $\vec{B}$.

3° Conform figurii nr. 465, *b*:

$M=Fa\cos\alpha=BIab\cos\alpha=$

$=1{,}13\cdot 10^{-4}$ N·m.

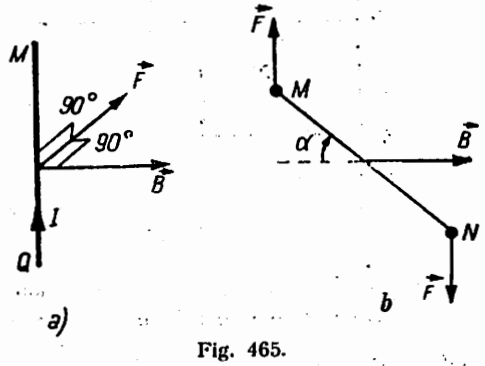


Fig. 465.

918 *a*) $B_1=\mu\dfrac{NI}{2R}\approx 2{,}5$ mT. Magnetul se orientează în lungul axei bobinei B_1.

b) $B=\sqrt{B_1^2+B_2^2}=B_1\sqrt{2}\approx 3{,}55$ mT. Magnetul formează unghiuri de 45° cu planele celor două bobine.

919 1° Conform regulei burghiului.

2° $BIl\cdot d=mg\cdot d'$, $B=\dfrac{mg}{Il}=0{,}1$ T.

920 1° $T_0=2\pi\sqrt{\dfrac{l_0}{g}}\approx 1{,}35$ s.

2° $T=T_0\sqrt{1+\alpha t}\approx T_0\left(1+\dfrac{1}{2}\alpha t+\ldots\right)$. $\Delta T=\dfrac{1}{2}\alpha t T_0=0{,}00047$ s.

3° $v=\sqrt{2gh}=\sqrt{2gl_0(1-\cos\varphi)}=\sqrt{2gl_0\cdot 2\sin^2\frac{\varphi}{2}}\approx\varphi\sqrt{gl_0}\approx 0{,}21\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, cu $\sin\frac{\varphi}{2}\approx\frac{\varphi}{2}$ și

$$\varphi=\frac{1}{10}\,\text{rad}.$$

4° Fluxul maxim prin bobină este

$$\Phi_m=NBS=\frac{\pi\mu NN'ID^2}{4l}$$

Considerînd o variație liniară a fluxului între o poziție extremă și poziția verticală a firului, t.e.m. indusă în bobină va fi

$$e_1=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{\Phi_m}{\frac{T_0}{4}}=-58\ \mu\text{V}.$$

În continuare, între poziția verticală și a doua poziție extremă a firului, t.e.m. indusă în bobină își va schimba sensul, dar nu și valoarea:

$$e_2=-e_1=\frac{4\Phi_m}{T_0}=58\ \mu\text{V}.$$

Bobina va fi sediul unei t.e.m. alternative, cu perioada $\frac{T_0}{2}$ (v. fig. 466).

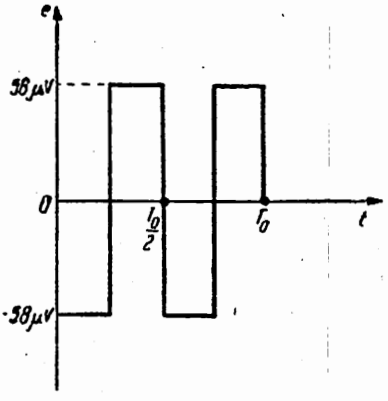


Fig. 466.

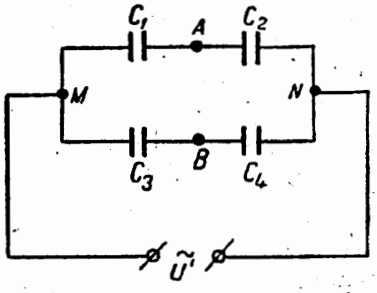


Fig. 467.

Dacă se introduce în interiorul bobinei un miez de fier, e crește de μ_r ori (devine 58 mV); aspectul fenomenului nu se modifică.

921 1° $Q=CU=\frac{C_1C_2C_3}{C_1C_2+C_2C_3+C_3C_1}U=120\ \mu C$ (v. fig. 467).

$$U_1=\frac{Q}{C_1}=30\ \text{V},\ U_2=\frac{Q}{C_2}=40\ \text{V},\ U_3=\frac{Q}{C_3}=60\ \text{V}.$$

2° $I=\frac{U}{X_c}=2\pi\nu\ CU=37{,}7\ \text{mA}$; $\varphi=\frac{\pi}{2}$;

$$i=I\sqrt{2}\sin(2\pi\nu t+\varphi)=0{,}053\sin\left(314\,t+\frac{\pi}{2}\right)$$

3° $Q'=C'U'=\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}\,U'$,

$$Q''=\frac{C_3C_4}{C_3+C_4}\,U'.$$

$$V_A-V_B=(V_M-V_B)-(V_M-V_A)=\frac{Q''}{C_3}-\frac{Q'}{C_1}=U'\left(\frac{C_4}{C_3+C_4}-\frac{C_2}{C_1'+C_2}\right)=57\ \text{V}.$$

922 1° $I=\dfrac{U}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}$

$$R=\frac{(m_aC_a+m_cC_c)}{I^2t}=31{,}23\ \Omega;$$

$$Z=\frac{U}{I}=37{,}5\ \Omega;$$

$$L=\frac{\sqrt{U^2-R^2I^2}}{2\pi\nu I}=66\ \text{mH}.$$

2° $u=120\sqrt{2}\sin 314\,t$,

$$i=3{,}2\sqrt{2}\sin(314\,t-84°40')$$

$$\varphi=\operatorname{arc\,tg}\frac{L\omega}{R}=84°40'.$$

3° $C=\dfrac{1}{L\omega^2}\approx 150\ \mu\text{F}$;

$$I_r=\frac{U}{R}\approx 3{,}8\ \text{A}.$$

923 1° *a*) $Z_1=\dfrac{U}{I_1}=50\ \Omega$; $R=\dfrac{U_R}{I_1}=40\ \Omega$;

b) $C=\dfrac{1}{2\pi\nu\sqrt{Z_1^2-R^2}}=106\ \mu\text{F}$; $U_c=\dfrac{I_1}{C\omega}=72\ \text{V}$.

2° *a*) $I_R=\dfrac{U}{R}=3\text{A}$; $I_1=\sqrt{I_2^2-I_R^2}=4\ \text{A}$;

b) $L=\dfrac{U}{2\pi\nu I_L}=95{,}2\ \text{mH}$.

3° *a*) $I_3=\dfrac{U}{\sqrt{R^2+\left(L\omega-\dfrac{1}{C\omega}\right)^2}}=\dfrac{U}{R}=3\text{A}$ (rezonanță);

$U_R=RI_3=120\ \text{V}$; $U_L=L\omega I_3=90\ \text{V}$; $U_C=\dfrac{I_3}{C\omega}=90\ \text{V}$.

b) $\cos\varphi=\dfrac{R}{Z_3}=I$ (rezonanță).

924 1° $F=4m\nu^2 l=16$ N (v. problema nr. 278).

2° $L=\frac{1}{2\pi\nu}\sqrt{\frac{U_L^2}{I^2}-R^2}=0{,}09$ H;

$$\cos\varphi_L=\frac{RI}{U_L}=0{,}333.$$

3° $U^2=I^2[(R+R')^2+L^2\omega^2]$

$$R'=\sqrt{\frac{U^2}{I^2}-L^2\omega^2}-R\approx 106{,}3\ \Omega$$

$$\cos\varphi=\frac{(R+R')\,I}{U}=0{,}97.$$

4° a) $I_R=\frac{U}{R''}=3$ A (v. fig. 468);

$$I_L=\frac{U}{\sqrt{R^2+4\pi^2\nu^2L^2}}\approx 4\text{ A}.$$

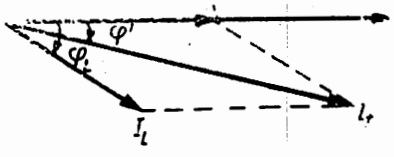


Fig. 468.

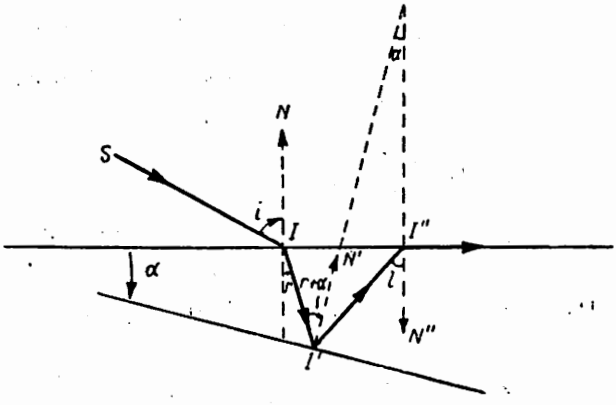


Fig. 469.

b) $I_t=\sqrt{I_R^2+I_L^2+2\,I_R I_L\cos\varphi_L}=5{,}75$ A (v. fig. 468).

c) $I_t\cos\varphi'=I_R+I_L\cos\varphi_L$

$$\varphi'=\text{arc cos}\frac{I_R+I_L\cos\varphi_L}{I_t}=41°.$$

925 Conform figurii nr. 469

$$r=\text{arc sin}\left(\frac{\sin i}{n}\right)\approx 40°;$$

$$l=\text{arc sin}\frac{1}{n}\approx 49°.$$

$$\alpha=\frac{l-r}{2}\approx 4{,}5°.$$

926 1° Pentru deviația minimă: $i=i'$ și $r=r'=\frac{A}{2}$;

$$\sin i = n \sin r = n \sin \frac{A}{2} = \frac{2}{3}$$

$$i = \text{arc sin}\frac{2}{3} \approx 42°.$$

2° $n \sin r' = 1$, $r' = \text{arc sin}\frac{1}{n} \approx 45°$;

$$r + r' = A,\ r \approx 15°;$$

$$\sin i = n \sin r$$

$$i = \text{arc sin}\ (n \sin r) \approx 22°.$$

927 1° Conform figurii nr. 470 F_1' reprezintă imaginea unui punct aflat la infinit. Imaginea acestuia, în L_2 (obiect virtual) apare în F':

$$O_2F' = \frac{pf}{p-f} = 1{,}5 \text{ cm (cu } p = -2 \text{ cm și } f = 6 \text{ cm).}$$

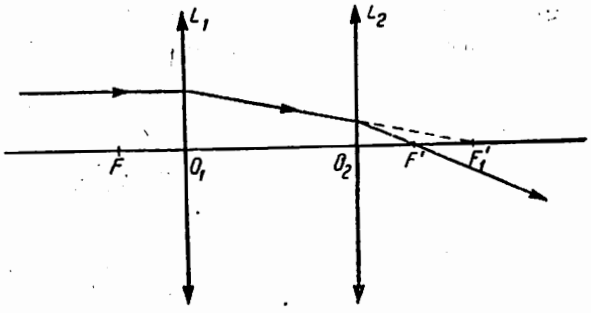


Fig. 470.

Punctul F' se află la 1,5 cm în spatele lentilei L_2.

2° Punctul F se află la 1,5 cm în fața lentilei L_1 (caz invers celui de la pct. 1°).

928 1° $p_1' = O_1A' = \frac{p_1f_1}{p_1-f_1} = 30$ cm (v. fig. 471).

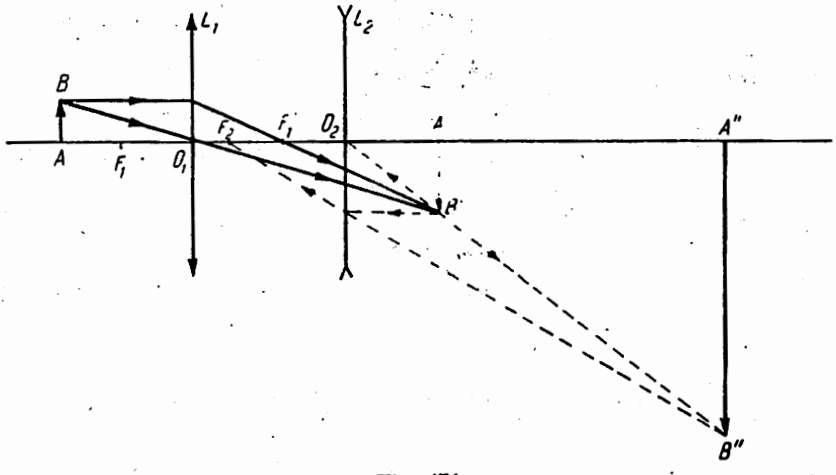


Fig. 471.

Prima imagine constituie obiect virtual pentru lentila L_2:

$$p_2' = O_2A'' = \frac{p_2f_2}{p_2-f_2} = 30 \text{ cm (cu } p_2 = -10 \text{ cm și } f_2 = -15 \text{ cm).}$$

Imaginea finală se formează la 65 cm față de obiect; este reală (răsturnată) și are mărimea relativă:

$$\frac{A''B''}{AB}=\frac{p_1'}{p_1}\cdot\frac{p_2'}{p_2}=6.$$

2° $\frac{1}{f_1}=\frac{2}{R}(n-1)$, $R=2f_1(n-1)=10$ cm.

3° p_1' devine distanță focală pentru lentila L_1 aflată în lichidul cu indice de refracție n':

$$\frac{1}{p_1'}=\frac{2}{R}\left[\frac{n}{n'}-1\right];\ n'=1{,}28.$$

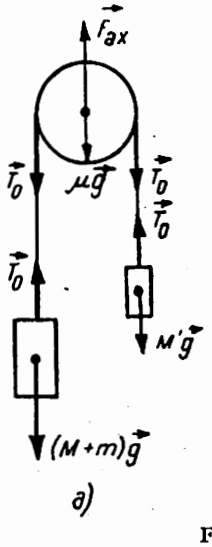
929 1° $E=m_0c^2=8{,}1\cdot10^{-14}$ J$=0{,}5$ MeV.

2° Energia fotonului se transformă în energie de materializare (m_0c^2) și energie cinetică $\left(\frac{1}{2}m_0v^2\right)$:

$$E_1=2\left(m_0c^2+\frac{1}{2}m_0v^2\right),$$

$$v=\sqrt{\frac{E_1}{m_0}-2c^2}=2{,}12\cdot10^8\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

3° $E_1=2\dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}}$, $v_1=c\sqrt{1-\dfrac{4\,m_0^2c^4}{E_1^2}}=1{,}8\cdot10^8\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.



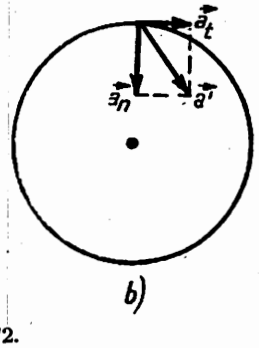


Fig. 472.

930 1° Tensiunile sînt egale în cele două porțiuni de cablu (v. fig. 472, *a*):

a) $T_0=M'g=3\,430$ N;

b) $F_{sol}=(M+m)g-T_0=1\,274$ N

c) $F_{ax}=2T_0+\mu g=8\,820$ N.

2° *a*) $T=(M+m)g+(M+m)a$,

$$a=\frac{T}{M+m}-g=2{,}2\frac{\text{m}}{\text{s}^2};$$

b) $F_{ap}=m(g+a)=1\,200$ N.

c) $\vec{a}'=\vec{a}_n+\vec{a}_t$ (v. fig. 472, *b*),

$$a'=\sqrt{a_n^2+a_t^2}=\sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2+a^2}=a\sqrt{\frac{a^2+t^4}{R^2}+1}\approx19{,}4\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

931 1° Conform figurii nr. 473:

$$T_1-M_1g=M_1a;$$

$$(M_2+m)g-T_2=(M_2+m)a;$$

$$(T_2-T_1)r=J\varepsilon=J\frac{a}{r}.$$

2° $a=\dfrac{(M_2+m-M_1)gr^2}{J+(M_1+M_2+m)r^2}=73{,}6\ \dfrac{\text{cm}}{s^2}$;

$$T_1=M_1(g+a)=M_1g\,\frac{J+2r^2(M_2+m)}{J+(M_1+M_2+m)r^2}=1{,}42\ \text{N};$$

$$T_2=(M_2+m)\,(g-a)=(M_2+m)g\cdot\frac{J+2r^2M_1}{J+(M_1+M_2+m)r^2}=1{,}46\ \text{N}.$$

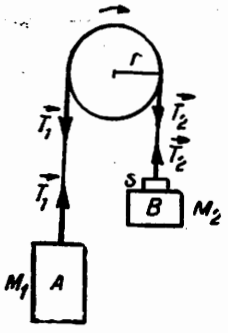


Fig. 473.

932 1° $E_c=\dfrac{1}{2}mv^2=225$ kJ.

2° *a*) $F=m\dfrac{v^2}{2S}=1{,}5$ kN; *b*) $Q=E_c$.

3° *a*) $F=F_r+m\dfrac{v^2}{2S'}=1\,399$ N; *b*) $t=\dfrac{2S'}{v}=13{,}3$ s.

4° *a*) $F=mg\sin\alpha+F_r\cos\alpha-m\dfrac{v^2-v_1^2}{2S''}=524$ N;

b) $P_m=F\cdot\dfrac{v-v_1}{2}=2\,620$ W.

933 1° *a*) $l=\dfrac{RS}{\rho}=\dfrac{\pi Rd^2}{4\rho}=1$ m; *b*) $P=EI=\dfrac{E^2}{R+r}=2$ W.

2° Conform figurii nr. 474:

a) $E'=U_{AB}=R\cdot\dfrac{E}{R+r}=1$ V; *b*) $E'=R'\dfrac{E}{R'+r''}$;

$R'=\dfrac{E'r''}{E-E'}=\rho\dfrac{4l'}{\pi d^2}$, $l'=\dfrac{\pi d^2\,E'r''}{4\rho(E-E')}=4$ m.

3° $E'=U_{AB}=E-rI'=E-r\dfrac{E-e}{x+r}$, $x=r\dfrac{E'-e}{E-E'}=$
$=0{,}2\ \Omega$.

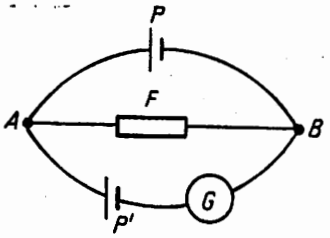


Fig. 474.

934 1° $p_a=p_1+h_1=p_2+h_2$, $p_1V_1=p_2V_2$. Rezultă

$$p_1=\frac{h_2-h_1}{1-\dfrac{V_1}{V_2}},\quad p_a=\frac{V_2h_2-V_1h_1}{V_2-V_1}=750\ \text{torr}.$$

2° $p_0V_0=p_1V_1$, $V_0=\dfrac{V_1V_2(h_2-h_1)}{p_0(V_2-V_1)}=42{,}8\ \text{cm}^3$.

3° Fie P_A și P_B presiunile parțiale ale celor două gaze în volumul final V:

$$P_0V_0=P_AV;\quad P'V'=P_BV$$

Conform legii lui Dalton:

$$p=P_A+P_B=p_a-h.$$

Rezultă

$$p'=\frac{(P_a-h)V-P_0V_0}{V'}=1\,675\ \text{torr}.$$

935 1° Fie n numărul de diviziuni și $\frac{V}{v}=N$:

$$V(1+\gamma_{Hg}t)=(V+nv)(1+\gamma_S t).$$

Rezultă:

$$\gamma_S=\frac{N\gamma_{Hg}t-n}{(N+n)t}=0{,}0000276 \text{ grd}^{-1}.$$

2° $(V+n'v)(1+\gamma_l t)=(V+n''v)(1+\gamma_s t)$,

$$\gamma_l=\frac{1}{t}\cdot\left[\frac{(N+n'')(1+\gamma_S t)}{N+n'}-1\right]=0{,}0005278 \text{ grd}^{-1}.$$

936 Conform legii conservării energiei:

$$m_1gh_0=\frac{m_1v^2}{2}+\frac{I\omega^2}{2};\ m_1gh=\frac{I\omega^2}{2},\ \text{cu } I=4m(r+l_0)^2.$$

Rezultă:

$$h=\frac{h_0}{1+\dfrac{m_1r^2}{4m(r+l_0)^2}}.$$

937 Pentru corpul care se ridică:

$$T-mg=ma_1.$$

Pentru gimnastul care coboară:

$$F_f-Mg=Ma_2,\ \text{cu } F_f=T.$$

Dar

$$v=v_1-v_2=(a_1-a_2)t=\left(\frac{F_f-mg}{m}-\frac{F_f-M_g}{M}\right)$$

și $$F_f=\frac{vMm}{t(M-m)}.$$

938 1° $mgh=\frac{1}{2}mv_E^2+\frac{1}{2}I\omega^2$,

$$gl\sin\alpha=\frac{1}{2}v_E^2+\frac{1}{4}v_E^2,$$

$$l=\frac{3v_E^2}{4g\sin\alpha}=15 \text{ m}.$$

2° $mgh'+\frac{1}{2}mv_B^2=\frac{1}{2}mv_E^2$; (energia de rotație rămîne constantă: $J\varepsilon=M=0$ deci $\varepsilon=0$, $\omega=$ct.),

$$v_B=\sqrt{v_E^2+2gh'}=14 \text{ m/s}.$$

3° $h'=v_E\sin\alpha\cdot t+\frac{1}{2}gt^2$; $t=0{,}6$;

$$\alpha=\omega t,\ N\cdot 2\pi=\frac{v_E}{r}t\ \left(\text{atenție, } v_B\neq\omega r\ !\right),$$

$$N=\frac{v_E}{2\pi r}\cdot t\approx 50 \text{ rot}.$$

939 Conform figurii 475:

$$ma=mg-T;\ J\varepsilon=Tr;\ \varepsilon=\frac{a}{r}.$$

Rezultă, cu $J=\frac{mr^2}{2}$;

$$a=\frac{2}{3}\cdot g \text{ și } v=\sqrt{2ah}=2\sqrt{\frac{gh}{3}}\approx 4 \text{ m/s}.$$

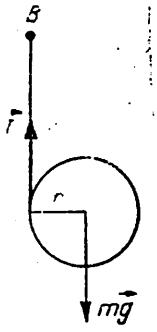


Fig. 475.

De asemenea,

$$T=\frac{1}{3}\cdot mg=3{,}3 \text{ N}.$$

940 Ajung simultan.

941 Conform legii conservării energiei:

$$mgh=\frac{mv^2}{2}+\frac{J\omega^2}{2}$$

cu

$$\omega=\frac{V}{r} \text{ și } v=\frac{2l}{t},$$

rezultă

$$t=\sqrt{\frac{2l^2\left(m+\frac{J}{r^2}\right)}{mgh}}.$$

Pentru $J_1=\frac{mr^2}{2}$ (cilindru plin):

$$t_1=\sqrt{\frac{3l^2}{gh}}.$$

Pentru $J_2=mr^2$ (cilindru gol):

$$t_2=\sqrt{\frac{4l^2}{gh}}>t_1.$$

Primul sosește cilindrul plin, cu

$$\Delta t=t_2-t_1=\frac{l(2-\sqrt{3})}{\sqrt{gh}}\approx 0{,}29 \text{ s}$$

înaintea celui gol.

942 Fie $d=340$ cm, $l_1=50$ cm, $l_2=60$ cm, $l=100$ cm.
Rezultă:

$$G=G_A+G_B$$

$$G_A=F_{A_1}-G_1=ll_1(l_1-y)\gamma_a-ll_1^2\gamma$$

$$G_B=G_{A_2}-G_2=ll_2(l_2-y)\gamma_a-ll_2^2\gamma \qquad (3)$$

$$G_A(d-x)-G_Bx=0. \qquad (4)$$

Din (1), (2) și (3) se obține

$$y=\frac{l(l_1^2+l_2^2)(\gamma_a-\gamma)-G}{l\gamma_a(l_1+l_2)}$$

și din (4)

$$x=\frac{l_1[l_1(\gamma_a-\gamma)-y\gamma_a]}{(l_1^2+l_2^2)(\gamma_a-\gamma)-y\gamma_a(l_1+l_2)}=18 \text{ cm}.$$

943 1° $U=\frac{P}{I}=20$ V; $R=\frac{P}{I^2}=200\ \Omega$. 2° $E=I(R+r)=21$ V. 3° $C=\frac{q}{U}=1{,}25$ nF.

4° $\nu=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=4\,000$ Hz.

944 1° $L=\frac{m}{2}(v_1^2-v_2^2)=4{,}375$ MJ.

2° $mg=F_1+F_2$, $F_1d_1-F_2(d-d_1)=0$.
Rezultă

$$F_1=mg\left(1-\frac{d_1}{d}\right)=0{,}4 \text{ MN},$$

$$F_2=mg\frac{d_1}{d}=0{,}1 \text{ MN}.$$

945 1° $I_1=\sqrt{\frac{(V_a\rho_a c_a+m_c c_c)(\theta-\theta_0)}{Rt_1}}\approx 0{,}9$ A.

2° $E=I_1(R+r)=3{,}78$ V 3° $I_2=\frac{E}{\frac{R}{2}+r}$,

$$RI_1^2t_1=\frac{R}{2}I_2^2t_2,$$

$$t_2=t_1\frac{(R+2r)^2}{2(R+r)^2}=22 \text{ min}.$$

946 1° $S=\frac{1}{2}vt=112{,}5$ m. 2° $F=ma+\mu mg=m\left(\frac{v}{t}+\mu g\right)=16{,}7$ kN.

3° $\eta UIt=\frac{mv^2}{2}$, $I=\frac{mv^2}{2\eta Ut}=140$ A.

947 1° $W=RI^2t=\frac{RE^2t}{(R+r)^2}=76{,}8$ kJ. 2° $I'=\frac{E}{\frac{RR'}{R+R'}+r}=9{,}52$ A.

3° $\frac{mg^2t^2}{2}=W$, $t=\frac{1}{g}\sqrt{\frac{2W}{m}}=10$ s.

948 Din relațiile

$$Q=RI^2t \text{ și } Q_1=R_1I^2t \text{ rezultă}$$

$$Q_1=Q\frac{R_1}{R}=Q\frac{R_1}{R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}}=227{,}270 \text{ cal}.$$

Din relațiile

$$Q_2 = \frac{U^2}{R_2} t, \quad Q_3 = \frac{U^2}{R_3} t \text{ și } Q - Q_1 = Q_2 + Q_3$$

rezultă

$$Q_2 = \frac{Q - Q_1}{1 + \frac{R_2}{R_3}} = 163{,}638 \text{ cal.},$$

$$Q_3 = \frac{Q - Q_1}{1 + \frac{R_3}{R_2}} = 109{,}092 \text{ cal.}$$

949 I. *a*) $a = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. *b*) $S = 400$ m. II. $t_2 = 111{,}1$ s. III. *a*) $a' = 45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. *b*) $v = 450 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

IV. $M \approx 70$ g.

950 1° $m_a c_a (t_1 - t_0) = mg (\lambda_g - c_g t_2 + c_a t_0)$,

$$t_0 = \frac{m_a c_a t_1 - m_g (\lambda_g - c_g t_2)}{c_a (m_a + m_g)} = 9°\text{C}.$$

2° $L = c_a (m_a + m_g) (t_3 - t_0) = 2\,090$ J. 3° $n \cdot \frac{2}{3} Mgh = L$,

$$h = \frac{3L}{2nMg} = 2{,}13 \text{ m}.$$

4° $\frac{mv^2}{2} = \frac{mgh}{3}$,

$$v = \sqrt{\frac{2}{3} hg} = 3{,}7 \text{ m/s}.$$

951 1° $E = 6E_1 = 12$ V, $U = 10{,}65$ V. 2° $I_1 = 1{,}5$ A. 3° $I_2 = 0{,}45$ A, $I_3 = 1{,}05$ A. 4° $Q = 170$ J. 5° $H = 1\,575 \frac{\text{A}}{\text{m}}$. 6° $\Phi = 2{,}52$ μWb.

952 1° $U = 120$ V. 2° $m = 119{,}7$ g.

953 Din $\frac{(p_0 + \rho gh) V_1}{T_1} = \frac{p_0 V_2}{T_2}$

rezultă

$$V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1} \left(1 + \frac{\rho gh}{p_0}\right) = 0{,}0965 \text{ cm}^3.$$

954 Timpul total de cădere:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Rezultă:

$$S_1 = \frac{g \left(\frac{t}{4}\right)^2}{2} = \frac{h}{16} = 20 \text{ m};$$

$$S_2 = \frac{g\left(2\frac{t}{4}\right)^2}{2} - S_1 = \frac{3h}{16} = 60 \text{ m};$$

$$S_3 = \frac{g\left(3\frac{t}{4}\right)^2}{2} - (S_1 + S_2) = \frac{5h}{16} = 100 \text{ m};$$

$$S_4 = h - (S_1 + S_2 + S_3) = 140 \text{ m}.$$

955 1° $S = \dfrac{v_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu_1 \cos\alpha)} = 118{,}82$ m

$$t = \frac{v_0}{g(\sin\alpha + \mu_1 \cos\alpha)} = 5{,}94 \text{ s}.$$

2° $v = \sqrt{2a'S} = \sqrt{2gS(\sin\alpha - \mu_1 \cos\alpha)} = v_0\sqrt{\dfrac{1 - \mu_1 \operatorname{ctg}\alpha}{1 + \mu_1 \operatorname{ctg}\alpha}}$;

$$t' = \frac{v}{a''} = \frac{v}{\mu_2 g} = \frac{v_0}{\mu_2 g}\sqrt{\frac{1 - \mu_1 \operatorname{ctg}\alpha}{1 + \mu_1 \operatorname{ctg}\alpha}} = 5{,}52 \text{ s}$$

$$S' = \frac{v_0^2}{2\mu_2 g} \cdot \frac{1 - \mu_1 \operatorname{ctg}\alpha}{1 + \mu_1 \operatorname{ctg}\alpha} = 77{,}74 \text{ m}.$$

956 V. Problema nr. 708. Pentru prima imagine, în lentilă:

$$f = \frac{1}{C} = 1 \text{ m}, \quad p' = \frac{pf}{p - f}$$

Rezultă:

$p_1' = 1{,}5$ m (imagine reală);

$p_2' = 3$ m (imagine reală);

$p_3' = -1$ m (imagine virtuală).

a) Imaginea dată de lentilă cade la 0,5 m în fața oglinzii.
Deci *imagine finală virtuală*, la 0,5 m în spatele oglinzii și *răsturnată*, cu *dimensiunea*

$$i_1 = \frac{p_1'}{p_1} o = 0{,}5 \text{ cm}.$$

b) Imaginea dată de lentilă cade în spatele oglinzii, la 1 m. Deci *imagine finală reală, a 1 m în fața oglinzii, răsturnată*, cu dimensiunea

$$i_2 = \frac{p_2'}{p_2} o = 2 \text{ cm}.$$

c) Imaginea dată de lentilă este virtuală. Deci *imagine virtuală, la 3 m în spatele oglinzii, dreaptă*, cu dimensiunea

$$i_3 = \frac{p_3'}{p_3} o = 2 \text{ cm}.$$

957 $U = \dfrac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2} = \dfrac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2} = 3\,000$ V;

$$Q_1' = C_1U = \frac{C_1U_1 + C_2U_2}{1 + \frac{C_2}{C_1}} = 6 \text{ mC},$$

$$Q_2' = C_2U = \frac{C_1U_1 + C_2U_2}{1 + \frac{C_1}{C_2}} = 15 \text{ mC}.$$

958 $m_{Fe}\,[C_{Fe}(t_t - t_0) + \lambda] = \eta m q = \eta \dfrac{pVM}{RT} \cdot q,$

$$m_{Fe} = \frac{\eta\, pV\, Mq}{RT\,[c_{Fe}\,(t_t - t_0) + \lambda]} = 41 \text{ kg}.$$

959 $f_r = \dfrac{1}{(n_r - 1)\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)},$

$$f_v = \frac{1}{(n_v - 1)\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)};$$

$$d = f_r - f_v = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{n_v - n_r}{(n_r - 1)(n_v - 1)} = 18{,}48 \text{ mm}.$$

960 1° $G = F\dfrac{OB}{OA} = 50$ N. 2° $R = F - G = 450$ N. 3° $p = \dfrac{F}{S} = 50$ at. 4° $\dfrac{p'}{p} = \dfrac{T'}{T} = 1{,}23.$

961 1° $v_A = \sqrt{2a_1 l} = \sqrt{2\mu g l} = 62{,}72 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}.$ 2° $a^2 h \rho g = a^2 h' \rho a g.$ $h' = h\dfrac{\rho}{\rho_a} = 12$ cm;

$$a^2 h \rho g + mg = a^2 h'' \rho_a g, \quad h'' = h\frac{\rho}{\rho_a} + \frac{m}{a^2 \rho_a} = 13{,}25 \text{ cm}.$$

3° $m_a c_a (t_a - \theta) = m_g\,[c_g\,(0 - t_g) + \lambda + c_a\,(\theta - 0)],$

$$\theta = \frac{m_a c_a t_a + m_g\,(c_g t_g - \lambda)}{c_a\,(m_a + m_g)} = 2{,}23°\text{C}.$$

962 Conform figurii 476:

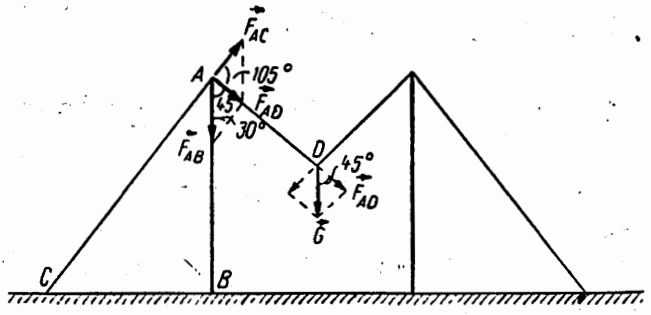


Fig. 476.

a) $F_{AD} = \dfrac{\dfrac{G}{2}}{\cos 45} = \dfrac{G}{\sqrt{2}} = 709{,}2$ N;

b) $\dfrac{F_{AD}}{\sin 30°} = \dfrac{F_{AB}}{\sin 105°} = \dfrac{F_{AC}}{\sin 45°};$

$$F_{AB} = F_{AD}\frac{\sin 105°}{\sin 30°} = G\frac{\sqrt{3}+1}{4} = 682{,}5 \text{ N};$$

c) $F_{AC} = F_{AD}\dfrac{\sin 45°}{\sin 30°} = G = 1\,000$ N.

963 1° $Q_v = Av = A\sqrt{2gl \sin \alpha} \geq 2{,}8 \frac{m^3}{s}$;

$$Q_m = \rho Q_v = 2\,800 \frac{kg}{s}.$$

2° $P_u = \eta_1 Q_v \rho g h = \eta_1 Q_m g l \sin \alpha = 6{,}174$ MW.

3° $v' = \frac{A}{A'} v = \frac{A}{A'}\sqrt{2gl \sin \alpha} = 700 \frac{m}{s}$. 4° $\frac{1}{250} mgh = mc\Delta\theta$, $\Delta\theta = \frac{gl \sin \alpha}{250c} = 0{,}00234°C$

5° $Q'_v \rho g h' = \eta_1 \eta_2 Q_v \rho g l \sin \alpha$, $Q'_v = Q_v \frac{\eta_1 \eta_2 l \sin \alpha}{h'} = 7{,}65 \frac{m^3}{s}$.

964 1° $I = \frac{m}{kt} = 6{,}73$ A. 2° $H = \frac{NI}{l} = 6\,733 \frac{A}{m}$. 3° $\Phi = \mu_0 H \cdot \frac{\pi D^2}{4} \approx 24$ μWb.

4° $R_3 = \frac{E}{I} - R_1 - R_2 - R_f = 5{,}82\ \Omega$. 5° $\eta = \frac{E - R_f I}{E} = 1 - \frac{IR_f}{E} \approx 83\%$.

965 1° $\rho_1 = \rho_0 \frac{p_1}{p_0} \frac{T_0}{T_1} = 83{,}66 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{m^3}$. 2° $m = V(\rho_1 - \rho_2) = V\rho_0 \frac{p_1}{p_0} T_0 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$,

$$V = \frac{m}{\rho_0} \cdot \frac{p_0}{p_1} \cdot \frac{T_1 T_2}{T_0 (T_2 - T_1)} = 1\,010{,}82\ m^3.$$

3° $G_2 = \rho_2 V g = mg \frac{T_1}{T_2 - T_1} = 776{,}42$ N.

4° $n = \frac{m_2}{M} \cdot N = N \frac{m}{M} \frac{T_1}{T_2 - T_1} = 2{,}38 \cdot 10^{28}$ molecule. 5° $p_3 = p_1 \frac{T_3}{T_1} = 1{,}16$ atm.

966 1° $a = g\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1\right) = 5{,}88 \frac{m}{s^2}$. 2° $v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2ah_1} = 16{,}15 \frac{m}{s}$.

3° $t_1 = \frac{v_2 - v_1}{a} = 1{,}89$ s. 4° $h_2 = \frac{v_2^2}{2g} = 13{,}27$ m. 5° $E_c = \frac{1}{2} m v_2^2 \approx 39$ J.

6° $h_3 = \frac{v_2^2}{2a} \approx 22{,}1$ m.

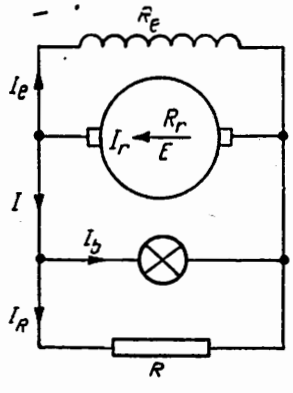


Fig. 477.

967 1° $R_2 = \rho \frac{l}{S} = 6{,}4\ \Omega$. 2° $U = R_2 I_1 = 11{,}52$ V.

3° $Q = R_2 I_1^2 t = 2\,073{,}6$ J. 4° $6E = I_1(6R_1 + R_2)$,

$6E = I_2 \cdot 6R_1$; $R_1 = \frac{R_2 I_1}{6(I_2 - I_1)} = 0{,}1\ \Omega$.

5° $E = R_1 I_2 = 2{,}1$ V.

968 1° Conform figurii 477

$E = I_r R_r + I_e R_e$, $I_r = I_e + I$.

Rezultă

$$I = \frac{I_r (R_r + R_e) - E}{R_e} = 8{,}53 \text{ A}, \quad I_e = I_r - I = 3{,}47 \text{ A}.$$

De asemenea :

$$I = I_b + I_R. \quad U = RI_R = I_eR_e,$$

$$P_b = UI_b = I_eR_e(I - I_R) = I_eR_e\left(I - \frac{I_eR_e}{R}\right) \approx 208 \text{ W}.$$

2° $Q = \frac{U^2}{R}t = \frac{I_e^2R_e^2t}{R} = 2{,}453$ MJ.

969 $h = h_1 - h_2 = \frac{2\sigma}{\rho g}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{2\sigma\sqrt{\pi}}{\rho g}\left(\frac{1}{\sqrt{S_1}} - \frac{1}{\sqrt{S_2}}\right)$,

$$\sigma = \frac{\rho g h}{2\sqrt{\pi}\left(\frac{1}{\sqrt{S_1}} - \frac{1}{\sqrt{S_2}}\right)} = 0{,}066\ \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

970 $ma = m - \left(\frac{m}{\rho_{Fe}} + V_{aer}\right)\rho_a$, $V_{aer} = \frac{m - m_a}{\rho_a} - \frac{m}{\rho_{Fe}} = 6{,}24$ cm^3.

971 1° $\mu_{min} = \text{tg}\,\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 2° $S = v_0t + \frac{1}{2}g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)t^2 = 74{,}72$ m.

3° $Q = \mu\, mg\cos\alpha \cdot l = 17{,}3$ J.

972 1° $G = mg = 100$ N. 2° $p = \frac{G\cos\alpha}{S} = 10^3\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$. 3° $\mu_{min} = \text{tg}\,\alpha = 1$.

4° $v = \sqrt{2al} = \sqrt{2gl(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} = 7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 5° $L = G(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = 105{,}75$ J.

973 1° $I = \frac{nE_1}{R_1 + R_2 + nr_1} = 3$ A. 2° $H = \frac{NI}{l_1} = 6\,000\ \frac{\text{A}}{\text{m}}$. 3° $\Phi = \mu_0 H \cdot \pi R^2 \approx 59{,}15\ \mu$Wb.

4° $l_2 = \frac{R_1S}{\rho} = 44{,}89$ m; 5° $\Delta\theta = \frac{R_1I^2t}{mc} \approx 23{,}6$°C.

974 1° $G_t = mg\sin\alpha = 665{,}4$ N, $G_n = mg\cos\alpha = 3\,841{,}6$ N, $F_f = \mu G_n = 768{,}3$ N.

2° $F = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = 1\,433{,}7$ N. 3° $P = Fv = 7\,168$ W.

4° $L = Pt = 430\,080$ J. 5° $\mu mg\cos\alpha \cdot vt = x(c\Delta\theta + \lambda)$, $x = \frac{\mu mgvt\cos\alpha}{c\Delta\theta + \lambda} = 650{,}8$ g.

975 1° $m_3 = \frac{p_1V_1M}{RT_2} = 3$ g. 2° $m_1c_a(t_1 - t_3) = m_2(L_1 + c_at_3) + m_3c_v(t_3 - t_2)$.

$t_3 = \frac{m_1c_at_1 - m_2L_1 + m_3c_vt_2}{c_a(m_1 + m_2) + m_3c_v} = 25$°C. 3° $p_2 = p_1\frac{T_3}{T_2} = 9{,}46 \cdot 10^4\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$.

4° $Q_1 = (m_1 + m_2)[c_a(100 - t_3) + L_2] \approx 10{,}296$ MJ. 5° $Q_2 = m_3c_v(100 - t_2) = 235{,}08$ J.

976 1° $m_1c_a(t_1 - t) = m_2(\lambda + c_at)$, $t = \frac{m_1c_at_1 - m_2\lambda}{c_a(m_1 + m_2)} = 25$°C.

2° $c_a(m_1 + m_2)(t_1 - t) = Mc(t_2 - t_1)$, $t_2 = t_1 + \frac{c_a(m_1 + m_2)(t_1 - t)}{Mc} = 147{,}5$ s.

3° $Q = Mc(t_2 - t_1) = 10{,}84$ kJ. 4° $l_0 = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho_0}} = 3$ cm.

5° $V_1 = V_0(1 + \gamma t_1)$, $V_2 = V_0(1 + \gamma t_2)$;

$\Delta V = V_0\gamma(t_2 - t_1) = \frac{M}{\rho_0}3\alpha(t_2 - t_1)$, $\alpha = \frac{\rho_0\Delta V}{3M(t_2 - t_1)} = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}.

977 1° $m_1 = \frac{p_1 V_1 M}{RT_1} = 0{,}206$ g. 2° $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_3 (V_1 + V_2)}{T_2}$, $p_3 = p_1 \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{V_1}{V_1 + V_2} = 0{,}208$ atm.

3° $M_A = \frac{p_3 V_1 M}{RT_2} = 0{,}094$ g, $M_B = m_1 - M_A = 0{,}112$ g.

4° $\frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_4 (V_1 + V_2)}{T_2}$, $p_4 = \frac{1}{V_1 + V_2}\left[p_1 V_1 \frac{T_2}{T_1} + p_2 V_2\right] = 0{,}578$ atm;

$M'_A = \frac{p_4 V_1 M}{RT_2} = 0{,}219$ g, $M'_B = \frac{p_4 V_2 M}{RT_2} = 0{,}351$ g.

978 1° $R = l^3 g(\rho_a - \rho) = 1$ N. 2° $a = g\left(\frac{\rho_a}{\rho} - 1\right) = 2{,}45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. 3° $t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = 0{,}14$ s.

4° $v = at \approx 0{,}35 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 5° $l^2 x \rho_a g = l^3 \rho g$; $x = \frac{\rho}{\rho_a} = 6{,}4$ cm.

979 1° Din sistemul de ecuații

$$I = \frac{E}{r + \frac{xy}{x+y}} \text{ și } x + y = 200$$

rezultă $x = 162\ \Omega$, $y = 38\ \Omega$ (sau invers).

2° Din ecuațiile $I = I_x + I_y$, $xI_x = yI_y$ rezultă

$$I_x = I\frac{y}{x+y} = 0{,}095 \text{ A}, \quad I_y = I\frac{x}{x+y} = 0{,}405 \text{ A}.$$

3° $U = E - rI = 15{,}39$ V. 4° $P = \frac{xy}{x+y} I^2 = 7{,}695$ W.

980 1° $a_1 = g\frac{m_2 - m_1(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{m_1 + m_2} = -0{,}34 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (mișcare uniform încetinită).

2° $t_1 = \frac{v_2}{|a_1|} = 44{,}1$ s. 3° $S = \frac{v_2 t_1}{2} = 330{,}9$ m.

4° $a_2 = g\frac{m_1(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - m_2}{m_1 + m_2} = 0{,}62 \frac{m}{\text{s}^2}$. 5° $E_c = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)(20\ a_2)^2 = 75{,}89$ J

981 1° $t = t_1 + t_2 + t_3$,

$$t_3 = 60 \text{ s}; \quad v = \frac{2S_3}{t_3}; \quad t_1 = \frac{2S_1}{v} = t_3 \frac{S_1}{S_3}; \quad t_2 = \frac{S_2}{v} = t_3 \frac{S_2}{2S_3};$$

$$t = t_3\left(\frac{S_1}{S_3} + \frac{S_2}{2S_3} + 1\right) = 18 \text{ min}.$$

2° $F = \frac{mv^2}{2S_3} = \frac{2mS_3}{t_3^2} \approx 33{,}3$ kN. 3° $E_c = \frac{1}{2} m\left[v - \frac{2S_3}{t_3^2}(t_3 - 15)\right]^2 = 12{,}5$ kJ.

4° $F_t = \frac{P}{v} = \frac{Pt_3}{2S_3} = 2 \cdot 10^5$ N.

$$I = \frac{P}{U\cos\varphi} = 200 \text{ A}.$$

982 1° $a_2 = \frac{\mu_2 mg - F}{m} = \frac{\mu_2 mg - \mu_1 mg}{m} = g(\mu_2 - \mu_1)$, $t = t_1 + \frac{v}{g(\mu_2 - \mu_1)} = 22$ s.

2° $d = vt_1 + \frac{v^2}{2a_2} = v\left[t_1 + \frac{v}{2g(\mu_2 - \mu_1)}\right] = 42$ m. 3° $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = 6$ J.

4° $L_1 = \mu_1 mg \cdot vt_1 = 120$ J.

$$L_2 = \frac{\mu_2 mv^2}{2(\mu_2 - \mu_1)} = 12 \text{ J}.$$

983 $$Q = S_1v_1 = S_2v_2; \quad v_1 = 3{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_2 = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$\Delta p_d = \frac{\rho v_2^2}{2} - \frac{\rho v_1^2}{2} = \frac{\rho Q^2}{2}\left(\frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2}\right) = 0{,}45 \text{ atm}.$$

984 1° Din sistemul de ecuații

$$I_1(R + 2r) = 2e + E,$$
$$I_2(R + 2r) = 2e - E$$

rezultă

$$e = \frac{E}{2} \cdot \frac{I_1 + I_2}{I_1 - I_2} = 1{,}8 \text{ V}.$$

$$r = \frac{E}{I_1 - I_2} - \frac{R}{2} = 0{,}5\ \Omega.$$

2° $I_3'\left(\frac{RR'}{R+R'} + 2r\right) = 2e + E, \; I + I' = I_3, \; RI = R'I'.$

Rezultă:

$$I = \frac{2e + E}{R + 2r\ \left(1 + \frac{R}{R'}\right)} = 0{,}386 \text{ A}.$$

$$I' = \frac{2e + E}{R' + 2r\left(1 + \frac{R'}{R}\right)} = 1{,}704 \text{ A}.$$

985 1° $E = 22\,000 \cdot 3{,}6 \cdot 10^6$ J $= 79{,}2$ GJ.

2° $M = \frac{E}{\eta q} = 15{,}1$ tone. 3° $m = \frac{E}{c^2} = 0{,}88$ mg. 4° $P_1 = \frac{E}{365 \cdot 8} = 7\,534$ W.

5° $P_1 = \eta' Q_v \rho g h,$

$$h = \frac{P_1}{\eta' Q_v \rho g} \approx 3{,}77 \text{ m}.$$

986 1° $I = \frac{P}{U} = 2{,}27$ A. 2° $E = m_a c_a (t_2 - t_1) = 251{,}1$ kJ. 3° $t = \frac{E}{P} = 502{,}2$ s.

4° $m_a c_a (t_2 - \theta) = m_g[c_g(0 - t_g) + \lambda_g + c_a\theta],$

$$\theta = \frac{m_a c_a t_2 - m_g(\lambda_g - c_g t_g)}{c_a(m_a + m_g)} = 52{,}9°\text{C}.$$

987 1° $Q = m_g\lambda_t = 2\,672$ J.

2° $Q_t = m_a c_a t_v + m_g(\lambda_t + c_a t_v) + (m_a + m_g)\lambda_v \approx 291$ kJ.

3° $m = \frac{Q_t}{q} = 12{,}4$ g. 4° $V = \frac{(m_a + m_g) RT_v}{pM} = 49$ dm^3.

988 1° $a = g\dfrac{M - m(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{M+m} = 6{,}53\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

2° $v = \sqrt{2ah} \approx 8{,}1\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, $t = \dfrac{v}{a} \approx 1{,}2$ s.

989 1° Conform figurii 478: $mg = 2T_f \cos\alpha$

$$T_f = \frac{mg}{2h}\cdot\sqrt{h^2 + \frac{L^2}{4}} = 980\ \text{N}.$$

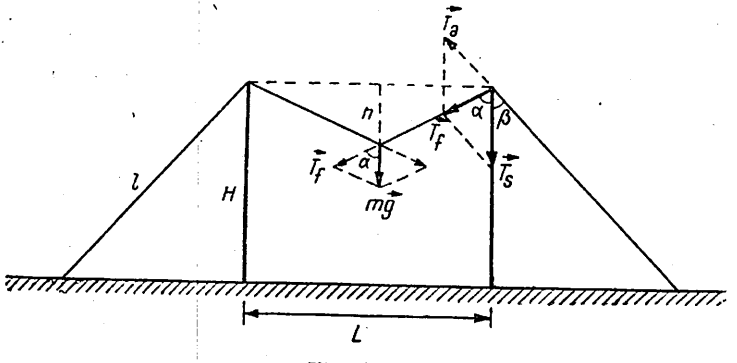


Fig. 478.

2° $\dfrac{T_a}{\sin\alpha} = \dfrac{T_f}{\sin\beta} = \dfrac{T_s}{\sin(\pi - \alpha - \beta)}$

Rezultă:

$$T_s = T_f\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta} = 1\,886\ \text{N},\quad T_a = T_f\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \approx 798\ \text{N}.$$

990 1° $a = g\dfrac{m}{2M+m} = 2\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$. 2° $(2M+m)gh = mg\ [c_g(0 - t_g) + \lambda_g]$,

$$m_g = \frac{(2M+m)\,gh}{\lambda_g - c_g t_g} = 1{,}12\ g.$$

991 1° $m\ \ a(t_1 - \theta) = m_g[c_g(0 - t_2) + \lambda_g + c_a\theta]$, $\theta = \dfrac{mc_a t_1 - m_g(\lambda_g - c_g t_2)}{c_a(m+m_g)} = 0°\text{C}$.

2° a) $P = \dfrac{c_a(m+m_g)\cdot(100-\theta)}{\eta t} \approx 150$ W. b) $I = \sqrt{\dfrac{P}{R}} = 2$ A.

992 1° $U = RI = 100$ V; $P = RI^2 = 100$ W; $U_f = E - (R+r)I = 8$ V.

2° $Sld\cdot c\Delta\theta = \rho\dfrac{l}{S}\cdot I^2 l_s$ $\Delta\theta = \dfrac{\rho I^2 l}{S^2 dc} = 3°\text{C}$.

993 1° Din sistemul de ecuații:

$$I_1 + I_2 = I_3,\quad R_1I_1 + R_3I_3 = E_1,\quad R_2I_2 + R_3I_3 = E_2,$$

rezultă

$$I_1 = \frac{E_1(R_2+R_3) - E_2R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1},$$

$$I_2 = \frac{E_2(R_1+R_3) - E_1R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1},$$

$$I_3 = \frac{E_1R_2 + E_2R_1}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}.$$

2° Sursa E_1 devine receptor pentru $I_1<0$, deci pentru $E_2R_3>E_1(R_2+R_3)$; nu debitează curent pentru $E_2R_3=E_1(R_2+R_3)$. Sursa E_2 devine receptor pentru $E_1R_3>E_2(R_1+R_3)$; nu debitează curent pentru $E_1R_3=E_2(R_1+R_3)$.

3° Dacă $E_1R_2=-E_2R_1$ (schimbare de polaritate), I_3 devine nul și $I_1=I_2$ (se schimbă și sensul unuia dintre curenți). O altă soluție, banală, ar fi $R_3=\infty$.

994 1° Din sistemul de ecuații:

$$I=I_1+I_2+\ldots\ldots+I_n,\quad E-I_1r_1=E-I_2r_2=\ldots\ldots=RI,$$

$$I=\frac{E\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{r_i}}{1+R\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{r_i}};\quad I_i=\frac{E-RI}{r_i}.$$

2° $P_i=UI_i=RI\cdot I_i$. 3° $p_i=r_iI_i^2$, $P=\sum_{i=1}^{n}P_i=RI\sum_{i=1}^{n}I_i=RI^2$.

995 1° Prin raționament energetic:

$$\frac{1}{2}mgh=\mu mg\cos\alpha\cdot l.$$

Rezultă:

$$\mu=\frac{1}{2}\operatorname{tg}\alpha=0{,}287.$$

2° Din ecuația traiectoriei,

$$H=x\operatorname{tg}\alpha+\frac{a_2x^2}{2v^2\cos^2\alpha}\text{ cu }\quad a_2=g\left(1-\frac{\rho_a}{\rho}\right)\approx 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\text{ și }\quad v=\sqrt{gh}=10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Rezultă:

$$x\approx 8{,}7\text{ m}.$$

996 1° $h\nu=W_e+\frac{mv^2}{2}$; $x=vt$, $y=\frac{1}{2}at^2$, cu $a=\frac{eE}{m}=\frac{eU}{md}$.

Rezultă:

$$\frac{hc}{\lambda}=W_e+\frac{eUx^2}{4dy}$$

și

$$\lambda=\frac{hc}{We+\frac{eUx^2}{4dy}}=0{,}275\ \mu\text{m}.$$

2° $y=\frac{d}{2}$; $t=\sqrt{\frac{2y}{a}}=d\sqrt{\frac{m}{eU}}=125$ ns.

997 1° $v_1=\sqrt{2a_1S_1}=\sqrt{2S_1\left(\frac{F}{m}-\mu g\right)}\approx 7{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. 2° $E_c=\frac{mv_1^2}{2}\approx 304{,}2$ kJ.

3° $S=\frac{v_1^2-v_2^2}{2a_2}=\frac{v_1^2-v_2^2}{2\mu g}=145$ m. 4° $E=F\cdot S_1=500$ kJ. 5° $P=\frac{1}{2}Fv_1=19{,}6$ kW.

998 1° $Sh = V_l + V_m$; $S \cdot \frac{p}{\rho g} = \frac{M}{\rho} + \frac{F_A}{\rho g}$.

Rezultă:

$$M = \frac{pS - F_A}{g} = 1{,}87 \text{ kg}, \quad h = \frac{p}{\rho g} = 0{,}2 \text{ m}.$$

2° $V_m = \frac{F_A}{\rho g} = 62{,}5 \text{ cm}^3$; $M_m = V_m \rho_m = 550$ g.

3° $(Mc + M_m c_m)(t_f - t_1) = M_v[\lambda + c_a(t_2 - t_f)]$,

$$t_f = \frac{t_1(Mc + M_m c_m) + M_v(\lambda + c_a t_2)}{Mc + M_m c_m + M_v c_a} \approx 74{,}3° \text{C}.$$

999 1° $EI = P_1 + P_2(R + r_i)I^2$.

Rezultă $I = 5$ A;

$$R_e = \frac{P_1 + P_2}{I^2} = 2{,}4 \ \Omega.$$

2° $U = R_e I = 12$ V. 3° $I_1 = \frac{P_1}{U} = 2$ A, $I_2 = \frac{P_2}{U} = 3$ A; $R_1 = \frac{U}{I_1} = 6 \ \Omega$,

$$R_2 = \frac{U}{I_2} = 4 \ \Omega. \quad 4° \ P = R_e I'^2 = R_e \frac{E^2}{\left[\frac{RR_x}{R + R_x} + r_i + R_e\right]^2}.$$

Rezultă

$$R_x = \frac{1}{\frac{1}{E\sqrt{\frac{R_e}{P} - (r_i + R_e)}} - \frac{1}{R}} = 2{,}61 \ \Omega.$$

1000 1° $P_u = \eta P_c = \frac{\eta m_c q}{t} = 6\,300$ W. 2° $V_2 = \frac{mRT_2}{p_2 M}$;

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_2 + \Delta T}, \quad T_2 = \Delta T\left(\frac{1}{\eta} - 1\right).$$

Se obține:

$$V_2 = \frac{mR \cdot \Delta T}{p_2 M}\left(\frac{1}{\eta} - 1\right) = 8{,}12 \text{ dm}^3$$

3° $Q = \nu C_v(T - T_2) = \frac{m}{M} C_v\left(T_2 - T_2\frac{p_3}{p_2}\right) = \frac{mC_v \cdot \Delta T}{M}\left(1 - \frac{p_3}{p_2}\right)\left(\frac{1}{\eta} - 1\right) = 5\,460$ J.

1001 1° $Q = RI^2 t = \frac{RE^2 t}{(R + r)^2}$; $R = 11{,}5 \ \Omega$ sau $R' = \frac{1}{46} \ \Omega$. 2° $I = \frac{E}{R + r} = 1$ A sau $I' = 23$ A (neconvenabil experimental).

3° $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$, $\frac{I}{2} = \frac{E}{R_2 + r}$; $R_1 = 0{,}54 \ \Omega$, $R_2 = 0{,}022 \ \Omega$.

1002 1° $a_1 = g(\sin \alpha - \mu_1 \cos \alpha) = 4$ m/s², $a_2 = \mu_2 g = 1{,}99$ m/s². 2° $v_1 = \sqrt{2a_1 S_1} = 16$ m/s,

$v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2a_2 S_2} = 10$ m/s. 3° $t_1 = \frac{v_1}{a_1} = 4$ s, $t_2 = \frac{v_1 - v_2}{a_2} = 3$ s.

4° $\frac{1}{2} m v_2^2 = \mu_2 mg \cdot \Delta l + \frac{1}{2} k(\Delta l)^2$ cu $F = \frac{ES}{l} \Delta l = k\Delta l$, $k = \frac{ES}{l}$.

Rezultă $\Delta l = 17{,}6$ cm.

1003 1° $r_s = \dfrac{r_0}{\dfrac{I}{i_0} - 1} = 0{,}2\ \Omega$. 2° $r_a = r_0\left(\dfrac{U}{r_0 i_0} - 1\right) = \dfrac{U}{i_0} - r_0 = 290{,}2\ \Omega$.

3° $I = \dfrac{E}{\dfrac{r_0 r_s}{r_0 + r_s} + \dfrac{R_1(r_0 + r_a)}{R_1 + r_0 + r_a} + R_2 + r} = 3{,}88$ A, (v. fig. 479).

4° $m = kI_r t = ktI\dfrac{r_0 + r_a}{R_1 + r_0 + r_a} = 18{,}23$ g.

1004 1° $M_1 = \dfrac{pVM}{RT} = 48$ g. 2° $pV = \dfrac{2}{3} n_0 \dfrac{m_1 u^2}{2} \cdot V$, $n_0 V = n$, $nm_1 = M_1$

și

$$\sqrt{u^2} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = 1\,920 \text{ m/s}.$$

3° $\Delta V = V_0 \cdot 3\alpha \cdot \Delta\theta$; $Q = M_b c \Delta\theta = \dfrac{M_b c}{3\alpha} \cdot \dfrac{\Delta V}{V_0}$.

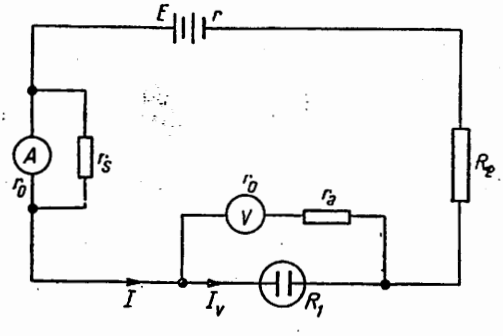


Fig. 479.

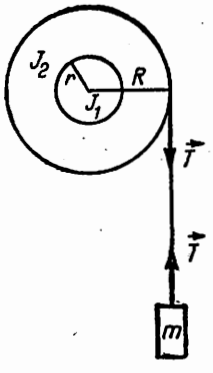


Fig. 480.

Rezultă

$$m = \frac{Q}{Q_1} = \frac{M_b c}{3\alpha Q_1} \cdot \frac{\Delta V}{V_0} = 40 \text{ g}.$$

4° $p' = \dfrac{(M_1 - m)RT}{MV} = 0{,}2$ atm.

1005 1° Din sistemul de ecuații (v. fig. 480):

$$(J_1 + J_2)\varepsilon = TR, \quad mg - T = ma, \quad a = R\varepsilon$$

rezultă

$$\varepsilon = \frac{mgR}{J_1 + J_2 + mR^2} \approx 61{,}5 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}, \quad a = R\varepsilon = 3{,}69 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \quad 2° \ W = \frac{(J_1 + J_2)\omega^2}{2} =$$

$$= \frac{1}{2}\varepsilon^2 t^2 (J_1 + J_2) \approx 144 \text{ J}. \quad 3° \ N = \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{\varepsilon t^2}{4\pi} \approx 78{,}3 \text{ rot}. \quad 4° \ T = m(g + a) = 10{,}8 \text{ N}.$$

5° $J_2 = J - J_x = \dfrac{1}{2} MR^2 - \dfrac{1}{2} m_x r_x^2$, cu $\dfrac{M}{R^2} = \dfrac{m_x}{r_x^2}$ și $M = m_x + M_2$.

Rezultă

$$J_2 = \frac{1}{2} M_2(R^2 + r_x^2).$$

1006 1° $p_1 \frac{l}{2} S = p_2 \cdot (l - l_2)S$ (v. fig. 481), $p_2 + \rho g l_2 = p_1$.

Rezultă

$$l_2 = \frac{p_1 + \rho g l - \sqrt{(p_1 + \rho g l)^2 - 2\rho g l p_1}}{2g} = 47{,}5 \text{ cm}.$$

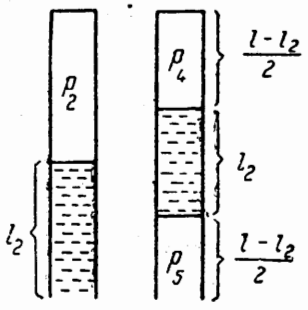


Fig. 481.

2° $\frac{p_2 \cdot (l - l_2)S}{T_1} = \frac{p_3 \cdot (l - l_3)S}{T_2}$, $p_3 + \rho g l_3 = p_1$.

Rezultă

$$T_2 = T_1 \frac{(p_1 - \rho g l_3)(l - l_3)}{(p_1 - \rho g l_2)(l - l_2)} = 362{,}5° \text{ K}.$$

3° $p_2(l - l_2) = p_4 \frac{l - l_2}{2}$, $p_4 + \rho g l_2 = p_5$.

Rezultă

$$p_4 = 2p_2 = 2(p_1 - \rho g l_2) = 1{,}9 \text{ atm},$$

$$p_5 = p_4 + \rho g l_2 = 1{,}95 \text{ atm};$$

$$n = \frac{p_5 \cdot V_5}{RT_1} = \frac{\pi r^2 p_5 (l - l_2)}{RT_1} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ moli}.$$

4° $p_1 \cdot \frac{l}{2} S = p_2'(l - l_2')\ S$, $p_2' + \rho g l_2' = p_1 + \frac{2\sigma}{r}$.

Rezultă:

$$l_2' = \frac{p_1 + \rho g l + \frac{2\sigma}{r} - \sqrt{\left(p_1 + \rho g l + \frac{2\sigma}{r}\right)^2 - 2\rho g l \left(p_1 + \frac{4\sigma}{r}\right)}}{2g} \approx l_2.$$

1007 1° $d = f = \frac{R}{n - 1} = 30{,}77$ cm. 2° $3\lambda = \frac{1}{N} \sin \varphi$, $\lambda = \frac{\sin \varphi}{3N} = \frac{2}{3}$ μm.

3° $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{p'}$, $\frac{p'}{p} = 3$.

Rezultă

$$p = \frac{2}{3} f = 20{,}51 \text{ cm}.$$

4° $p_1 = p(1 + \alpha t)$, $p_1' = \frac{f p_1}{f - p_1}$.

Rezultă

$$\Delta p' = p_1' - p' = f\left[\frac{p(1 + \alpha t)}{f - p(1 + \alpha t)} - 2\right] = f \frac{6\alpha t}{1 - 2\alpha t} \approx 0{,}37 \text{ cm}.$$

1008 *a)* $m=\dfrac{pVM}{RT}=0{,}1$ kg. *b)* $\rho_0=\dfrac{m}{V_0}=\dfrac{p_0M}{RT_0}=1{,}4$ kg/m³

c) $n=\dfrac{m}{M}=\dfrac{pV}{RT}$, $n'=\dfrac{m'}{M}=\dfrac{p'V}{RT}$; $\Delta n=\dfrac{V}{RT}(p-p')=0{,}08$ moli.

1009 1° $U=R\cdot\dfrac{E}{R+r}=1$ V, $I=\dfrac{E}{R+r}=0{,}1$ A 2° $I=\dfrac{2E}{R+R_1+2r}$.

Rezultă :

$$R_1=\frac{2E}{I}-R-2r=R=10\ \Omega,\quad R_2=\frac{E}{I}-R-\frac{r}{2}=2\ \Omega.$$

3° $m_1=\dfrac{RI^2l}{c\Delta\theta}=1{,}8$ g, $m_2=\dfrac{(R+R_1)I^2l}{c\Delta\theta}=m_1+\dfrac{R_1I^2l}{c\Delta\theta}=m_1\left(1+\dfrac{R_1}{R}\right)=3{,}6$ g

$$m_3=\frac{(R+R_2)I^2l}{c\Delta\theta}=m_1\left(1+\frac{R_2}{R}\right)=2{,}1\ \text{g}.$$

1010 1° $t=\sqrt{\dfrac{2H}{g}}=1$ s. 2° $v=\sqrt{2gH}=10$ m/s. 3° $L=\dfrac{mv^2}{2}+mgh=mg(H+h)=5\,025$ J.

4° $F=\dfrac{L}{h}=201$ kN.

1011 1° $a_1=a_2$; $g(\sin\alpha-\mu_1\cos\alpha)=\mu_2g$; $\mu_2=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(1-\mu_1)$.

2° $W=mgh=\dfrac{1}{2}mgS\sin\alpha=10{,}29$ J.

1012 1° $I_1=\dfrac{U}{R}$, $I_2=\dfrac{U}{\sqrt{R^2+4\pi^2\nu^2L^2}}$; $R=\dfrac{U}{I_1}=10\ \Omega$,

$L=\dfrac{1}{2\pi\nu}\sqrt{\dfrac{U^2}{I_2^2}-R^2}=0{,}055$ H. 2° $I_3=\dfrac{U}{\sqrt{R^2+4\pi^2\nu_1^2L^2}}=5{,}77$ mA.

1013 $F=(m_1+m_2+m_3)a$; $m_3a=m_2g$.

Rezultă

$$F=g\frac{m_2}{m_3}(m_1+m_2+m_3)=40\ \text{N}.$$

1014 În cele patru situaţii :

$$U_4=E, \tag{1}$$

$$U_3=rI_3=r\frac{E}{R}=U_4\frac{r}{R}, \tag{2}$$

$$U_2=\frac{rR_2}{r+R_2}I_2=\frac{rR_2}{r+R_2}\cdot\frac{U_4}{R-r+\dfrac{rR_2}{r+R_2}} \tag{3}$$

$$U_1=\frac{rR_1}{r+R_1}\cdot\frac{U_4}{R-r+\dfrac{rR_1}{r+R_1}} \tag{4}$$

Din (2) și (4) rezultă

$$r=\frac{R_1U_4(U_3-U_1)}{U_1(U_4-U_3)}=2\,600\ \Omega,\quad R=\frac{rU_4}{U_3}=\frac{R_1U_4^2(U_3-U_1)}{U_1(U_4-U_3)U_3}=3\,250\ \Omega.$$

Din (3) rezultă

$$R_2=\frac{rU_2(r-R)}{RU_2-rU_4}=26\,520\ \Omega.$$

1015 1° $v=\sqrt{2a\cdot\frac{2}{3}\,l}=2\sqrt{\frac{al}{3}}=12\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. 2° $t=\frac{v}{a}=2{,}6$ s. 3° $\operatorname{tg}\alpha=\frac{a}{g}=0{,}45$.

4° $G_1+G_2=mg,\quad G_1d_1=G_2d_2,\quad d_1=\frac{2}{3}\,l,\quad d_2=\frac{1}{3}\,l.$

Rezultă:

$$G_1\,\frac{mg}{3}=2\,000\ \text{N},\quad G_2=\frac{2\ mg}{3}=4\,000\ \text{N}.$$

1016 1° $l=\frac{v^2}{2g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}=10{,}4$ m; $t=\frac{2l}{v}=5{,}4$ s. 2° $S=\frac{v^2}{2\mu g}=250$ m.

3° $t'=\frac{v}{\mu g}=50$ s.

1017 1° $v=\sqrt{2gH}=20$ m/s. 2° $E_c=mg\,\frac{H}{2}=207{,}5$ J.

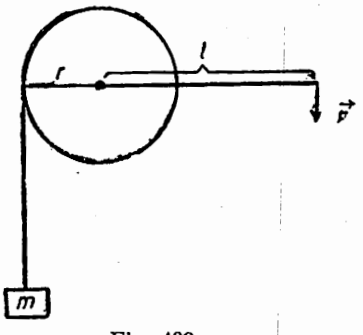


Fig. 482.

3° $h=\frac{v^2}{2g\left(\frac{\rho_{apă}}{\rho}-1\right)}=\frac{H}{\frac{\rho_{apă}}{\rho}-1}=80$ m.

1018 1° $Fl=mgr$ (v. fig. 482), $F=\frac{mgr}{l}=20$ N.

2° $v=2\pi nr=0{,}314$ m/s.

3° $L_u=mgh=1\,500$ J.

4° $L_c=\frac{L_u}{\eta}=1\,875$ J.

1019 1° $\frac{m_2g\sin\alpha-\mu\,m_2\,g\,\cos\alpha}{m_1g}=\frac{m_2(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}{m_1}=1$;

$$F=\sqrt{G_1^2+G_1^2+2G_1^2\sin\alpha}=G_1\sqrt{2(1+\sin\alpha)}=5{,}19\ \text{N}.$$

2° $a=\frac{3m_1g-m_2g\,(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}{3m_1+m_2}=3{,}15$ m/s².

3° $P=Fv=\frac{m_2gl}{t}(\sin\alpha+\mu\,\cos\alpha)=99{,}4$ W.

1020 1° $E=5e=10$ V; $r=\frac{5r_1}{4}=0{,}025\ \Omega$. 2° $I=\frac{E}{R+r}=2{,}4$ A; $i=\frac{I}{4}=0{,}6$ A.

3° $U=RI=9{,}78$ V. 4° $I'=\frac{E}{r}=400$ A; $i'=\frac{I'}{4}=100$ A.

1021 1° $v_1=\sqrt{2a_1S}=\sqrt{2\cdot g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)\cdot\frac{H}{2\sin\alpha}}=\sqrt{gH(1-\mu\ \mathrm{ctg}\ \alpha)}=9\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

2° $a_2=\frac{(G-F_A)\sin\alpha}{m}=g\left(1-\frac{1}{d}\right)\sin\alpha=1{,}19\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

3° $v_2=\sqrt{v_1^2+2a_2S}=\sqrt{gH\left(2-\mu\ \mathrm{ctg}\ \alpha-\frac{1}{d}\right)}=9{,}9\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

4° $t=\frac{v_1}{g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}+\frac{v_2-v_1}{a_2}=2{,}31$ s.

1022 1° $Q_v=Q_p-p_0\Delta V$ sau $Mc_v\Delta t=Mc_p\Delta t-R\Delta t$.

Rezultă $c_v=c_p-\frac{R}{M}=650$ J/kg·grd.

2° $p=p_0\frac{T}{T_0}=p_0\left(1+\frac{\Delta t}{T_0}\right)=104{,}36$ kN/m². 3° $\frac{r_1}{r_2}=\frac{Q_p}{Q_v}$, $r_1+r_2=r$.

Rezultă: $r_1=5{,}9\ \Omega$, $r_2=4{,}1\ \Omega$.

4° $\frac{1}{r_1+r_2}+\frac{1}{r_a}=\frac{1}{5}$; rezultă $r_a=10\ \Omega$ și $r_b=r_3-r_a=4\Omega$;

$I=\frac{E}{r_{12a}+r_b+r_i}=1$ A; $I_{r_1+r_2}=0{,}5$ A; $I_{r_a}=0{,}5$ A; $I_{r_b}=1$ A.

5° $t=\frac{Q_v}{r_1I^2}=\frac{Mc_v\Delta t}{r_1I^2}=198$ s.

1023 1° $l=\frac{\lambda}{4}$ sau $2\pi c\sqrt{LC}=4l$. Rezultă $L=\frac{4l^2}{\pi^2c^2C}\approx 40\ \mu H$.

2° $K\Delta\theta=RI^2t$ și $t=\frac{K\cdot\Delta\theta}{RI^2}=1{,}2$ s. 3° $\Delta\lambda=4\Delta l=4l\alpha\Delta\theta=12$ cm.

4° $E=\frac{U}{l}=\frac{RI}{l}=33{,}3\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$. 5° $\frac{I}{2\pi r}=H_0$ și $r=\frac{I}{2\pi H_0}\approx 1$ m.

Spre est sau vest, în funcție de sensul curentului (spre bază respectiv spre vîrf).

1024 1° $R_4\frac{R_1R_3}{R_2}=1\ \Omega$. 2° $I_4=\frac{m}{kt}=5$ A. 3° $B=\mu_0\frac{NI_4}{l}=\mu_0\frac{NI_4}{Nd}=\mu_0\frac{I_4}{d}=6{,}28$ mT.

4° $0{,}2\ R_2I_2^2t=K(\theta_f-\theta_0)$ și $R_2I_2=R_3I_4$.

Rezultă $K=\frac{0{,}2\ R_3^2I_4^2t}{R_2(\theta_f-\theta_0)}=100\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{grd}}$.

5° $m_1=\frac{pVM}{RT_1}$, $m_2=\frac{pVM}{RT_2}$.

Se obține $\frac{m_1-m_2}{m_1}=\frac{T_2-T_1}{T_2}=24\%$.

1025 1° $a=\frac{v_1}{t_1}=0{,}125\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. 2° $F=m(a+\mu g)=15$ kN. 3° $S_1=\frac{v_1t_1}{2}=900$ m.

4° $P=Fv_1=675$ kW. 5° $S_2=\frac{v_2^2}{2\mu g}=\frac{a^2t_2^2}{2\mu g}$, $=4\,500$ m;

$t_3=\frac{v_2^2}{\mu g}=\frac{at_2}{\mu g}=300$ s.

1026 1° $\frac{v_2(t_3-t_2)}{2}=v_1t_3$ şi $t_3=\frac{v_2t_2}{v_2-2v_1}=200$ s. 2° $S=v_1t_3=990$ m.

3° $a=\frac{v_2}{t_3-t_2}=0{,}05\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. 4° $a'=\frac{v_2^2}{2S'}=4\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; $t'=\frac{v_2}{a'}=2{,}5$ s. 5° $\mu=\frac{a'}{g}=0{,}408$.

1027 1° $E=\frac{mv^2}{2}=\frac{H^2}{2m}=2{,}89$ J. 2° $E=mgl(1-\cos\varphi)$, $\varphi=\arccos\left(1-\frac{E}{mgl}\right)=60°$.

3° $F=m\left(g+\frac{v^2}{l}\right)=mg+\frac{H^2}{ml}=9{,}8$ N.

4° $\nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$, $\nu'=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l'}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l(1+\alpha t)}}$; $\frac{\nu-\nu'}{\nu}=1-\frac{1}{\sqrt{1+\alpha t}}$;

$$t=\frac{1}{\alpha}\left[\frac{1}{\left(1-\frac{\nu-\nu'}{\nu}\right)^2}-1\right]\approx 63°\text{C}.$$

028 1° $E=I'\left[r+\frac{(R_1+R_3)(R_2+R_x)}{R_1+R_2+R_3+R_x}\right]$;

$$R_x=\frac{(R_1+R_2+R_3)\left(\frac{E}{I'}-r\right)-R_2(R_1+R_3)}{R_1+R_2+r-\frac{E}{I'}}=4\ \Omega.$$

2° $W=(E-rI')I't=504$ J. 3° $I''=\frac{E}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+\frac{R_3R_x}{R_3+R_x}+r}=1{,}04$ A.

4° $R_x=\frac{R_2R_3}{R_1}=1{,}5\ \Omega$. 5° Curentul debitat are intensitatea I' (pentru $R_x=4\ \Omega$):

$$U_{CD}=I_1R_1-I_2R_2=R_1\frac{U}{R_1+R_3}+R_2\frac{U}{R_2+R_x},$$

$$C=\frac{Q}{U_{CD}}=\frac{Q}{\left[\frac{R_1}{R_1+R_3}-\frac{R_2}{R_2+R_x}(E-rI')\right]}=1\ \mu\text{F}.$$

1029 1° $y=A\sin\omega t$, $v=\omega A\cos\omega t$; $v_e=\omega A$;

$y=A\sin\frac{v_e}{A}t=0{,}12\sin 80t$ (m).

2° $y_1=0{,}12\sin\frac{T}{3}=10{,}38$ cm. 3° $y=A\sqrt{1-\cos^2\omega t}=A\sqrt{1-\frac{v^2}{v_e^2}}=11{,}61$ cm.

4° $F_M=\frac{mv_e^2}{A}=19{,}2$ N. 5° $\nu=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{v_e}{2\pi A}=12{,}73$ Hz; $T=\frac{1}{\nu}=78{,}5$ ms.

1030 1° $p=\frac{p_1V_1+p_2V_2}{V_1+V_2}\approx 0{,}9$ atm. 2° $m_{aer}=V_1\rho_{1aer}=V_1\rho_{aer}\frac{p_1}{p_0}=5{,}2$ g;

$$m_{H_2}=V_2\rho_{H_2}\frac{P_2}{P_0}=0{,}675\text{ g}.\quad 3°\ p=\frac{2}{3}n_0E_c=\frac{2}{3}\frac{n}{V}E_c;$$

$$\frac{E'_c}{E_c}=\frac{p_2}{p}\cdot\frac{V_2}{V_1+V_2}=\frac{P_2V_2}{p_1V_1+p_2V_2}=0{,}65.$$

4° $\Delta m=V_3(\rho-\rho')=V_3\rho_{H_2}\frac{p_3}{p_0}T_0\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)=0{,}059$ g. 5° $T_2=T_1\frac{p_4}{p_3}=424{,}5°$K.

1031 1° $\frac{mv}{2} = mg \cdot l_0 \cos \varphi_0 - mg \cdot l_0 \cos \varphi_{max}$; $v_0 = \sqrt{2gl_0 (\cos\varphi_0 - \cos \varphi_{max})} = 2$ m/s.

2° $F_1 = mg \cos \varphi_{max} = 4{,}9$ N; $F_2 = mg + \frac{mv^2}{l_0} = mg + \frac{m}{l_0} \cdot 2g\ l_0 (1 - \cos \varphi_{max}) = mg\ [3 -$

$- \cos \varphi_{max}] = 19{,}6$ N. 3° $T_{100} = T_0 + \frac{0{,}055}{100} T_0$,

$$\sqrt{1+\alpha t} = 1 + \frac{0{,}055}{100}; \quad \alpha = \frac{1}{t}\left[\left(1 + \frac{0{,}055}{100}\right)^2 - 1\right] \approx 1{,}1 \cdot 10^{-5} \text{ grd}^{-1}.$$

4° $G' = \frac{ES \cdot \Delta l}{l_0} = ES\ \alpha l$, $m' = \frac{ES\ \alpha\ l}{g} = 24{,}13$ kg.

1032 1° $U_R = E_2$, $R \cdot \frac{E_1}{R + n_1 r_i} = E_2$.

Rezultă

$$R = \frac{n_1 n_2 r_i}{n_1 - n_2} = 6\ \Omega.$$

2° Din sistemul de ecuații: $I_1 + I_2 = I$, $I_1 \cdot n_1 r_i + RI = n_1 e$, $I_2 (n_2 r_i + r) + RI = n_2 e$, rezultă:

$$I_1 = e\,\frac{n_1 (n_2 r_i + r) + (n_1 - n_2) R}{Rr + r_i R(n_1 + n_2) + n_1 r_i (n_2 r_i + r)} = \frac{2 + 1{,}5\ r}{0{,}7 + 0{,}4\ r};$$

$$I_2 = \frac{I_1 n_1 r_i - e(n_1 - n_2)}{n_2 r_i + r} = \frac{1}{0{,}7 + 0{,}4\ r}; \quad I = \frac{1{,}5(2 + r)}{0{,}7 + 0{,}4\ r}.$$

Reprezentarea grafică este prezentată în figura 483.

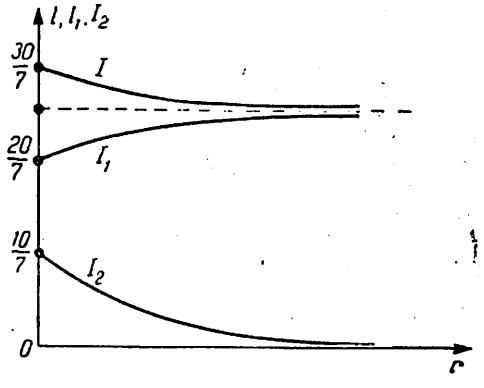


Fig. 483.

3° Pentru $r = 0$:

$$I_1 = \frac{6 + R}{0{,}6 + 1{,}1\ R}; \qquad I = \frac{12}{0{,}6 + 1{,}1\ R}.$$

Din condiția de maxim,

$$\frac{\partial (RI^2)}{\partial R} = 0 \Big|_{R = R_1} \quad \text{sau} \quad \frac{\partial}{\partial R}\left[\frac{144\ R}{(0{,}6 + 1{,}1\ R)^2}\right]_{R = R_1} = 0$$

rezultă

$$R_1 = \frac{6}{11}\ \Omega. \quad 4° \ 1{,}2R = R(1 + \alpha t), \quad t = \frac{0{,}2}{\alpha} = 59°\text{C}.$$

1033 1° $m'(L + c't_c) = mc(t - t_c)$; $t = t_c + \frac{m'(L + c' t_c)}{mc} = 708{,}8°$C.

2° $\Delta V = V_0 \cdot 3\alpha t = \frac{3\ \alpha m t}{\rho} = 2{,}21$ cm^3. 3° $m_b c t = Mq$, $M = \frac{m_b\ c\ t}{q} = 15{,}95$ kg.

4° $p_f = p_i \frac{T_f}{T_i} = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$. 5° $E_c = \frac{3}{2} kT_f = \frac{3}{2} \frac{R}{N} T_f = 1{,}24 \cdot 10^{-20}$ J.

1034 1° $T = 2\pi \sqrt{\frac{h_0 - h}{g}}$, $h = h_0 - \frac{gT^2}{4\pi^2} \approx 20$ m. 2° $F = \frac{L}{h} = 2\,940$ N.

3° $v = \sqrt{v_0^2 + 2a' S} = \sqrt{2gh + 2gS\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho}\right)} \approx 22{,}56$ m/s.

4° $\eta = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{L}{Q_1}$; $Q_1 = \frac{2 L T_1}{T_1 - T_2} = 470{,}4$ kJ;

$Q_2 = Q_1 - L = L \frac{T_1 + T_2}{T_1 - T_2} = 411{,}6$ kJ. 5° $P = \frac{L}{t} = 14{,}7$ kW.

1035 1° $m[L + c(t_v - t_3)] = m_a c(t_1 - t_2)$, $m = \frac{m_a c (t_1 - t_2)}{L + c(t_v - t_3)} = 0{,}1$ kg.

2° $V = \frac{m R T_v}{Mp} = 169{,}8$ l. 3° $m[L + c(t_v - t_3)] = Pt$; $D = \frac{P}{L + c(t_v - t_3)} \approx 1$ g/s.

4° $n = N \frac{m}{M} = 3{,}344 \cdot 10^{24}$ molecule. 5° $E_c = \frac{3}{2} \frac{R}{N} T_v = 0{,}772 \cdot 10^{-20}$ J.

1036 1° $m = \rho V_1 = \rho_0 V_1 \frac{p_1}{p_0} \frac{T_0}{T_1} \approx 35{,}3$ g. 2° $T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = 450°$ K;

$T_3 = T_2 \frac{V_3}{V_1} = 900°$K; $T_4 = T_3 \frac{p_1}{p_2} = 600°$ K.

3° $L_1 = 0$, $Q_1 = mc_v(T_2 - T_1) = 3\,837{,}3$ J (căldură absorbită pozitivă).

$L_2 = -p_2(V_3 - V_1) = -4\,500$ J (lucru mecanic util-negativ).

$Q_2 = mc_p(T_3 - T_2) \approx 16\,044$ J, $L_3 = 0$,

$Q_3 = -mc_v(T_3 - T_4) \approx -7\,674{,}6$ J (căldură cedată).

$L_4 = p_1(V_3 - V_1) = 3\,000$ J, $Q_4 = -mc_p(T_4 - T_1) = -10\,696$ J.

4° $L = L_2 + L_4 = -1\,500$ J (lucru mecanic util);

$Q_{abs} = Q_1 + Q_2 \approx 19\,881{,}3$ J, $Q_{cedat} = Q_3 + Q_4 \approx -18\,370{,}5$ J.

$L = Q_{abs} - Q_{cedat} \approx 1\,500$ J.

5° $\eta = \frac{L}{Q_{abs}} \approx 7{,}5\%$; $\eta_c = 1 - \frac{T_1}{T_3} = 66\%$.

1037 1° $\text{tg}\ \alpha = \frac{F_{cf}}{G} = \frac{\omega^2 l \sin \alpha}{g}$, $\alpha = \text{arc cos}\ \frac{g}{\omega^2 l} = 60°$.

2° $K = mvr = m\omega l^2 \sin^2 \alpha = 1{,}68 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$.

3° $L = mgh + \frac{mv^2}{2} = mgl(1 - \cos \alpha) + \frac{m\omega^2 l^2 \sin^2 \alpha}{2} = 9{,}8$ J. 4° $\frac{G}{S} = E \frac{\Delta l}{l}$,

$E = \frac{mgl}{S\Delta l} = 2 \cdot 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$, 5° $\Delta l' = \frac{\frac{mg}{\cos \alpha} l}{ES} = \frac{\Delta l}{\cos \alpha} = 7{,}84 \cdot 10^{-5}$ m.

1038 1° Conform figurii 484:

$$\left.\begin{aligned} I_r &= I + I_e \\ E &= rI_r + RI \\ RI &= r_e I_e \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Rezultă

$$R = \frac{r_e\,(E - r\,I)}{(r + r_e)\,I} \qquad (2)$$

Dar

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_0\,(1 + \alpha\ t_2)}{R_0\,(1 + \alpha\ t_1)} = 1 + \alpha\ t_2 = \frac{E - rI_2}{E - rI_1} \cdot \frac{I_1}{I_2}$$

şi

$$r = \frac{E\,[I_2(1 + \alpha\ t_2) - I_1]}{\alpha\ t_2\ I_1\ I_2} = 0{,}001\ \Omega.$$

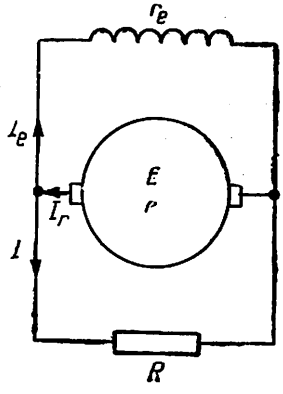


Fig. 484.

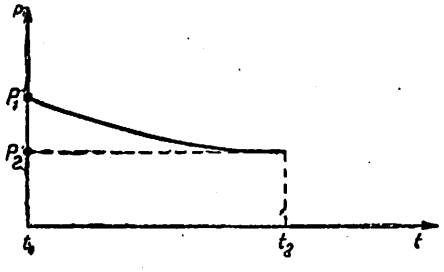


Fig. 485.

2° *a*) $p = RI^2$. Dar, din sistemul (1), se poate exprima I în funcţie de R:

$$I = \frac{E}{r + \dfrac{rR}{r_e} + R} = \frac{r_e}{r + r_e} \cdot \frac{E}{\dfrac{r\,r_e}{r + r_e} + \mathrm{R}}$$

Deci

$$p = \frac{r_e^2 E^2}{(r + r_e)^2} \cdot \frac{R}{\left(\dfrac{r\,r_e}{r + r_e} + R\right)^2} = \frac{aR}{(b + R)^2} = \frac{a\,R_0\,(1 + \alpha\,t)}{[b + R_0\,(1 + \alpha\,t)]^2} = \frac{a' + a''\,t}{(b' + b''\,t)^2}$$

şi funcţia este monoton descrescătoare (v. fig. 485).

b) Conform (2):

$$P_1 = R_1\,I_1^2 = \frac{r_e\,(E - rI_1)\,I_1}{r + r_e} = 9{,}4\ \mathrm{kW}.$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 = \frac{r_e\,(E - rI_2)\,I_2}{r + r_e} = 5{,}19\ \mathrm{kW}.$$

3° $R_1 = \rho_1 \dfrac{l_1}{S} = \rho_1 \dfrac{\rho_0\,l_1^2}{m}$, $l_1 = \sqrt{\dfrac{m\ R_1}{\rho_0 \rho_1}} = 4{,}84$ m. 4° $Q = m[c(t_2 - t_1) + L] = 5{,}5$ MJ.

1039 1° $Q = m[c(t_f - t_i) + L] = 469{,}5$ MJ. 2° $\eta = \frac{Q}{m_p q}$; $Q_m = \frac{m_p}{t} = \frac{Q}{\eta q t} = 42{,}68 \frac{\text{kg}}{h}$.

3° $\eta' = \frac{L}{Q} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, $L = Q\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = 281{,}7$ MJ.

4° $p = p_0 \frac{T_f}{T} = 3$ atm. 5° $E_c = \frac{3p}{2n_0} \approx 4{,}5 \cdot 10^{-20}$ J.

1040 1° $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$, $\frac{p}{p'} = \frac{o}{i_1}$, $\frac{p+d}{p'} = \frac{o}{i_2}$.

Rezultă

$$f = \frac{d\, i_1\, i_2}{(i_1 - i_2)\ (i_1 + o)} = 4 \text{ cm.} \quad 2° \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right),\ n = 1 + \frac{R}{2f} = 1{,}5.$$

3° $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$ ($p = 5$ cm, $p' = 20$ cm de la 1°), $\frac{1}{f'} = \frac{1}{D - p'} + \frac{1}{p_2'}$.

Rezultă

$$p_2' = \frac{f'(D - p')}{D - p' - f'} = 45 \text{ cm.} \quad 4° \ i_2 = i_1 \frac{p_2'}{D - p'} = 10 \text{ cm.}$$

1041 1° $P = \frac{N \cdot h\ \nu}{t}$, $N = \frac{\lambda P t}{hc} = 3 \cdot 10^{21} \frac{\text{electroni}}{\text{min.}}$. 2° $d = \frac{n\lambda}{\sin \varphi} = 2\ \mu\text{m.}$

3° $l = \frac{2\lambda f}{d} = \frac{2\lambda}{Cd} = 25$ cm. 4° *a*) $L = \frac{hc}{\lambda_0} \approx 1{,}87$ eV. *b*) $\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{mv^2}{2}$

$$v = \sqrt{\frac{2hc}{m}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)} \approx 1{,}3 \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

1041 1° $\rho = \frac{pM}{RT} = 3{,}9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. 2° $\eta = \frac{Pt}{V_0 q}$, $\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0}$.

Rezultă

$$t = \frac{\eta q V}{P} \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T} \approx 2\text{min.} \quad 3° \ mc\Delta\theta = \Delta V_0 \cdot q$$

cu $\Delta V_0 = V \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T} - V \frac{p'}{p_0} \frac{T_0}{T} = \frac{V}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T}(p - p')$.

Rezultă

$$m = \frac{\Delta V_0 \cdot q}{c\Delta\theta} = \frac{qV}{cp_0\,\Delta\theta} \cdot \frac{T_0}{T}(p - p') = 3{,}64 \text{ kg.}$$

1043 1° $\omega = 100\ \pi$, $\nu = 50$ Hz. 2° $X_L = L\omega = 2\ \Omega$. $X_C = \frac{1}{C\omega} = 5\ \Omega$,

$$I = \frac{U_m}{\sqrt{2}\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = 4 \text{ A.}$$

Diagrama este reprezentată în figura 486.

3° $U_L = I\sqrt{R^2 + X_L^2} = 17{,}89$ V, $U_C = IX_C = 20$ V.

4° $\varphi_L = \text{arc tg}\,\frac{X_L}{R} = \text{arc tg}\ 0{,}5$, $\varphi = \text{arc tg}\,\frac{X_L - X_C}{R} = \text{arc tg}\ (-0{,}75)$.

5° $U_2 = U_L\frac{N_2}{N_1} = 2{,}23$ V.

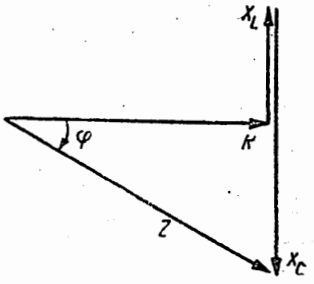


Fig. 486.

1044 1° ${}^{59}_{27}C_0 + {}^{1}_{0}n \to {}^{60}_{27}C_0^* + \gamma$; ${}^{60}_{27}C_0^* \to {}^{0}_{-1}e + {}^{60}_{28}Ni + \gamma$.

Pentru ${}^{60}_{27}C_0^*$: $Z = 27$, deci 27 protoni; $A = 60$, deci

$$A - Z = 33 \text{ neutroni.}$$

2° Din $N = N_0 e^{-\lambda t}$, cu $N = \frac{75}{100}N_0$ și $\lambda = \frac{0{,}693}{T}$

rezultă

$$t = \frac{T}{0{,}693}\ln\frac{100}{75} = 2{,}1 \text{ ani.}$$

3° $E_\gamma = \underbrace{2\ m_0c^2}_{\text{energie de materializare}} + \underbrace{2\,\frac{m_0v^2}{2}}_{\text{energie cinetică}}$

$$v = \sqrt{\frac{E_\gamma}{m_0} - 2c^2} \approx 2\cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

4° Numărul de nuclee dezintegrate în timpul $\Delta t \ll T$:

$$\Delta N = N_0\lambda\Delta t = N_{Av}\frac{m}{A}\cdot\frac{0{,}693}{T}\Delta t.$$

Energia emisă la o dezintegrare:

$E_1 = E_\beta + E_\gamma = 1{,}55$ MeV.

Energia totală emisă:

$$E = \Delta N \cdot E_1 = N_{Av}\cdot\frac{m}{A}\cdot\frac{0{,}693}{T}\cdot\Delta t(E_\beta + E_\gamma) \approx 391{,}67 \text{ kJ.}$$

1045 1° $P \approx 80$ kW. 2° $v_t \approx 680\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 3° $S \approx 15\,525$ m. 4° $S' \approx 205$ m.

1046 1° $L \approx 0{,}1$ H. 2° $I_3 = 2$ A. 3° $U_B = 100$ V. 4° $\varphi_B \approx 37°$, $\varphi = -37°$, 5° $C' = \frac{1\,000}{3\pi}\ \mu F$,

$I_4 = 2{,}5$ A. 6° $P = 160$ W.

1047 1° $M = 2\,724$ t. 2° $M' = 19\,123$ t.

1048 *a*) $t \approx 8\,895$ ani *b*) ${}^{14}_{6}C^* \to {}^{14}_{6}N + {}^{0}_{-1}e$, $v = 2{,}34\cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

1049 1° $v_c=v_u=\sqrt{2gh}=20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. 2° $h_m=\frac{v_c^2}{2a_l}=\frac{v_c^2}{2g\left(\frac{\rho_a}{\rho_l}-1\right)}$;

$h_m=h_l+h_f=\frac{1}{2}a_lt^2+\frac{1}{2}a_ft^2$ (v. figura nr. 487),

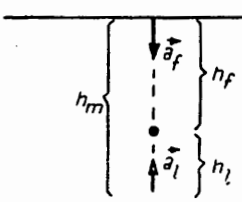


Fig. 487.

cu

$$a_f=g\left(1-\frac{\rho_a}{\rho_f}\right).$$

Rezultă

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}\cdot\frac{\rho_l^2\rho_f}{\rho_a(\rho_a-\rho_l)(\rho_f-\rho_l)}}\approx 1{,}47\text{ s}\text{ și }h_f\approx 9{,}156\text{ m}$$

3° $v=a_lt=g\left(\frac{\rho_a}{\rho_l}-1\right)t=14{,}7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$; $v_f=a_ft=g\left(1-\frac{\rho_a}{\rho_f}\right)t=13\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

1050 1° $mv=(2M+m)v_0$, $v_0=\frac{m\sqrt{2gh}}{2M+m}=1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Mișcare uniform accelerată cu viteza inițială v_0 și accelerația $a=g\,\frac{m}{2M+m}=1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

2° $v=v_0+at=6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$; $S=v_0t+\frac{1}{2}at^2=17{,}5$ m.

1051 1° $\frac{m_1v^2}{2}+\frac{J\omega^2}{2}=m_1gh$; $v=\sqrt{\frac{4gh}{3}}\approx 5{,}11\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v'=\sqrt{2gh}\approx 6{,}26\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2° $M=J'\varepsilon=J'\cdot\frac{2\pi\nu}{t}\approx 31{,}4$ N·m; $F=\frac{M}{r}=31{,}4$ N.

3° $\eta\,\frac{J'\omega^2}{2}=mc\Delta\theta$, $\Delta\theta=\frac{2\pi^2\nu^2r_1J'}{mc}\approx 0{,}62$°C.

1052 1° $\Delta\theta=\frac{Q}{mc_p}=40$°C.

2° $L=p_0\Delta V=p_0\left(V_0\,\frac{T}{T_0}-V_0\right)=p_0V_0\left(\frac{T}{T_0}-1\right)=\frac{m}{M}RT_0\,\frac{\Delta\theta}{T_0}=\frac{mR\Delta\theta}{M}=2{,}29$ J.

3° $\lambda_{aer}=2d=50$ cm; $\frac{\lambda_{aer}}{\lambda_{ltjă}}=\frac{2d}{2l_{ltjă}}=\frac{v_{aer}}{v_{ltjă}}$; $v_{aer}=v_{ltjă}\,\frac{d}{l_{ltjă}}=355\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

4° $\nu=\frac{v_{ltjă}}{\lambda_{ltjă}}=\frac{v_{ltjă}}{2l_{ltjă}}=710$ Hz; $n=5$ noduri.

1053 1° $E=420$ J. 2° $v=2\sqrt{17}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. 3° $E_p=200$ J. 4° $L=220$ J. 5° Legea conservării energiei.

1054 $p_1=5{,}6\cdot10^4\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$. $p_2=5{,}65\cdot10^4\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$. 2° $F=901$ N. 3° $m=1{,}262$ g.

1055 1° $l=141{,}30$ m. 2° $C'=25$ pF. 3° $\lambda'=188{,}5$ m, $\nu'\approx 15$ MHz.

4° $d_5=31{,}41$ m, $\frac{\delta}{5}=10{,}47$ m.

1056 1° $f_1 = \dfrac{p_1 p'_1}{p_1 + p'_1} = 15$ cm ; $f_2 = 10$ cm.

A doua imagine, pentru $p = 40$ cm, este virtuală cu ($p_2 = d - p' < f_2$) :

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{d - p'} - \frac{1}{p'_2} \text{ şi } p'_2 = 10 \text{ cm.}$$

Deci imaginea finală se află la 19 cm în spatele lentilei L_1.

2° $f' = \dfrac{f_1 f_2}{f_1 + f_2} = 6$ cm.

Pentru aer :

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}, \quad p' \approx 7 \text{ cm.}$$

Pentru apă, se modifică distanţa focală :

$$f = \frac{1}{(n_s - 1)\left(\dfrac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}, \quad f_{apă} = \frac{1}{\left(\dfrac{n_s}{n_a} - 1\right)\left(\dfrac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$

Rezultă

$$f_{apă} = f \frac{n_a(n_s - 1)}{n_s - n_a} = 24 \text{ cm} \quad \text{şi} \quad p'_{apă} = \frac{p f_{apă}}{p - f_{apă}} = 60 \text{ cm.}$$

1057 1° $C = 20$ δ. 2° $\lambda = 0{,}5$ μ vizibil). 3° $n \approx 2 \cdot 10^{19}$.

1058 1° ${}^{A}_{Z}X + {}^{1}_{0}n \to {}^{24}_{11}\text{Na} + {}^{1}_{1}p$; ${}^{24}_{11}\text{Na} \to {}^{0}_{-1}\beta + {}^{24}_{12}Y$.

Structura nucleului final (magneziu) : 12 protoni şi 12 neutroni.

2° $n = \dfrac{E_B}{E_H} \approx 1{,}03 \cdot 10^5$ perechi ioni. 3° Pentru $\Delta t \ll T$:

$$\Delta N = \lambda N_0 \Delta t = \frac{0{,}693}{T} \cdot \frac{m}{A} N_{Av} \cdot \Delta t \; ; \; \Delta N \cdot E_\beta = m_a c_a \Delta\theta,$$

$$\Delta\theta = \frac{\Delta N \cdot E}{m_a c_a} = 0{,}693 \frac{\Delta t}{T} \cdot \frac{m}{A} N_{Av} \cdot \frac{E_\beta}{m_a c_a} \approx 6°\text{C}$$

4° $\underbrace{\Delta N_1}_{2\,000} = \lambda \underbrace{N_1}_{\substack{\text{nr. iniţial de nuclee} \\ \text{în cm}^3 \text{ de Na}}} \underbrace{\Delta t_1}_{1 \text{ s}}$ (1)

După $t = 5$ ore, pentru 1 cm³ din volumul V de sînge :

$$N_2 = \frac{N_1}{V} \cdot e^{-\lambda t} \quad \text{şi} \quad \underbrace{\Delta N_2}_{16} = N_2 \lambda \underbrace{\Delta t_2}_{1 \text{ min.}} \qquad (2)$$

Din (1) şi (2) rezultă :

$$\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = V \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} e^{\lambda t} \quad \text{şi} \quad V = \frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} \cdot \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} e^{-\lambda t},$$

$$\ln V = \ln 7\,500 - \frac{0{,}693}{T} t, \quad V = 6\,000 \text{ cm}^3 = 6 \text{ l.}$$

5° $N_1 = \dfrac{\Delta N_1}{\lambda \cdot \Delta t_1}$; $\quad n_n = \dfrac{100}{20} N_1 = 5 \dfrac{\Delta N_1}{\lambda \Delta t_1} \approx 7{,}8 \cdot 10^8$ neutroni.

1059 1° $h_m = h + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$; $v_0 = \frac{1}{\sin \alpha}\sqrt{2g(h_m - h)} = 14{,}1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2° $t_u = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = 1$ s. 3° $t_c = \sqrt{\frac{2h_m}{g}} = 2$ s. 4° $d = v_0(t_u + t_c)\cos \alpha = 30$ m.

5° $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + (v_0 \sin \alpha - gt)^2} \approx 11{,}18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

1060 1° $V_D = V_A + V_B + V_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r a}\left(2q_A + \frac{q_B}{\sqrt{2}}\right) = 529{,}65$ V.

2° Conform figurii 488, *a*;

$$E_D = E_{AC} - E_B = 2E_A \cos 45 - E_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r a^2}\left(\sqrt{2}q_A - \frac{q_B}{2}\right) = 372{,}6 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

3° $L = Q(V_D - V_0)$

cu

$$V_0 = \frac{2q_A}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \frac{a\sqrt{2}}{2}} + \frac{q_B}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r a}(2\sqrt{2}q_A + \sqrt{2}q_B);$$

$$L = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r a}\left[2(1 - \sqrt{2}q_A) - \frac{q_B}{\sqrt{2}}\right] = 79{,}7 \text{ J}.$$

4° $F_q = F_{12} + F_3$ (v. figura 488, *b*);

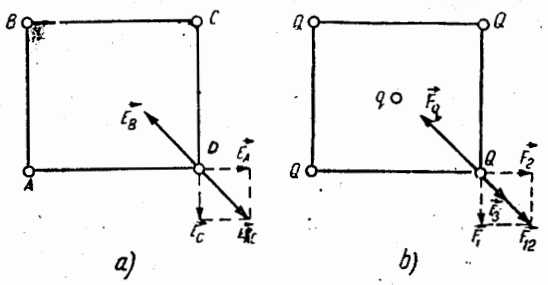


Fig. 488.

$$\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}Q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r a^2} + \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r(a\sqrt{2})^2}$$

$$q = -Q\frac{2\sqrt{2}+1}{2} = -95{,}5 \text{ nC}.$$

1061 1° $mg + Sh'\rho g - \mu Mg = 0$;

$$h' = \frac{\mu M - m}{\rho S} = 10 \text{ cm}.$$

2° Conform figurii 489 notăm cu $\vec{G}_l$ — greutatea suprafeței laterale; $\vec{G}_f$ — greutatea fundului vasului; $m_a\vec{g}$ — greutatea apei; C = centrul de greutate căutat. Datorită faptului că materialul este omogen:

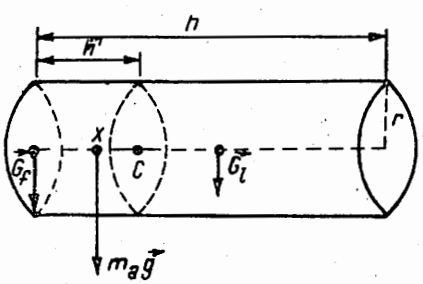


Fig. 489.

$$\frac{G_l}{S_l} = \frac{G_f}{S}$$

Se obține sistemul:

$$SG_l = 2h\sqrt{\pi S}\cdot G_f, \quad G_l + G_f = mg,$$

din care rezultă

$$G_f = \frac{mg}{1 + 2h\sqrt{\frac{\pi}{S}}} \approx 0{,}33 \text{ N}.$$

$$G_l = mg - G_f \approx 4{,}67 \text{ N}.$$

Pentru centrul de greutate va fi satisfăcută egalitatea:

$$G_f\left(\frac{h'}{2}+x\right)+Sh'\rho gx=G_l\left(\frac{h}{2}-\frac{h'}{2}-x\right) \text{ pentru } x=4{,}58 \text{ cm.}$$

Centrul de greutate se află deci la distanța $x+\frac{h'}{2}=9{,}58$ cm față de fundul vasului.

3° $a=g\dfrac{S(h-h')}{M+m+Sh}\approx 3{,}33\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$; $v=at$;

$$E_c=\frac{1}{2}M_t\cdot a^2t^2=\frac{\rho^2S^2g^2t^2(h-h')^2}{2(M+m+\rho Sh)}\approx 9 \text{ J.}$$

4° $L=\mu Mg\cdot\dfrac{1}{2}at^2=\dfrac{\mu\rho Sg^2t^2(h-h')}{2(M+m+Sh\rho)}\approx 3$ J.

1062 1° $V_0=\dfrac{m_1}{\rho_{ap\check{a}}}=125$ cm³; $l_0=\sqrt[3]{V_0}=5$ cm. 2° $\rho_{al}=\dfrac{m_2}{V_0}=800\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

3° $V_0\dfrac{\rho_{Al}}{1+\gamma_{Al}t}=m_3$; $\gamma_{Al}=\dfrac{1}{t}\left[\dfrac{V_0\rho_{Al}}{m_3}-1\right]=1{,}1\cdot10^{-3}$ grd^{-1}.

4° $l_0^3(1+3\alpha_{Zn}t)\cdot\dfrac{\rho_{Al}}{1+\gamma_{Al}t}=m_4$; $\alpha_{Zn}=\dfrac{1}{3t}\left[\dfrac{m_4(1+\gamma_{Al}t)}{\rho_{Al}l_0^3}-1\right]=2{,}92\cdot10^{-5}$ grd^{-1};

$l=l_0(1+\alpha_{Zn}t)\approx 5{,}0044$ cm.

5° $\Delta U=m_{Zn}c_{Zn}t-m_{Sl}c_{Slt}$; $c_{Sl}=\dfrac{m_{Zn}c_{Zn}t-\Delta U}{m_{Sl}t}=840\dfrac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}$.

1063 1° $Sh'\rho_ag+nsl\rho_ag=Mg+nmg$; $h'=\dfrac{M+nm-nsl\rho_a}{S\rho_a}=0{,}29$ m.

2° $F=S(h-h')\rho_ag=13\,155$ N. 3° $L=\dfrac{F}{2}\Delta l=\dfrac{F^2l}{2nsE}=108{,}1$ J.

4° $V=\dfrac{F}{\rho_bg}=0{,}61$ m³.

1064 1° Dacă găleata cade cu accelerația g, apa nu curge.

1065 Umbra are mișcare uniformă (v. figura 490);

$\dfrac{v_u}{v}=\dfrac{H}{H-h}$, $v_u=v\dfrac{H}{H-h}>v$.

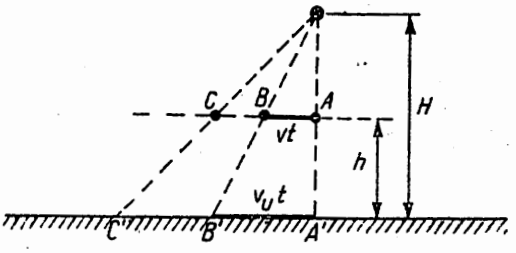


Fig. 490.

1066 1° $Q=mc_v(T_2-T_1)$ cu $T_2=T_1\dfrac{P_2}{P_1}$ și $m=\dfrac{p_1V_1M}{RT_1}$.

Deci $Q=\dfrac{c_vV_1M(p_2-p_1)}{R}=\dfrac{2c_vp_1v_1M}{R}=24{,}3$ kJ.

2° $V_2=\dfrac{P_2V_1}{P_3}=\dfrac{3}{2}V_1=5$ l.

3° $\Delta m=m-m'=\dfrac{P_1V_1M}{R}\left[\dfrac{1}{T_1}-\dfrac{1}{T_3}\right]=14$ g.

4° $Q=m'c_v(T_3-T_1)=\dfrac{P_1V_1Mc_v}{R}\left(1-\dfrac{T_1}{T_3}\right)\approx 3\,000$ J. 5° Diferă masa gazului.

1067 Prin experienţe în care intervine momentul de inerţie (I mai mare la sfera goală).

1068 Datorită tensiunii superficiale.

1069 *a*) S-ar produce electroliza lichidului.

b) Receptorul se pune întrucît nu se pot măsura curenţi alternativi cu galvanometrul.

1070 Datorită fenomenului de autoinducţie.

1071 Mai mică, datorită curenţilor turbionari induşi în inel.

1072 1° $a=\dfrac{mg-4\mu mg}{5m}=g\dfrac{1-4\mu}{5}=1{,}2\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$. 2° $v=\sqrt{2ah}=6\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ (v. fig. 491).

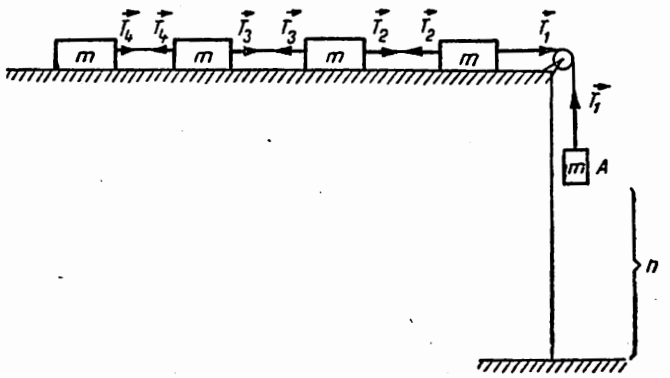


Fig. 491.

3° $t=\dfrac{v}{a}=5$ s. 4° $T_1=m(g-a)=8{,}8$ N; $T_2=T_1-\mu mg-ma=6{,}6$ N;

$T_3=T_2-\mu mg-ma=4{,}4$ N; $T_4=\mu mg+ma=2{,}2$ N.

1073 1° $F=eE=\dfrac{eU}{d}=9{,}1\cdot10^{-15}$ N. 2° $y_1=\dfrac{at^2}{2}=\dfrac{Ft^2}{2m}=\dfrac{eU}{2mdv^2}X_1^2$ (parabolă).

3° $v=\sqrt{v_0^2+a^2t^2}=\sqrt{v_0^2+\dfrac{F^2}{m^2}\dfrac{X_1^2}{v_0^2}}=\sqrt{v_0^2+\left(\dfrac{eUX_1}{mdv_0}\right)^2}=4{,}12\cdot10^7\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

4° $y_2=\dfrac{x_2\cdot at}{v_0}=\dfrac{eUX_1X_2}{mdv_0^2}=2{,}5$ cm. 5° Cerc, cu raza $r=\dfrac{mv_0}{eB}=25$ cm.

1074 1° Conform legii conservării impulsului

$$mv_0\cos\alpha=Mv.$$

Spaţiul străbătut de broască pe orizontală este

$$l_1=\frac{v_0\sin 2\alpha}{g},$$

în timpul $t=\dfrac{v_0\sin\alpha}{g}$ în care scîndura se mişcă în sens contrar pe distanţa

$$l_2=vt=\frac{vv_0\sin\alpha}{g}=\frac{mv_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{Mg}.$$

Dar $l=l_1-l_2$.

Rezultă

$$v_0=\sqrt{\frac{g}{\left(1+\frac{m}{2M}\right)\sin 2\alpha}}\approx 3{,}3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2° $h_m=\dfrac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}=13{,}75$ cm.

4075 1° Rezultanta forțelor $\vec{ma}$ și $\vec{mg}$ (v. fig. 492) trebuie să fie perpendiculară pe suprafața apei:

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{ma}{mg}=\frac{\frac{h}{2}}{\frac{d}{2}};\quad \frac{v_0^2}{2gS}=\frac{2h}{d};\quad v_0=2\sqrt{\frac{ghS}{d}}\approx 65{,}5\ \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

4076 1° $x=A\sin(\omega t+\varphi)$ cu $A=l_m$,

$$\omega=\varepsilon l_1=\frac{M}{J}\,l_1=\frac{Ml_1}{mr^2},\qquad \varphi=\frac{\pi}{2}.$$

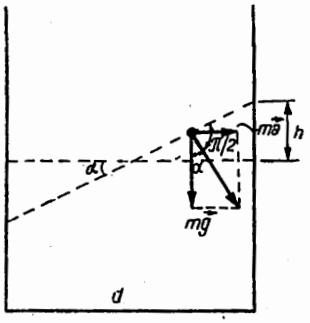


Fig. 492.

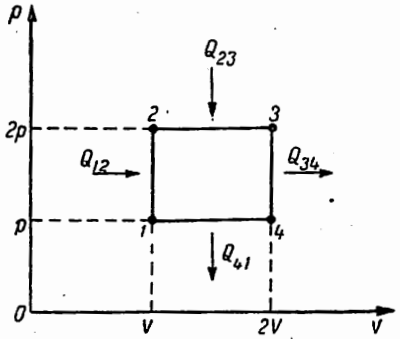


Fig. 493.

Deci

$$x=l_m\sin\left[\frac{Ml_1}{mr^2}t+\frac{\pi}{2}\right]=25\sin\left[30\ t+\frac{\pi}{2}\right]\ (\text{cm}).$$

2° $\dfrac{1}{2}J\omega^2=\mu mgS;\qquad S=\dfrac{J\omega^2}{2\mu m_c g}=\dfrac{M^2l_1^2}{2\mu m_c mr^2g}.$

Numărul de rotații:

$$N=\frac{S}{4A}=\frac{S}{4l_m}=\frac{M^2l_1^2}{8\mu l_m m_c mr^2g}=360\,000\ \text{rot}.$$

Culisa se va opri în locul din care a pornit la momentul inițial.

4077 $\eta=1-\dfrac{Q_{cedat}}{Q_{primit}}=1-\dfrac{Q_{34}+Q_{41}}{Q_{12}+Q_{23}}$ (v. fig. 493).

$$Q_{12}=mc_v(T_2-T_1)=mc_vT_1;\quad \left(\frac{2p}{T_2}=\frac{p}{T_1}\right).$$

$$Q_{23}=mc_p(T_3-T_2)=mc_p\cdot 2T_1;\quad \left(\frac{2V}{T_3}=\frac{V}{T_2}\right).$$

$$Q_{34}=mc_v(T_3-T_4)=mc_v\cdot 2T_1;\quad \left(\frac{2p}{T_3}=\frac{p}{T_4}\right),$$

$$Q_{41}=mc_p(T_4-T_1)=mc_p\cdot T_1;\quad \left(\frac{2V}{T_4}=\frac{V}{T_1}\right).$$

Se obține

$$\eta=\frac{c_p-c_v}{2c_p+c_v}.$$

1078 1° $\frac{mv_0^2}{2}=mgh_1-mgh_2$; $v_0=\sqrt{2g(h_1-h_2)}\approx 4{,}46\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2° $h_m=h_2+\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}=0{,}8$ m. 3° $v=\sqrt{2gh_1}\approx 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

4° $y=h_2+v_0\ t\ \sin\alpha-\frac{1}{2}\ g\ t^2=0$ pentru $t\approx 0{,}39$ s.

1079 1° Conform figurii 494, *a*:

$$B=B_1=B_2;\qquad B=\mu\frac{I}{2\pi d}=2\cdot 10^{-3}\ \text{T}.$$

2° $\frac{F}{l}=BI'=0{,}8\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

3° Conform figurii 494, *b*:

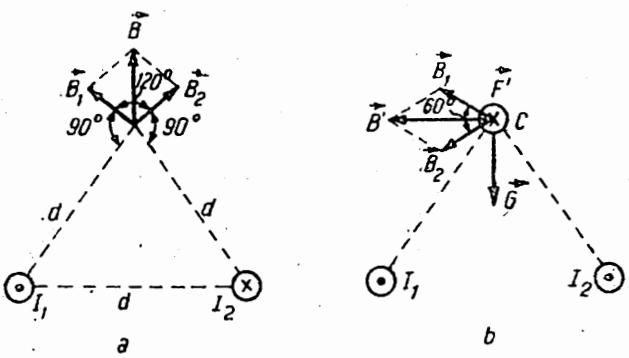


Fig. 494.

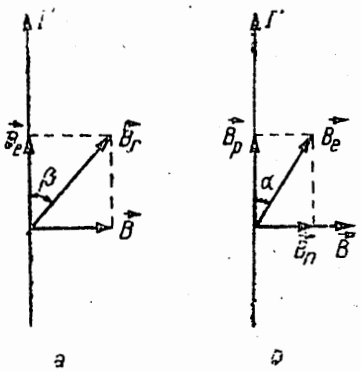


Fig. 495.

$$F'=G;\qquad \frac{m}{l}=\frac{B'I'}{g}=\frac{2BI'\cos 30°}{g}=13{,}84\ \frac{\text{g}}{\text{m}}.$$

4° *a*) Conform figurii 495, *a* în cazul în care $\vec{B}_e$ este paralel cu I':

$$\frac{F_1}{l}=B_rI'\sin\beta=B_rI'\frac{B}{B_r}=BI'=\frac{F}{l}.$$

(Un cîmp paralel cu I' nu are nici un efect asupra conductorului.)

b) În cazul în care cîmpul face unghiul α cu conductorul din C (v. figura 495, *b*), se va lua în considerație numai componența normală $\vec{B}_n$ a cîmpului $\vec{B}_e$, singura care poate acționa asupra conductorului din C ($\vec{F}=\vec{Il}\times\vec{B}$, $F=BIl\sin\alpha=B_nIl$).

1080 1° $e=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{d\,(BS\cos\alpha)}{dt}=-\frac{d(B_m\cdot\pi a^2\cos\alpha\cdot\cos\omega t)}{dt}=2\pi^2\nu a^2 B_m\cos\alpha\cdot\sin\omega t=$

$=1{,}39\sin 314\,t$ (v. fig. 496, *a*).

2° $i=\frac{e}{R}=0{,}695\sin 314\,t$. 3° $Q=\int_0^{T/4} i\,dt=\frac{\pi a^2 B_m\cos\alpha}{R}\approx 22{,}14$ J.

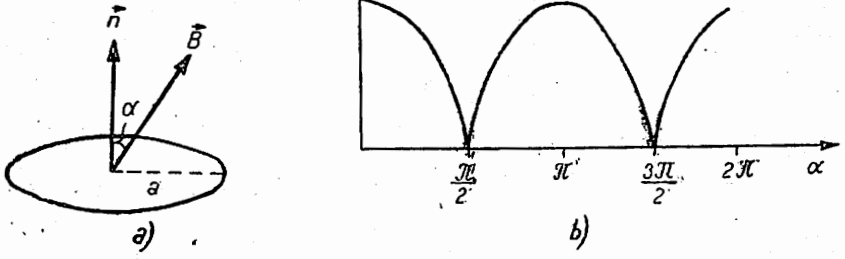


Fig. 496.

4° *a*) $P=\frac{1}{T}\int_0^T Ri^2dt=\frac{RI_m^2}{2}=\frac{2\pi^4\nu^2a^4B_m^2\cos^2\alpha}{R}=0{,}485$ W.

b) V. figura nr. 496, *b*.

1081 Tensiunea contraelectromotoare împiedică realizarea raţionamentului din enunţ. Nu ar fi însă imposibil să se obţină o energie E_2 mai mare ; energia E_2 este pusă în libertate prin ardere şi un sistem poate elibera o cantitate de energie mai mare decît energia E_1 cheltuită pentru el în acel proces ; aceasta numai datorită unui proces anterior în care respectivul sistem a reuşit să înmagazineze surplusul de energie E_2-E_1 (este cazul eliberării energiei nucleare, de exemplu ; un neutron incident poate elibera o energie nucleară net superioară energiei sale cinetice).

1082 1° Reacţia

$$^{32}_{16}S+^{1}_{0}n\rightarrow{}^{32}_{15}P+^{1}_{1}p$$

este endoenergetică :

$$\Delta m=(m_{P32}+m_p)-(m_{S32}+m_n)=0{,}00022\text{ u},$$

necesitînd energia de formare.

$$\Delta E=931\,\Delta m=204{,}82\text{ keV}.$$

2° Fie n_e numărul electronilor eliberaţi de fosfor şi E_e energia fiecărui electron :

$$K\Delta\theta=n_e E_e,\ n_e=\frac{K\Delta\theta}{E_e}.$$

Dacă n_P este numărul iniţial al atomilor de fosfor :

$$n_e=n_P\lambda\cdot\Delta t\qquad\text{(pentru }\Delta t\ll T).$$

Numărul inițial al atomilor de sulf va fi atunci

$$n_S = 100\ n_P = \frac{100\ KT\Delta\theta}{0{,}693\ E_e\Delta_t}.$$

Rezultă deci masa sulfului (cu masa atomică A_S):

$$m_S = \frac{n_S}{N} A_S = \frac{100\ KTA_S}{0{,}693\ NE_e\Delta t} = 49 \text{ kg}.$$

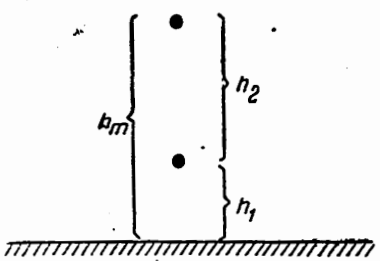


Fig. 497.

1083 1° $h_m = h_1 + h_2$ (v. figura 497);

$$h_m = \frac{v_0^2}{2g},\quad h_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2},\quad h_2 = \frac{gt^2}{2}.$$

$$\text{Rezultă } t = \frac{v_0}{2g} = 2 \text{ s}.$$

$$2°\ h_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 60 \text{ m}.$$

3° Conform legii conservării impulsului

$$m_2 v_2 - m_1 v_1 = (m_1 + m_2)v;\quad v = \frac{m_2 \cdot gt - m_1(v_0 - gt)}{m_1 + m_2} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$4°\ h_1 = vt_1 + \frac{gt_1^2}{2};\quad t_1 = 2{,}6 \text{ s};\quad v' = v + gt_1 = 36 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$S = h_1 - \left[v(t_1 - 1) + \frac{g(t_1 - 1)^2}{2} \right] = 31{,}2 \text{ m}.$$

1084 1° $p_1 = p_2$; $\dfrac{m_1 RT}{M_1 V_1} = \dfrac{m_2 RT}{M_2 V_2}$.

Rezultă sistemul de ecuații:

$$\frac{m_1}{M_1 l_1} = \frac{m_2}{M_2 l_2},\quad l_1 + l_2 = l$$

și

$$l_1 = \frac{l}{3} = \frac{1}{3}\text{m};\qquad l_2 = \frac{2l}{3} = \frac{2}{3}\text{m}.$$

2° *a*) Dacă compartimentul cu oxigen este sus:

$$\frac{m_1 RT}{M_1 V_1} + \frac{mg}{S} = \frac{m_2 RT}{M_2 V_2};\quad \frac{m_1}{M_1 l_2'} + \frac{mg}{RT} = \frac{m_2}{M_2 l_2'},\quad l_1' + l_2' = l.$$

Rezultă $l_1' \approx 0{,}97$ m.

b) Dacă compartimentul cu oxigen este jos:

$$\frac{m_2}{M_2 l_2''} + \frac{mg}{RT} = \frac{m_1}{M_1 l_1''}$$

Rezultă $l_1'' = 1{,}25$ cm.

1085 1° *a*) $\dfrac{1}{f_1} = \dfrac{1}{p_1} + \dfrac{1}{p_1'}$. Se obține $p_2' = 150$ mm.

b) $m_1 = \dfrac{p_1'}{p_1}$, $m = m_1 m_2 = \dfrac{p_1'}{p_2} m_2 = 1\,200$.

2° $\frac{1}{f_2}=\frac{1}{p_2}-\frac{1}{p_2'}$ şi $\frac{p_2'}{p_2}=m_2$.

Rezultă $p_2=4{,}998$ mm, $p_2'=249{,}9$ mm şi $d_1=p_2'-p_2=244{,}9$ mm (fig. 498).

3° $d_2=p_1'+p_2=154{,}99$ mm.

4° $d_3=p_2'-p_1'-p_2=94{,}9$ mm.

5° $o=\frac{i_2}{m}=30$ μm.

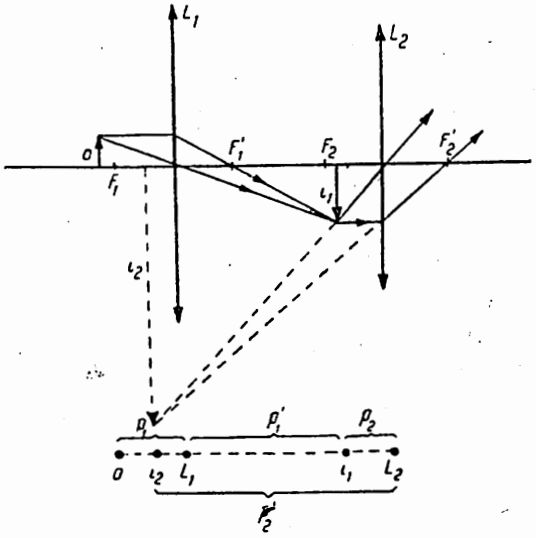


Fig. 498.

4086 1° $a_1=\frac{m_2g-m_1g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}{m_1+m_2}=$

$=2{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

2° $v=\sqrt{2a\cdot l\sin\alpha}=2{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}}$

3° $a_2=g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)=8{,}75\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

4° $S=\frac{v^2}{2a_2}=35{,}7$ cm.

5° $E_c=\frac{1}{2}m_2v_1^2=$

$=\frac{1}{2}m_1\cdot 2a_3(l\sin\alpha+S)=m_1g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)(l\sin\alpha+S)=16{,}07$ J.

4087 1° Variaţia energiei potenţiale este egală cu variaţia energiei cinetice:

$$mg\cdot S-MgS\sin\alpha=\frac{(M+m)v^2}{2}+2\frac{J\omega^2}{2},$$

cu

$$v^2=2aS \text{ şi } J\omega^2=\frac{MR^2}{2}\frac{v^2}{R^2}=\frac{Mv^2}{2}.$$

Rezultă

$a=g\frac{m-M\sin\alpha}{m+2M}=3{,}75\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; $\varepsilon=\frac{a}{R}=6{,}25\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$. 2° $v=\sqrt{2ah}=3\frac{\text{m}}{\text{s}}$;

$\omega=\frac{v}{R}=5\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ 3° $T=m(g-a)=75$ N. 4° $\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}J\omega^2=MgS\sin\alpha$.

$S=\frac{3v^2}{4g\sin\alpha}=1{,}35$ m. 5° $\frac{1}{2}J\omega^2=F\cdot N2\pi R$; $F=\frac{Mv^2}{8\pi NR}=1{,}19$ N.

4088 1° $Z=\frac{U_m}{I_m}=\sqrt{R^2+L^2\omega^2}$, $\operatorname{tg}\varphi=\frac{L\omega}{R}$, cu $U_m=314$ V, $I_m=5$ A, $\omega=100\pi\ \text{s}^{-1}$, $\varphi=\frac{\pi}{3}$.

Rezultă $R=31{,}4\ \Omega$, $L=173$ mH.

2° $I_c=\frac{U}{X_c}=\frac{U_mC\omega}{\sqrt{2}}=6{,}1$ A; $\varphi=\frac{\pi}{2}$.

3° $I_s=\frac{U}{\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}}=6{,}04$ A; $\varphi'=\operatorname{arc\,tg}\frac{L\omega-\frac{1}{C\omega}}{R}=\frac{\pi}{6}$.

4° $U_L = I_S\sqrt{R^2+L^2\omega^2} = 379{,}4$ V; $U_C = \frac{I_S}{C\omega} = 222$ V. 5° $C_r = \frac{1}{L\omega^2} \approx 59$ μF.

1089 1° $\lambda = \frac{dl}{D} = 500$ μm (v. problema nr. 740). 2° $d' = \frac{D\lambda'}{l} = \frac{D\lambda}{n_a l} = \frac{d}{n_a} = 0{,}75$ mm.

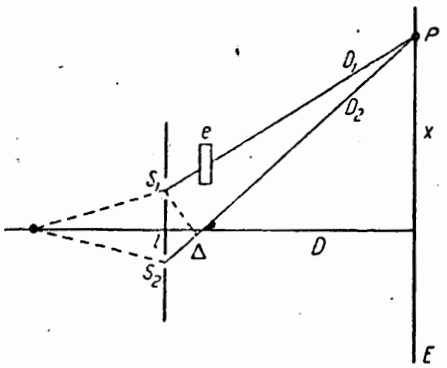


Fig. 499.

3° Conform figurii 499 apare o nouă diferență a drumurilor optice:

$$\Delta' = \Delta - (n_S e - e) = \frac{lx}{D} - e(n_S - 1).$$

Pentru franja centrală $\Delta'=0$, deci

$$x = \frac{e\ D\ (n_S - 1)}{l}.$$

Conform enunțului, $x=20\ d$. Rezultă

$$20\ \frac{\lambda D}{l} = \frac{e\ D\ (n_S - 1)}{l}$$

și

$e = \frac{20\ \lambda}{n_S - 1} = 0{,}02$ mm. 4° Pentru cele două lungimi de undă extreme (pentru roșu și violet)

$$X_r - X_v = \frac{\lambda_r D}{l} - \frac{\lambda_v D}{l} = \frac{D}{l}(\lambda_r - \lambda_v) = 0{,}8 \text{ mm}.$$

1090 1° $\frac{d_1}{v_1} = \frac{d_2}{v_2}$.

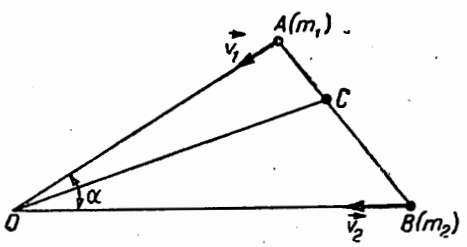


Fig. 500.

2° Traiectoria centrului de masă este dreapta CO (v. fig. 500), cu C dedus din condiția

$$m_1 g \cdot AC = m_2 g \cdot BC.$$

3° Din legea conservării impulsului:

$$v = \frac{\sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2 + 2m_1 m_2 v_1 v_2 \cos\alpha}}{m_1 + m_2}$$

4° Idem 2° și 3°.

5° $\Delta W = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1+m_2)v^2}{2} =$

$$= \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{v_1 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos\alpha}{2}.$$

6° Pentru $\alpha=0$:

$$\Delta W_1 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{(v_1 - v_2)^2}{2}.$$

Pentru $\alpha=\pi$:

$$\Delta W_2 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{(v_1 + v_2)^2}{2}.$$

Rezultă

$$\Delta W_1 \leqslant \Delta W \leqslant \Delta W_2.$$

1091 Conform figurii 501, vîntul acționează asupra pînzei cu forța $\vec{F}_v$. Din figură se observă că forța $\vec{F}$, componenta forței $\vec{F}_v$ în lungul axului bărcii, poate împinge barca sub unghiul β față de planul pînzei (sau, tot una, $\alpha+\beta$ față de direcția vîntului):

$$F = F_v \sin \beta.$$

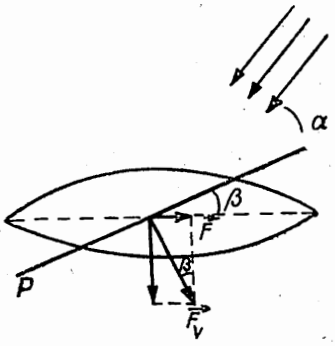


Fig. 501.

1092 1° $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{my_1}{F_1}} \approx 0{,}1$ s.

$v_m = A\omega$, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 60\ s^{-1}$, $A = 5$ cm;

$J = A \sin \omega t = 5 \cdot \sin 60\ t$ (cm);

$v = \omega A \cos \omega t = 3 \cos 60\ t \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$;

$a = -\omega^2 y = -180 \sin 60\ t \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$

3° $\frac{1}{2} k A^2 \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2 \omega t$ pentru $t = \frac{T}{8}$.

4° $-3 = 5 \sin 60\ t$, cu $\frac{3T}{4} < t < T$.

Rezultă

$$0{,}6 = -\sin 60\ t,\ \sin 37\frac{\pi}{180} = -\sin 60\ t,\quad 60\ t = 2\pi - \frac{37\pi}{180},\quad t = 0{,}094 \text{ s}$$

5° $mg\ (h + y) = \frac{ky^2}{2}$.

Rezultă

$$y = \frac{mg}{k} \pm \sqrt{\frac{m^2g^2}{k^2} + \frac{2mgh}{k}}$$

și

$$A = \sqrt{\frac{m^2g^2}{k^2} + \frac{2mgh}{k}} = 14{,}1 \text{ cm}.$$

1093 1° Conform figurii 502, *a*:

$$\Delta p = 2h = 2\frac{\Delta V}{S} = k\Delta V.$$

Presiunea variază deci liniar cu variația volumului (dreapta AB pe figura 502, *b*). În transformarea AB variația energiei interne a gazului va fi

$$\Delta U = Q - L$$

cu Q cantitatea de căldură absorbită și L (aria $AVV'CB$) lucrul mecanic efectuat.

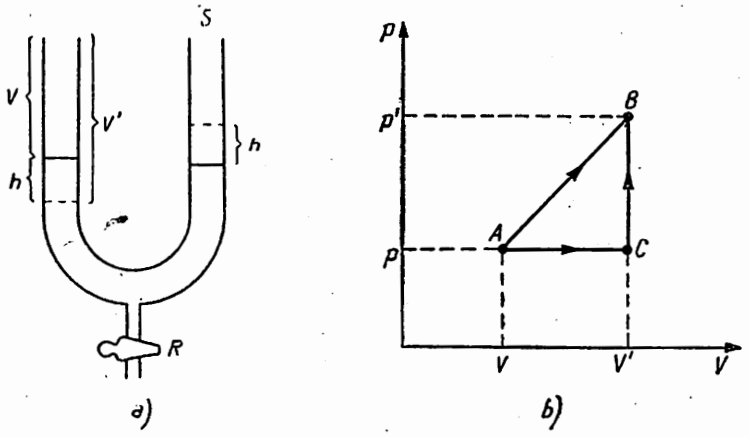


Fig. 502.

2° A doua transformare conține transformările succesive AC (izobară; gazul absoarbe Q_1 și produce lucrul mecanic L_1 egal cu aria $AVV'C$, cu $L_1 < L$) și CB (izocoră; absoarbe Q_2, $L_2 = 0$). Variația energiei interne este tot ΔU (aceleași limite de temperatură):

$$\Delta U = (Q_1 + Q_2) - L_1$$

Deci

$$Q - L = (Q_1 + Q_2) - L_1,$$

sau

$$L - L' = Q - (Q_1 + Q_2)$$

Și cum $L > L'$, rezultă $Q > Q_1 + Q_2$.

1094 Pentru $qE \gg mg$, se poate neglija efectul cîmpului gravitațional și traiectoria va fi rectilinie, orizontală. În semiperioada de accelerare, cu accelerația $a = \frac{Eq}{m}$, corpul parcurge distanța

$$l = \frac{1}{2} a \left(\frac{T}{2}\right)^2 = \frac{Eq}{8\, mv^2}.$$

Considerînd $v_0 = 0$. În semiperioada a doua, de frînare, mișcarea uniform încetinită se continuă pe un parcurs egal tot cu l. Următoarele N perioade vor deplasa corpul în același sens și deci distanța dintre plăci va trebui să fie cel puțin $N \cdot 2l$, iar dimensiunile acestora foarte mari în comparație cu distanța dintre ele (cîmp uniform).

Dacă efectul cîmpului gravitațional nu este neglijabil, mișcarea va avea loc pe arce de p arabolă înlănțuite în jos, astfel încît corpul ar putea ieși din cîmp prin cădere.

1095 1° ${}^{2}_{1}D+\gamma \rightarrow {}^{1}_{1}p+{}^{1}_{0}n$, ${}^{3}_{7}\mathrm{Li}+{}^{1}_{1}p \rightarrow 2\,{}^{4}_{2}\alpha$.

2° $\Delta E = E_\gamma - E_p - E_n = E_\gamma - 2E_p = E_\gamma - 2\dfrac{m_p v_p^2}{2} = E_\gamma - \dfrac{B^2e^2r^2}{m_p} \approx 2{,}27$ MeV.

utilizînd condiția

$$\frac{m_p v_p^2}{r} = Bev_p.$$

3° $E_p + \Delta m \cdot c^2 = 2E_\alpha$,

cu

$$\Delta m = m_{Li} + m_p - 2m_\alpha$$

Deci

$$E_\alpha = \frac{1}{2}\left[\frac{B^2e^2r^2}{2m_p} + (m_{Li} + m_p - 2m_\alpha)c^2\right] \approx 8{,}56 \text{ MeV}.$$

4° Numărul de moli, $n = \dfrac{pV}{RT}$.

Numărul de molecule de heliu,

$$N_{He} = nN = \frac{pV}{RT}N.$$

Numărul de protoni

$$N_p = \frac{N_{He}}{\eta} = \frac{pVN}{\eta RT} = 2 \cdot 10^{17} \text{ protoni}.$$

1096 1° Conform figurii 503 :

$$D + l = v_0 t, \quad D = \frac{v_0 t}{2}.$$

Rezultă $D = l = 100$ m.

2° $v_0 t + \dfrac{at^2}{2} = D + l + d$; $a = \dfrac{2d}{t^2} = \dfrac{dv_0^2}{2l^2} = 0{,}2 \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

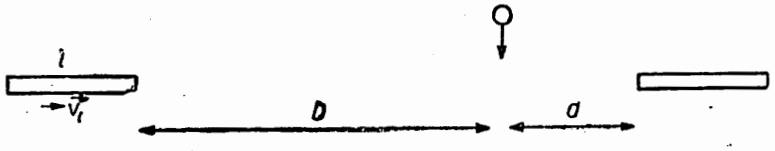


Fig. 503.

3° Piatra cade pînă jos în timpul

$$t = \frac{2D}{v_0}.$$

Trenul parcurge uniform accelerat spațiul D în timpul dat de ecuația

$$v_0 t_1 + \frac{at_1^2}{2} = D, \; t_1 \approx 5 \text{ s}.$$

După timpul t_1 piatra se află față de sol la înălțimea

$$h = \frac{gt^2}{2} - \frac{gt_1^2}{2} \approx 375 \text{ m}.$$

1097 1° Conform figurii 504, *a*:

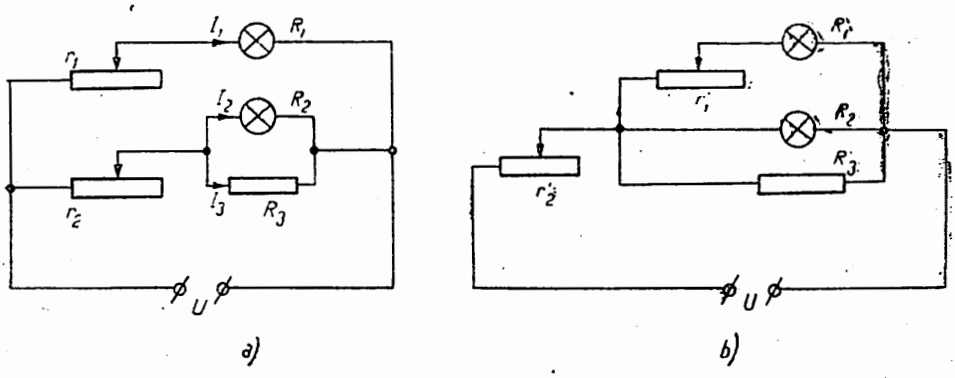


Fig. 504.

$$r_1 = \frac{U - U_1}{I_1} = \frac{U_1 (U - U_1)}{p_1} = 121 \ \Omega;$$

$$r_2 = \frac{U - U_2}{I_2 + I_3} = \frac{U - U_2}{\frac{p_2}{U_2} + \frac{p_3}{U_3}} = 30 \ \Omega;$$

$$\mathcal{W} = UIt = Ut\left(\frac{p_1}{U_1} + \frac{p_2}{U_2} + \frac{p_3}{U_3}\right) = 0{,}935 \text{ kWh}.$$

Conform figurii 504, *b*;

$$r_1' = \frac{U_2 - U_1}{I_1} = \frac{U_1(U_2 - U_1)}{P_1} = 11 \ \Omega;$$

$$r_2' = \frac{U - U_2}{I_1 + I_2 + I_3} = \frac{U - U_2}{\frac{P_1}{U_1} + \frac{P_2}{U_2} + \frac{P_3}{U_3}} = 23{,}5 \ \Omega; \ W = 0{,}935 \text{ kWh}.$$

$$2° \ \frac{1}{10} R(2I)^2 t' = mc\Delta\theta, \quad 0{,}4 \ \rho \frac{l}{S} I' \left(\frac{P_1}{U_1} + \frac{P_2}{U_2} + \frac{P_3}{U_3}\right)^2 = dlSc\Delta\theta,$$

$$S = \left(\frac{P_1}{U_1} + \frac{P_2}{U_2} + \frac{P_3}{U_3}\right) \sqrt{\frac{0{,}4 \ \rho t'}{cd\Delta\theta}} \approx 6 \text{ mm}^2.$$

1098 1° V. figura 505, *a*.

Raza nu-și modifică forma drumului ei numai lungimea acestuia, între L și P.

2° Conform figurii 505, *b*, imaginea se va forma în planul focal; este reală și răsturnată.

3° Se urmărește realizarea situației din figura 505, *b*, cu imaginea A' simetrică față de axa principală.

4° Conform figurii 505, *c*:

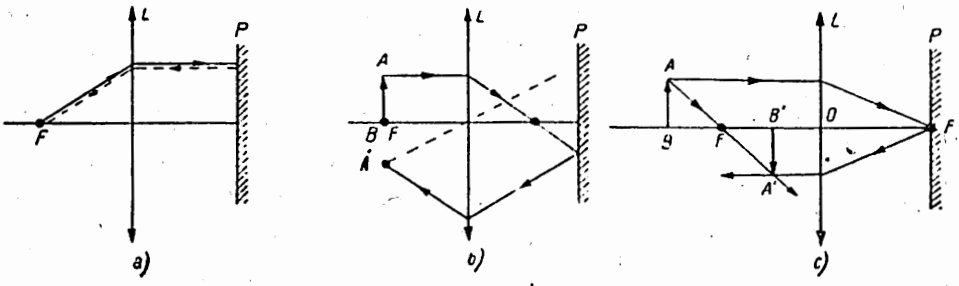


Fig. 505.

$A'B'=AB$ (paralele simetrice față de axa principală); $B'F=BF$, $B'O=20$ cm.

1099 1° $H=h+h_m=h+\dfrac{(v_0\sin\alpha)^2}{2g}=h+\dfrac{1}{2g}\left[v_0^2-2a\cdot\dfrac{h}{\sin\alpha}\right]\sin^2\alpha=$

$$=h+\frac{\sin^2\alpha}{2g}[v_0^2-2gh(1+\mu\operatorname{ctg}\alpha)]=6{,}5\text{ m}.$$

2° $\dfrac{mv^2}{2}=\dfrac{mv_0^2}{2}-\mu mg\cos\alpha\cdot\dfrac{h}{\sin\alpha}$, $v=\sqrt{v_0^2-2\mu gh\operatorname{ctg}\alpha}\approx 13{,}4\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

1100 Dacă corpul m_1 urcă:

$$a_1=g\frac{m_2-m_1(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}{m_1+m_2},\qquad t_1=\sqrt{\frac{2l}{a_1}}.$$

Dacă corpul m_1 coboară:

$$a_2=g\frac{m_1(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)-m_2}{m_1+m_2},\qquad t_2=\sqrt{\frac{2l}{a_2}}.$$

1101 $p_a V=\dfrac{m_2-m_1}{M_a}RT$, $p_g V=\dfrac{m_3-m_1}{M_g}RT$.

Rezultă

$$M_g=M_a\cdot\frac{p_a}{p_g}\frac{m_3-m_1}{m_2-m_1}=48{,}3.$$

1102 1° $\dfrac{V_1\rho_{01}}{1+\gamma_1 t_1}c_1(t_1-\theta)=\dfrac{V_2\rho_{02}}{1+3\alpha_2 t_2}c_2(\theta-t_2)$,

$$\theta=\frac{\dfrac{V_1\rho_{01}c_1t_1}{1+\gamma_1t_1}+\dfrac{V_2\rho_{02}c_2t_2}{1+3\alpha_2t_2}}{\dfrac{V_1\rho_{01}c_1}{1+\gamma_1t_1}+\dfrac{V_2\rho_{02}c_2}{1+3\alpha_2t_2}}.$$

2° $\Delta h=\dfrac{1}{S}[(V_1)\theta+(V_2)\theta-(V_1)t_1]=\dfrac{1}{S}\left[V_1\dfrac{1+\gamma_1\theta}{1+\gamma t_1}+V_2\dfrac{1+3\alpha_2\theta}{1+3\alpha_2t_2}-V_1\right]=$

$$=\frac{1}{S}\left[V_2\frac{1+3\alpha_2\theta}{1+3\alpha_2t_2}-V_1\frac{\gamma_1(t_1-\theta)}{1+\gamma_1t_1}\right].$$

1103 Dacă galvanometrul nu este străbătut de curent,

$$U_{Ae}=e; \quad R_{AC}\cdot I=\alpha(T-T_0), \quad R_{AC}\frac{E}{R_{AB}}=\alpha(T-T_0),$$

$$T=T_0+\frac{ER_{AC}}{\alpha R_{AB}}=573{,}16°\text{K}.$$

1104 Conform diagramei fazoriale din figura 506, cu condiția $I=I_2$:

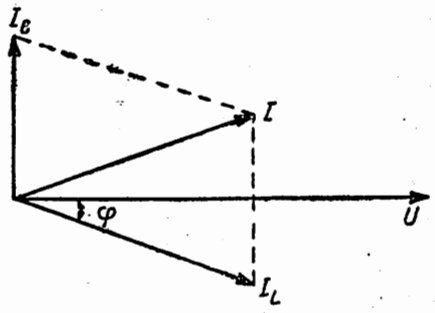


Fig. 506.

$$I^2=I_L^2+I_c^2+2I_LI_c\cos(90+\varphi),$$
$$I_c=2\,I_L\sin\varphi,$$

$$UC\omega=2\frac{U}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}\cdot\frac{L\omega}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}\cdot$$

$$C=\frac{2L}{R^2+L^2\omega^2}\cdot$$

1105 În primul caz:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p_1'}=\frac{1}{f}, \text{ cu } p_1'=54 \text{ cm}.$$

În al doilea caz, pentru sistemul oglindă-lentilă și datorită faptului că razele străbat de două ori lentila de apă:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p_2'}=\frac{1}{f}+\frac{2}{f'} \quad \text{cu} \quad f=\frac{R}{2} \text{ și } f'=\frac{R}{n-1}\cdot$$

Rezultă

$$R=\frac{2p_1'p_2'(n-1)}{p_1'-p_2'}=72 \text{ cm}, \quad p=\frac{Rp_1'}{2p_1'-R}=108 \text{ cm}.$$

1106 Din legile conservării impulsului și energiei cinetice,

$$mv=Mv_2-mv_1, \quad E=\frac{1}{2}Mv_2^2+E' \quad \text{cu} \quad v=\sqrt{\frac{2E}{m}} \text{ și } v_1=\sqrt{\frac{2E'}{m}},$$

rezultă

$$\frac{M}{m}=\frac{(\sqrt{E}+\sqrt{E'})^2}{E-E'}\approx 16.$$

1107 În urma ciocnirii perfect elastice a două corpuri identice, corpurile schimbă vitezele între ele (v. problema nr. 166). În cazul de față prima bilă se oprește, următoarele patru rămîn pe loc iar bila a șasea deviază firul său de suspensie cu unghiul α (de la care cade prima bilă). Rezultatul este normal, judecînd din punct de vedere energetic (energia potențială finală identică cu cea inițială).
Dacă se scot din poziția de echilibru $n(\leqslant 3)$ bile marginale, starea finală la cealaltă extremitate va fi simetrică (vor fi deviate alte n bile). Dacă se scot patru bile, vor rămîne două pe loc și vor devia tot patru.

1108 v. ca un exemplu problema nr. 74.

1109 1° $a=\dfrac{F-(M+m)g}{M+m}=\dfrac{F}{M+m}-g$. 2° $T=F$ 3° $a'=\dfrac{F-Mg}{M}=\dfrac{F}{M}-g$.

4° $S_{asc}-S_{corp}=S$; $\left(vt+\dfrac{a't^2}{2}\right)-\left(vt-\dfrac{gt^2}{2}\right)=S$; $t=\sqrt{\dfrac{2S}{a'+g}}=\sqrt{\dfrac{2MS}{F}}$.

1110 $d=\dfrac{at^2}{2}$, $h=\dfrac{gt^2}{2}$; $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{h}{d}=\dfrac{g}{a}$, $a=g\operatorname{ctg}\alpha$.

1111 V. problema nr. 292.

1112 Prin măsurători asupra procesului de dilatație a aerului închis în balon, de exemplu.

1113 1° $\rho_0=\dfrac{M}{V_0}=\dfrac{Mp_0}{RT_0}$

Dar

$$G_1-G_{vas}=\frac{p_1VMg}{RT_0},\quad G_2-G_{vas}=\frac{p_2VMg}{RT_0}.$$

Rezultă

$$\frac{M}{RT_0}=\frac{G_1-G_2}{Vg(p_1-p_2)}$$

și

$$\rho_0=\frac{(G_1-G_2)p_0}{Vg(p_1-p_2)}.$$

2° Cantitatea de căldură cedată de $\dfrac{m}{M_1}$ moli de ozon este preluată de $\dfrac{m}{M_2}$ moli de oxigen:

$$q\frac{m}{M_1}=\frac{m}{M_2}C_v(T_2-T_1)$$

și

$$T_2=T_1+\frac{2qM_2}{5RM_1}.$$

Deci

$$\frac{p'}{P_2}=\frac{n_2T_2}{n_1T_1}=\frac{M_1}{M_2}+\frac{2q}{5RT_1}.$$

a) $(\Delta Q)_V=(\Delta U)_V=\dfrac{m}{M_2}C_v(2T_0-T_0)=\dfrac{5mRT_0}{2M_2}=\dfrac{5}{2}p_0V_0$.

b) $(\Delta Q)_p=\dfrac{m}{M_2}(C_v+R)(2T_0-T_0)=\dfrac{7mRT_0}{2M_2}=\dfrac{7}{2}p_0V_0$;

$$(\Delta U)_p=(\Delta Q)_p-\Delta L=\frac{7}{2}p_0V_0-p_0V_0=(\Delta U)_V.$$

4° Din ecuația de stare $2p_0\cdot V=\left(\dfrac{m}{M_2}+\dfrac{m_v}{M}\right)RT_3$,

rezultă

$$m_v = M\left[\frac{2p_0V}{RT_3} - \frac{m}{M_2}\right].$$

Din ecuația calorimetrică

$$\frac{m}{M_2} C_v(T_3 - T) = m_v l_v$$

rezultă

$$T = T_3 - \frac{2m_v l_v M_2}{5mR}.$$

1114 1° Conform figurii 507:

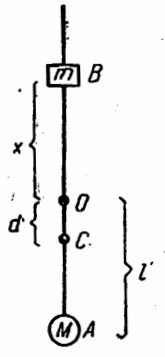


Fig. 507.

$$mg(d+x) = M[g(l-x)$$

$$d = \frac{Ml - x}{M+m} = \frac{13-x}{7,5}.$$

2° $l' = \frac{Ml^2 + mx^2}{Ml - mx}$ (v. metoda aplicată la problema nr. 267),

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}.$$

Pentru $T'=2s$ și $g=\pi^2$ rezultă condiția

$$l'=1 \text{ m sau } \frac{Ml^2 + mx^2}{Ml - mx} = 1,$$

verificată de soluția $x=11,4$ cm.

3° $y = \frac{60}{\frac{T}{2}} = 600\sqrt{\frac{13-x}{26+x^2}}$, cu x în cm.

1115 Firu de wolfram încălzit la incandescență devine o sursă de electroni. Fiind accelerați de cîmpul electric întreținut de bateria B, acești electroni formează un curent electronic între filament și sticla becului. Mai departe are loc conductibilitatea electrolitică a sticlei încălzite, circuitul închizîndu-se prin topitura de azotat de sodiu și prin cupa de fier. Pe fața interioară a balonului de sticlă ionii pozitivi sînt neutralizați de electronii emiși de filament. Din lichid, ionii de sodiu vor trece în sticla încălzită. Acești atomi de sodiu, neutralizați și volatilizați datorită temperaturii ridicate, se depun pe partea mai rece a balonului de sticlă, formînd o oglindă strălucitoare de sodiu metalic.

1116 V. de exemplu problema nr. 625.

1117 1° *a*) Dacă polul superior al magnetului este S iar la momentul inițial forța electromagnetică $F_0 > G$, bara mobilă se va mișca spre stînga. Prin mișcare în cîmpul magnetic B în bară se induce o t.e.m. care, conform legii lui Lenz, este față de E o t.c.e.m. Mișcarea barei devine uniformă prin realizarea echilibrului dinamic $F=G$:

$$B\frac{E - Blv}{R} = G.$$

Rezultă

$$v = \frac{1}{Bl}\left(E - \frac{GR}{B}\right)$$

b) Pentru $F_0=G$ sistemul rămîne în repaus.

c) Pentru $F_0<G$ bara se deplasează spre dreapta. În acest caz

$$B\frac{E+blv'}{R}l=G, \quad v'=\frac{1}{Bl}\left(\frac{GR}{Bl}-E\right).$$

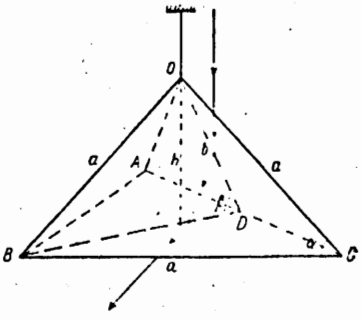
2° *a*) $\underbrace{E=\frac{E-Blv}{R}}_{\text{puterea electrică furnizată de baterie}}=\underbrace{Gv}_{\text{puterea mecanică}}+\underbrace{\frac{(E-Blv)^2}{R}}_{\text{putere Joule}}$

c) $\underbrace{E\frac{E+Blv'}{R}}_{\text{puterea electrică furnizată de baterie}}\underbrace{+Gv'}_{\text{putere mecanică eliberată}}=\underbrace{\frac{(E+Blv')^2}{R}}_{\text{putere Joule}}$

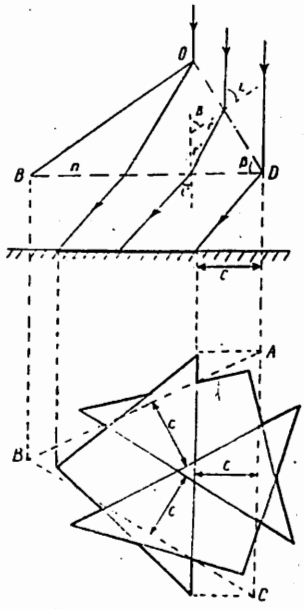
1118 Deviația unei particule în cîmp magnetic uniform este dependentă de sarcina și masa acesteia:

$$\delta=\frac{qBl^2}{2mv_0},$$

Pentru electron deviația va fi de $2\cdot\frac{m_\alpha}{m_e}$ ori mai mare comparativ cu deviația particulei. În afară de aceasta, electronii emiși de substanțele radioactive au viteze cuprinse într-un interval de valori, pe cînd particulele α sînt toate monocinetice.



a



b

Fig. 508 *a*, b.

1119 Conform figurii 508, *a*

$$b=\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}, \qquad \sqrt{a^2-\left(\frac{2}{3}b\right)^2}=a\sqrt{\frac{2}{3}}, \quad \sin\beta=\frac{h}{b}=\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Conform figurii 508, *b*:

$$\sin i = n \sin r, \quad n \sin r' = \sin i', \quad r + r' = \beta, \quad i = \beta.$$

Rezultă

$$\sin i' = n \sin r' = n \sin(\beta - r) = n(\sin\beta \cos r - \cos\beta \sin r) = \sin\beta(\sqrt{n^2 - \sin^2\beta} - \cos\beta).$$

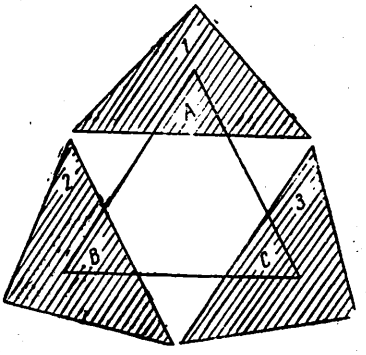


Fig. 508, *c*.

Pentru sticlă cu $n=1{,}5$ se obține $i' \approx 52°$. Cum, pentru unghiul limită, $\sin l = \frac{1}{n} = \frac{2}{3}$ și $l \approx 42°$ iar $r' \approx 32°$, va exista transmisie prin baza tetraedrului. Pe ecran apare o imagine ca aceea prezentată în figura 508, *b* sau 508, *c* (în funcție de distanța dintre baza tetraedrului și ecran).

Pentru $n=2$ se obține $l=30°$ și $r' \approx 42° > l$, deci reflexie totală. Pe ecran apare triunghiul întunecos al bazei tetraedrului.

1120 Conform legii conservării impulsului,

$$H_n = \sqrt{H_1^2 + H_2^2 + 2H_1H_2 \cos\theta},$$

cu H_1 și H_2 impulsurile fotonilor de forma $\frac{h\nu}{c}$.

În cazul vitezei mici de recul (deci clasic) energia de recul are expresia

$$E = \frac{M v_n^2}{2} = \frac{H_n^2}{2M} = \frac{h^2}{2Mc^2}(\nu_1^2 + \nu_2^2 + 2\nu_1\nu_2 \cos\theta).$$

Pentru $\cos\theta = +1 (\theta = 0°)$ energia de recul este maximă, iar pentru $\cos\theta = -1 (\theta = 180°)$, energia de recul este minimă. Rezultă deci

$$\frac{h^2}{2Mc^2}(\nu_1 - \nu_2)^2 \leqslant E \leqslant \frac{h^2}{2Mc^2}(\nu_1 + \nu_2)^2.$$

Pentru o singură emisie,

$$E = \frac{h^2\nu}{2Mc^2} = \frac{h^2}{2\lambda Mc} < 5 \text{ eV}.$$

Molecula nu se rupe.

1121 După primul contact, prin trecerea din *a* în *b*:

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1 + C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U = U\left(1 - \frac{C_2}{C_1 + C_2}\right);$$

$$(Q_2)_1 = C_2U_1 = C_2U\left(1 - \frac{C_2}{C_1 + C_2}\right).$$

După al doilea contact:

$$U_2 = \frac{Q_1 + (Q_2)_1}{C_1 + C_2} = U\left[1 - \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)^2\right];$$

$$(Q_2)_2 = C_2U_2 = C_2U\left[1 - \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)^2\right]$$

După contactul n:

$$U_n = U\left[1 - \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)^n\right] \xrightarrow[n \text{ mare}]{} U;$$

$$(Q_2)_n = C_2 U_n \xrightarrow[n \text{ mare}]{} C_2 U.$$

1122 1° $S_s = v_2 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$, $v_2 = S_s \cdot \sqrt{\frac{g}{2h}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $v_1 = v_0 - \frac{M}{m} v_2 = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$;

$S_p = v_1 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{M}{m} \cdot S_s = 100$ m. 2° $E = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} - \frac{Mv_2^2}{2} = 1\,160$ J.

1123 Pentru prima celulă:

$$R_1 = 2r = r + \frac{1}{\frac{1}{r}}.$$

Pentru două celule:

$$R_2 = r + \frac{1}{\frac{1}{r} + \frac{1}{R_1}} = r + \frac{1}{\frac{1}{r} + \frac{1}{2r}}.$$

Pentru trei celule:

$$R_3 = r + \frac{1}{\frac{1}{r} + \frac{1}{R_2}}$$

sau

$$R_3 = r + \frac{1}{\frac{1}{r} + \frac{1}{r + \frac{1}{\frac{1}{r} + \frac{1}{2r}}}}.$$

etc. ....

121 Presiunea parțială a aerului:

$$p_1 = p_0 \frac{T}{T_0}.$$

Presiunea parțială a vaporilor de apă:

$$p_2 = \frac{m R T}{MV}.$$

Presiunea totală

$$p = p_0 \frac{T}{T_0} + \frac{m R T}{M V} \approx 1{,}88 \text{ atm}.$$

1125 V. de exemplu problema nr. 411. Avînd la dispoziție aici numai un calorimetru, se încălzește întîi petrolul un timp t și apoi în același interval de timp apa.

1126 Conform figurii 509:

$$G_{t_1} - T - F_{t_1} = m_1 a,$$

$$G_{t_2} + T - F_{f_2} = m_2 a,$$

$$\text{cu } F_{f_1} = \frac{J\varepsilon}{r} = \frac{m_1 r^2}{2} \cdot \frac{a}{r^2} = \frac{m_1 a}{2},$$

$$F_{f_2} = \mu\, m_2\, g \cos \alpha.$$

Rezultă

$$a = 2g\frac{(m_1 + m_2) \sin \alpha - \mu\, m_2 \cos \alpha}{3m_1 + 2m_2} = 3{,}25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

1127 Temperatura finală:

$$m_1 c\theta = m_2 c(t_2 - \theta);$$

$$\theta = \frac{m_2 t_2}{m_1 + m_2} = t_2 \frac{\frac{V_2\rho_0}{1+\gamma t_2}}{V_1\rho_0 + \frac{V_2\rho_0}{1+\gamma t_2}} = \frac{V_2 t_2}{V_2 + V_1(1+\gamma t_2)}.$$

Volumul final total:

$$V = (V_1)_\theta + (V_2)_\theta = V_1(1+\gamma\theta) + (V_2)_0 (1+\gamma\theta),$$

$$V = (1+\gamma\theta)\left(V_1 + \frac{V_2}{1+\gamma t_2}\right),$$

$$V = \left[1 + \frac{\gamma V_2 t_2}{V_2 + V_1(1+\gamma t_2)}\right]\left(V_1 + \frac{V_2}{1+\gamma t_2}\right) = 410 \text{ cm}^3.$$

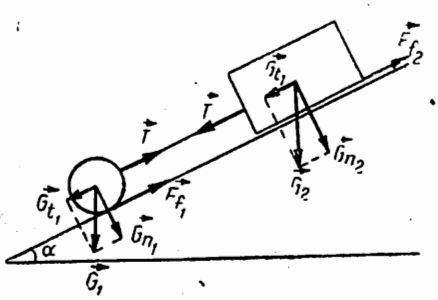


Fig. 509.

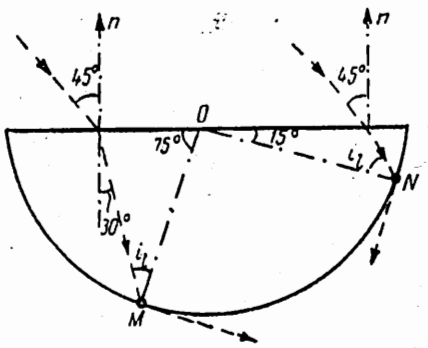


Fig. 510.

1128 Razele vor ieşi din cilindru pentru unghiuri de incidenţă inferioare celui limită, $i_l = \text{arc sin } \frac{1}{n} = 45°$.

Conform figurii 510, razele pot ieşi prin porţiunea delimitată de arcul MN.

1129 1° La echilibru:

$$m_1 g = T = m_2 a.$$

a) $T = m_1 g = 2{,}94$ N; b) $F = (m_1 + m_2 + m_3)a = \frac{m_1(m_1 + m_2 + m_3)g}{m_2} = 29{,}43$ N.

2° a) $a' = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2} = 5{,}88 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; b) $T' = m_2 a' = \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} = 1{,}18$ N.

1130 1° *a*) Presupunînd temperatura finală $t > 0$:

$$(m_1c_1 + m_2c_2)(t_2 - t) = m_3c_3(0 - t_3) + m_3l + m_3c_2t.$$

Caz particular: $t = 0$ (numai apă la 0°C).

b) Pentru $t < 0$:

$$m_1c_1(t_2 - t) + m_2[c_2t_2 + l + c_3(0 - t)] = m_3c_3(t - t_3).$$

Caz particular: $t = 0$ (numai gheață la 0°C).

c) Pentru $t = 0$, amestec apă și gheață, o parte din gheață se topește:

$$(m_1c_1 + m_2c_2)t_2 = m_3c_3(0 - t_3) + m_3'l.$$

Dacă o parte din apă îngheață:

$$(m_1c_1 + m_2c_2)t_2 + m_2'l = m_3c_3(0 - t_3).$$

2° Cazul numeric corespunde ultimei ecuații de la punctul 1°, *c*; $t = 0$; $m_2' = 110$ g deci $m_{apă} = 890$ g și $m_{gheață} = 1\,110$ g.

1131 Pentru două elemente simetrice al inelelor, dl_1 și dl_2, din figura 511, *a* se observă că componentele tangente ale cîmpurilor $d\vec{E}_1$ și $d\vec{E}_2$ se anulează reciproc. Pentru întregul inel se vor însuma deci numai componentele normale, $d\vec{E}_x$:

$$E_x = \int \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cos\alpha.$$

Dacă $\lambda = \frac{Q}{l}$ este densitatea liniară de sarcină a inelului, atunci

$$E_x = \int_0^l \frac{\lambda\, dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \frac{x}{r} = \frac{Qx}{4\pi\varepsilon_0 r^3}.$$

Conform figurii 511, *b*:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{R}{x} = \frac{G}{qE_x} = \frac{mg \cdot 4\pi\varepsilon_0 r^3}{qQx},$$

și

$$r = \left(\frac{qQR}{4\pi\varepsilon_0 mg}\right)^{1/3} = 7{,}2 \text{ cm}.$$

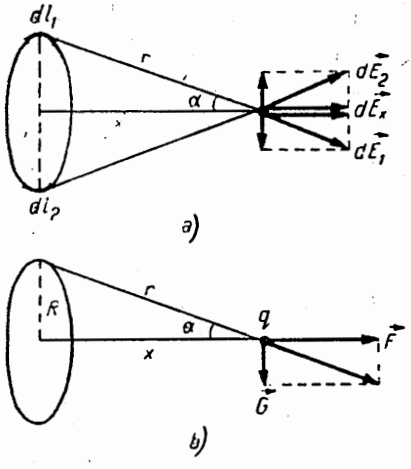


Fig. 511.

1132 1° Condiția ca în spațiul aer de grosime d să se producă un maxim de interferență prin reflexia razelor pe suprafața cubului este

$$2 \cdot nd = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$$

(cu un $\frac{\lambda}{2}$ în plus datorită reflexiei pe fața cubului).

Un prim maxim apare pentru $\lambda_1 = 400$ nm. Întrucît limita superioară este $\lambda_s = 1\,150$ nm $\approx$ $\approx 3\lambda_1$, pentru λ_2 sînt posibile numai valorile lui k de forma $k-1$ sau $k-2$. În acest caz $\lambda_{k-1} < \lambda_s < \lambda_{k-2}$,

sau

$$\frac{4nd}{2(k-1)+1} < \lambda_s < \frac{4nd}{2(k-2)+1},$$

sau

$$\frac{\lambda_1(2k+1)}{2(k-1)+1} < \lambda_s < \frac{\lambda_1(2k+1)}{2(k-2)+1}.$$

Rezultă

$$k > \frac{1}{2}\frac{\lambda_s+\lambda_1}{\lambda_s-\lambda_1} = 1{,}033$$

și

$$k < \frac{1}{2}\frac{3\lambda_s+\lambda_1}{\lambda_s-\lambda_1} = 2{,}56.$$

Deci $k=2$ și

$$d = \frac{\lambda_1}{4n}(2k+1) = 500 \text{ nm}, \quad \lambda_2 = \frac{4dn}{2(k-1)+1} = 666.7 \text{ nm}. 2^\circ \quad \Delta\theta = \frac{d}{\alpha l} = 3{,}1^\circ\text{C}.$$

1133 1° *a)* Platforma este antrenată numai de forța de frecare $\mu m g$ creată de cărucior nu există frecare cu suprafața lucie). Atît cărucior cît și platforma se vor mișca cu viteza v_0.

b) Dacă suportul S este fixat la platformă, întrucît sistemul nu este acționat de vreo forță externă, impulsul total se conservă:

$$mv + MV = mv_0, \quad v - V = v_0.$$

Rezultă

$$v = v_0 = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad V=0 \text{ (platforma imobilă)}.$$

2° În cazul doi: $t = \dfrac{L}{v_0} = 5\text{ s}.$

1134 Atomii de Na din colțurile celulei elementare de NaCl aparțin simultan fiecare la cîte opt celule elementare din întreaga rețea; cei plasați în centrele fețelor aparțin simultan fiecare la cîte două celule elementare; cel din centru unei singure celule.

Atomii de Cl aparțin fiecare la cîte patru celule elementare. Prin urmare:

$$m_{Na}\left(8\cdot\frac{1}{8}+6\cdot\frac{1}{2}\right)+m_{Cl}\left(12\cdot\frac{1}{4}+1\right)=\rho a^3,$$

cu $m_{Na} \approx 23\ m_H$ și $m_{Cl} \approx 35.5\ m_H$.

Rezultă

$$m_H \approx 1{,}7\cdot10^{-27} \text{ kg}.$$

1135 1° În interiorul sferei mari cîmpul electric este nul; sfera mică nu suferă fenomenul de influență și nu se va încărca. Prin urmare:

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R} = 450 \text{ V}.$$

1172 Se vor folosi două raze: prima, trecînd prin centrul lentilei, a doua orizontală (v. figura 522, *a*). Raza PO nu-și schimbă direcția. Pentru raza PA:

$$\sin\alpha = n \sin\beta, \quad \text{sau, pentru } \alpha \to 0, \quad \alpha = n\beta.$$

Din triunghiul $OA'F$:

$$\frac{R+x}{\sin(\pi-\alpha)} = \frac{R}{\sin 2(\alpha-\beta)}; \quad \frac{R+x}{\alpha} = \frac{R}{2(\alpha-\beta)}$$

și

$$x = R\frac{2-n}{2(n-1)}.$$

Atunci cînd $\alpha \to 0$, rezultă $B \to B_0$ și planul de refracție trece prin O și B_0 și este perpendicular pe AB. Conform figurii 522, *b*:

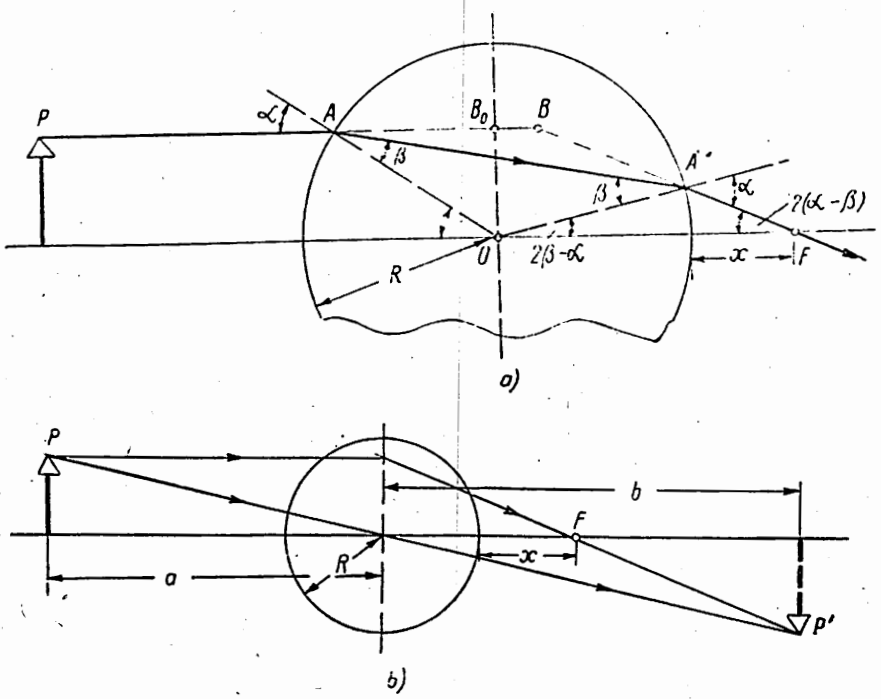


Fig. 522.

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}, \quad f = R+x, \quad \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2(n-1)}{nR}.$$

Dacă $a_1 = R$, $b_1 = \dfrac{nR}{n-2}$ și mărirea este $m_1 = \dfrac{n}{n-2}$.

Dacă $a_2 = 5R$, $b_2 = \dfrac{5nR}{9n-10}$ și mărirea este $m_2 = \dfrac{n}{9n-10}$.

Este clar că mărimea dS' a imaginii este legată de mărimea dS a obiectului prin relația $dS' = mdS$ și vitezele prin $v' = mv$.
Viteza relativă căutată va fi

$$v_r = v_1' + v_2' = m_1 v + m_2 v = v\left(\frac{n}{2-n} + \frac{n}{9n-10}\right) = \frac{8}{3}v.$$

Coli de tipar 37,500. B.T. 30.04.1975.
Format 16/70×100 hîrtie tip I A
de 63 g/m². Tiraj 104 000+50 ex.
Apărut 1975.

I. P. „Oltenia" Craiova
Str. Mihai Viteazul, nr. 4
Republica Socialistă România
Plan 6093/13.